

**HỘI 8 TRƯỜNG CHUYÊN
LẦN THI CHUNG THỨ NHẤT**

Mã đề 280
(Đề thi có 07 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA

Môn thi: TOÁN – Lớp 12

Năm học: 2018-2019

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là.

- A. $y = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (U_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}; u_4 = 4$. Tính giá trị của u_1 .

- A. $u_1 = \frac{1}{6}$. B. $u_1 = \frac{1}{16}$. C. $u_1 = -\frac{1}{16}$. D. $u_1 = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích của hình nón bằng 9π . Khi đó đường cao của hình nón bằng.

- A. $\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4. Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng là.

- A. Mặt phẳng. B. Một mặt cầu. C. Một mặt trụ. D. Một đường thẳng.

Câu 5. Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

- A. $(0;1)$. B. $(3;5)$. C. $(5;9)$. D. $(1;3)$.

Câu 6. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $1; -2; -4; -6; -8$. B. $1; -3; -6; -9; -12$.
C. $1; -3; -7; -11; -15$. D. $1; -3; -5; -7; -9$.

Câu 7. Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau?

- A. 100. B. 36. C. 96. D. 60.

Câu 8. Với a, b là hai số thực dương, $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

- A. $b^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{1}{3}b$. C. $3b$. D. b^3 .

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 10. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 4$ là:

- A. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. B. $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
C. $(-1;0)$ và $(0;1)$. D. $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

- A. Hàm số không có cực trị. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 12. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp gồm 7 phần tử là:

- A. C_7^3 . B. $\frac{7!}{3!}$. C. A_7^3 . D. 21.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$-$
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	$+\infty$	$ $	$-\infty$

Tập hợp S tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm là

- A. $S = (-1; 1)$. B. $S = [-1; 1]$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{-1; 1\}$.

Câu 14. Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Tìm nguyên hàm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$.

- A. $I = 2F(x) + xf(x) + C$. B. $I = 2xF(x) + x + 1$.
 C. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$. D. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.

Câu 15. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

- A. 7056. B. 120. C. 5040. D. 15120.

Câu 16. Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là **sai**?

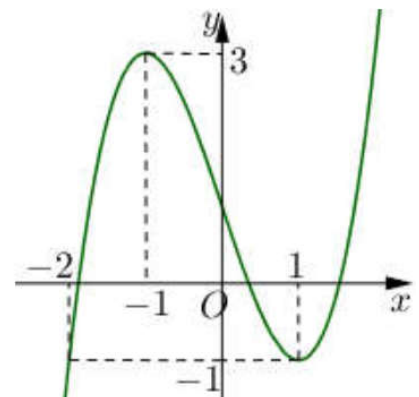
- A. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. B. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$. C. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Câu 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$.
 B. $f(x) = x^2 - 4x + 1$.
 C. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4$.
 D. $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 18. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây.

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Câu 19. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$.

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 20. Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π . Thể tích V của khối trụ bằng

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 64\pi$. C. $V = 8\pi$. D. $V = 16\pi$.

Câu 21. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < e^x$ là:

- A. $S = (0; +\infty)$. B. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $S = (-\infty; 0)$. D. $S = \mathbb{R}$.

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{1}{3}a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 23. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(2)$ là

- A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$. B. $F(2) = \ln 3 + 2$.
C. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. D. $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 25. Cho khối nón có bán kính đáy là r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón đó là.

- A. $V = \pi r^2 h$. B. $V = \frac{1}{3} r^2 h$. C. $V = r^2 h$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 26. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x.e^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 0]$?

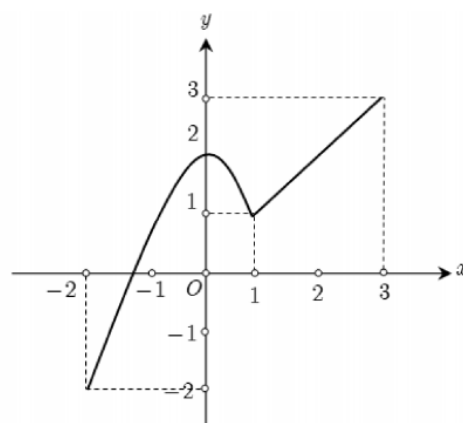
- A. e^2 . B. 0. C. $-\frac{2}{e}$. D. -1.

Câu 27. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 bằng

- A. $k = -5$. B. $k = 10$. C. $k = 25$. D. $k = 1$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$, $x \in [-2; 3]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $S = M + m$ là

- A. 6.
B. 1.
C. 5.
D. 3.



Câu 29. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là.

- A. $(1; 9)$. B. $S = (1; 10)$.
C. $(-\infty; 9)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a, AC = 2a, BD = a$. Thể tích V của khối lăng trụ là.

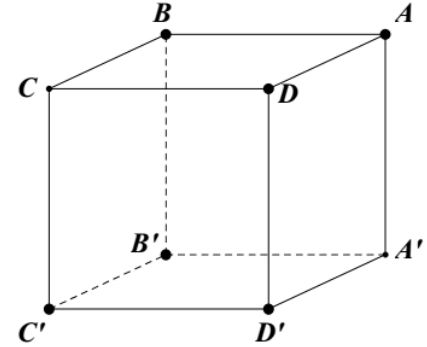
- A. $V = 8a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \frac{8}{3}a^3$. D. $V = 4a^3$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

- A. 12. B. 18. C. 24. D. 9.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu mặt trụ tròn xoay đi qua sáu đỉnh A, B, D, C', B', D' ?

- A. 3.
B. 2.
C. 1.
D. 4.



Câu 33. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $f(F(0))$ bằng:

- A. $9e$. B. $3e$. C. $20e^2$. D. $-\frac{1}{e}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD . Tính sin của góc tạo bởi giữa đường thẳng SA và (SHK) .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $8\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $2a^2$. D. $a^2\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Cắt khối lập phương bởi các mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ ta được ba khối đa diện. Xét các mệnh đề sau:

- (I): Ba khối đa diện thu được gồm hai khối chóp tam giác đều và một khối lăng trụ tam giác.
(II): Ba khối đa diện thu được gồm hai khối tứ diện và một khối bát diện đều.
(III): Trong ba khối đa diện thu được có hai khối đa diện bằng nhau.

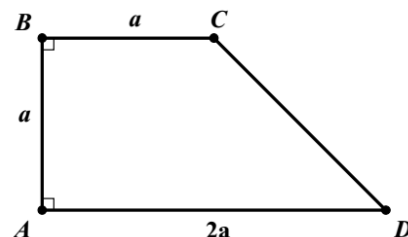
Số mệnh đề đúng là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 37. Giá trị p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p + q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

- A. $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$. B. $\frac{8}{5}$. C. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 38. Cho hình thang $ABCD$ có $A = B = 90^\circ$, $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD .



- A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{7\pi a^3}{12}$.
C. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. D. $\frac{7\pi a^3}{6}$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó độ dài cạnh CD là

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

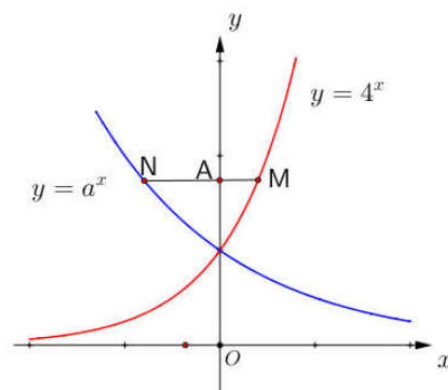
Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a$, $BD = 4a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

- A. $MN = \frac{5a}{2}$. B. $MN = \frac{7a}{2}$. C. $MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ trên sẽ là:

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. C. $V = a^3\sqrt{6}$. D. $V = \frac{7a^3}{8}$.

Câu 42. Cho các số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đường $y = 4^x$, $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M , N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng



- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

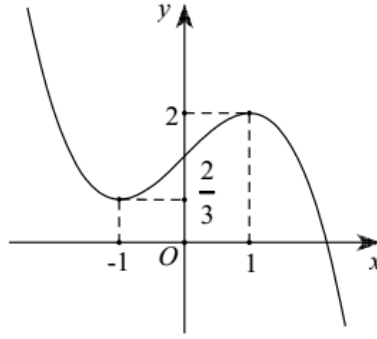
Câu 43. Tính tổng S tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3mmx + m^2 - 2m^3$ tiếp xúc với trục Ox .

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 44. Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R . M là điểm thỏa mãn $IM = \frac{3R}{2}$. Hai mặt phẳng (P) , (Q) qua M tiếp xúc với (S) lần lượt tại A và B . Biết góc giữa (P) và (Q) bằng 60° . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $AB = R$. B. $AB = R\sqrt{3}$.
C. $AB = \frac{3R}{2}$. D. $AB = R$ hoặc $AB = R\sqrt{3}$.

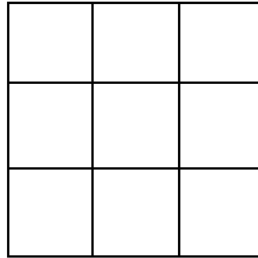
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x^2 - 4x + 5) + 1 = m$ có nghiệm là

- A. Vô số. B. 4. C. 0. D. 3.

Câu 46. Cho một bảng ô vuông 3×3 .



Điền ngẫu nhiên các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào bảng trên (mỗi ô chỉ điền một số). Gọi A là biến cố “mỗi hàng, mỗi cột bất kì đều có ít nhất một số lẻ”. Xác suất của biến cố A bằng

- A. $P(A) = \frac{10}{21}$. B. $P(A) = \frac{1}{3}$. C. $P(A) = \frac{5}{7}$. D. $P(A) = \frac{1}{56}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$										

Hàm số $y = (f(x))^3 - 3 \cdot (f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

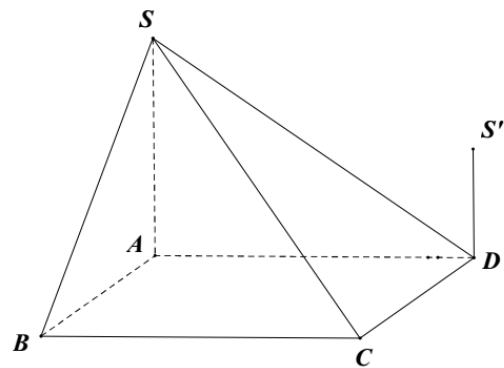
- A. $(2; 3)$. B. $(1; 2)$. C. $(3; 4)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 48. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2]$ để phương trình

$$(x-1)[\log_3(4x+1) + \log_5(2x+1)] = 2x - m$$
 có đúng hai nghiệm thực là

- A. 2022. B. 2021. C. 2. D. 1.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S' thỏa mãn $S'D = \frac{1}{2}SA$ và S, S' ở cùng phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi V_1 là thể tích phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$. Gọi V_2 là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



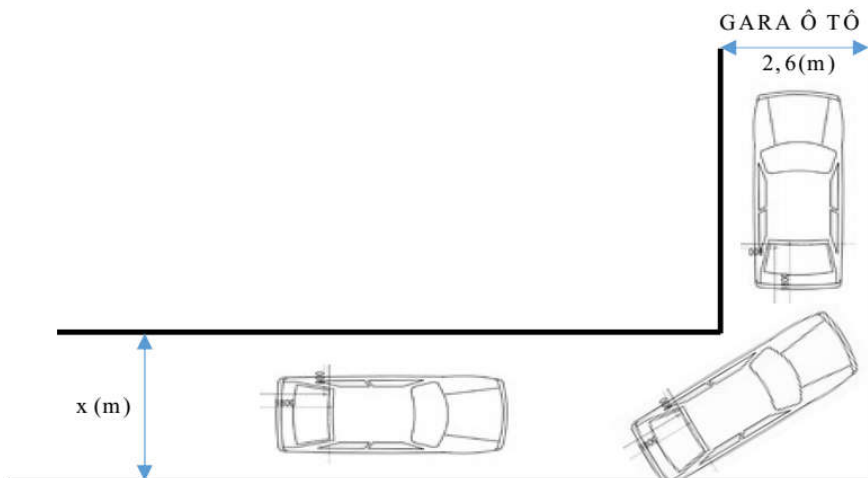
A. $\frac{7}{18}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Câu 50. Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ô tô nhà cô Hiền. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ô tô là $5\text{m} \times 1,9\text{m}$ (chiều dài $\times$ chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 m, chiều rộng 1,9 m. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau để ô tô có thể đi vào GARA được? (giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng).



A. $x = 3,55(m)$.

B. $x = 2,6(m)$.

C. $x = 4,27(m)$.

D. $x = 3,7(m)$.

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (86%)	Chương 1: Hàm Số	C1 C11 C18	C9 C10 C13 C17 C24 C28	C26 C43 C45	C47 C50
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C16	C5 C8 C21 C29	C19 C37 C42	C48
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C14	C23	C33	
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	Chương 1: Khối Đa Diện	C22 C25	C30 C35 C36	C31 C34 C39 C40 C41	C49
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C4 C32	C3 C20	C38 C44	
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian				
Đại số					
Lớp 11 (14%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác				
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất	C12	C7	C15 C46	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân	C6	C2		
	Chương 4: Giới Hạn				
	Chương 5: Đạo Hàm		C27		
Hình học					

	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		11	19	16	4
Điểm		2.2	3.8	3.2	0.8

NHẬN XÉT ĐỀ

Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, còn lại là câu hỏi lớp 11 chiếm 14%.

Không có câu hỏi lớp 10.

20 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 4 câu VDC: C47, C48, C49, C50

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng.

Đề thi phân loại học sinh ở mức khá..

ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. B	4. D	5. A	6. C	7. C	8. D	9. A	10. A
11. B	12. A	13. D	14. D	15. A	16. D	17. A	18. A	19. D	20. D
21. C	22. A	23. A	24. C	25. D	26. D	27. D	28. B	29. A	30. D
31. A	32. D	33. A	34. B	35. A	36. D	37. A	38. A	39. A	40. A
41. B	42. D	43. D	44. A	45. D	46. C	47. A	48. A	49. A	50. D

LỜI GIẢI CHI TIẾT**Câu 1. Chọn đáp án C.**

+) Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Câu 2. Chọn đáp án B.

$$+) \text{ Ta có } \begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \\ u_1 \cdot q^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 16 \Rightarrow q = 4$$

$$+) \text{ Với } q = 4 \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{1}{16}.$$

Câu 3. Chọn đáp án B.

Theo gt ta có $l = 2r$, mà $S_d = 9\pi \Leftrightarrow \pi r^2 = 9\pi \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow l = 6 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$.

Câu 4. Chọn đáp án D.

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt A, B, C cho trước $\Leftrightarrow IA = IB = IC$. Vậy A, B, C không thẳng hàng thì tập hợp các điểm I là trục của một đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 5. Chọn đáp án A.

ĐK: $x > 0$

$$\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5 \Leftrightarrow (\log_2 4 + \log_2 x)^2 - 2\log_2(2x) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 4 + \log_2 x)^2 - 2(\log_2 2 + \log_2 x) - 5 = 0 \Leftrightarrow (2 + \log_2 x)^2 - 2(1 + \log_2 x) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x + 2\log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(n) \\ x = \frac{1}{8}(n) \end{cases}.$$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x = \frac{1}{8}$.

Câu 6. Chọn đáp án C.

Dãy số $1; -3; -7; -11; -15$ là cấp số cộng vì: kể từ số hạng thứ hai, mỗi số bằng số kề trước nó cộng thêm -4 .

Câu 7. Chọn đáp án C.

* TH1: Đề thi gồm 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập

Số cách tạo đề thi: $C_4^1 \cdot C_6^2$ cách

* TH2: Đề thi gồm 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập

Số cách tạo đề thi: $C_4^2 \cdot C_6^1$ cách

* KL: Số cách tạo đề thi: $C_4^1 \cdot C_6^2 + C_4^2 \cdot C_6^1 = 96$ cách.

Câu 8. Chọn đáp án D.

$$a^{\log_a b^3} = b^3$$

Câu 9. Chọn đáp án A.

Ta có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

BBT:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$									

$-\infty \rightarrow f(-2) \rightarrow f(0) \rightarrow f(1) \rightarrow +\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 10. Chọn đáp án A.

$$y' = -4x^3 + 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y									

$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$

Vậy các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 4$ là $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 11. Chọn đáp án B.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 12. Chọn đáp án A.

Chọn 3 phần tử từ tập hợp gồm 7 phần tử có C_7^3 cách nên tập hợp có 7 phần tử có C_7^3 tập hợp con.

Câu 13. Chọn đáp án D.**Câu 14. Chọn đáp án D.**

$$\text{Ta có } I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx = 2 \int f(x) dx + \int f'(x) dx + \int 1 dx = 2F(x) + f(x) + x + C.$$

Câu 15. Chọn đáp án A.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$ (với $a \neq 0; a \neq b \neq c \neq d \neq e; e$ chẵn)

TH1: Nếu $e = 0$ thì có tất cả $A_9^4 = 3024$ (số)

TH2: Nếu $e \neq 0$ thì có 4 cách chọn e ;

+ chọn vị trí cho số 0 có 3 cách chọn (đó là các vị trí b, c, d)

+ chọn 3 chữ số từ 8 chữ số còn lại và sắp xếp thứ tự cho 3 chữ số đó có A_8^3 cách.

Vậy có tất cả là $3024 + 4.3.A_8^3 = 7056$ (số) thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 16. Chọn đáp án D.

Ta có $\sqrt{10^\alpha} = (10^\alpha)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{\alpha}{2}}; (10^\alpha)^2 = (10^2)^\alpha = 100^\alpha; \sqrt{10^\alpha} = (10^\alpha)^{\frac{1}{2}} = \left(10^{\frac{1}{2}}\right)^\alpha = (\sqrt{10})^\alpha;$

Và $(10^\alpha)^2 = 10^{2\alpha} \neq 10^{\alpha^2}.$

Câu 17. Chọn đáp án A.

Ta xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 18. Chọn đáp án A.

Gọi hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(1) = 0 \\ y(-1) = 3 \\ y'(1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c = 2 \\ a + b + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Hàm số có dạng

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d = x^3 - 3x + 1.$$

Trắc nghiệm:

Đồ thị không phải của hàm số bậc bốn và hàm bậc ba có hệ số của x^3 âm suy ra loại $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = -x^3 + 3x + 1$.

Do hàm số đi qua $(-1; 3)$ nên chọn $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 19. Chọn đáp án D.

Phương trình tương đương

$$3^{x+1} + 3^{1-x} = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x + \frac{3}{3^x} = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 10 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \Rightarrow x_1 = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = -1 \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình bằng $x_1 + x_2 = 1 - 1 = 0$.

Câu 20. Chọn đáp án D.

Vì diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π nên ta có

$$16\pi = 2\pi \cdot R \cdot h \Leftrightarrow R \cdot h = 8$$

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2R$, suy ra

$$R \cdot h = 8 \Leftrightarrow 2R \cdot R = 8 \Leftrightarrow R^2 = 4 \Leftrightarrow R = 2.$$

Thể tích khối trụ bằng

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$$

Câu 21. Chọn đáp án C.

$$3^x < e^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{e}\right)^x < 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{e}\right)^x < \left(\frac{3}{e}\right)^0 \Leftrightarrow x < 0 \text{ (do } \frac{3}{e} > 1)$$

Câu 22. Chọn đáp án A.

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3.$$

Câu 23. Chọn đáp án A.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln |2x-1| + C \text{ mà } F(1) = 2 \text{ nên}$$

$$C = 2.$$

$$F(2) = \frac{1}{2} \ln |2 \cdot 2 - 1| + 2 = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$$

Câu 24. Chọn đáp án C.

Tập xác định $D = [7; +\infty)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-7}}{x^2 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{7}{x^4}}}{1 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}} = 0 \text{ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } y = 0.$$

Câu 25. Chọn đáp án D.

Câu 26. Chọn đáp án D.

TXĐ $D = \mathbb{R}$

Hàm số liên tục trên đoạn $[-2; 0]$.

$$\text{Ta có } y' = (x+1)e^{x+1}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [-2; 0]$$

$$y(0) = 0; y(-1) = -1; y(-2) = \frac{-2}{e}.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-2; 0]} y = -1.$$

Câu 27. Chọn đáp án D.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 2$$

$$y'(1) = 1.$$

Hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 bằng $k = 1$.

Câu 28. Chọn đáp án B.

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có } \begin{cases} M = 3 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow S = M + m = 3 + (-2) = 1.$$

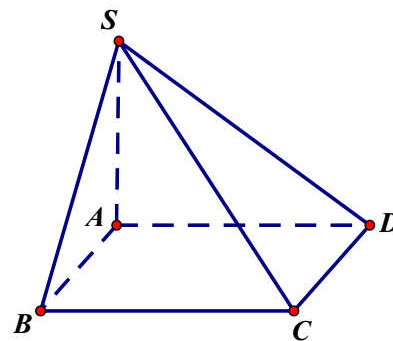
Câu 29. Chọn đáp án A.

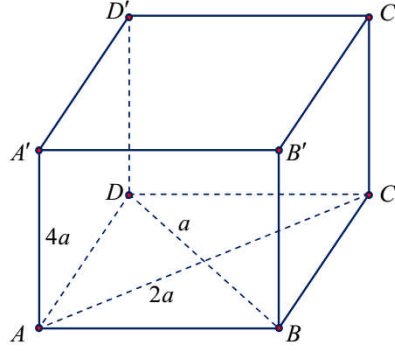
$$\text{Điều kiện: } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Ta có: } \log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow x-1 < 8 \Leftrightarrow x < 9$$

So với điều kiện ta có tập nghiệm $S = (1; 9)$.

Câu 30. Chọn đáp án D.

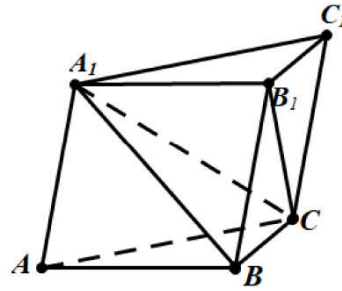




Ta có: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ: $V = AA' \cdot S_{ABCD} = 4a \cdot a^2 = 4a^3$.

Câu 31. Chọn đáp án A.



Do $CC_1 \parallel AA_1 \Rightarrow CC_1 \parallel (ABB_1A_1)$ nên $d(CC_1; (ABB_1A_1)) = d(C; (ABB_1A_1)) = 6$.

Nhận xét:

$V_{A_1.ABC} = V_{C.A_1B_1C_1}$ (do $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A_1B_1C_1}$; $d(A_1; (ABC)) = d(C; (A_1B_1C_1))$) (1).

$V_{A_1.B_1BC} = V_{A_1.B_1C_1C} = V_{C.A_1B_1C_1}$ (do $S_{\triangle B_1BC} = S_{\triangle B_1C_1C}$; $d(A_1; (B_1BC)) = d(A_1; (B_1C_1C))$) (2)

Từ (1) và (2), ta có: $V_{ABC.A_1B_1C_1} = 3 \cdot V_{C.A_1AB} = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot d(C; (ABB_1A_1)) \cdot S_{\triangle ABA_1} = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 12$.

Cách 2:

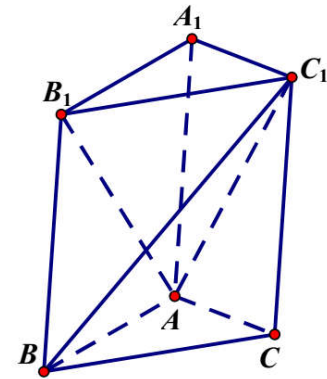
Gọi thể tích lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ là V .

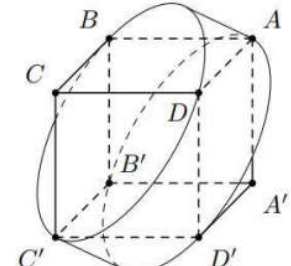
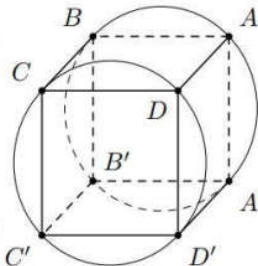
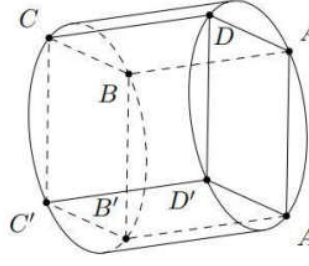
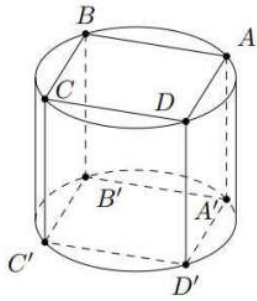
Ta chia khối lăng trụ thành $ABCA_1B_1C_1$ theo mặt phẳng (ABC_1) được hai khối: khối chóp tam giác $C_1.ABC$ và khối chóp tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

Ta có $V_{C_1.ABC} = \frac{1}{3} V \Rightarrow V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{2}{3} V$

Mà $V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABB_1A_1} \cdot d(C; (ABB_1A_1)) = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 = 8$. Vậy $V = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12$.

Câu 32. Chọn đáp án D.





Câu 33. Chọn đáp án A.

$$f(x) = F'(x) = [-ax^2 + (2a-b)x + c]e^{-x}.$$

Câu 34. Chọn đáp án B.

$AC \cap BD = O, HK \cap AC = I \Rightarrow I$ là trung điểm của AO .

Do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$, lại có:
 $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AC$, lại có $AC \perp BD$ (do $ABCD$ là hình vuông) nên $AC \perp (SHK) \Rightarrow (ABCD) \perp (SHK)$
 $(ABCD) \cap (SHK) = SI$. Dựng $AE \perp SI \Rightarrow AE \perp (SHK)$.

Vậy góc tạo bởi đường thẳng SA và (SHK) là $\widehat{ASE}$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên

$$AI = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}, HI = \frac{BO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác SAB đều nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Tam giác $\triangle SHI$ vuông tại

$$H \Rightarrow SI = \sqrt{SH^2 + HI^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{8}} = \frac{\sqrt{7}a}{2\sqrt{2}}$$

Xét tam giác ASI có:

$$\cos \widehat{ASI} = \frac{SA^2 + SI^2 - AI^2}{2.SA.SI} = \frac{\sqrt{14}}{4} \Rightarrow \sin \widehat{ASI} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

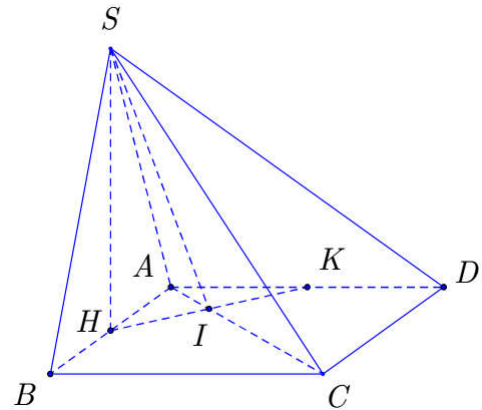
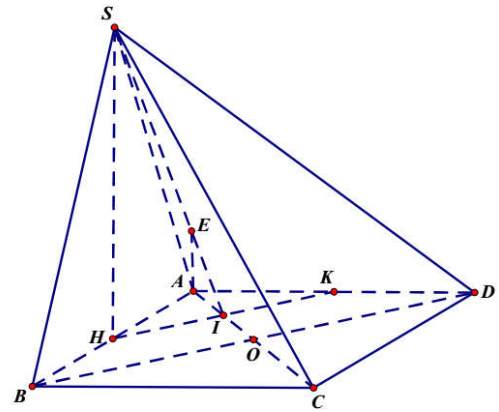
Cách 2:

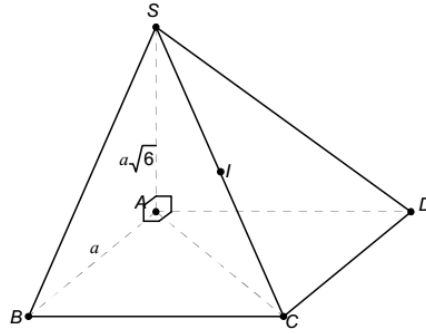
Do $AC \perp HK$ và $AC \perp SH$ nên $AC \perp (SHK)$.

Suy ra góc giữa SA và (SHK) bằng góc $\widehat{ASI}$.

$$\text{Ta có } \sin(\widehat{SA, (SHK)}) = \sin \widehat{ASI} = \frac{AC}{SA} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 35. Chọn đáp án A.





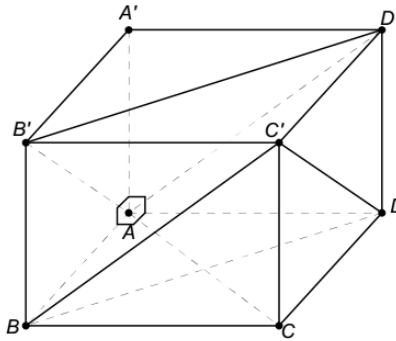
Ta có tam giác SBC vuông tại B , tam giác SCD vuông tại D , tam giác SAC vuông tại A . Gọi I là trung điểm của SC khi đó ta có $IS = IA = IB = IC = ID$

Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Ta có } SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{6a^2 + 2a^2} = 2a\sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra } R = IC = a\sqrt{2} \Rightarrow S = 8\pi a^2.$$

Câu 36. Chọn đáp án D.



Ta có khối đa diện $C.C'BD$ bằng khối đa diện $A'.AB'D'$.

Câu 37. Chọn đáp án A.

$$\text{Đặt } t = \log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p + q)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 16^t \\ q = 20^t \\ p + q = 25^t \end{cases} \Leftrightarrow 16^t + 20^t = 25^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} + \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Suy ra } \frac{p}{q} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Câu 38. Chọn đáp án A.

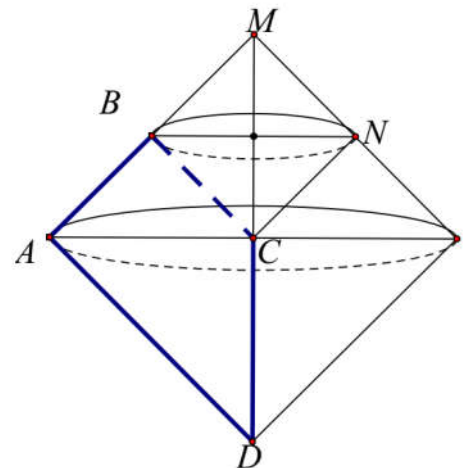
Gọi M là giao điểm của AB và CD . Từ B kẻ đường thẳng song song với AC , cắt CM tại N .

Khi quay $ABCD$ quanh trục CD ta được hai phần:

+ Tam giác ACD sinh ra khối nón với bán kính đáy $r = AC = a\sqrt{2}$, chiều cao $h = CD = a\sqrt{2}$. Do đó thể tích phần

$$\text{này là } V_1 = \frac{1}{3} \pi (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

+ Tam giác ABC sinh ra một phần của khối nón với bán kính đáy $r = AC = a\sqrt{2}$ và chiều cao $h = CM = a\sqrt{2}$.



Gọi V_2, V, V' lần lượt là thể tích của khối tròn xoay có được khi quay ABC, ACM, BCM quanh trục CD .

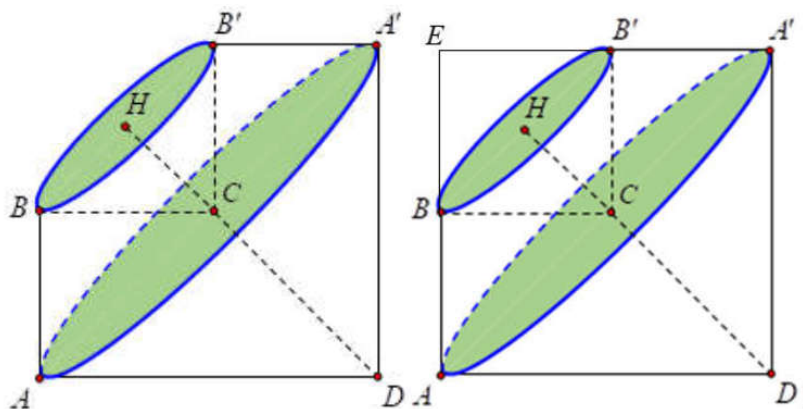
Ta có $V_2 = V - V'$.

$$V = V_1 = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$$

$$V' = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot BN^2 \cdot MN = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$$

$$\text{Do đó } V_2 = V - V' = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là } V_1 + V_2 = \frac{7\pi\sqrt{2}a^3}{6}.$$



Cách 2: Khối nón đỉnh D , trục CD có chiều cao $CD = a\sqrt{2}$, bán kính đáy $CA = a\sqrt{2}$ nên có thể tích

$$V_1 = \frac{1}{3} CD \cdot \pi \cdot CA^2 = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

Khối chóp cắt có trục $CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, hai đáy có bán kính $CA = a\sqrt{2}$ và $HB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích khối chóp

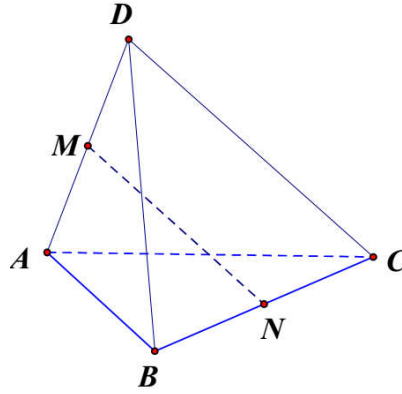
$$\text{cắt là } V_2 = \frac{1}{3} CH \cdot \pi \cdot (CA^2 + HB^2 + CA \cdot HB) = \frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$$

$$\text{Khối chóp đỉnh } C, \text{ trục } CH \text{ có thể tích } V_3 = \frac{1}{3} \cdot CH \cdot \pi \cdot HB^2 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$$

$$\text{Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là: } V = V_1 + V_2 - V_3 = \frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}.$$

$$\text{Cách 3: } V = 2[V_{\text{nonD}} - V_{\text{nonC}}] = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \left[\sqrt{2}^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 \right] a^3 = \frac{7\sqrt{2}a^3}{6}.$$

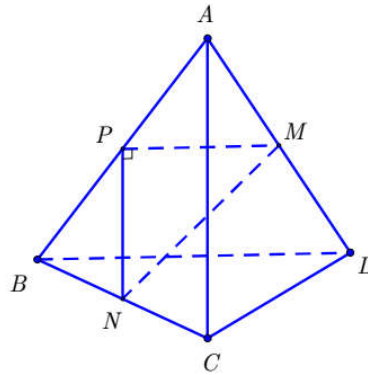
Câu 39. Chọn đáp án A.



Ta có: $\overline{MN}^2 = \left[\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC}) \right]^2 = \frac{1}{4}(\overline{AC} + \overline{CB} + \overline{DB} + \overline{BC})^2$
 $= \frac{1}{4}(\overline{AC} + \overline{DB})^2 = \frac{1}{4}(\overline{AC}^2 + \overline{DB}^2 + 2\overline{AC} \cdot \overline{DB}) = \frac{1}{4}(9a^2 + 16a^2) = \frac{25}{4}a^2.$

Suy ra $MN = \frac{5}{2}a.$

Cách 2:

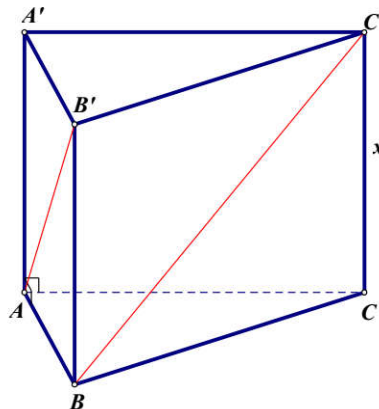


Gọi P là trung điểm AB . Ta có $(AC, BD) = (PN, PM) = \angle NPM = 90^\circ.$

Suy ra $\Rightarrow \Delta MNP$ vuông tại P .

Vậy $MN = \sqrt{PN^2 + PM^2} = \frac{5a}{2}.$

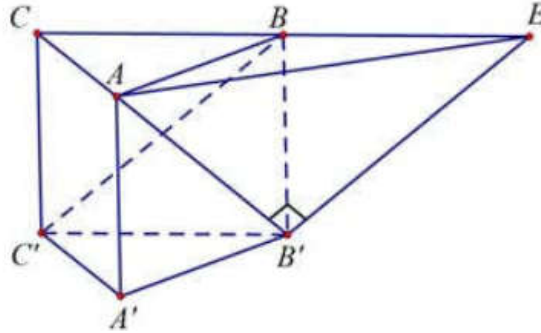
Câu 41. Chọn đáp án B.



Ta có $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{B'C} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}) = 0 \Leftrightarrow AA'^2 = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow AA' = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy thể tích lăng trụ là $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Cách 2:



Gọi E là điểm đối xứng của C qua điểm B . Khi đó tam giác ACE vuông tại A .

$$\Rightarrow AE = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Mặt khác, ta có $BC' = B'E = AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại B' .

$$\Rightarrow AB' = \frac{AE}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Suy ra: $AA' = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Vậy $V = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$

Câu 42. Chọn đáp án D.

Giả sử N, M có hoành độ lần lượt là n, m . Theo đề, ta có: $-n = 2m, a^n = 4^m$.

Vậy $a^{-2m} = 4^m \Leftrightarrow (4a^2)^m = 1 \Leftrightarrow 4a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$

Câu 34. Chọn đáp án D.

Đồ thị tiếp xúc với Ox khi hệ: $\begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$ có nghiệm.

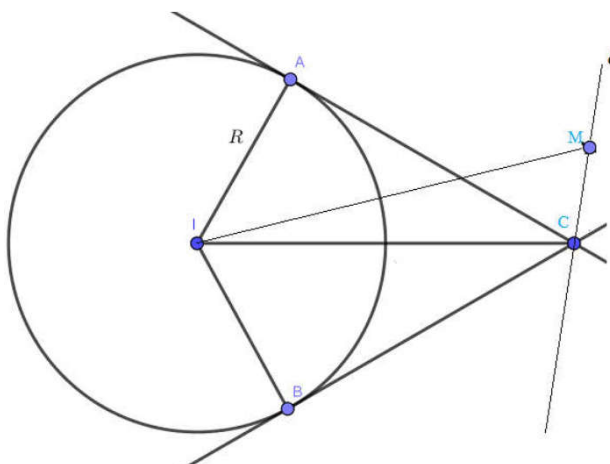
Tức là hệ: $\begin{cases} x^3 - 3mx^2 + 3mx + m^2 - 2m^3 = 0 \\ x^2 - 2mx + m = 0 \end{cases}$ có nghiệm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-m)^3 - 3m(m-1)x + m^2 - m^3 = 0 \\ (x-m)^2 = m^2 - m \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - m)(x+m) = 0 \\ (x-m)^2 = m^2 - m \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

$$\Rightarrow m = 0; m = 1; m = -\frac{1}{3}.$$

Câu 44. Chọn đáp án A.



Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) , C là giao điểm của d và (IAB) .

Ta có:

$$\begin{cases} d \perp IA \\ d \perp IB \end{cases} \Rightarrow d \perp (IBA) \Rightarrow \begin{cases} d \perp BC \\ d \perp AC \end{cases} \Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ \text{ hoặc } \widehat{ACB} = 120^\circ.$$

Mặt khác $IC \perp d \Rightarrow IC \leq IM$

TH1: $\widehat{ACB} = 120^\circ$ thì $\widehat{AIB} = 60^\circ \Rightarrow$ tam giác IAB đều $\Rightarrow AB = R$

$$\Rightarrow IC = \frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{2R}{\sqrt{3}} < IM \text{ (thỏa mãn)}$$

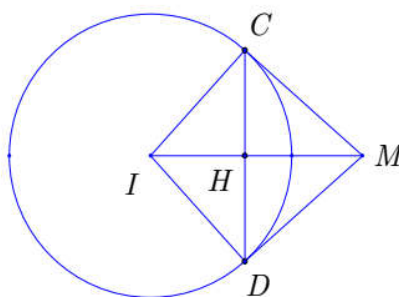
TH2: $\widehat{ACB} = 60^\circ$ thì $\widehat{AIB} = 120^\circ$

Áp dụng định lý côsin trong tam giác IAB ta được $AB = R\sqrt{3}$

$$\Rightarrow IC = \frac{AB}{\sin 30^\circ} = 2R > IM \text{ (không thỏa mãn)}$$

Vậy $AB = R$.

Cách 2:



$$\text{Do } IA \perp (P) \text{ và } IB \perp (Q) \text{ nên } \begin{cases} \widehat{AIB} = 60^\circ \\ \widehat{AIB} = 120^\circ \end{cases}.$$

Nếu $\widehat{AIB} = 60^\circ \Rightarrow AB = R$.

Nếu $\widehat{AIB} = 120^\circ \Rightarrow AB = R\sqrt{3}$.

Mặt khác A, B thuộc đường tròn (C) (là tập hợp các tiếp điểm của tiếp tuyến qua M của (S)). Suy ra $AB \leq CD$ (với CD là một đường kính của (C)).

Ta có: $IC^2 = IH \cdot IM \Rightarrow IH = \frac{2R}{3} \Rightarrow CH = \sqrt{IC^2 - IH^2} = \frac{R\sqrt{5}}{3} \Rightarrow CD = \frac{2\sqrt{5}R}{3} < \sqrt{3}R$.

Vậy $AB = R$.

Câu 45. Chọn đáp án D.

(1) $f(x^2 - 4x + 5) + 1 = m \Leftrightarrow f(x^2 - 4x + 5) = m - 1 \Leftrightarrow f(u) = m - 1 \quad (u = x^2 - 4x + 5)$

$u = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1 \geq 1$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi đồ thị $y = f(u) \quad (u \in [1; +\infty))$ cắt đường thẳng $y = m - 1 \Leftrightarrow m - 1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 3$

Kết hợp điều kiện m nguyên dương ta được $0 < m \leq 3$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 46. Chọn đáp án C.

Số cách sắp xếp 9 chữ số đã cho vào ô vuông bằng $n(\Omega) = 9!$

Ta có: $\overline{A}$ là biến cố: “tồn tại một hàng hoặc một cột gồm ba số chẵn”.

Do có 4 số chẵn (2, 4, 6, 8) nên $\overline{A}$ là biến cố: “có đúng một hàng hoặc một cột gồm 3 số chẵn”.

Ta tính $n(\overline{A})$:

Chọn 4 ô điền số chẵn:

➤ Chọn một hàng hoặc một cột thì có 6 cách.

➤ Chọn một ô còn lại có 6 cách.

Điền 4 số chẵn vào 4 ô trên có $4!$ cách.

Điền 5 số lẻ vào 5 ô còn lại có $5!$ Cách.

Vậy $n(\overline{A}) = 6 \times 6 \times 4! \times 5!$.

Suy ra $P(\overline{A}) = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5! \cdot 4!}{9!} = \frac{2}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{7}$.

Câu 47. Chọn đáp án A.

Ta có: $y' = 3 \cdot (f(x))^2 \cdot f'(x) - 6 \cdot f(x) \cdot f'(x) = 3 \cdot f'(x) \cdot f(x) \cdot [f(x) - 2]$.

Với $x \in (2; 3)$ thì $\begin{cases} f'(x) > 0 \\ f(x) \in (1; 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ f(x) - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow y' < 0$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $(2; 3)$.

Câu 48. Chọn đáp án A.

- Điều kiện: $x > -\frac{1}{4}$.

- Với $x = 1$ thay vào phương trình $(x - 1)[\log_3(4x + 1) + \log_5(2x + 1)] = 2x - m$ (*) ta được $m = 2$.

Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành:

$(x - 1)[\log_3(4x + 1) + \log_5(2x + 1)] = 2x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ \log_3(4x + 1) + \log_5(2x + 1) = 2 \end{cases} \quad (1)$

Ta có: $V_1 = V_{ABTEDC} = V_{S'.ABCD} - V_{S'.ETCD}$.

$$\frac{S'D}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S'E}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S'E}{S'A} = \frac{1}{3} = \frac{S'T}{S'B}.$$

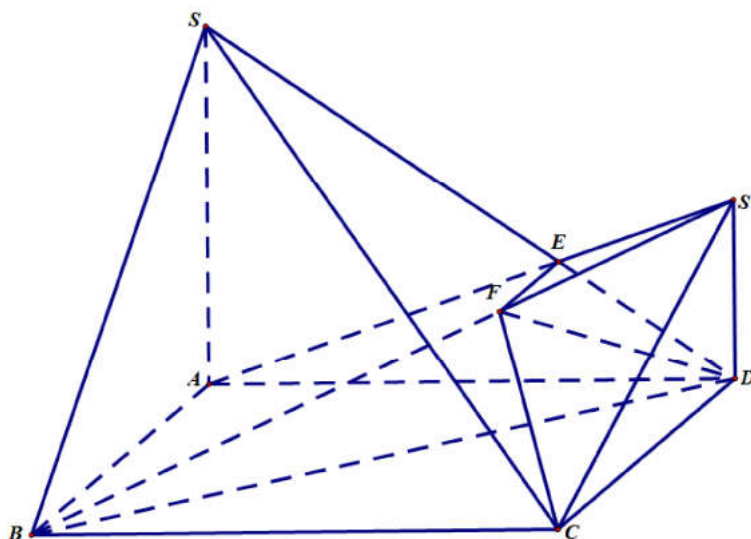
$$\frac{V_{S'.ETD}}{V_{S'.ABD}} = \frac{S'E}{S'A} \cdot \frac{S'T}{S'B} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{S'.ETD} = \frac{1}{18} V_{S'.ABCD}.$$

$$\frac{V_{S'.TCD}}{V_{S'.BCD}} = \frac{S'T}{S'B} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S'.TCD} = \frac{1}{6} V_{S'.ABCD}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S'.ETCD} = \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{6} \right) V_{S'.ABCD} = \frac{2}{9} V_{S'.ABCD} \Rightarrow V_1 = \frac{7}{9} V_{S'.ABCD}.$$

$$\text{Lại có } V_2 = V_{S.ABCD} = 2V_{S'.ABCD}. \text{ Do đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{18}.$$

Cách 2:



$$\text{Ta có: } S'D = \frac{1}{2} SA \Rightarrow V_{S'.ABCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} V_2.$$

$$\text{Gọi } E = S'A \cap SD \Rightarrow \frac{ES'}{EA} = \frac{S'D}{SA} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Gọi } F = S'B \cap (SCD) \Rightarrow EF = (S'AB) \cap (SCD).$$

$$\text{Vì } AB \parallel CD \Rightarrow EF \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \frac{S'F}{S'B} = \frac{S'E}{S'A} = \frac{1}{3}.$$

Khi đó: Phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ là khối đa diện $ABCDEF$.

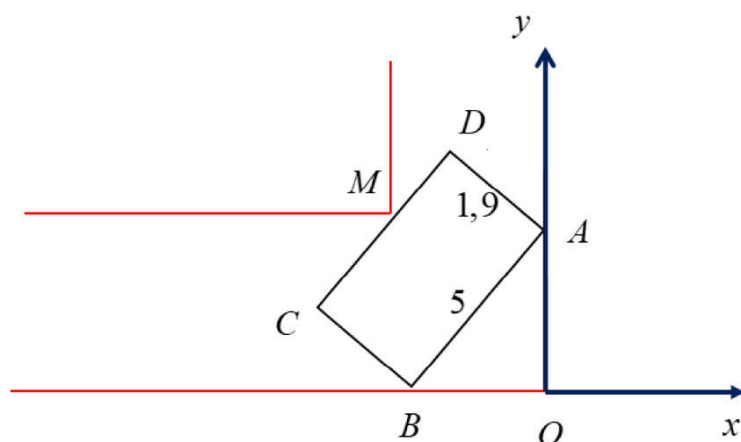
$$\text{Ta có: } \frac{V_{S'.EFD}}{V_{S'.ABD}} = \frac{S'E}{S'A} \cdot \frac{S'F}{S'B} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{S'.EFD} = \frac{1}{9} V_{S'.ABD} = \frac{1}{18} V_{S'.ABCD} = \frac{1}{36} V_2.$$

$$\frac{V_{S'.FCD}}{V_{S'.BCD}} = \frac{S'F}{S'B} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S'.FCD} = \frac{1}{3} V_{S'.BCD} = \frac{1}{6} V_{S'.ABCD} = \frac{1}{12} V_2.$$

$$\text{Suy ra: } V_{S'.EFCD} = V_{S'.EFD} + V_{S'.FCD} = \frac{1}{9} V_2 \Rightarrow V_1 = V_{ABCDEF} = V_{S'.ABCD} - V_{S'.EFCD} = \frac{7}{18} V_s.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{18}.$$

Câu 50. Chọn đáp án D.



- Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Khi đó: $M(-2, 6; m)$. Gọi $B(-a; 0) \Rightarrow A(0; \sqrt{25-a^2})$.

Suy ra phương trình AB là: $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} = 1$.

Do $CD \parallel AB$ nên phương trình CD là: $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - k = 0$.

Khoảng cách giữa AB và CD là chiều rộng của ô tô và bằng 1,9 m nên:

$$\frac{|k-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Leftrightarrow k = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M và O nằm khác phía đối với đường thẳng CD

Suy ra: $\frac{2,6}{a} + \frac{m}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0$

$$\Leftrightarrow m \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a} \quad (\text{đúng với mọi } a \in (0; 5]).$$

- Xét hàm số: $f(a) = \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a}$ trên nửa khoảng $(0; 5]$.

$$\text{Có } f'(a) = -\frac{a}{\sqrt{25-a^2}} - \frac{9,5}{a^2} + \frac{65}{a^2\sqrt{25-a^2}} = \frac{65-9,5\sqrt{25-a^2}-a^3}{a^2\sqrt{25-a^2}}$$

$$\Rightarrow f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 3 \in (0; 5).$$

BBT:

a	0	3	5
$f'(a)$		+	0 -
$f(a)$	$-\infty$	$\frac{37}{10}$	$\frac{19}{10}$

Do đó $m \geq f(a), \forall a \in (0; 5] \Leftrightarrow m \geq \frac{37}{10} = 3,7$.

Vậy $x = 3,7$ là giá trị cần tìm.

Chú ý: Có thể dùng MTCT để dò tìm $\max_{(0;5)} f(a)$.