

Chuyên đề:

**PH- ƠNG PHÁP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
TRONG GIẢI TOÁN HÌNH HỌC PHẪNG
CẤU TRÚC CHUYÊN ĐỀ**

**Phần I
KIẾN THỨC CƠ BẢN**

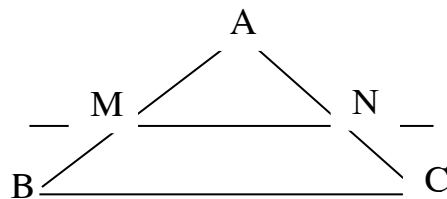
1. Định lý Talet trong tam giác.

Nếu một đ- ờng thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên cạnh đó những đoạn thẳng t- ơng ứng tỷ lệ.

$MN \parallel BC$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



2. Khái niệm tam giác đồng dạng.

Tam giác A'B'C' gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$$+ A' = A ; B' = B; C' = C$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

3. Các tr- ờng hợp đồng dạng của tam giác:

a) Tr- ờng hợp thứ nhất (ccc):

Nếu 3 cạnh của tam giác này tỷ lệ với 3 cạnh của tam giác kia thì 2 tam giác đó đồng dạng.

b) Tr- ờng hợp thứ 2(cgc):

Nếu 2 cạnh của tam giác này tỷ lệ với 2 cạnh của tam giác kia và 2 góc tạo bởi tạo các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam đó giác đồng dạng.

c) Tr- ờng hợp thứ 3(gg):

Nếu 2 góc của tam giác này lần l- ợt bằng 2 góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

d) Các tr- ờng hợp đồng dạng của tam giác vuông.

+ Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

+ Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỷ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

+ Nếu cạnh huyền và một cạnh của tam giác vuông này tỷ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

PHẦN III

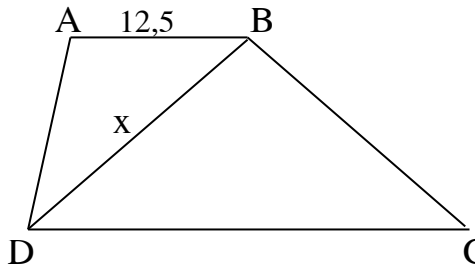
CÁC DẠNG TOÁN CỤ THỂ

DẠNG 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, TỶ SỐ, DIỆN TÍCH

Loại 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

+ Ví dụ minh họa:

Bài 36 — 79 — SGK (có hình vẽ sẵn)



GT	ABCD là h.thang ($AB \parallel CD$) $AB = 12,5\text{cm}$; $CD = 28,5\text{cm}$
KL	$\angle DBA = \angle DBC$ $x = ?$

Giải

$\triangle ABD$ và $\triangle BDC$ có : $\angle DAB = \angle DBC$ (gt)

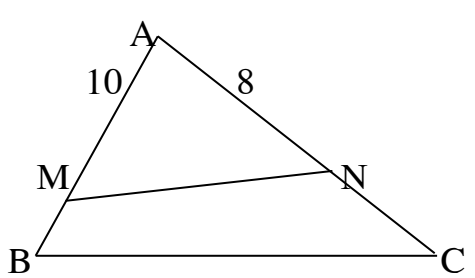
$B_1 = D_1$ (so le trong do $AB \parallel CD$)

$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \text{ hay } \frac{12,5}{x} = \frac{x}{28,5}$$

$$\Rightarrow x^2 = 12,5 \cdot 28,5 \Rightarrow x = \sqrt{12,5 \cdot 28,5} \approx 18,9(\text{cm})$$

Bài 35 — 72 — SBT:



GT	$\triangle ABC$; $AB = 12\text{cm}$; $AC = 15\text{cm}$ $BC = 18\text{dm}$; $AM = 10\text{cm}$; $AN = 8\text{cm}$
KL	$MN = ?$

Giải

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ANM$ ta có :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \\ \frac{AN}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$$

Mặt khác, có $\angle A$ chung

Vậy $\triangle ABC \sim \triangle ANM$ (c.g.c)

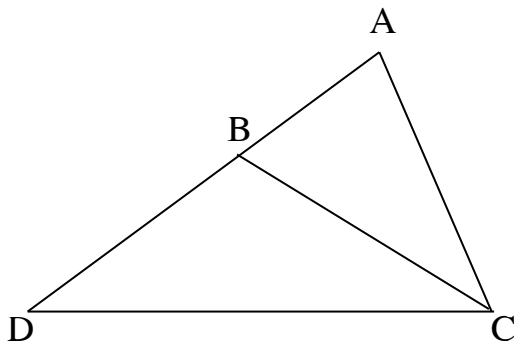
Từ đó ta có : $\frac{AB}{AN} = \frac{BC}{NM} \text{ hay } \frac{12}{8} = \frac{18}{NM} \Rightarrow \frac{8 \cdot 18}{12} = 12(\text{cm})$

Bài tập 3:

a) Tam giác ABC có $B = 2C$; $AB = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$.

Tính độ dài AC?

b) Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ có $B = 2C$ biết rằng số đo các cạnh là 3 số tự nhiên liên tiếp.



Giải

a) Trên tia đối của tia BA lấy $BD = BC$

$\triangle ACD$ và $\triangle ABC$ có A chung; $C = D = \alpha$

$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ABC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AD = 4 \cdot 9 = 36$$

$$\Rightarrow AC = 6(\text{cm})$$

b) Gọi số đo của cạnh BC, AC, AB lần lượt là a, b, c.

Theo câu (a) ta có.

$$AC^2 = AB \cdot AD = AB(AB+BC) \Rightarrow b^2 = c(c+a) = c^2 + ac \quad (1)$$

Ta có $b > c$ (đối diện với góc lớn hơn) nên chỉ có 2 khả năng là:

$$b = c + 1 \text{ hoặc } b = c + 2$$

* Nếu $b = c + 1$ thì từ (1) $\Rightarrow (c + 1)^2 = c^2 + ac \Rightarrow 2c + 1 = ac$

$\Rightarrow c(a-2) = 1$ (loại) vì $c = 1$; $a = 3$; $b = 2$ không là các cạnh của 1 tam giác

* Nếu $b = c + 2$ thì từ (1) $\Rightarrow (c + 2)^2 = c^2 + ac \Rightarrow 4c + 4 = ac$

$$\Rightarrow c(a - 4) = 4$$

Xét $c = 1, 2, 4$ chỉ có $c = 4$; $a = 5$; $b = 6$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $AB = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$.

Bài tập đề nghị:

+ Bài 1: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A, có $AB = 24\text{cm}$; $AC = 18\text{cm}$; đường trung trực của BC cắt BC, BA, CA lần lượt ở M, E, D. Tính độ dài các đoạn BC, BE, CD.

+ Bài 2: Hình thoi BEDF nội tiếp $\triangle ABC$ ($E \in AB$; $D \in AC$; $F \in AC$)

a) Tính cạnh hình thoi biết $AB = 4\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$. Tổng quát với $BC = a$, $AB = c$.

b) Chứng minh rằng $BD < \frac{2ac}{a+c}$ với $AB = c$; $BC = a$.

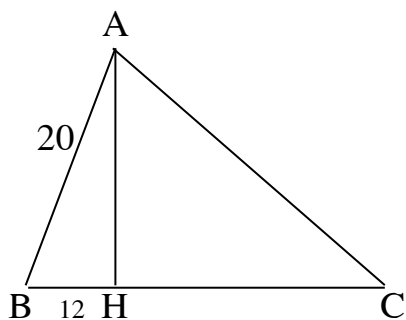
c) Tính độ dài AB, BC biết $AD = m$; $DC = n$. Cạnh hình thoi bằng d.

Loại 2:

TÍNH GÓC

Ví dụ minh họa:

+ Bài 1: Cho $\triangle ABH$ vuông tại H có $AB = 20\text{cm}$; $BH = 12\text{cm}$. Trên tia đối của HB lấy điểm C sao cho $AC = \frac{5}{3}AH$. Tính $\angle BAC$.



GT	$\Delta ABH; H = 90^\circ; AB = 20\text{cm}$
	$BH = 12\text{cm}; AC = \frac{5}{3}AH$
KL	$BAC = ?$

Giải:

$$\text{Ta có } \frac{AB}{BH} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = \frac{AC}{AH}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH}$$

Xét ΔABH và ΔCAH có :

$$\angle AHB = \angle CHA = 90^\circ$$

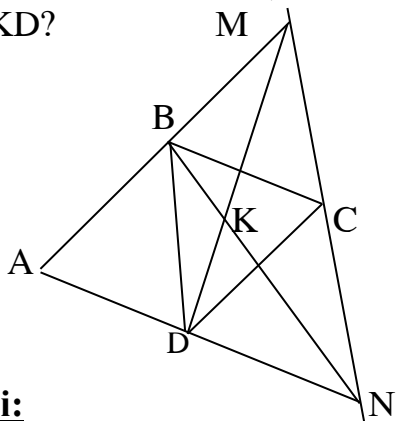
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta CAH \text{ (CH cạnh gv)} \Rightarrow \angle CAH = \angle ABH$$

$$\text{Lại có } \angle BAH + \angle ABH = 90^\circ \text{ nên } \angle BAH + \angle CAH = 90^\circ$$

$$\text{Do đó : } \angle BAC = 90^\circ$$

Bài 2: Cho hình thoi ABCD cạnh a, có $A = 60^\circ$. Một đường thẳng bất kỳ đi qua C cắt tia đối của các tia BA, DA tương ứng ở M, N. Gọi K là giao điểm của BN và DM. Tính $\angle BKD$?



GT	Hình thoi ABCD; $A = 60^\circ$; $BN \cap DM$ tại K
KL	Tính $\angle BKD = ?$

Giải:

$$\text{Do } BC \parallel AN \text{ (vì } N \in AD) \text{ nên ta có : } \frac{MB}{AB} = \frac{MC}{NC} \quad (1)$$

$$\text{Do } CD \parallel AM \text{ (vì } M \in AB) \text{ nên ta có : } \frac{MC}{NC} = \frac{AD}{DN} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{AD}{DN}$$

ΔABD có $AB = AD$ (đ/n hình thoi) và $A = 60^\circ$ nên là Δ đều

$$\Rightarrow AB = BD = DA$$

$$\text{Từ } \frac{MB}{AB} = \frac{AD}{DN} \text{ (cm trên)} \Rightarrow \frac{MB}{BD} = \frac{BD}{DN}$$

$$\text{Mặt khác : } \angle MBD = \angle DBN = 120^\circ$$

Xét $\triangle MBD$ và $\triangle BDN$ có : $\frac{MB}{BD} = \frac{BD}{DN}$; $\angle MBD = \angle DBN$

$\Rightarrow \triangle MBD \sim \triangle BDN$ (c.g.c)

$\Rightarrow M_1 = B_1$

$\triangle MBD$ và $\triangle KBD$ có $M_1 = B_1$; BD chung $\Rightarrow \angle BKD = \angle MBD = 120^\circ$

Vậy $\angle BKD = 120^\circ$

Bài tập đề nghị:

$\triangle ABC$ có $AB:AC:CB = 2:3:5$ và chu vi bằng 54cm;

$\triangle DEF$ có $DE = 3\text{cm}$; $DF = 4,5\text{cm}$; $EF = 6\text{cm}$

a) Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ABC$

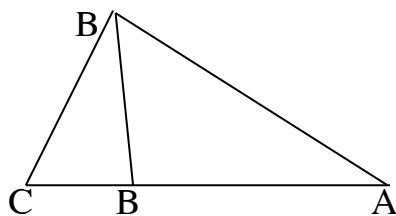
b) Biết $A = 105^\circ$; $D = 45^\circ$. Tính các góc còn lại của mỗi $\triangle$

Loại 3: TÍNH TỶ SỐ ĐOẠN THẲNG, TỶ SỐ CHU VI, TỶ SỐ DIỆN TÍCH

Ví dụ minh họa:

+ **Bài 1:** Cho $\triangle ABC$, D là điểm trên cạnh AC sao cho $\angle BDC = \angle ABC$.

Biết $AD = 7\text{cm}$; $DC = 9\text{cm}$. Tính tỷ số $\frac{BD}{BA}$



GT	$\triangle ABC$; $D \in AC$; $\angle BDC = \angle ABC$; $AD = 7\text{cm}$; $DC = 9\text{cm}$
KL	Tính $\frac{BD}{BA}$.

Giải:

$\triangle CAB$ và $\triangle CDB$ có $\angle C$ chung; $\angle ABC = \angle BDC$ (gt)

$\Rightarrow \triangle CAB \sim \triangle CDB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CB}$ do đó ta có :

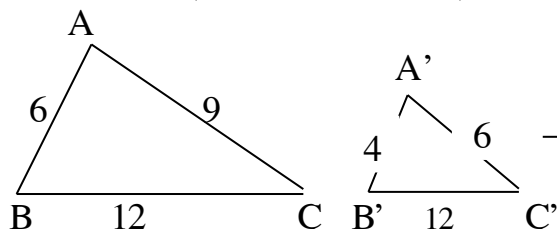
$$CB^2 = CA \cdot CD$$

Theo gt $CD = 9\text{cm}$; $DA = 7\text{cm}$ nên $CA = CD + DA = 9 + 7 = 16$ (cm)

Do đó $CB^2 = 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow CB = 12$ (cm)

Mặt khác lại có : $\frac{DB}{BA} = \frac{3}{4}$

+ **Bài 2:** (Bài 29 — 74SGK)



GT	$\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$: $AB=6$; $AC=9$; $A'C'=6$; $B'C'=12$
KL	a) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ b) Tính tỉ số chu vi của $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$

Giải:

a) $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ (c.c.c)

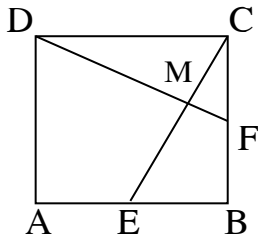
$$\text{Vì } \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{2}{3}$$

b) $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ (câu a) $\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'+A'C'+B'C'}{AB+AC+BC}$

$$= \frac{4+6+12}{6+9+12} = \frac{22}{27}$$

Vậy $\frac{Chuvi \Delta A'B'C'}{Chuvi \Delta ABC} = \frac{18}{27}$

+ Bài 3: Cho hình vuông ABCD, gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CE cắt DF ở M. Tính tỷ số $\frac{S_{CMB}}{S_{ABCD}}$?



GT	Hình vuông ABCD; AE = EB ; BF = CF; CE ∩ DF tại M
KL	Tính $\frac{S_{CMB}}{S_{ABCD}}$?

Giải:

Xét ΔDCF và ΔCBE có $DC = BC$ (gt); $C = B = 90^\circ$; $BE = CF$

$$\Rightarrow \Delta DCF = \Delta CBE \text{ (c.g.c)} \Rightarrow D_1 = C_2$$

Mà $C_1 + C_2 = 1v \Rightarrow C_1 + D_1 = 1v \Rightarrow \Delta CMD$ vuông ở M

$$\Delta CMD \sim \Delta FCD \text{ (vì } D_1 = C_2; C = M) \Rightarrow \frac{DC}{FD} = \frac{CM}{FC}$$

$$\frac{S_{CMD}}{S_{FCD}} = \frac{CD^2}{FD^2} \Rightarrow S_{CMD} = \frac{CD^2}{FD^2} \cdot S_{FCD}$$

$$\text{Mà } S_{FCD} = \frac{1}{2} CF \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} BC \cdot CD = \frac{1}{4} CD^2$$

$$\text{Vậy } S_{CMD} = \frac{CD^2}{FD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{CD^4}{FD^2} (*)$$

□p dụng định lý pitago vào tam giác vuông DFC, ta có:

$$DF^2 = CD^2 + CF^2 = CD^2 + \left(\frac{1}{2} BC\right)^2 = CD^2 + \frac{1}{4} CD^2 = \frac{5}{4} CD^2$$

Thay $DF^2 = \frac{5}{4} CD^2$ ta có :

$$S_{CMD} = \frac{1}{5} CD^2 = \frac{1}{5} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CMB}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{5}$$

Bài tập đề nghị:

Cho ΔABC , D là trung điểm của BC, M là trung điểm của AD.

a) BM cắt AC ở P, P' là điểm đối xứng của P qua M. Chứng minh rằng $PA = P'D$.

Tính tỷ số $\frac{PA}{PC}$ và $\frac{AP}{AC}$

b) Chứng minh AB cắt PQ, chứng minh rằng $PQ \parallel BC$. Tính tỷ số $\frac{PQ}{BC}$ và $\frac{PM}{MB}$

c) Chứng minh rằng diện tích 4 tam giác BAM, BMD, CAM, CMD bằng nhau.
Tính tỷ số diện tích ΔMAP và ΔABC .

Loại 4: TÍNH CHU VI CÁC HÌNH
+ Bài 1(bài 33 — 72 — SBT)

	ΔABC ; O nằm trong ΔABC ;
GT	P, Q, R là trung điểm của OA, OB, OC
KL	a) $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ b) Tính chu vi PQR. Biết chu vi ΔABC 543cm

Giải:

a) PQ, QR và RP lần lượt là đường trung bình của ΔOAB , ΔACB và ΔOCA . Do đó ta có :

$$PQ = \frac{1}{2} AB; QR = \frac{1}{2} BC; RP = \frac{1}{2} CA$$

$$\text{Từ đó ta có : } \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA} = \frac{1}{2}$$

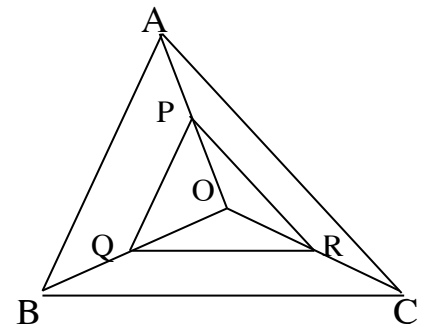
$$\Rightarrow \Delta PQR \sim \Delta ABC \text{ (c.c.c) với tỷ số đồng dạng } K = \frac{1}{2}$$

b) Gọi P là chu vi của ΔPQR ta có :

P' là chu vi của ΔABC ta có :

$$\frac{P'}{P} = K = \frac{1}{2} \Rightarrow P' = \frac{1}{2} P = \frac{1}{2} \cdot 543 = 271,5(\text{cm})$$

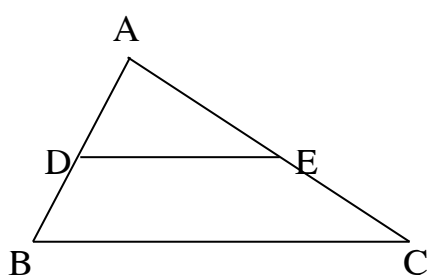
Vậy chu vi của $\Delta PQR = 271,5(\text{cm})$.



+ Bài 2: Cho ΔABC , D là một điểm trên cạnh AB, E là 1 điểm trên cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$.

Xác định vị trí của điểm D sao cho chu vi $\Delta ABE = \frac{2}{5}$ chu vi ΔABC .

Tính chu vi của 2 tam giác đó, biết tổng 2 chu vi = 63cm



	ΔABC ; $DE \parallel BC$; C.vi $\Delta ADE = \frac{2}{5}$ C.vi ΔABC
GT	C.vi $\Delta ADE + \text{C.vi } \Delta ABE = 63\text{cm}$
KL	Tính C.vi ΔABC và C.vi ΔADE

Giải:

Do $DE \parallel BC$ nên $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ theo tỷ số đồng dạng.

$$K = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5} . \text{ Ta có .}$$

$$\frac{\text{Chu vi } \Delta ADE}{\text{Chu vi } \Delta ABC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\text{Chu vi } \Delta ABC}{5} = \frac{\text{Chu vi } \Delta ADE}{2} = \frac{\text{Chu vi } \Delta ABC + \text{Chu vi } \Delta ADE}{\% + 2} = \frac{63}{7} = 9$$

$$\text{Do đó: Chu vi } \Delta ABC = 5 \cdot 9 = 45 (\text{cm})$$

$$\text{Chu vi } \Delta ADE = 2 \cdot 9 = 18 (\text{cm})$$

Bài tập đề nghị:

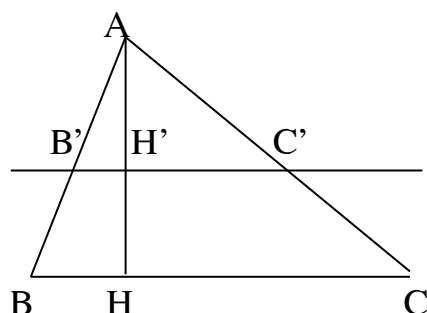
+ Bài 1: $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ theo tỷ số đồng dạng $K = \frac{2}{5}$.

Tính chu vi của mỗi tam giác, biết hiệu chu vi của 2 tam giác đó là 51dm.

+ Bài 2: Tính chu vi ΔABC vuông ở A biết rằng đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành 2 tam giác có chu vi bằng 18cm và 24cm.

Loại 5: TÍNH DIỆN TÍCH CÁC HÌNH

+ Bài 1 (Bài 10 — 63 — SGK):



GT	ΔABC ; đường cao AH, $d \parallel BC$, d cắt AB, AC, AH
KL	theo thứ tự tại B', C', H'
a)	$\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$
b)	Biết $AH' = \frac{1}{3}AH$; $S_{\Delta ABC} = 67,5\text{cm}^2$
	Tính $S_{\Delta A'B'C'}$

Giải:

a) Vì $d \parallel BC \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{B'H'}{BH} = \frac{H'C'}{HC} = \frac{B'H'+H'C'}{BH+HC} = \frac{B'C'}{BC}$ (đpcm)

b) Từ $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow \left(\frac{AH'}{AH}\right)^2 = \frac{AH' \cdot B'C'}{AH \cdot BC} = \frac{2S_{\Delta A'B'C'}}{2S_{\Delta ABC}} = \frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}}$

Mà $AH' = \frac{1}{3}AH \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{AH'}{AH}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

Vậy $\frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{9}$ và $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = 67,5\text{cm}^2$

Nên ta có: $\frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{S_{\Delta A'B'C'}}{67,5} = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow S_{\Delta A'B'C'} = \frac{67,5}{9} = 7,5(\text{cm}^2)$

+ Bài 2 (bài 50 — 75 — SBT)

GT	$\Delta ABC (A = 90^\circ)$; AH $\perp$ BC
KL	BM = CM; BH = 4cm; CH = 9cm
	Tính $S_{\Delta AMH}$

Giải:

Xét 2 Δ vuông HBA và Δ vuông HAC có:

$$\angle BAH + \angle HAC = 1v \quad (1)$$

$$\angle HCA + \angle HAC = 1v \quad (2)$$

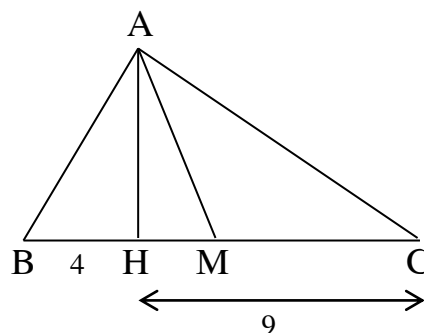
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle BAH = \angle HCA$

Vậy $\Delta HBA \sim \Delta HAC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HB}{HA} = \frac{HA}{HC} \Rightarrow HA^2 = HB \cdot HC = 4 \cdot 9 = 36$$

$$\Rightarrow HA = 6\text{cm}$$

Lại có $BC = BH + HC = 4\text{cm} + 9\text{cm} = 13\text{cm}$



$$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6 \cdot 13}{2} = 19,5(\text{cm}^2)$$

$$S_{\Delta AHM} = S_{\Delta BAH} = 19,5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 7,5(\text{cm}^2)$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta AMH} = 7,5(\text{cm}^2)$$

+ **Bài 3:** Cho ΔABC và hình bình hành $AEDF$ có $E \in AB$; $D \in BC$, $F \in AC$.
 Tính diện tích hình bình hành biết rằng : $S_{EBD} = 3\text{cm}^2$; $S_{FDC} = 12\text{cm}^2$;

	ΔABC hình bình hành $AEDF$
GT	$S_{EBD} = 3\text{cm}^2$; $S_{FDC} = 12\text{cm}^2$
KL	Tính S_{AEDF}

Giải:

Xét ΔEBD và ΔFDC có $B = D_1$ (đồng vị do $DF \parallel AB$) (1)

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = D_2 \text{ (so le trong do } AB \parallel DF) \\ D_2 = E_1 \text{ (so le trong do } DE \parallel AC) \end{array} \right\} \Rightarrow E_1 = F_1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta EBD \sim \Delta FDC$ (g.g)

$$\text{Mà } S_{EBD} : S_{FDC} = 3 : 12 = 1 : 4 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{Do đó : } \frac{EB}{FD} = \frac{ED}{FC} = \frac{1}{2} \Rightarrow FD = 2EB \text{ và } ED = \frac{1}{2} FC$$

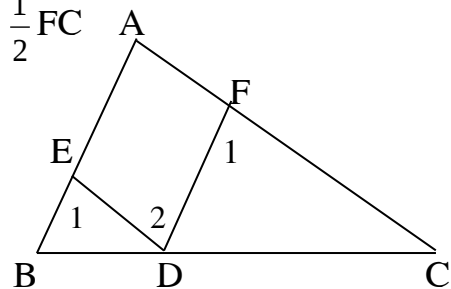
$$\Rightarrow AE = DF = 2BE \text{ (vì } AE = DF)$$

$$AF = ED = \frac{1}{2} EC \text{ (vì } AF = ED)$$

$$\text{Vậy } S_{ADE} = 2S_{BED} = 2 \cdot 3 = 6(\text{cm}^2)$$

$$S_{ADF} = \frac{1}{2} S_{FDC} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6(\text{cm}^2)$$

$$\Rightarrow S_{AEDF} = S_{ADE} + S_{ADF} = 6 + 6 = 12(\text{cm}^2)$$



Bài tập đề nghị:

+ **Bài 1:** Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài $= 2\text{cm}$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AD, DC . Gọi I, H theo thứ tự là giao điểm của AF với BE, BD .

Tính diện tích tứ giác $EIHD$

+ **Bài 2:** Cho tứ giác $ABCD$ có diện tích 36cm^2 , trong đó diện tích ΔABC là 11cm^2 . Qua B kẻ đường thẳng $\parallel$ với AC cắt AD ở M , cắt CD ở N . Tính diện tích ΔMND .

+ **Bài 3:** Cho ΔABC có các B và C nhọn, $BC = a$, đường cao $AH = h$. Xét hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp tam giác có $M \in AB$; $N \in AC$; $PQ \in BC$.

a) Tính diện tích hình chữ nhật nếu nó là hình vuông.

b) Tính chu vi hình chữ nhật $a = h$

c) Hình chữ nhật $MNPQ$ có vị trí nào thì diện tích của nó có giá trị lớn nhất.

DANG II:

CHỨNG MINH HỆ THỨC, ĐẲNG THỨC NHỜ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

I. Các ví dụ và định hướng giải:

1. Ví dụ 1: Bài 29(SGK — T79) — (H8 — Tập 2)

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD

a) Chứng minh rằng: $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

b) Đường thẳng qua O vuông góc với AB và CD theo thứ tự tại H và K.

$$\text{CMR: } \frac{OA}{OK} = \frac{AB}{CD}$$

* Tìm hiểu bài toán : Cho gì?

Chứng minh gì?

* Xác định dạng toán:

? Để chứng minh hệ thức trên ta cần chứng minh điều gì?

$$\text{TL: } \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

? Để có đoạn thẳng trên ta vận dụng kiến thức nào.

TL: Chứng minh tam giác đồng dạng

a) $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

Sơ đồ :

$$+ A_1 = C_1 \text{ (SLT } AB \parallel CD)$$

$$+ \angle AOB = \angle COD \text{ (Đối đỉnh)}$$

$\Downarrow$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \text{ (g.g)}$$

$\Downarrow$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

$\Downarrow$

$$OA \cdot OD = OB \cdot OC$$

$$\text{b) } \frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$$

Tỷ số $\frac{OH}{OK}$ bằng tỷ số nào?

$$\text{TL: } \frac{OH}{OK} = \frac{OA}{OC}$$

? Vậy để chứng minh $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$ ta cần chứng minh điều gì.

$$\text{TL: } \frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC}$$

Sơ đồ :

$$+ \angle H = \angle K = 90^\circ$$

$$+ A_1 = C_1 \text{ (SLT; } AB \parallel CD)$$

$\Downarrow$

$$\triangle OAH \sim \triangle OKC \text{ (gg)}$$

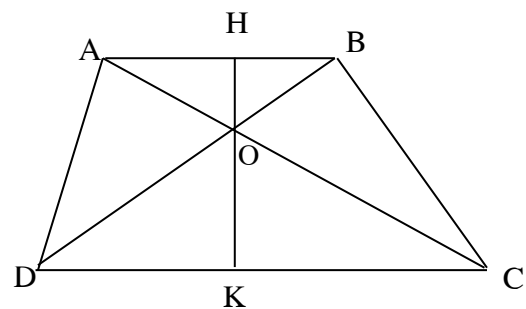
$\Downarrow$

Câu a

$\Downarrow$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD$$

$\Downarrow$



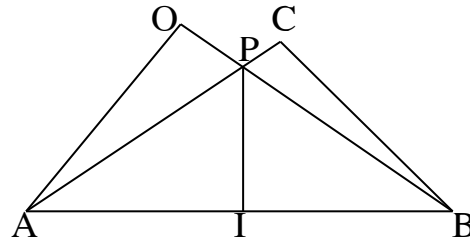
$$\frac{OH}{OK} = \frac{OA}{OC} \quad \frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC}$$

$$\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$$

2. Ví dụ 2:

Cho hai tam giác vuông ABC và ABD có đỉnh góc vuông C và D nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB. Gọi P là giao điểm của các cạnh AC và BD. Đường thẳng qua P vuông góc với AB tại I.

$$\text{CMR : } AB^2 = AC \cdot AP + BP \cdot PD$$



Định hướng:

- Cho HS nhận xét đoạn thẳng AB ($AB = AI + IB$)

$$\Rightarrow AB^2 = ? \quad (AB \cdot (AI + IB) = AB \cdot AI + AB \cdot IB)$$

- Việc chứng minh bài toán trên đ- a về việc chứng minh các hệ thức

$$AB \cdot AI = AC \cdot AP$$

$$AB \cdot IB = BP \cdot PD$$

- HS xác định kiến thức vận dụng để chứng minh hệ thức (ΔP)

$$\text{Sơ đồ : } + D = \hat{I} = 90^\circ$$

+ PBI chung



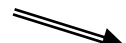
$$\Delta ADB \sim \Delta PIB$$



$$\frac{AB}{PB} = \frac{DB}{IB}$$



$$AB \cdot AI = PB \cdot DB$$



$$AB \cdot IB + AB \cdot AI = BP \cdot PD + AC \cdot AP$$



$$AB (IB + IA) = BP \cdot PD + AC \cdot AP$$



$$AB^2 = BP \cdot PD + AC \cdot AP$$

$$+ C = \hat{I} = 90^\circ$$

+ PAI chung



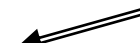
$$\Delta ACB \sim \Delta AIP \text{ (gg)}$$



$$\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AI}$$



$$AB \cdot AI = AC \cdot AP$$



3. Ví dụ 3: Trên cơ sở ví dụ 2 đ- a ra bài toán sau:

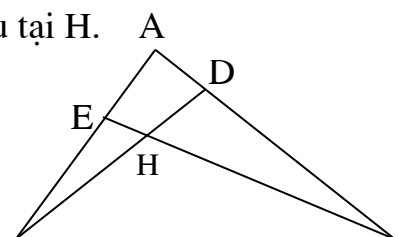
Cho Δ nhọn ABC, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

$$\text{CMR: } BC^2 = BH \cdot BD + CH \cdot CE$$

Định hướng: Trên cơ sở bài tập 2

Học sinh đ- a ra hướng giải quyết bài tập này.

$\Rightarrow$ Vẽ hình phụ (kẻ $KH \perp BC$; $K \in BC$).



Sử dụng ΔP chứng minh t-ơng tự ví dụ 2

B

C

4. Ví dụ 4: Cho ΔABC , I là giao điểm của 3 đ-ờng phân giác, đ-ờng thẳng vuông góc với CI tại I cắt AC và BC lần l-ợt ở M và N. Chứng minh rằng.

a) $AM \cdot BI = AI \cdot IM$

b) $BN \cdot IA = BI \cdot IN$

c) $\frac{AM}{BN} = \left(\frac{AI}{BI}\right)^2$

* Định h-ớng:

a) ? Để chứng minh hệ thức $AM \cdot BI = AI \cdot IM$.

IM ta cần chứng minh điều gì. $\left(\frac{AM}{AI} = \frac{IM}{BI}\right)$

b) Để chứng minh đẳng thức trên ta cần chứng minh điều gì.

$(\Delta AMI \sim \Delta AIB)$

Sơ đồ:

$A_1 = A_2$ (gt)

$\hat{I}_1 = B_1$

$\Delta AMI \sim \Delta AIB$ (gg)

$\Downarrow$

$\frac{AM}{AI} = \frac{IM}{BI}$

$\Downarrow$

$AM \cdot BI = AI \cdot IM$

* CM: $\hat{I}_1 = B_1$

$\Delta v MIC: \angle IMC = 90^\circ - \frac{C}{2}$

$\Delta ABC: A + B + C = 180^\circ$ (t/c tổng...)

$\Rightarrow \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ$

Do đó: $\angle IMC = \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$ (1)

Mặt khác: $\angle IMC = \angle A_1 + \angle I_1$ (t/c góc ngoài Δ)

hay $\angle IMC = \frac{A}{2} + \angle I_1$ (2)

Từ 91) và (2) $\Rightarrow \frac{B}{2} = \angle I_1$ hay $B_1 = I_1$

$\Delta AMI \sim \Delta AIB$ ($A_1 = A_2$; $\angle I_1 = B_1$)

$\Rightarrow \frac{AM}{AI} = \frac{IM}{BI} \Rightarrow AM \cdot BI = AI \cdot IM$

b) T-ơng tự ý a.

Chứng minh $\Delta BNI \sim \Delta BIA$ (gg)

$\Rightarrow \frac{BN}{BI} = \frac{NI}{IA} \Rightarrow BN \cdot IA = BI \cdot IN$

c)

(Câu a)

$\Downarrow$

(Câu b)

$\Downarrow$

- HS nhận xét $\left(\frac{AI}{IA}\right)^2 = \frac{AI^2}{BI^2}$

Tính AI^2 ; $BI^2 \Rightarrow \frac{AI^2}{BI^2}$

(Tính AI^2 ; BI^2 nhờ ΔP)

$$\triangle AMI \sim \triangle AIB$$

$\Downarrow$

$$\frac{AM}{AI} = \frac{IM}{BI}$$

$\Downarrow$

$$AI^2 = AM \cdot AB$$

$$\triangle BNI \sim \triangle BIA$$

$\Downarrow$

$$\frac{BI}{AB} = \frac{BN}{BI}$$

$\Downarrow$

$$BI^2 = BN \cdot AB$$

$$\frac{AI^2}{BI^2} = \frac{AM}{BN}$$

$\Downarrow$

$$\left(\frac{AI}{BI}\right)^2 = \frac{AM}{BN}$$

II. Bài tập đề nghị:

+ Bài 1: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), gọi O là giao điểm của 2 đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với 2 đáy cắt BC ở I cắt AD ở J.

CMR: a) $\frac{1}{OI} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$

b) $\frac{2}{IJ} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$

+ Bài 2: Cho $\triangle ABC$, phân giác AD ($AB < AC$). trên tia đối của tia DA lấy điểm I sao cho $ACI = BDA$.

CMR: a) $AD \cdot DI = BD \cdot DC$

b) $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$

DANG 3: CHỨNG MINH QUAN HỆ SONG SONG

I. Mục tiêu chung :

- Học sinh vận dụng định nghĩa tam giác đồng dạng, các trường hợp đồng dạng của tam giác, định lý Ta — lét đảo, để giải quyết các bài toán về chứng minh quan hệ song song.

- Thông bao các bài tập khắc sâu các kiến thức về tam giác đồng dạng, định lý Ta — lét đảo.

- Rèn kỹ năng tư duy, suy luận lô gic, sáng tạo khi giải bài tập.

II. Kiến thức áp dụng.

- Định nghĩa tam giác đồng dạng.

- Các trường hợp đồng dạng của tam giác.

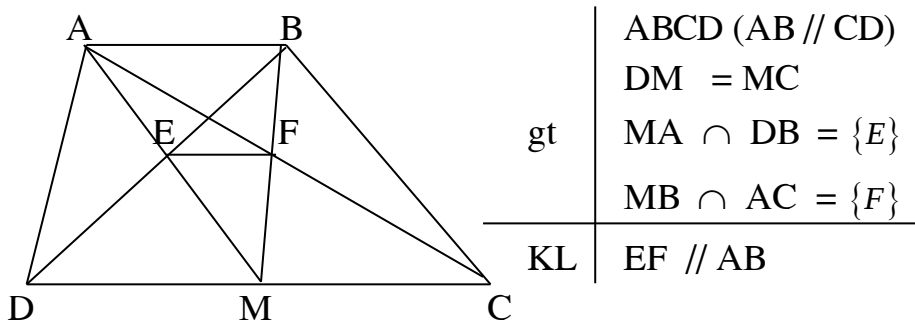
- Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

* Ví dụ minh họa:

+ Ví dụ 1:

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi M là trung điểm của CD, E là giao điểm của MA và BD; F là giao điểm của MB và AC.

Chứng minh rằng $EF \parallel AB$



Định hướng giải:

- Sử dụng trường hợp đồng dạng của tam giác
- Định nghĩa hai tam giác đồng dạng
- Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song (định lý Ta lét đảo)

Sơ đồ phân tích:

$$AB \parallel CD \text{ (gt)}$$



$$AB \parallel DM$$



$$\triangle MED \sim \triangle AEB$$



$$\frac{ME}{EA} = \frac{MD}{AB}; \quad MD = MC$$



$$\frac{ME}{EA} = \frac{MF}{FB}$$



$$EF \parallel AB \text{ (Định lý Ta lét đảo)}$$

$$AB \parallel CD \text{ (gt)}$$



$$AB \parallel MC$$



$$\triangle MFC \sim \triangle BFA$$



$$\frac{MF}{FB} = \frac{MC}{AB}$$

+ Ví dụ 2:

Cho $\triangle ABC$ có các góc nhọn, kẻ BE, CF là hai đường cao. Kẻ EM, FN là hai đường cao của $\triangle AEF$.

Chứng minh $MN \parallel BC$

Sơ đồ phân tích

$$\triangle AMF \sim \triangle AFC \text{ (g.g);}$$



$$\frac{AM}{AF} = \frac{AE}{AC}$$

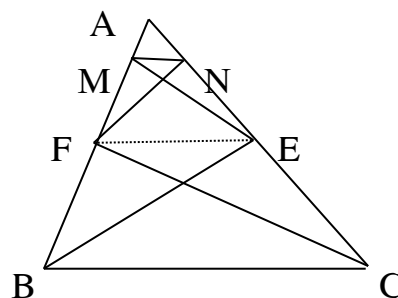


$$\frac{AM}{AF} \cdot \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AE}{AC}$$

$$\triangle AFN \sim \triangle ABE$$



$$\frac{AF}{AB} = \frac{AN}{AE}$$



$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \\ &\Downarrow \end{aligned}$$

$MN \parallel BC$ (định lý Ta — lét đảo)

+ Ví dụ 3: Cho $\triangle ABC$, các điểm D, E, F theo thứ tự chia trong các cạnh AB, BC, CA theo tỷ số 1 : 2, các điểm I, K theo thứ tự chia trong các đoạn thẳng ED, FE theo tỷ số 1 : 2. Chứng minh rằng $IK \parallel BC$.

Gọi M là trung điểm của AF

Gọi N là giao điểm của DM và EF

Xét $\triangle ADM$ và $\triangle ABC$ có :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3} \quad \text{Góc A chung}$$

$\Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle ABC$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle ADM = \angle ABC$ mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên $DM \parallel BC$

$\Rightarrow MN \parallel EC$ mà $MF = FC$ nên $EF = FN$

$$\text{Ta có : } \frac{EK}{EN} = \frac{EK}{EF} \cdot \frac{EF}{EN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\text{mà } \frac{EI}{ED} = \frac{1}{3} \quad (\text{gt}) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \frac{EK}{EN} = \frac{EI}{ED} \quad \text{Suy ra } IK \parallel DN \text{ (định lý Ta — lét đảo)}$$

Vậy $IK \parallel BC$.

* Bài tập đề nghị:

Cho tứ giác ABCD, đường thẳng đi qua A song song với BC cắt BD. Đường thẳng đi qua B và song song với AD cắt AC ở G. Chứng minh rằng $EG \parallel DC$

DẠNG 4:

CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

I. Các ví dụ và định hướng giải:

+ Ví dụ:

Cho $\triangle ABC$; $AB = 4,8\text{cm}$; $AC = 6,4\text{cm}$; $BC = 3,6\text{cm}$

Trên AB lấy điểm D sao cho $AD = 3,2\text{cm}$, trên AC lấy điểm E sao cho $AE = 2,4\text{cm}$, kéo dài ED cắt CB ở F.

a) CMR : $\triangle ABC \sim \triangle AED$

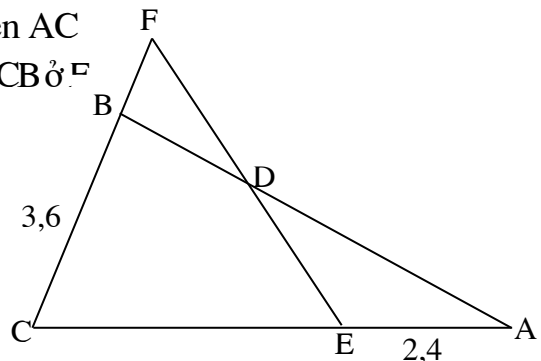
b) $\triangle FBD \sim \triangle FEC$

c) Tính ED ; FB?

Bài toán cho gì?

Dạng toán gì?

Để chứng minh 2 $\triangle$ đồng dạng có những phương pháp nào?



Bài này sử dụng trường hợp đồng dạng thứ mấy?

Sơ đồ chứng minh:

a) GT
 $\Downarrow$

A chung

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = 2$$

$\Downarrow$

$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (c.g.c)

$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (câu a)

b)

$\Downarrow$

$$C = D_1 ; D_1 = D_2$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} C = D_2 \\ F \text{ chung} \end{cases}$$

$\Downarrow$

$\triangle FBD \sim \triangle FEC$ (g.g)

c) Từ câu a, b hướng dẫn học sinh thay vào tỷ số đồng dạng để tính ED và FB.

+ Ví dụ 2: Cho $\triangle ABC$ cân tại A; $BC = 2a$; M là trung điểm của BC. Lấy các điểm

D và E trên AB; AC sao cho $DME = B$.

a) CMR : $\triangle BDM \sim \triangle CME$

b) $\triangle MDE \sim \triangle DBM$

c) BD . CE không đổi

? Để chứng minh $\triangle BDM \sim \triangle CME$ ta cần chứng minh điều gì.

? Từ gt $\rightarrow$ nghĩ đến 2 $\triangle$ có thể $\sim$ theo trường hợp nào (g.g)

? Gt đã cho yếu tố nào về góc. ($B = C$)

? Cần chứng minh thêm yếu tố nào ($D_1 = M_2$)

a) Hướng dẫn sơ đồ

gt
 $\Downarrow$

góc ngoài $\triangle DBM$

$\Downarrow$

$$B = M_1 ; DMC = M_1 + M_2 ; DMC = D_1 + B_1$$

$\triangle ABC$ cân

$\Downarrow$

$$B = C ;$$

$\Downarrow$

$$D_1 = M_2$$

$\Downarrow$

$\triangle BDM \sim \triangle CME$ (gg)

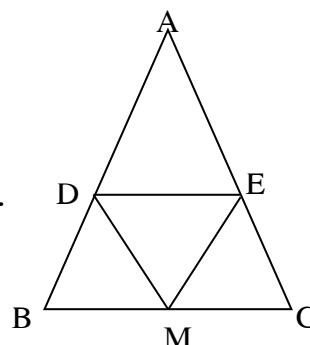
Câu a

$\Downarrow$

$$\frac{DM}{ME} = \frac{BD}{BM} ; CM = BM$$

$\Downarrow$

b)



$$\frac{DM}{ME} = \frac{BD}{BM}$$

$$\Downarrow$$

$$B_1 = M_1 \text{ (gt)} ; \quad \frac{DM}{BD} = \frac{ME}{BM}$$

$$\Downarrow$$

$\triangle DME \sim \triangle DBM \text{ (c.g.c)}$

c) Từ câu a : $\triangle BDM \sim \triangle CME \text{ (gg)}$

$$\Rightarrow \frac{BD}{CM} = \frac{BM}{CE} \Rightarrow BD \cdot CE = CM \cdot BM$$

$$\text{Mà } CM = BM = \frac{BC}{2} = a$$

$$\Rightarrow BD \cdot CE = \frac{a^2}{4} \text{ (không đổi)}$$

L- u ý: Gắn tích $BD \cdot CE$ bằng độ dài không đổi

Bài đã cho $BC = 2a$ không đổi

Nên phải hướng cho học sinh tính tích $BD \cdot CE$ theo a

+ Ví dụ 3: Cho $\triangle ABC$ có các trung điểm của BC, CA, AB theo thứ tự là D, E, F .

Trên cạnh BC lấy điểm M và N sao

cho $BM = MN = NC$. Gọi P là

giao điểm của AM và BE ;

Q là giao điểm của CF và AN .

CMR: a) F, P, D thẳng hàng; D, Q, E thẳng hàng.

b) $\triangle ABC \sim \triangle DQP$

* Hướng dẫn

a) Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh 3 điểm thẳng hàng có nhiều phương pháp. Bài này chọn phương pháp nào?

- L- u ý cho học sinh bài cho các trung điểm $\rightarrow$ nghĩ tới đường trung bình $\triangle$.

$\rightarrow$ Từ đó nghĩ đến chọn phương pháp: CM cho 2 đường thẳng PD và FP cùng $\parallel AC$

PD là đường trung bình $\triangle BEC \rightarrow PD \parallel AC$

FP là đường trung bình $\triangle ABE \rightarrow FP \parallel AC \Rightarrow F, P, D$ thẳng hàng

Tương tự cho 3 điểm D, Q, E

$$\text{b) } PD = \frac{1}{2} \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{AC}{4}$$

$$\frac{AC}{PD} = 4 \quad \left(= \frac{4AC}{4} \right)$$

$$\frac{AB}{QD} = 4 \quad \left(= \frac{4QD}{QD} \right)$$

$\Downarrow$

$$\frac{AC}{DP} = \frac{AB}{QD}$$

$\Downarrow$

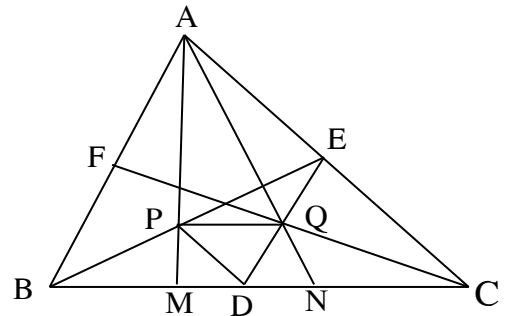
$\triangle ABC \sim \triangle DQP \text{ (c.g.c)}$

$BAC = DEC$ (Đơn vị $EF \parallel AB$)

$DEC = EDP$ (so le trong $PD \parallel AC$)

$\Downarrow$

$$BAC = EDP$$



Dạng chứng minh tam giác đồng dạng.

II. Bài tập đề nghị

+ Bài 1: Cho $\triangle ABC$, AD là phân giác A ; $AB < AC$. Trên tia đối của DA lấy điểm I sao cho $ACI = BDA$. Chứng minh rằng.

a) $\triangle ADB \sim \triangle ACI$; $\triangle ADB \sim \triangle CDI$

b) $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$

+ Bài 2: Cho $\triangle ABC$; H, G, O lần lượt là trực tâm, trọng tâm, giao điểm 3 đường trung trực của $\triangle$. Gọi E, D theo thứ tự là trung điểm của AB và AC .

Chứng minh :

a) $\triangle OED \sim \triangle HCB$

b) $\triangle GOD \sim \triangle GBH$

c) Ba điểm O, G, H thẳng hàng và $GH = 2OG$

+ Bài 3: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 18\text{cm}$, $AC = 24\text{cm}$, $BC = 30\text{cm}$. Gọi M là trung điểm BC . Qua M kẻ đường vuông góc với BC cắt AC, AB lần lượt ở D, E .

a) CMR : $\triangle ABC \sim \triangle MDC$

b) Tính các cạnh $\triangle MDC$

c) Tính độ dài BE, EC

+ Bài 4: Cho $\triangle ABC$; O là trung điểm cạnh BC .

Góc $xoy = 60^\circ$; cạnh ox cắt AB ở M ; oy cắt AC ở N .

a) Chứng minh: $\triangle OBM \sim \triangle NCO$

b) Chứng minh : $\triangle OBM \sim \triangle NOM$

c) Chứng minh : MO và NO là phân giác của $\angle BMN$ và $\angle CNM$

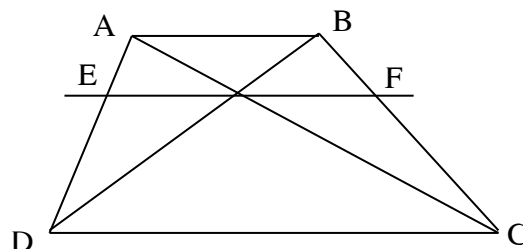
d) Chứng minh : $BM \cdot CN = OB^2$

DẠNG 5: CHỨNG MINH ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, GÓC BẰNG NHAU

Ví dụ 1: Bài 20 T 68 — SGK

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Đường thẳng a qua O và song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại E và F .

Chứng minh rằng : $OE = OF$



Định hướng

H: Bài cho đường thẳng $EF \parallel AB$ (và CD)

TL: Các tam giác đồng dạng và các đoạn thẳng tỷ lệ

H: EO và đoạn nào trên hình vẽ sẽ

Sơ đồ giải

$$\begin{aligned} OE &= OF \\ \uparrow \\ \frac{OE}{DC} &= \frac{OF}{DC} \end{aligned}$$

th- ờng lập đ- ọc tỷ số?

TL: $\frac{EO}{DC}$.

H: Vậy OF trên đoạn nào? (gợi ý)

TL: $\frac{OF}{DC}$

$$\begin{array}{ccccc} & & \Uparrow & & \\ \frac{OE}{DC} = \frac{AO}{AC} & ; & \frac{OF}{DC} = \frac{BO}{BD} & ; & \frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD} \\ \Uparrow & & \Uparrow & & \Uparrow \\ \triangle AEC & & \triangle BOF & & \triangle AOB \\ P & & P & & P \\ \triangle ADC & & \triangle BDC & & \triangle COD \\ & \Uparrow & & \Uparrow & \\ & EF \parallel DC & & AB \parallel CD & \\ & \Uparrow & & & \\ & gt & & & \end{array}$$

H: Vậy để chứng minh đoạn thẳng bằng nhau ($OE = OF$) ta sẽ đ- a về chứng minh điều gì?

TL : $\frac{EO}{DC} = \frac{OF}{DC}$ (1)

H: OE; DC là cạnh của những tam giác nào? ($\triangle AEO$; $\triangle ADC$, các tam giác này đã đồng dạng ch- a? Vì sao?

H: Đặt câu hỏi t- ơng tự cho OF , DC.

H: lập tỷ số bằng $\frac{EO}{DC} = \frac{OF}{DC}$

TL: $\frac{EO}{DC} = \frac{AO}{AC}$; $\frac{OF}{DC} = \frac{BO}{BD}$

H: Vậy để chứng minh (1) ta cần chứng minh điều gì?

TL: $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$

H: Đây là tỷ số có đ- ọc từ cặp tam giác đồng dạng nào?

TL: $\triangle AOB$; $\triangle COD$

H: Hãy chứng minh điều đó.

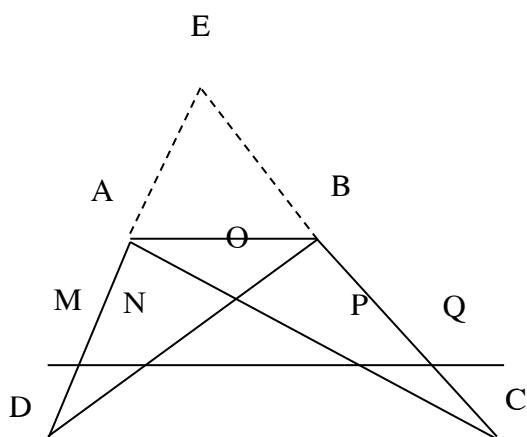
Ví dụ 2: Bài 10 — T67 — SGK:

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) đ- ờng thẳng song song với đáy Ab cắt các cạnh bên và các đ- ờng chéo AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q.

CMR: $MN = PQ$

Định h- ớng giải: Đây là bài tập mở rộng hơn so với ví dụ 1.

Từ hệ quả của định lý Talet cho ta các tam giác đồng dạng và ta chứng minh đ- ọc:



$$\frac{MN}{AB} = \frac{DM}{DA}$$

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{CQ}{CB}$$

$$\frac{DM}{DA} = \frac{CQ}{CB} \text{ (kéo dài AD cắt BC tại E)}$$

rồi chứng minh

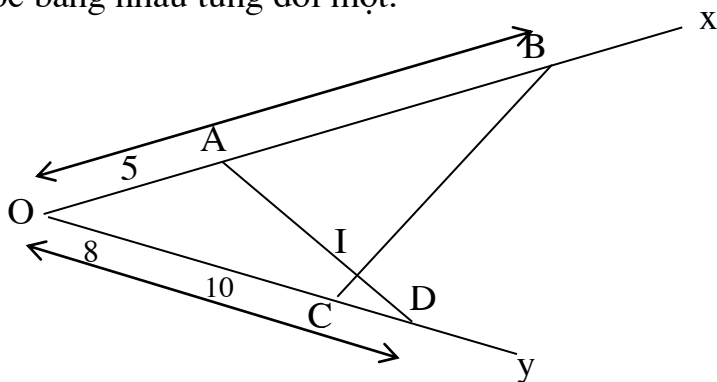
$$\Rightarrow \frac{MN}{DA} = \frac{CQ}{CB} \Rightarrow MN = PQ$$

Ví dụ 3: Bài 32 — T77 — SGK

Trên một cạnh của góc xoy ($xoy \neq 180^\circ$), đặt các đoạn thẳng $OA = 5\text{cm}$, $OB = 16\text{cm}$. Trên cạnh thứ nhất của góc đó, đặt các đoạn thẳng $OC = 8\text{cm}$, $OD = 10\text{cm}$.

a) Chứng minh hai tam giác OCB và OAD đồng dạng.

b) Gọi giao điểm các cạnh AB và CD là I , CMR: Hai tam giác IAB và IBC có các góc bằng nhau từng đôi một.



$$\Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \triangle OBC \sim \triangle ODA$$

Góc O chung

c) $\triangle IAB$ và $\triangle ICD$ ta dễ nhìn thấy không bằng nhau. Do đó để chứng minh chúng có các góc bằng nhau từng đôi một ta đi chứng minh đồng dạng.

Vì $\triangle OBC \sim \triangle ODA$ nên $\angle OBC = \angle ODA$ (1)

Mặt khác ta có $\angle AIB = \angle CID$ (đối đỉnh)

$$\Rightarrow \triangle BAI \sim \triangle DCI \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \angle BAI = \angle DCI$$

Ví dụ 4: Bài 36 — T72 — SGK

Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 4\text{cm}$, $CD = 16\text{cm}$ và $BD = 8\text{cm}$

Chứng minh : Ta chỉ xét chứng minh $\angle BAD = \angle DBC$

Xét $\triangle BAD$ và $\triangle DBC$ có $AB \parallel CD$ do đó :

$$\angle ABD = \angle BDC \text{ (so le trong)}$$

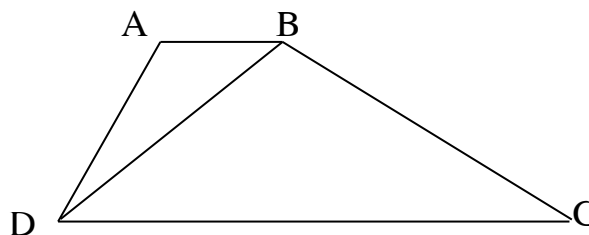
$$\frac{AB}{BD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \text{ (cùng bằng } \frac{1}{2} \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle DBC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \angle BAD = \angle DBC$$



Ví dụ 4: Bài 60 — T77 — SBT

Tam giác ABC có hai trung tuyến AK và CL cắt nhau tại O . Từ một điểm P bất kỳ trên cạnh AC , vẽ các đường thẳng PE song song với AK , PF song song với CL (E thuộc BC , F thuộc AB) các trung tuyến AK , CL cắt đoạn thẳng EF theo thứ tự tại M , N

Chứng minh rằng các đoạn thẳng FM , MN , NE bằng nhau.

Định hướng giải:

Từ giả thiết cho song song ta suy ra các tỷ lệ thức và tam giác đồng dạng

Ta có :

$$\frac{FM}{FE} = \frac{FQ}{FP} \quad (1)$$

$$\frac{FQ}{LO} = \frac{FP}{CL} \quad (\text{cùng } \frac{AF}{AL})$$

$$\Rightarrow \frac{FQ}{FP} = \frac{LO}{CL} = \frac{1}{3} \quad (2) \quad (\text{ta có trung tuyến } \frac{LO}{CL} = \frac{1}{3})$$

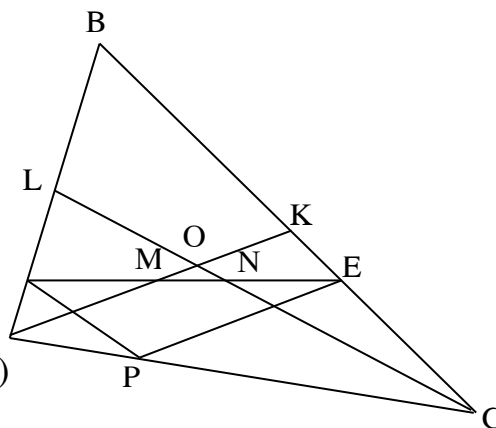
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra : } \frac{FM}{FE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FM = \frac{1}{3} FE$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } EN = \frac{1}{3} EF \text{ và do đó suy ra } MN = \frac{1}{3} EF$$

Vậy $FM = MN = NE$

Tóm lại: Tam giác đồng dạng có nhiều ứng dụng trong giải toán. Khi ứng dụng để chứng minh đoạn thẳng bằng nhau, góc bằng nhau thì các phương pháp thường dùng ở đây là :

- * Đ- a 2 đoạn thẳng cần quy bằng nhau về là tử của 2 tỷ số có cùng mẫu.
- * Chứng minh các đoạn thẳng cùng bằng một độ dài nào đó.
- * Đ- a 2 góc cần chứng minh bằng nhau về là 2 góc tương ứng của 2 tam giác đồng dạng.
- * Chứng minh 2 tỷ số bằng nhau sau đó chứng minh tử bằng nhau suy ra 2 đoạn thẳng ở mẫu bằng nhau.



Dạng 6 :

TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ

I. Mục tiêu chung:

- Học sinh biết vận dụng kiến thức về tam giác đồng dạng để xác định đ- ợc các chiều cao, các khoảng cách... mà không cần đo trực tiếp.
- Rèn kỹ năng nhận biết hình (đọc hình) kỹ năng vẽ hình, kỹ năng t- duy và óc t- ớng t- ớng.

III. Các kiến thức áp dụng:

- Các tr- ờng hợp đồng dạng của tam giác.
- Định nghĩa hai tam giác đồng dạng.

* Ví dụ minh họa:

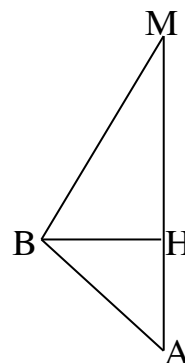
+ Ví dụ 1:

Để đo khoảng cách giữa 2 điểm A và M, trong đó M không tới đ- ợc, ng- ời ta tiến hành đo và tính khoảng cách (nh- hình vẽ)

$AB \perp BM$; $BH \perp AM$. Biết $AH = 15m$; $AB = 35m$.

Giải : Xét $\triangle AMB$ và $\triangle ABH$ có ;

$$\angle ABM = \angle AHB = 90^\circ \text{ (gt) ; } \angle A \text{ chung}$$



$$\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle ABH \text{ (gg)}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AM = \frac{AB^2}{5} = \frac{35^2}{5} = 81,7(\text{m})$$

Vậy khoảng cách giữa 2 điểm A và M gần bằng 81,7 mét

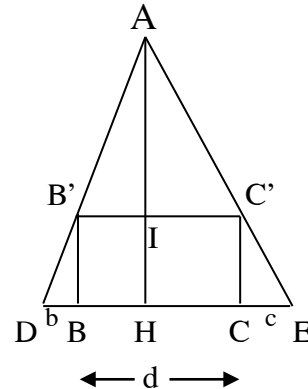
+ Ví dụ 2:

Một ngọn đèn đặt trên cao ở vị trí A, hình chiếu vuông góc của nó trên mặt đất là H.

Ng-ời ta đặt một chiếc cọc dài 1,6m, thẳng đứng ở 2 vị trí B và C thẳng hàng với H.

Khi đó bóng cọc dài 0,4m và 0,6m

Biết BC = 1,4m. Hãy tính độ cao AH.



Giải

Gọi BD, CE là bóng của cọc và B' ; C' là tương ứng của đỉnh cao. Đặt $BB' = CC' = a$; $BD = b$; $CE = c$; $BC = d$; $AH = x$. Gọi I là giao điểm của AH và B'C'.

$$\Rightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{B'C'}{DE} \Rightarrow \frac{x-a}{a} = \frac{d}{b+d+c}$$

$$\Rightarrow (x-a)(b+d+c) = x.d$$

$$\Rightarrow x = \frac{ab+ad+ac}{b+c} = a(1 + \frac{d}{b+c})$$

$$\text{Thay số ta đ-ợc } AH = 1,6 (1 + \frac{1,4}{0,4+0,6}) = 3,84(\text{m})$$

Vậy độ cao AH bằng 3,84 mét

Bài tập đề nghị:

Một giếng n-ớc có đ-ờng kính DE = 0,8m (nh- hình vẽ).

Để xác định độ sâu BD của giếng, ng-ời ta đặt một chiếc gậy ở vị trí AC, A chạm miệng giếng, AC nhìn thẳng tới vị trí E ở góc của đáy giếng.

Biết AB = 0,9m; BC = 0,2m. Tính độ sâu BD của giếng.

