

Mục tiêu:

+) Đề thi thử môn Toán THPT ĐHSP Hà Nội bám sát với đề thi minh họa của BGD&ĐT. Toàn bộ kiến thức chủ yếu là lớp 12 và lớp 11, kiến thức lớp 12 chủ yếu tập trung ở HKI (thi tất cả những phần HS đã được học đến thời điểm hiện tại) không có kiến thức lớp 10.

+) Các câu hỏi trải đều ở các chương, xuất hiện những câu khó lạ nhằm phân loại HS. Để làm tốt đề thi này, HS cần có kiến thức chắc chắn về tất cả các phần đã học.

Câu 1. Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

- A. 3. B. 8. C. 2. D. 4.

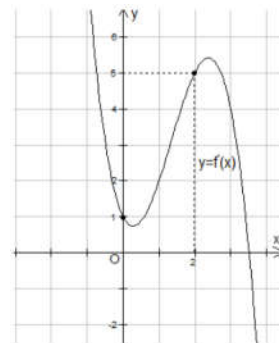
Câu 2. Một lớp học gồm có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Cần chọn ra 2 học sinh, 1 nam và 1 nữ để phân công trực nhật. Số cách chọn là

- A. 300. B. C_{35}^2 . C. 35. D. A_{35}^2 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ đạt cực đại tại $x = 0$.
 B. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 C. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ không đạt cực trị tại $x = 0$.
 D. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ không có cực trị.

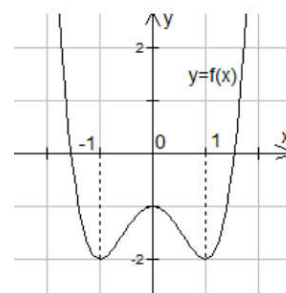


Câu 4. Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là

- A. $4\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f(x) = -\sqrt{3}$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.



Câu 6. Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x; 2x; x+3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là

- A. $\{0; 1\}$. B. $\emptyset$. C. $\{1\}$. D. $\{0\}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -x^2 - 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Bất phương trình $f(x) < m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ khi và chỉ khi

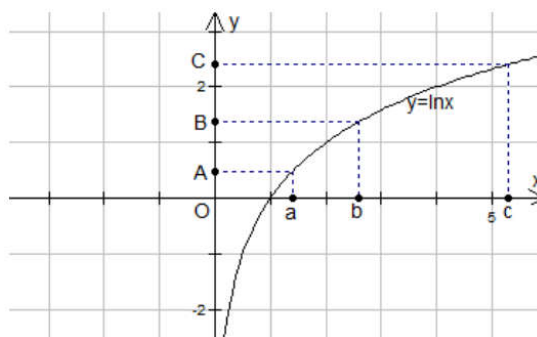
- A. $m \geq f(1)$. B. $m \geq f(0)$. C. $m > f(0)$. D. $m > f(1)$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Điểm M thuộc tia DD' thỏa mãn $DM = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. 30° . B. 45° . C. 75° . D. 60° .

Câu 9. Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + c = 2b$. B. $ac = b^2$.
C. $ac = 2b^2$. D. $ac = b$.



Câu 10. $\int \sin x dx = f(x) + C$ khi và chỉ khi

- A. $f(x) = \cos x + m$ ($m \in \mathbb{R}$).
B. $f(x) = \cos x$.
C. $f(x) = -\cos x + m$ ($m \in \mathbb{R}$).
D. $f(x) = -\cos x$.

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

- A. $5a^3$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $15a^3$.

Câu 12. Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong 3 năm đầu tiên là 6 triệu đồng/tháng. Tính từ ngày đầu tiên làm việc, cứ sau đúng 3 năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 16 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

- A. $6.1,1^4$ (triệu đồng). B. $6.1,1^6$ (triệu đồng). C. $6.1,1^5$ (triệu đồng). D. $6.1,1^{16}$ (triệu đồng).

Câu 13. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2^{x^2} = \sqrt{3}$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 14. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n) . Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng

- A. $\frac{9}{5}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 15. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật và $CAD = 40^\circ$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ là

- A. 40° . B. 20° . C. 50° . D. 80° .

Câu 16. Tập hợp các số thực m thỏa mãn hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$ có đúng 1 điểm cực trị là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 18. Các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ lần lượt là

- A. $y = 1, x = 1$. B. $y = -1, x = 1$. C. $y = -1, x = -1$. D. $y = 1, x = -1$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SD là

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 20. Ba số $a + \log_2 3; a + \log_4 3; a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân này bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 21. Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi dm^3$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Thể tích V của nước còn lại trong bình bằng

- A. 3. B. 8. C. 2. D. 4.

Câu 22. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2019}$?

- A. $\frac{x^{2020}}{2020} + 1$. B. $\frac{x^{2020}}{2020}$. C. $y = 2019x^{2018}$. D. $\frac{x^{2020}}{2020} - 1$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của AA' . Tỉ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 24. Gọi A là tập hợp tất cả các số có dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4\}$. Số phần tử của tập hợp A là

- A. C_4^3 . B. 3^4 . C. A_4^3 . D. 4^3 .

Câu 25. Cho hàm số $y = x^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $F(2) - F(0) = 16$. B. $F(2) - F(0) = 1$. C. $F(2) - F(0) = 8$. D. $F(2) - F(0) = 4$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các đường thẳng AA', BB', CC' thỏa mãn diện tích của tam giác MNP bằng a^2 . Góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và $(ABCD)$ là

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 120° .

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = \log(1-x)$ bằng

- A. $\frac{1}{(x-1)\ln 10}$. B. $\frac{1}{x-1}$. C. $\frac{1}{1-x}$. D. $\frac{1}{(1-x)\ln 10}$.

Câu 28. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^{-2x}$?

- A. $y = -\frac{e^{-2x}}{2}$. B. $y = -2e^{-2x} + C$ ($C \in \mathbb{R}$).
C. $y = 2e^{-2x} + C$ ($C \in \mathbb{R}$). D. $y = \frac{e^{-2x}}{2}$.

Câu 29. Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

- A. $m \in [1; +\infty)$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 30. Trong khai triển Newton của biểu thức $(2x-1)^{2019}$, số hạng chứa x^{18} là

- A. $-2^{18} \cdot C_{2019}^{18}$. B. $-2^{18} C_{2019}^{18} x^{18}$. C. $2^{18} C_{2019}^{18} x^{18}$. D. $2^{18} \cdot C_{2019}^{18}$.

Câu 31. Hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$.
 B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.
 D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 32. Nếu $\log_3 5 = a$ thì biểu thức $\log_{45} 75$ bằng

- A. $\frac{2+a}{1+2a}$. B. $\frac{1+a}{2+a}$. C. $\frac{1+2a}{2+a}$. D. $\frac{1+2a}{1+a}$.

Câu 33. Nếu một hình nón có diện tích xung quanh gấp đôi diện tích của hình tròn đáy thì góc ở đỉnh của hình nón bằng

- A. 15° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

Câu 34. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{MO}$ là

- A. $(a; b; c)$. B. $(-a; b; c)$. C. $(-a; -b; -c)$. D. $(-a; b; -c)$.

Câu 35. Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đông ngồi vào một dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi 1 ghế). Xác suất các biến cố ‘hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau’ là

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 36. Cho tam giác ABC vuông tại A . $AB = c, AC = b$. Quay tam giác ABC xung quanh đường thẳng chứa cạnh AB được một hình nón có thể tích bằng

- A. $\frac{1}{3} \pi b c^2$. B. $\frac{1}{3} b c^2$. C. $\frac{1}{3} b^2 c$. D. $\frac{1}{3} \pi b^2 c$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		0	
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 38. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; -4; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} = 2\vec{b}$.

B. $\vec{b} = -2\vec{a}$.

C. $\vec{a} = -2\vec{b}$.

D. $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Câu 39. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 120° .B. 30° .C. 60° .D. 150° .

Câu 40. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

A. $|a|$.

B. $2|a|$.

C. $3|a|$.

D. $\frac{3|a|}{2}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ với ABC không là tam giác cân. Góc giữa các đường thẳng SA , SB , SC và mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .B. Trục tâm của tam giác ABC .C. Trọng tâm của tam giác ABC .D. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC .

Câu 42. Cho hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle COA = 120^\circ$. Gọi S là trung điểm của OB . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int f(x)dx = e^{-2018x} + C$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x) = 2018e^{-2018x}$.

B. $f(x) = \frac{e^{-2018x}}{2018}$.

C. $f(x) = \frac{e^{-2018x}}{-2018}$.

D. $f(x) = -2018e^{-2018x}$.

Câu 44. Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng:

A. 0.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. 1.

Câu 45. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

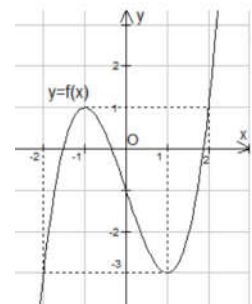
A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(2\sin x) = m$ có đúng ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ khi và chỉ khi



-
- A. $m \in \{-3; 1\}$. B. $m \in (-3; 1)$. C. $m \in [-3; 1)$. D. $m \in (-3; 1]$.

Câu 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48. Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = (1 - x^2)^{2019}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 50. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có một nguyên hàm bằng $\cos^2 x$?

- A. $y = \frac{\cos^3 x}{3}$. B. $y = \frac{-\cos^3 x}{3} + C \ (C \in \mathbb{R})$.
C. $y = -\sin 2x$. D. $y = \sin 2x + C \ (C \in \mathbb{R})$.

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (82%)	Chương 1: Hàm Số	C5 C18	C7 C16 C49	C3 C29 C37	C46
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C17 C48	C13 C32 C45	C1 C9 C12	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C10	C22 C25 C28 C31 C50	C43	
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>		C11 C15 C19	C8 C23 C26 C41 C42	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C4 C36	C33	C21	
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	C34 C38	C39 C40	C47	
Đại số					
Lớp 11 (18%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác				
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất	C30	C2 C24	C35	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân		C6 C14 C20		
	Chương 4: Giới Hạn		C44		
	Chương 5: Đạo Hàm		C27		
Hình học					

	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu					
Điểm					

ĐÁP ÁN									
1. C	2. A	3. A	4. B	5. C	6. C	7. D	8. D	9. B	10. C
11. C	12. C	13. B	14. C	15. D	16. B	17. B	18. D	19. B	20. D

21. B	22. C	23. A	24. D	25. D	26. A	27. A	28. A	29. A	30. B
31. A	32. C	33. B	34. C	35. A	36. D	37. D	38. B	39. D	40. C
41. A	42. C	43. D	44. B	45. B	46. A	47. C	48. D	49. B	50. C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn đáp án C

Phương pháp

- + Đặt điều kiện để phương trình có nghĩa.
- + Đặt ẩn phụ để giải phương trình: $\log_2 x = t$. Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.
- + Dựa vào dữ kiện $x_1 + x_2 = 6$ tìm m . Từ đó tính $|x_1 - x_2|$.

Cách giải

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $\log_2 x = t$. Khi đó ta có phương trình: $t^2 - (m+2)t + 2m = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 - mt - 2t + 2m = 0 \quad (*) \Leftrightarrow t(t-m) - 2(t-m) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-m)(t-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = m \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = m \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2^m \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1, x_2 \Leftrightarrow pt(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 2$.

Ta có: $x_1 + x_2 = 6 \Leftrightarrow 2^m + 4 = 6 \Leftrightarrow 2^m = 2 \Leftrightarrow m = 1$ (tm).

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = |2^m - 4| = |2 - 4| = 2.$$

Câu 2. Chọn đáp án A

Phương pháp

Áp dụng quy tắc nhân.

Cách giải

Có 20 cách chọn 1 bạn nam

Có 15 cách chọn 1 bạn nữ

Số cách chọn 2 học sinh 1 nam và 1 nữ là: $20 \cdot 15 = 300$ (cách chọn)

Câu 3. Chọn đáp án A

Phương pháp

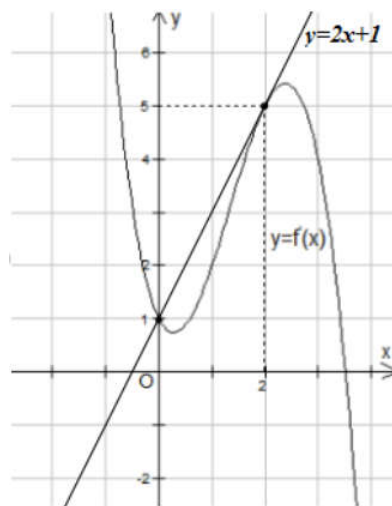
- + Quan sát đồ thị hàm số đã cho, và các đáp án trong đề bài, chọn ra câu đúng.
- + $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(x) \Rightarrow f'(x_0) = 0$.
- + Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

Cách giải

Ta có: $y = f(x) - x^2 - x \Rightarrow y' = f'(x) - 2x - 1$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 1.$$

Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 2x + 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = 2x + 1$.



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f'(x) = 2x + 1$ có 2 nghiệm $x = 0$ và $x = 2$, tuy nhiên chỉ qua nghiệm $x = 0$ thì y' đổi dấu, do đó hàm số có 1 cực trị $x = 0$.

Câu 4. Chọn đáp án B

Phương pháp

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là: $S = 4\pi R^2$

Cách giải

Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là: $S = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$

Câu 5. Chọn đáp án C

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Cách giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\sqrt{3}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\sqrt{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = -\sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt trong đó có 2 nghiệm dương và 2 nghiệm âm.

Câu 6. Chọn đáp án C

Phương pháp

Cho ba số a, b, c theo thứ tự lập thành CSN thì ta có: $b^2 = ac$.

Cách giải

Ta có: $x; 2x; x+3$ theo thứ tự lập thành CSN $\Rightarrow (2x)^2 = x(x+3)$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + 3x \Leftrightarrow 3x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

+) Với $x = 0 \Rightarrow$ ta có CSN: $0; 0; 3 \Rightarrow$ vô lý.

+) Với $x = 1 \Rightarrow$ ta có CSN: $1; 2; 4$ có công bội là 2.

Chú ý: Sau khi tìm được x phải thử lại.

Câu 7. Chọn đáp án D

Phương pháp

Tìm hàm $f(x)$ bằng công thức nguyên hàm cơ bản: $f(x) = \int f'(x) dx$

Xét hàm số để giải bất phương trình: Ta có: $f(x) < m \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow \min_{[0;1]} f(x) < m$.

Cách giải

Ta có: $f'(x) = -x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = -\frac{x^3}{3} - 2x + C$

Xét hàm số: $f(x) = -\frac{x^3}{3} - 2x + C$ trên $(0; 1)$ ta có:

$f'(x) = -x^2 - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 1) \Rightarrow \min_{[0;1]} f(x) = f(1)$.

Vậy $m > f(1)$.

Câu 8. Chọn đáp án D

Phương pháp

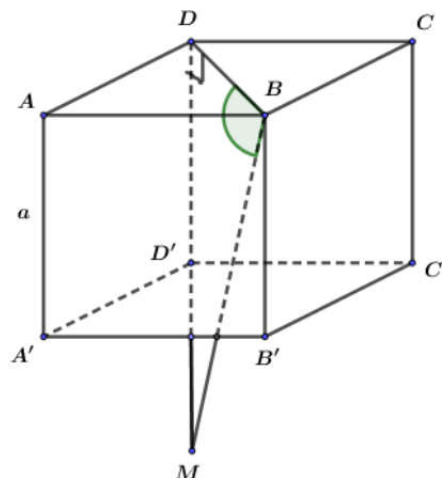
Nhận thấy, $\angle(BM, (ABCD)) = \angle MBD$,

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác để tính.

Cách giải

Ta có: $\angle(BM, (ABCD)) = \angle MBD$

$$\text{Mà } \tan MBD = \frac{DM}{DB} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow MBD = 60^\circ$$



Câu 9. Chọn đáp án B

Phương pháp

$$B \text{ là trung điểm } AC \Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases}$$

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: $A, B, C \in y = \ln x$.

$$\Rightarrow A(0; \ln a), B(0; \ln b), C(0; \ln c).$$

$$\text{Lại có } B \text{ là trung điểm của } AC \Rightarrow \ln a + \ln c + 2 \ln b \Rightarrow \ln(ac) = \ln b^2 \Rightarrow ac = b^2$$

Câu 10. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int \sin x dx = -\cos x + C \quad (C \in \mathbb{R})$

Cách giải

$$\text{Ta có: } \int \sin x dx = -\cos x + m \quad (m \in \mathbb{R})$$

Câu 11. Chọn đáp án C

Phương pháp

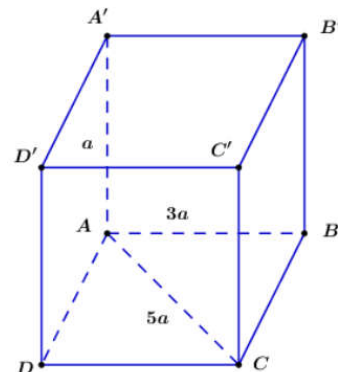
Áp dụng định lý Py-ta-go tính độ dài đoạn thẳng AD .

Thể tích hình hộp chữ nhật có các kích thước a, b, c : $V = abc$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{25^2 - 9a^2} = 4a. \text{ (định lý Pytago)}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = a.3a.4a = 12a^3.$$



Câu 12. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n$ với:

A là số tiền lương tháng đầu tiên người đó nhận được.

r là số % lương người đó được tăng.

n là kì hạn người đó được tăng lương.

Cách giải

Đến năm thứ 16 thì người đó được tăng lương số lần là: $\left[\frac{16}{3} \right] = 5$ lần.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n$ ta có số tiền người đó nhận được ở tháng đầu tiên của năm thứ 16 là:
 $6(1+10\%)^5 = 6.1,1^5$ triệu đồng.

Câu 13. Chọn đáp án B

Phương pháp

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b \quad (0 < a \neq 1, b > 0)$

Cách giải

$$\text{Ta có: } 2^{x^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = \log_2 \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\log_2 \sqrt{3}} \\ x = -\sqrt{\log_2 \sqrt{3}} \end{cases}$$

Câu 14. Chọn đáp án C

Phương pháp

Công thức tổng quát của CSC có số hạng đầu u_1 và công sai d là: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Tổng của n số hạng đầu của CSC có số hạng đầu u_1 và công sai d là: $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$.

Cách giải

Gọi CSC có số hạng đầu a_1 và công sai d .

$$\text{Theo đề bài ta có: } S_6 = S_9 \Leftrightarrow \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = \frac{9(2a_1 + 8d)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4a_1 + 10d = 6a_1 + 24d$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -14d \Leftrightarrow a_1 = -7d$$

$$\Rightarrow \frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{-5d}{-3d} = \frac{5}{3}.$$

Câu 15. Chọn đáp án D

Phương pháp

Góc giữa hai đường thẳng a, b là góc giữa hai đường thẳng a', b' với $a // a', b // b'$.

Cách giải

$$\text{Ta có } AC // A'C' \Rightarrow \angle(AC; B'D') = \angle(A'C'; B'D')$$

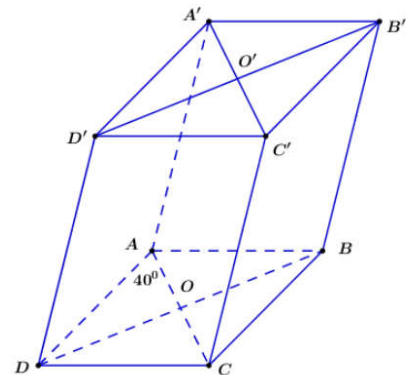
$$\text{Gọi } AC \cap BD = \{O\}; A'C' \cap B'D' = \{O'\}.$$

Ta có $\triangle OAD$ cân tại O

$$\Rightarrow \angle OAD = \angle ODA = 40^\circ \Rightarrow \angle AOD = 100^\circ = \angle A'O'D'$$

$$\Rightarrow \angle(A'C'; B'D') = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

$$\text{Vậy } \angle(AC; B'D') = 80^\circ.$$



Câu 16. Chọn đáp án B

Phương pháp

Xét hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$ có:

$$y' = 4ax^3 + 2bx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-b}{2a} \end{cases} (*)$$

$$\text{Hàm số có 1 cực trị} \Leftrightarrow (*) \text{ có } \frac{-b}{2a} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-b}{a} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} \geq 0 \Leftrightarrow a.b \geq 0$$

Cách giải

$$\text{Ta có: } y = mx^4 - x^2 + 1$$

$$\text{Hàm số có 1 điểm cực trị} \Leftrightarrow \begin{cases} ab \geq 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(-1) \geq 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

$$+) \text{ Xét } m = 0 \Rightarrow y = -x^2 + 1 \Rightarrow y' = -2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \text{hàm số có 1 điểm cực trị.}$$

Vậy $m \leq 0$ thỏa mãn bài toán.

Câu 17. Chọn đáp án B

Phương pháp

$$\text{Giải bất phương trình mũ: } a^x > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \text{ khi } a > 1 \\ x < 0 \text{ khi } 0 < a < 1 \end{cases}$$

Cách giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1 \Leftrightarrow x < 0 \left(\text{do } \frac{e}{\pi} < 1\right).$$

Câu 18. Chọn đáp án D

Phương pháp

$$+) \text{ Đường thẳng } x = a \text{ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số } y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty.$$

$$+) \text{ Đường thẳng } y = b \text{ được gọi là TCN của đồ thị hàm số } y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b.$$

Cách giải

$$\text{Ta có: } x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow x = -1 \text{ là TCĐ của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

Câu 19. Chọn đáp án B

Phương pháp

$$\text{Ta có: } d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = 2d(H, (SAD)) \text{ với } H \text{ là trung điểm của } AB.$$

$$\text{Từ đó ta quy về tính } d(H, (SAD)).$$

Cách giải

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow SH \perp AB.$$

$$\text{Ta có: } \triangle SAB \text{ đều và } (SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\triangle SAB \text{ đều cạnh } a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Có: } BC // AD \Rightarrow BC // (SAD)$$

$$\Rightarrow d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD))$$

$$\Rightarrow d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD))$$

Lại có: $\frac{BA}{HA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B; (SAD)) = 2d(H; (SAD))$

Kẻ $HK \perp SA$ ta có:

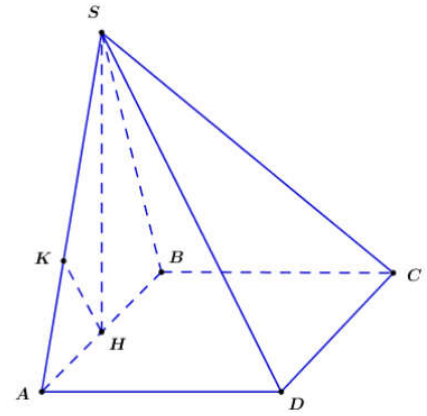
$$\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SH \end{cases} \Rightarrow SD \perp (SBA) \Rightarrow SD \perp HK$$

$$\Rightarrow HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H; (SAD)) = HK.$$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle SHA$ vuông tại H , có đường cao HK :

$$\Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HA}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Rightarrow d(BC; SD) = 2HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Câu 20. Chọn đáp án D

Phương pháp

Cho ba số a, b, c lập thành CSN thì ta có: $ac = b^2$

Cách giải

Ta có: $a + \log_2 3; a + \log_4 3; a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên:

$$(a + \log_2 3)(a + \log_8 3) = (a + \log_4 3)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + a(\log_2 3 + \log_8 3) + \log_2 3 \cdot \log_8 3 = a^2 + 2a \log_4 3 + \log_4^2 3$$

$$\Leftrightarrow a \left(\log_2 3 + \frac{1}{3} \log_2 3 \right) + \frac{1}{3} \cdot \log_2 3 \cdot \log_2 3 = 2a \frac{1}{2} \log_2 3 + \frac{1}{4} \log_2^2 3$$

$$\Leftrightarrow a \left(\frac{4}{3} \log_2 3 - \log_2 3 \right) = \frac{1}{4} \log_2^2 3 - \frac{1}{3} \log_2^2 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} a \log_2 3 = \frac{-1}{12} \log_2^2 3 \Leftrightarrow a = \frac{-1}{4} \log_2 3$$

$$\Rightarrow q = \frac{a + \log_4 3}{a + \log_2 3} = \frac{\frac{-1}{4} \log_2 3 + \log_4 3}{\frac{-1}{4} \log_2 3 + \log_2 3} = \frac{\frac{-1}{4} \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 3}{\frac{3}{4} \log_2 3} = \frac{\frac{1}{4} \log_2 3}{\frac{3}{4} \log_2 3} = \frac{1}{3}$$

Câu 21. Chọn đáp án B

Phương pháp

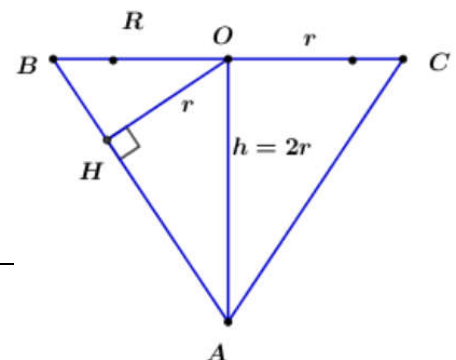
Công thức tính thể tích của khối cầu có bán kính r : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Công thức tính thể tích của khối nón có bán kính đáy R và chiều

cao h : $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

Cách giải

Gọi r là bán kính của khối cầu, R là bán kính của khối nón và h là chiều cao của khối nón.



Khi đó ta có: $h = 2r$.

Theo đề bài ta có: thể tích của nửa khối cầu là: $18\pi dm^3$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 18 \Leftrightarrow r = 3dm.$$

$$\Rightarrow h = 2r = 6dm.$$

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác OAB vuông tại O , có đường cao OH ta có:

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{h^2} \Leftrightarrow \frac{1}{R^2} = \frac{1}{r^2} - \frac{1}{4r^2} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{3}}{3} r = 2\sqrt{3}dm.$$

$$\Rightarrow V_{non} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (2\sqrt{3})^2 \cdot 6 = 24\pi dm^3.$$

Câu 22. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Cách giải

Ta có: $\int x^{2019} dx = \frac{x^{2020}}{2020} + C \Rightarrow$ đáp án C sai.

Câu 23. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức tính tỉ lệ thể tích: Cho các điểm

$$M \in SA, N \in SB, P \in SC \text{ ta có } \frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}.$$

Cách giải

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A'ABC}$.

$$\text{Lại có: } \frac{V_{MABC}}{V_{A'ABC}} = \frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{MABC} = \frac{1}{2} V_{A'ABC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'}$$

Câu 24. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng quy tắc nhân để làm bài toán.

Cách giải

Ta có: $\overline{abc}, a, b, c \in \{1; 2; 3; 4\}$

$\Rightarrow$ ta chọn 3 chữ số trong tập hợp gồm 4 chữ số, trong đó các số a, b, c có thể bằng nhau

$\Rightarrow$ có 4^3 cách chọn.

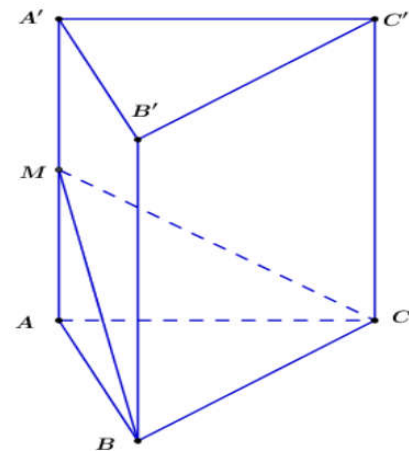
Câu 25. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức tính tích phân, có $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì ta có:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Cách giải



Ta có: $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Ta có $F(2) - F(0) = \frac{2^4}{4} - 0 = 4$.

Câu 26. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle MNB} \cos \alpha$ với $\alpha = \angle((MNP), (ABCD))$.

Cách giải

Ta có hình chiếu của tam giác MNP lên $(ABCD)$ chính là tam giác ABC

Gọi $\alpha = \angle((MNP); (ABCD))$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle MNB} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{a^2}{2} = a^2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Câu 27. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm cơ bản:

$$[\log f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x) \ln 10}.$$

Cách giải

$$\text{Ta có: } [\log(1-x)]' = \frac{-1}{(1-x) \ln 10} = \frac{1}{(x-1) \ln 10}.$$

Câu 28. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức tính nguyên hàm cơ bản: $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } \int e^{-2x} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x} + C$$

Câu 29. Chọn đáp án A

Phương pháp

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow f'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải

$$\text{Ta có: } y' = -x^2 + 2x - m$$

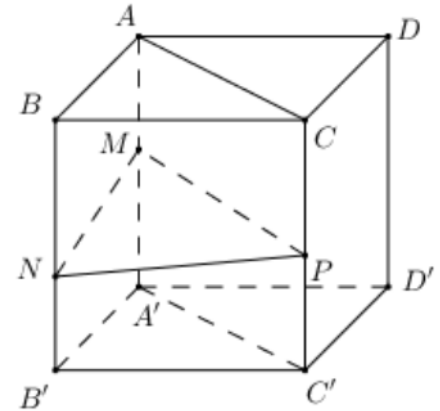
Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in (0; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m \leq 0 \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq -m \forall x \in (0; +\infty) \quad (*)$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^2 - 2x \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -m \leq \min_{(0; +\infty)} g(x)$$

Ta có: $g'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Khi đó ta có BBT:

x	0	1	$+\infty$
-----	---	---	-----------



$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

$$\Rightarrow -m \leq \min_{(0;+\infty)} g(x) \Leftrightarrow -m \leq -1 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 30. Chọn đáp án B

Phương pháp

Sử dụng công thức khai triển của nhị thức: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } (2x-1)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (2x)^k \cdot (-1)^{2019-k} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k 2^k \cdot (-1)^{2019-k} \cdot x^k.$$

Để có số hạng chứa $x^{18} \Rightarrow k=18$.

Vậy số hạng chứa x^{18} trong khai triển là: $C_{2019}^{18} \cdot 2^{18} \cdot (-1)^{2001} \cdot x^{18} = -2^{18} C_{2019}^{18} x^{18}$.

Chú ý khi giải: Đề bài hỏi số hạng chứa x^α trong khai triển nên khi chọn mình chọn đáp án cần có cả phần biến x^α , còn khi đề bài hỏi hệ số thì không cần kết luận phần biến.

Câu 31. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Tính nguyên hàm $F(x)$. Lưu ý điều kiện của x để phá trị tuyệt đối.

+) Dựa vào giả thiết $F(-2)=0$ tìm C .

Cách giải

$$F(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C = \ln(-x) + C \quad (x < 0)$$

$$F(-2) = 0 \Leftrightarrow \ln 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -\ln 2$$

$$\Rightarrow F(x) = \ln(-x) - \ln 2 = \ln\left(-\frac{x}{2}\right) \forall x \in (0; +\infty)$$

Câu 32. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng các công thức
$$\begin{cases} \log_a x + \log_a y = \log_a (xy) \\ \log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b \end{cases} \quad (\text{giả sử các biểu thức là có nghĩa}).$$

Cách giải

$$\log_{45} 75 = \log_{45} (3 \cdot 5^2) = \log_{45} 3 + 2 \log_{45} 5 = \frac{1}{\log_3 (3^2 \cdot 5)} + \frac{2}{\log_5 (3^2 \cdot 5)}$$

$$= \frac{1}{2 + \log_3 5} + \frac{2}{2 \log_5 3 + 1} = \frac{1}{2+a} + \frac{2}{\frac{2}{a} + 1}$$

$$= \frac{1}{2+a} + \frac{2a}{2+a} = \frac{1+2a}{2+a}$$

Câu 33. Chọn đáp án B**Phương pháp**

+) Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh mặt nón có bán kính đáy r và đường sinh l là $S_{xq} = \pi rl$ tính l theo r .

+) Gọi góc ở đỉnh bằng $2\alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{r}{l}$.

Cách giải

$$S_{xq} = 2S_{day} \Leftrightarrow \pi rl = 2\pi r^2 \Leftrightarrow l = 2r$$

Gọi góc ở đỉnh bằng $2\alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{r}{l} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ$.

Câu 34. Chọn đáp án C**Phương pháp**

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

Cách giải

$$\overrightarrow{MO} = (-a; -b; -c)$$

Câu 35. Chọn đáp án A**Phương pháp**

Sử dụng nguyên lý vách ngăn.

Cách giải

$$n(\Omega) = 5! = 120$$

Xếp Cường, Dũng, Đông vào 3 ghế bất kì có $3!$ cách, khi đó tạo ra 4 khoảng trống. Xếp An và Bình vào hai trong 4 khoảng trống đó có $4.3 = 12$ cách.

Gọi A là biến cố: “An và Bình không ngồi cạnh nhau $\Rightarrow n(A) = 3!.12 = 72$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{72}{120} = \frac{3}{5}.$$

Câu 36. Chọn đáp án D**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính thể tích khối nón có bán kính đáy r và đường cao h là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Cách giải

Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được khối nón có bán kính đáy $r = AC = b$ và đường cao

$h = AB = c$. Khi đó thể tích của khối nón bằng $\frac{1}{3}\pi AC^2 AB = \frac{1}{3}\pi b^2 c$.

Câu 37. Chọn đáp án D**Phương pháp**

Cho hàm số $y = f(x)$:

Nếu $\lim_{x \rightarrow \infty} y = y_0 \Rightarrow y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số.

Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} y = \infty \Rightarrow x = x_0$ là TCD của đồ thị hàm số.

Cách giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = \frac{1}{2.1-1} = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCN $y = 1$.

Xét phương trình $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$. Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt, do đó đồ thị hàm số có 2 TCD.

Câu 38. Chọn đáp án B

Phương pháp

$$\vec{u}(a_1; b_1; c_1); \vec{v}(a_2; b_2; c_2); \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = ka_2 \\ b_1 = kb_2 \\ c_1 = kc_2 \end{cases} \quad (k \neq 0)$$

Cách giải

Dễ thấy $\vec{a} = -2\vec{b}$

Câu 39. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\cos \angle(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|}$

Cách giải

$$\vec{i} = (1; 0; 0); \vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; -1)$$

$$\Rightarrow \cos \angle(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{1.2} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle(\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ.$$

Câu 40. Chọn đáp án C

Phương pháp

+) $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow$ Tìm tọa độ điểm C .

+) $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp $\Rightarrow \overline{AA'} = \overline{CC'} \Rightarrow$ Tìm tọa độ điểm C' .

+) Tính $AC' = |\overline{AC'}|$.

Cách giải

$$\text{Do } ABCD \text{ là hình bình hành } \Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow \begin{cases} x_C - 0 = a \\ y_C - 2a = 0 \\ z_C - 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow C(a; 2a; 0)$$

$$ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp } \Rightarrow \overline{AA'} = \overline{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{C'} - a = 0 \\ y_{C'} - 2a = 0 \\ z_{C'} - 0 = 2a \end{cases} \Rightarrow C'(a; 2a; 2a)$$

$$\Rightarrow \overline{AC'} = (a; 2a; 2a) \Rightarrow AC' = |\overline{AC'}| = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 3|a|.$$

Câu 41. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) . Xác định các góc giữa các cạnh bên và đáy.

+) Chứng minh các tam giác SAH, SBH, SCH bằng nhau.

Cách giải

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) ta có

$$SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp HA, SH \perp HB, SH \perp HC.$$

$$\Rightarrow \angle(SA, (ABC)) = \angle(SA, AH) = \angle SAH$$

$$\angle(SB, (ABC)) = \angle(SB, BH) = \angle SBH$$

$$\angle(SC, (ABC)) = \angle(SC, CH) = \angle SCH$$

$$\Rightarrow \angle SAH = \angle SBH = \angle SCH$$

Xét $\Delta_v SAH$, $\Delta_v SBH$, $\Delta_v SCH$ có:

SH chung;

$$\angle SAH = \angle SBH = \angle SCH;$$

$\Rightarrow \Delta_v SAH = \Delta_v SBH = \Delta_v SCH$ (cạnh góc vuông – góc nhọn)

$$\Rightarrow HA = HB = HC$$

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 42. Chọn đáp án C

Phương pháp

Cách giải

$$\Delta OAB \text{ đều} \Rightarrow AB = OA = OB = a$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OBC ta có:

$$BC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác OAC ta có

$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2 - 2OA \cdot OC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2 \cdot \frac{-1}{2}} = a\sqrt{3}$$

Xét tam giác ABC ta có: $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B . Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà $OA = OB = OC \Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow OH$ là trục của tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm của SB , trong (SBH) kẻ đường thẳng vuông góc với SB cắt OH tại I .

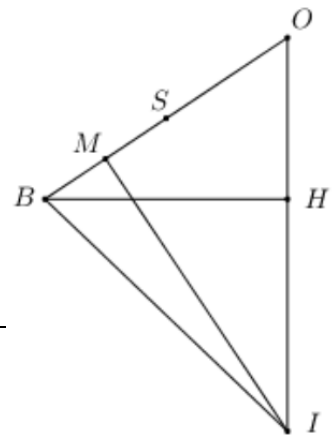
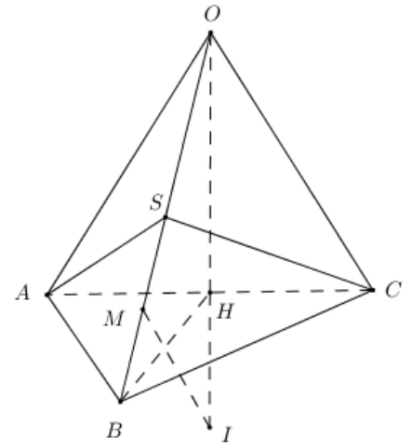
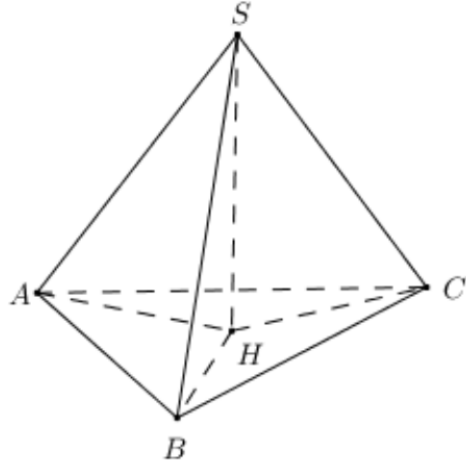
Ta có $I \in OH \Rightarrow IA = IB = IC$.

Lại có $IS = IB \Rightarrow IA = IB = IC = IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

$$\text{Ta có: } OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

$$BH = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow OB = \sqrt{OH^2 + BH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}} = a \Rightarrow BM = \frac{1}{4} OB; OM = \frac{3a}{4}$$



$$\Delta OBH \sim \Delta OIM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{BH}{IM} = \frac{OH}{OM} \Rightarrow IM = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{4}}{\frac{a}{2}} = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow IB = \sqrt{IM^2 + BM^2} = \sqrt{\frac{27a^2}{16} + \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Câu 43. Chọn đáp án D

Phương pháp

$$f(x) = \left(\int f(x) dx \right)'$$

Cách giải

$$\int f(x) dx = e^{-2018x} + C \Rightarrow f(x) = \left(\int f(x) dx \right)' = -2018e^{-2018x}$$

Câu 44. Chọn đáp án B

Phương pháp

$$\text{Vì hàm số } \frac{\sin x}{x} \text{ liên tục tại } x = \frac{\pi}{2} \text{ nên } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Cách giải

$$\text{Vì hàm số } \frac{\sin x}{x} \text{ liên tục tại } x = \frac{\pi}{2} \text{ nên } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}.$$

Câu 45. Chọn đáp án B

Phương pháp

$$\log_a f(x) < b (0 < a < 1) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^b$$

Cách giải

$$\log_{0,5}(x-1) > 1 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 0,5 \Leftrightarrow 1 < x < 1,5$$

Câu 46. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Đặt $t = 2 \sin x$, xác định điều kiện của t .

+) Khi đó phương trình trở thành $f(t) = m$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Cách giải

$$\text{Đặt } t = 2 \sin x, \text{ với } x \in [-\pi, \pi] \Rightarrow t \in [-2; 2].$$

Khi đó phương trình trở thành $f(t) = m$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Với mỗi $t \in (-2; 2)$ sẽ cho ta 2 nghiệm $x \in [-\pi; \pi]$, khi $t = \pm 2$ cho ta 1 nghiệm x .

Khi đó phương trình ban đầu có 3 nghiệm $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow$ Phương trình $f(t) = m$ có 1 nghiệm $t = 2$ và một nghiệm $t \in (-2; 2)$ hoặc phương trình $f(t) = m$ có 1 nghiệm $t = -2$ và một nghiệm $t \in (-2; 2)$.

$$\Rightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = -3 \Rightarrow m \in \{1; -3\}.$$

Câu 47. Chọn đáp án C**Phương pháp**

+) Gọi $M(a; b; c)$.

$$+) \angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases}$$

Cách giải

Gọi $M(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (a-2; b; c), \overrightarrow{BM} = (a; b-2; c), \overrightarrow{CM} = (a; b; c-2)$

$$\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)a + b(b-2) + c^2 = 0 \\ a^2 + (b-2)b + c(c-2) = 0 \\ (a-2)a + b^2 + (c-2)c = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b = 0 \quad (*) \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2b - 2c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a + 2b = 2b + 2c = 2c + 2a \Leftrightarrow a = b = c$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta có: } 3a^2 - 4a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0; 0; 0) \\ M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \quad (tm) \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Chọn đáp án D**Phương pháp**

Hàm số $y = \log_2 x (x > 0)$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Cách giải

Hàm số $y = \log_2 x (x > 0)$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$ nên phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực với mọi giá trị của m .

Câu 49. Chọn đáp án B**Phương pháp**

+) Sử dụng công thức tính đạo hàm hàm hợp tính $f'(x)$.

+) Lập bảng xét dấu $f'(x)$ và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2019(1-x^2)^{2018}(-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-	

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Chú ý: Do các nghiệm $x = \pm 1$ là các nghiệm bội chẵn nên qua đó $f'(x)$ không đổi dấu.

Câu 50. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F'(x) = f(x)$.

Cách giải

Ta có $(\cos^2 x)' = 2 \cos x (-\sin x) = -2 \sin x \cos x = -\sin 2x$

Do đó hàm số $y = -\sin 2x$ có một nguyên hàm bằng $\cos^2 x$.