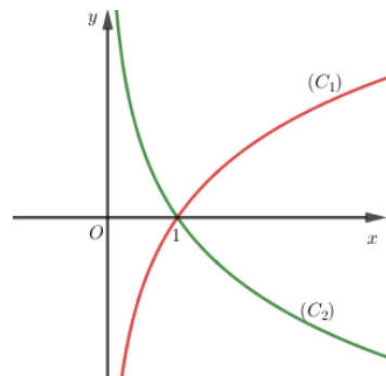


Mục tiêu: Đề thi thử THPTQG lần II môn Toán của Cụm chuyên môn 01 Sở giáo dục đào tạo Bạc Liêu gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra còn một số ít các bài thuộc nội dung Toán lớp 11, 10, lượng kiến thức được phân bố như sau: 86% lớp 12, 12% lớp 11, 2% kiến thức lớp 10. Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Đề thi giúp HS biết được mức độ của mình để có kế hoạch ôn tập một cách hiệu quả nhất.

Câu 1. Cho hai hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ (với a, b là hai số thực dương khác 1) có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < b < 1 < a$. B. $0 < a < b < 1$.
C. $0 < b < a < 1$. D. $0 < a < 1 < b$



Câu 2. Hình nón có diện tích xung quanh bằng 24π và bán kính đường tròn đáy bằng 3. Đường sinh của hình nón có độ dài bằng:

- A. 4. B. 8.
C. 3. D. $\sqrt{89}$.

Câu 3. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một hình lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

- A. $V = 126\sqrt{3}\pi$. B. $V = 126\sqrt{3}$. C. $V = 63\sqrt{3}\pi$. D. $V = 63\sqrt{3}$.

Câu 4. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h được tính bởi công thức

- A. $V = 2\pi Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \pi Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là:

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$. B. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.
C. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$. Tính $F(2) - F(-1)$.

- A. $1 + \ln 2$. B. 0. C. $1 - 3\ln 2$. D. $2 + \ln 2$.

Câu 7. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 13$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. D. $x = 21$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + e^x$ là

A. $2 + e^x + C$.

B. $x^2 + e^x + C$.

C. $2x^2 + e^x + C$.

D. $x^2 - e^x + C$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Đặt $g(x) = 3f(x) - x^3 + 3x - m$, với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $g(x) \geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ là

A. $m \leq 3f(\sqrt{3})$.

B. $m \leq 3f(0)$.

C. $m \geq 3f(1)$.

D. $m \geq 3f(-\sqrt{3})$.

Câu 10. Xét hai số thực a, b dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

D. $\ln a^b = b \ln a$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 4 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(Q): x - 2y - z - 5 = 0$.

B. $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$.

C. $(Q): x - 2y + z + 5 = 0$.

D. $(Q): x - 2y - z + 5 = 0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 3.

B. 6.

C. 1.

D. 9.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 14. Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây. Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$

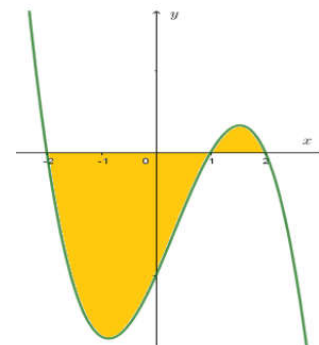
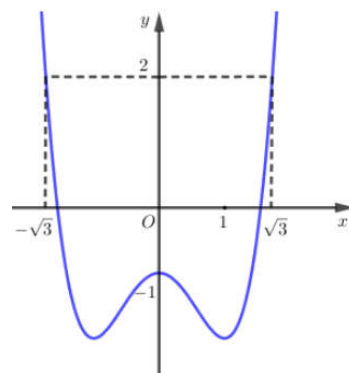
và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Tính diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm.

A. $S = b - a$.

B. $S = -a - b$.

C. $S = a - b$.

D. $S = a + b$.



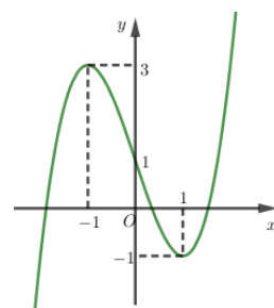
Câu 15. Đường cong trong hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 16. Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = -\frac{5}{2}$. B. $P = \frac{7}{2}$. C. $P = \frac{5}{2}$. D. $P = 2$.

Câu 17. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$ là:

- A. -18. B. -1. C. 7. D. 18.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$+\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$		0		-1		0		$-\infty$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-2x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 4 = 0$. Khi đó mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$. D. $\vec{n}_3 = (2; 1; 4)$.

Câu 21. Cho a là số thực dương bất kì khác 1. Tính $S = \log_a(a^3 \sqrt[4]{a})$.

- A. $S = \frac{3}{4}$. B. $S = 7$. C. $S = \frac{13}{4}$. D. $S = 12$.

Câu 22. Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 6π . B. 15π . C. 9π . D. 18π .

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào sau đây?

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = -1$. D. $y = -1$.

Câu 24. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $[-1; 1]$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0, (R): 2x - y + z = 0$ là:

- A. $2x + y - 3z - 14 = 0$. B. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.
C. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$. D. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(1; 3; -2)$.

Câu 28. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

- A. $y_{CT} = -4$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = 0$. D. $y_{CT} = 2$.

Câu 29. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$. Tính giá trị của tích phân $L = \int_0^3 [2f(x) - x^2] dx$.

- A. $L = 0$. B. $L = -5$. C. $L = -23$. D. $L = -7$.

Câu 30. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3; u_{10} = 24$. Tìm công sai d ?

- A. $d = \frac{7}{3}$. B. $d = -3$. C. $d = -\frac{7}{3}$. D. $d = 3$.

Câu 31. Cho phương trình $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 \cdot x_2$.

- A. $P = \log_2 6$. B. $P = 2 \log_2 3$. C. $P = \log_2 3$. D. $P = 6$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB = 2$ và $SA = 3\sqrt{2}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- A. $\frac{7}{4}$. B. $\frac{\sqrt{33}}{4}$. C. $\frac{9}{4}$. D. 2.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông ở B . AH là đường cao của $\triangle SAB$. Tìm khẳng định **sai**.

- A. $SA \perp BC$. B. $AH \perp AC$. C. $AH \perp SC$. D. $AH \perp BC$.

Câu 35. Từ các chữ số 1; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 12. B. 24. C. 64. D. 256.

Câu 36. Hàm số $y = (4-x)^{\frac{1}{5}}$ có tập xác định là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$. B. $D = (4; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 4)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 37. Biết bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. $2 + \log_5 156$. B. $-1 + \log_5 156$. C. $-2 + \log_5 156$. D. $-2 + \log_5 26$.

Câu 38. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn theo quý (3 tháng), lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 212 triệu đồng. B. 216 triệu đồng. C. 210 triệu đồng. D. 220 triệu đồng.

Câu 39. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng -3 có phương trình là

- A. $y = 30x + 25$. B. $y = 9x - 25$. C. $y = 9x + 25$. D. $y = 30x - 25$.

Câu 40. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -3 . B. -1 . C. 3 . D. 1 .

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{13}}$.

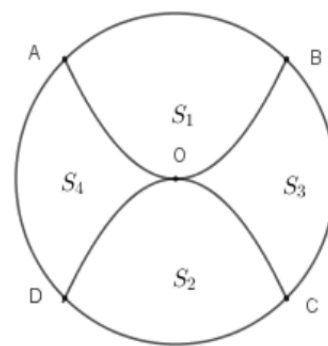
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$ và hai điểm $A(-1; 2; -3)$; $B(5; 2; 3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt cầu (S) . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $2MA^2 + MB^2$.

- A. 5. B. 123. C. 65. D. 112.

Câu 43. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; còn để pha chế 1 lít nước táo, cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm và mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm. Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế sao cho tổng điểm đạt được là lớn nhất. Tính $T = 2x^2 + y^2$.

- A. $T = 43$. B. $T = 66$. C. $T = 57$. D. $T = 88$.

Câu 44. Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bốn hoa, nhóm này định bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O (như hình vẽ). Hai đường parabol cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4m$. Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ.



Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/ $1 m^2$, kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn)

- A. 3.000.000 đồng. B. 3.270.000 đồng.
C. 5.790.000 đồng. D. 6.060.000 đồng.

Câu 45. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < f(5) < 2$. B. $4 < f(5) < 5$. C. $2 < f(5) < 3$. D. $3 < f(5) < 4$.

Câu 46. Cho hình H là đa giác đều có 24 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của H . Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải hình vuông.

- A. $\frac{1}{161}$. B. $\frac{45}{1771}$. C. $\frac{2}{77}$. D. $\frac{10}{1771}$.

Câu 47. Cho lăng trụ đều $ABC.EFH$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi S là điểm đối xứng của A qua BH . Thể tích khối đa diện $ABCSFH$ bằng

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 48. Ông A dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $0,96m^3$. B. $1,51m^3$. C. $1,33m^3$. D. $1,01m^3$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^9 + 3x^3 - 9x = m + 3\sqrt[3]{9x + m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng các phần tử của S .

- A. -12 . B. 1 . C. -8 . D. 0 .

Câu 50. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x - y$.

- A. $P_{\min} = 4$. B. $P_{\min} = -4$. C. $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (90%)	Chương 1: Hàm Số	C15 C36	C18 C19 C23 C24 C28	C9 C13 C17	C49
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C1 C7 C10	C21 C31	C37 C38	C50
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C8	C14 C29 C40	C3 C6 C16 C44 C45	
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	Chương 1: Khối Đa Diện	C4	C33 C34	C32 C41 C47	C48
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C2 C22			
Lớp 11 (8%)	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	C5 C11 C20 C27	C12	C25 C26 C42	
	Đại số				
	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác				
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất	C35		C46	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân		C30		
	Chương 4: Giới Hạn				
Lớp 10 (2%)	Chương 5: Đạo Hàm		C39		
	Hình học				

	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (2%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình			C43	
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		14	15	18	3
Điểm		2.8	3.0	3.6	0.6

NHẬN XÉT ĐỀ

Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, câu hỏi lớp 11 chiếm 8%, câu hỏi lớp 10 chiếm 2 %.

Cấu trúc tương tự đề thi minh họa năm 2018-2019.

20 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 3 câu VDC: C48, C49, C50.

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng.

Đề thi phân loại học sinh ở mức khá

ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. B	5. A	6. C	7. D	8. B	9. A	10. D
11. D	12. A	13. A	14. A	15. C	16. C	17. A	18. D	19. C	20. A
21. C	22. D	23. A	24. C	25. C	26. D	27. D	28. A	29. B	30. D
31. C	32. C	33. D	34. B	35. B	36. C	37. C	38. A	39. C	40. B
41. A	42. B	43. C	44. B	45. D	46. D	47. D	48. B	49. D	50. C

LỜI GIẢI CHI TIẾT**Câu 1. Chọn đáp án A****Phương pháp**

Quan sát các đồ thị hàm số, nhận xét tính đồng biến nghịch biến và suy ra điều kiện của a, b .

Cách giải

Đồ thị hàm số (C_1) có hướng đi lên từ trái qua phải nên hàm số $y = \log_a x$ đồng biến hay $a > 1$.

Đồ thị hàm số (C_2) có hướng đi xuống từ trái qua phải nên hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến hay $0 < b < 1$.

Do đó $0 < b < 1 < a$.

Câu 2. Chọn đáp án B**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi rl$ (với r là bán kính đáy, l là đường sinh hình nón).

Cách giải

Ta có diện tích xung quanh hình nón bằng $S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{24\pi}{\pi \cdot 3} = 8$.

Câu 3. Chọn đáp án B**Phương pháp**

- Tính diện tích thiết diện theo x .

- Tính thể tích theo công thức $V = \int_a^b S(x) dx$.

Cách giải

Diện tích một tam giác đều cạnh $2x$ là $\frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = x^2 \sqrt{3}$.

Diện tích hình lục giác đều bằng 6 lần diện tích một tam giác đều nên $S(x) = 6x^2 \sqrt{3}$.

Thể tích $V = \int_1^4 S(x) dx = \int_1^4 6x^2 \sqrt{3} dx = 2x^3 \sqrt{3} \Big|_1^4 = 126\sqrt{3}$.

Chú ý khi giải: Nhiều em có thể sẽ nhớ nhầm công thức thành $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ dẫn đến chọn nhầm đáp án A là sai.

Câu 4. Chọn đáp án B**Phương pháp**

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h được tính bởi công thức $V = Bh$.

Cách giải

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h được tính bởi công thức $V = Bh$.

Câu 5. Chọn đáp án A

Phương pháp

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ có tâm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Cách giải

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$ có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 9} = \sqrt{5}$.

Câu 6. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C$, dựa dữ kiện đề bài tìm được C , từ đó tính

$$F(2) - F(-1)$$

Cách giải

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C = \begin{cases} \ln(x-1) + C_1 & \text{ khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + C_2 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } F(5) = 2 \Rightarrow \ln(5-1) + C_1 = 2 \Rightarrow C_1 = 2 - 2\ln 2 \Rightarrow F(x) = \ln(x-1) + 2 - 2\ln 2 \text{ (khi } x > 1)$$

$$+ \text{ Với } F(0) = 1 \Rightarrow \ln(1-0) + C_2 = 1 \Leftrightarrow C_2 = 1 \Rightarrow F(x) = \ln(1-x) + 1 \text{ (khi } x < 1)$$

$$\text{Suy ra } F(2) = \ln(2-1) + 2 - 2\ln 2 = 2 - 2\ln 2; F(-1) = \ln(1+1) + 1 = 1 + \ln 2$$

$$\text{Nên } F(2) - F(-1) = 2 - 2\ln 2 - (1 + \ln 2) = 1 - 3\ln 2.$$

Câu 7. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức $\log_a f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = a^m$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } \log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x-5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21.$$

Câu 8. Chọn đáp án B

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \text{ (} n \neq -1 \text{)}; \int e^x dx = e^x + C$

Cách giải

$$\text{Ta có } \int (2x + e^x) dx = \int 2x dx + \int e^x dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} + e^x + C = x^2 + e^x + C$$

Câu 9. Chọn đáp án A

Phương pháp

- Biến đổi bất phương trình về dạng $h(x) \geq m$.

- Xét hàm số $y = h(x)$ trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ và kết luận.

Cách giải

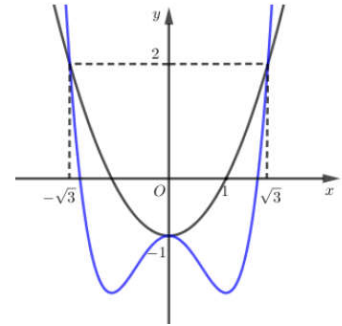
$$\text{Ta có: } g(x) = 3f(x) - x^3 + 3x - m \geq 0 \Leftrightarrow 3f(x) - x^3 + 3x \geq m$$

$$\text{Điều kiện bài toán trở thành tìm } m \text{ để } 3f(x) - x^3 + 3x \geq m, \forall x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}].$$

Xét hàm $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$ trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ ta có:

$$h'(x) = 3f'(x) - 3x^2 + 3 = 3(f'(x) - x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 1$$

Dựng đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ cùng một hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$ bài cho ta được:



Xét trên đoạn $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ thì $f'(x) \geq x^2 - 1, \forall x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

Do đó $f'(x) - x^2 + 1 \geq 0, \forall x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ hay hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

$$\text{Suy ra } h(-\sqrt{3}) \leq h(x) \leq h(\sqrt{3}) \text{ hay } 3f(-\sqrt{3}) \leq h(x) \leq 3f(\sqrt{3}).$$

$$\text{Điều kiện bài toán thỏa } \Leftrightarrow m \leq \min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = h(-\sqrt{3}) = 3f(-\sqrt{3}).$$

$$\text{Vậy } m \leq 3f(-\sqrt{3}).$$

Câu 10. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng tính chất của công thức $\log_a$, với $a, b, c > 0; a \neq 1$ ta có

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c; \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c; \log_a b^a = a \log_a b \text{ (giả sử các biểu thức có nghĩa)}$$

Cách giải

$$+ \text{ A sai vì } \ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$+ \text{ B sai vì ta không có công thức } \log_a \text{ của một tổng}$$

$$+ \text{ C sai vì } \ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$+ \text{ Vì } \ln a^b = b \ln a \text{ nên D đúng}$$

Câu 11. Chọn đáp án D

Phương pháp

$$\text{Sử dụng tính chất } (Q) // (P) \Leftrightarrow \vec{n_Q} // \vec{n_P}$$

Cách giải

$$(P): x - 2y - z + 4 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n_P} = (1; -2; -1) \text{ nên } (Q) // (P) \Rightarrow \vec{n_Q} = (1; -2; -1).$$

$$(Q) \text{ đi qua } A(-4; 0; 1) \text{ và nhận } \vec{n_Q} = (1; -2; -1) \text{ làm VTPT nên } (Q) \text{ có phương trình là:}$$

$$1(x + 4) - 2(y - 0) - 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z + 5 = 0.$$

Chú ý khi giải: Các em cũng có thể loại dần các đáp án bằng việc kiểm tra VTPT của (Q) và thay tọa độ điểm A vào các phương trình chưa bị loại để kiểm tra.

Câu 12. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng mối quan hệ về khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) :

$$d((P), (Q)) = d(M; (Q)) \text{ với } M \in (P).$$

Cho $M(x_0; y_0; z_0)$ và $(Q): ax + by + cz + d = 0$ thì $d(M; (Q)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Cách giải

Nhận thấy rằng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$ song song vì $\frac{1}{2} = \frac{2}{2} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{-6}{3}$

Nên lấy $M(0; 4; 1) \in (P)$ thì $d((P), (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|0 + 4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{\sqrt{9}} = 3$.

Câu 13. Chọn đáp án A

Phương pháp

Nhằm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm, từ đó tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt.

Cách giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + (m+3)x + m^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 + (m+3)x + m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + (m+3)x + m^2 = 0 \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình $x^2 + (m+3)x + m^2 = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+3)^2 - 4m^2 > 0 \\ 1^2 + (m+3) \cdot 1 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 6m + 9 > 0 \\ m^2 + m + 4 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$$

Do đó với $-1 < m < 3$ thì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$.

Câu 14. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường

thẳng $x = a; x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Chú ý đến dấu của $f(x)$ khi phá dấu giá trị tuyệt đối. Nếu đồ thị nằm dưới Ox thì $f(x) < 0$, nếu đồ thị nằm trên Ox thì $f(x) > 0$.

Cách giải

Trên $(-2; 1)$ thì đồ thị nằm phía dưới Ox nên $f(x) < 0$, trên khoảng $(1; 2)$ thì đồ thị nằm trên Ox nên $f(x) > 0$

Nên từ hình vẽ ta có diện tích phần được tô đậm là

$$S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -a + b = b - a.$$

Câu 15. Chọn đáp án C

Phương pháp

Quan sát đồ thị hàm số, nhận xét đáng điều, điểm đi qua và kết luận.

Cách giải

Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a > 0$ nên loại A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;3)$ nên thay tọa độ điểm $(-1;3)$ vào hai hàm số C và D ta thấy chỉ có C thỏa mãn.

Câu 16. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng phương pháp đổi biến số $\sqrt{x^2+1} = t$ để tìm tích phân.

Cách giải

$$\text{Đặt } \sqrt{x^2+1} = t \Rightarrow x^2+1 = t^2 \Rightarrow \begin{cases} xdx = tdt \\ x^2 = t^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} dx = \frac{t}{x} dt \\ x^2 = t^2 - 1 \end{cases}$$

Đổi cận: Với $x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}; x = 2 \Rightarrow t = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } \int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} &= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{t-1} \frac{t}{x} dt = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{x^2 \cdot t}{t-1} dt = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{(t^2-1) \cdot t}{t-1} dt = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{(t+1)(t-1)t}{t-1} dt \\ &= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} (t^2+t) dt = \left. \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} \right|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} = \frac{5}{3}\sqrt{5} + \frac{5}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} - 1 = \frac{5}{3}\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{nên } a = \frac{5}{3}; b = -\frac{2}{3}; c = \frac{3}{2} \Rightarrow P = a + b + c = \frac{5}{2}.$$

Câu 17. Chọn đáp án A

Phương pháp

- Tính y' và tìm nghiệm của $y' = 0$ trên đoạn $[-3;3]$.

- Tính giá trị của hàm số tại hai điểm $-3, 3$ và các điểm là nghiệm của đạo hàm ở trên.

- So sánh kết quả và kết luận.

Cách giải

$$\text{Ta có: } y' = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-3;3] \\ x = 2 \in [-3;3] \end{cases}$$

$$\text{Lại có: } y(-3) = -35, y(-1) = 17, y(2) = -10, y(3) = 1.$$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;3]$ là $M = 17$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-3;3]$ là $m = -35$;

$$\text{Vậy } T = M + m = 17 + (-35) = -18.$$

Câu 18. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng cách đọc bảng biến thiên để suy ra khoảng đồng biến của hàm số.

Hàm số liên tục trên $(a;b)$ có $y' > 0$ với $x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

Cách giải

Từ BBT ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$.

Câu 19. Chọn đáp án C**Phương pháp**

Nhân cả tử và mẫu với biểu thức liên hợp của tử, tìm nghiệm của mẫu thức và tính giới hạn của hàm số tại các nghiệm đó.

Cách giải

$$\text{Ta có: } y = \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-2x} = \frac{(\sqrt{x+7}-3)(\sqrt{x+7}+3)}{(x^2-2x)(\sqrt{x+7}+3)} = \frac{x-2}{x(x-2)(\sqrt{x+7}+3)} = \frac{1}{x(\sqrt{x+7}+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x(\sqrt{x+7}+3)} = +\infty \text{ nên đồ thị hàm số có duy nhất một đường tiệm cận đứng } x = 0.$$

Câu 20. Chọn đáp án A**Phương pháp**

Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$

Cách giải

Mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 4 = 0$ có một VTPT là $\vec{n} = (2; -1; 1)$

Câu 21. Chọn đáp án C**Phương pháp**

Sử dụng các công thức lũy thừa thu gọn biểu thức dưới dấu logarit và sử dụng công thức $\log_a a^n = n$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } S = \log_a \left(a^3 \sqrt[4]{a} \right) = \log_a \left(a^3 \cdot a^{\frac{1}{4}} \right) = \log_a a^{\frac{13}{4}} = \frac{13}{4}.$$

Câu 22. Chọn đáp án D**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$.

Cách giải

Thể tích khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 18\pi$.

Câu 23. Chọn đáp án A**Phương pháp**

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $ad - bc \neq 0$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.

Cách giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{1}{4}$.

Câu 24. Chọn đáp án C**Phương pháp**

Hàm số $y = f(x)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ và dấu “=” chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm.

Cách giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Hay $\frac{2x}{x^2+1} - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2+1} = g(x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $m \leq \min_{\mathbb{R}} g(x)$ với $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, xét $g'(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$

BBT của $g(x)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$+$	$-$
$g(x)$	0	-1	1	0

Từ BBT suy ra $\min g(x) = -1 \Leftrightarrow x = -1$

Nên $m \leq -1$ thì hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 25. Chọn đáp án C

Phương pháp

Mặt phẳng (P) vuông góc với cả hai mặt phẳng $(Q), (R)$ nên $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R]$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm VTPT thì $(P): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$.

Cách giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với cả hai mặt phẳng $(Q), (R)$ nên $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R]$.

Có $\vec{n}_Q = (1; 1; 3)$ và $\vec{n}_R = (2; -1; 1)$ nên $[\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (4; 5; -3)$.

Vậy $(P): 4(x-2) + 5(y-1) - 3(z+3) = 0$ hay $(P): 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 26. Chọn đáp án D

Phương pháp

+ Cho mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R và mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r thì ta có mối liên hệ $R^2 = h^2 + r^2$ với $h = d(I, (P))$. Từ đó ta tính được R .

+ Phương trình mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ và bán kính R có dạng $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$

Cách giải

+ Ta có $h = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{9}{3} = 3$.

+ Từ đề bài ta có bán kính đường tròn giao tuyến là $r = 5$ nên bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$.

+ Phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{34}$ là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Câu 27. Chọn đáp án D

Phương pháp

Vectơ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì $\vec{u} = (x; y; z)$.

Cách giải

Do $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ nên $\vec{a} = (1; 3; -2)$.

Câu 28. Chọn đáp án A

Phương pháp

Nhận thấy đây là hàm đa thức bậc ba nên ta thực hiện các bước sau:

+ Tìm y' , giải phương trình $y' = 0$ ta tìm được nghiệm x_0 .

+ Tìm y'' , nếu $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số từ đó tính giá trị cực tiểu $y(x_0)$.

Cách giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Lại có $y'' = 6x - 6 \Rightarrow y''(0) = -6; y''(2) = 6 > 0$ nên $x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số

Khi đó $y_{CT} = y(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 = -4$.

Chú ý: Các em cũng có thể lập BBT để tìm điểm cực tiểu.

Câu 29. Chọn đáp án B

Phương pháp

Sử dụng các tính chất tích phân $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$ và $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

Cách giải

Ta có: $L = \int_0^3 [2f(x) - x^2] dx = \int_0^3 2f(x) dx - \int_0^3 x^2 dx = 2 \int_0^3 f(x) dx - \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 = 2 \cdot 2 - \frac{3^3}{3} = -5$.

Câu 30. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức: Cho cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng thứ n ($n > 1$) là

$$u_n = u_1 + (n - 1)d.$$

Từ đó ta tìm được công sai d .

Cách giải

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d \Leftrightarrow -3 + 9d = 24 \Leftrightarrow 9d = 27 \Leftrightarrow d = 3$.

Câu 31. Chọn đáp án C

Phương pháp

Coi phương trình đã cho là bậc hai ẩn 2^x , giải phương trình tìm x và kết luận.

Cách giải

Ta có: $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 2)(2^x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3 \end{cases}$

Do đó $P = x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot \log_2 3 = \log_2 3$.

Câu 32. Chọn đáp án C

Phương pháp

Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều là giao của đường trung trực 1 cạnh bên và chiều cao của hình chóp.

Từ đó sử dụng tam giác đồng dạng để tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều.

Cách giải

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và E là trung điểm SB .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Trong (SBO) kẻ đường trung trực của SB cắt SO tại I , khi đó

$IA = IB = IC = ID = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính mặt cầu là $R = IS$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh 2

$$\Rightarrow BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{BD}{2} = \sqrt{2}.$$

Ta có $SA = SB = SC = SD = 3\sqrt{2}$ (vì $S.ABCD$ là hình chóp đều) nên $SE = EB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác SBO vuông tại O (vì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OB$) có $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{18 - 2} = 4$.

$$\text{Ta có } \triangle SEI \text{ đồng dạng với tam giác } SOB \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{SI}{SB} = \frac{SE}{SO} \Leftrightarrow IS = \frac{SB \cdot SE}{SO} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}}{4} = \frac{9}{4}.$$

Vậy bán kính $R = \frac{9}{4}$.

Chú ý: Các em có thể sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều có cạnh

bên là a và chiều cao h là $R = \frac{a^2}{2h}$.

Câu 33. Chọn đáp án D

Phương pháp

Tính diện tích đáy rồi tính thể tích theo công thức $V = \frac{1}{3} Bh$.

Cách giải

$$\text{Diện tích đáy } S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 34. Chọn đáp án B

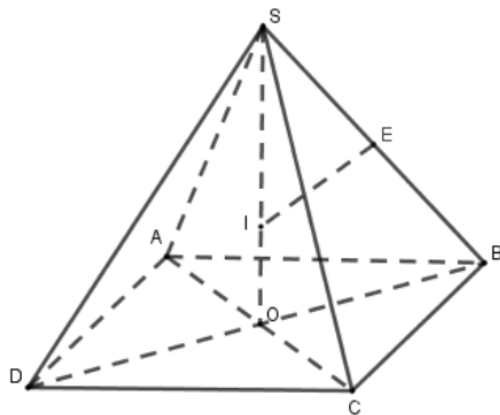
Phương pháp

Sử dụng các kiến thức sau:

$$+) \begin{cases} d \perp a, d \perp b \\ a, b \subset (P) \\ a \cap b \end{cases} \Rightarrow d \perp (P)$$

+) $d \perp (P)$ thì d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) . Từ đó tìm ra khẳng định **sai**.

Cách giải



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ nên A đúng.

Lại có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow \begin{cases} AH \perp SC \\ AH \perp BC \end{cases}$ hay C, D đúng.

Từ đó B sai.

Câu 35. Chọn đáp án B

Phương pháp

Số các số lập được chính là số hoán vị của 4.

Cách giải

Mỗi số lập được thỏa mãn bài toán là một hoán vị của 4 chữ số 1; 5; 6; 7.

Số các số có bốn chữ số đôi một khác nhau lập được từ 4 chữ số 1; 5; 6; 7 là $P_4 = 4! = 24$ số.

Câu 36. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y = (f(x))^a$ với a là phân số (không là số nguyên) hoặc số vô tỉ thì có điều kiện $f(x) > 0$.

Cách giải

Do $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định $\Leftrightarrow 4 - x > 0 \Leftrightarrow x < 4$

Vậy TXĐ của hàm số là $D = (-\infty; 4)$.

Câu 37. Chọn đáp án C

Phương pháp

Giải bất phương trình bằng cách đưa về bất phương trình bậc hai, ẩn là $\log_5(5^x - 1)$.

Cách giải

Điều kiện: $5^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Ta có:

$$\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1 \Leftrightarrow \log_5(5^x - 1) \cdot \frac{1}{2} \log_5[5(5^x - 1)] \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_5(5^x - 1) \cdot [1 + \log_5(5^x - 1)] - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5^2(5^x - 1) + \log_5(5^x - 1) - 2 \leq 0$$

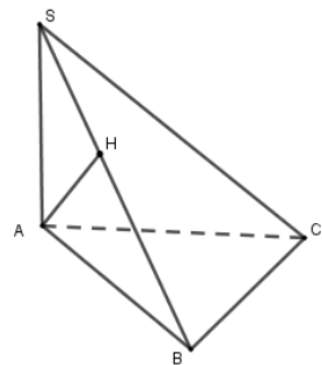
$$\Leftrightarrow [\log_5(5^x - 1) - 1][\log_5(5^x - 1) + 2] \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq \log_5(5^x - 1) \leq 1 \Leftrightarrow 5^{-2} \leq 5^x - 1 \leq 5^1 \Leftrightarrow \frac{1}{25} \leq 5^x - 1 \leq 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{26}{25} \leq 5^x \leq 6 \Leftrightarrow \log_5 \frac{26}{25} \leq x \leq \log_5 6$$

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\log_5 \frac{26}{25}; \log_5 6 \right] \Rightarrow a = \log_5 \frac{26}{25}; b = \log_5 6$

$$\Rightarrow a + b = \log_5 \frac{26}{25} + \log_5 6 = \log_5 \frac{156}{25} = \log_5 156 - \log_5 25 = \log_5 156 - 2$$



Câu 38. Chọn đáp án A**Phương pháp**

Sử dụng công thức lãi kép $A = A_0(1+r)^n$ với r là lãi suất, A_0 là số tiền ban đầu, A là số tiền thu được sau n kì hạn.

Cách giải

Số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được sau khi gửi 100 triệu trong 6 tháng đầu là $100(1+2\%)^2$ triệu đồng.

Sau 6 tháng người đó gửi thêm 100 triệu đồng nên số tiền gốc lúc này là $100+100(1+0,02)^2$

Sau 6 tháng còn lại, thì người đó nhận được tổng số tiền là

$$T = (100+100(1+0,02)^2)(1+0,02)^2 \approx 212,28 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 39. Chọn đáp án C**Phương pháp**

Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ x_0 có phương trình $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Cách giải

Ta có: $y'=3x^2+6x \Rightarrow y'(-3)=9$. Tại $x=-3$ thì $y=-2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến: $y=9(x+3)-2=9x+25$.

Câu 40. Chọn đáp án B**Phương pháp**

$$\text{Sử dụng công thức } \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

Cách giải

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = 1+(-2) = -1.$$

Câu 41. Chọn đáp án A**Phương pháp**

Sử dụng lý thuyết: Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a, b bằng góc giữa đường thẳng a với mặt phẳng (P) chứa b mà song song với a .

Cách giải

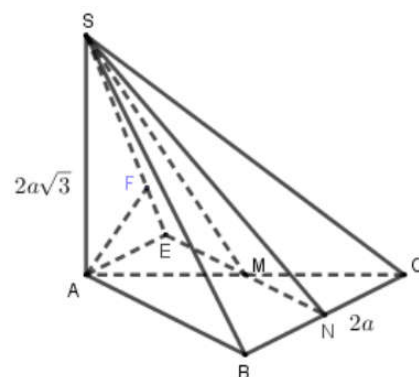
Gọi N là trung điểm của BC thì $AB//MN$ suy ra $d(AB, SM) = d(AB, (SMN)) = d(A, (SMN))$

Gọi E là hình chiếu của A lên $MN \Rightarrow ME \perp AE$, mà $ME \perp SA \Rightarrow NE \perp (SAE)$.

Gọi F là hình chiếu của A lên $SE \Rightarrow AF \perp SE$.

Mà $EN \perp (SAE) \Rightarrow NE \perp AF$.

Do đó $AF \perp (SEN)$ hay $d(A, (SMN)) = d(A, (SEN)) = AF$.



Tam giác SAE vuông tại A có $\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{12a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{13}{12a^2} \Rightarrow AF^2 = \frac{12a^2}{13} \Leftrightarrow AF = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$

Vậy $d(AB, SM) = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 42. Chọn đáp án B

Phương pháp

- Ta xác định điểm $H(x; y; z)$ sao cho $2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$
- Từ đó biến đổi để có $2MA^2 + MB^2$ lớn nhất khi MH lớn nhất.
- $MH_{\max} = HI + R$ với I, R là tâm và bán kính mặt cầu (S) .

Cách giải

Ta xác định điểm $H(x; y; z)$ sao cho $2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{HA} = (-1-x; 2-y; -3-z); \overrightarrow{HB} = (5-x; 2-y; 3-z) \text{ nên}$$

$$2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0} \Leftrightarrow (-2-2x; 4-2y; -6-2z) + (5-x; 2-y; 3-z) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2-2x+5-x=0 \\ 4-2y+2-y=0 \\ -6-2z+3-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow H(1; 2; -1)$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2MA^2 + MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = 2(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA})^2 + (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HB})^2 \\ &= 2(MH^2 + 2\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{HA} + HA^2) + (MH^2 + 2\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{HB} + HB^2) \\ &= 3MH^2 + 2HA^2 + HB^2 + 2\overrightarrow{MH} \cdot (2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}) \\ &= 3MH^2 + 2HA^2 + HB^2 \text{ (Do } 2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0} \text{)} \end{aligned}$$

Ta có $\overrightarrow{HA} = (-2; 0; -2); \overrightarrow{HB} = (4; 0; 4) \Rightarrow HA^2 = 8; HB^2 = 32$ nên

$$2MA^2 + MB^2 = 3MH^2 + 2 \cdot 8 + 32 = 3MH^2 + 48$$

Từ đó $2MA^2 + MB^2$ lớn nhất khi MH^2 lớn nhất hay MH lớn nhất.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 1)$, bán kính $R = 2$.

Ta có $MH_{\max} = HI + R = \sqrt{4+1+4} + 2 = 5$.

Như vậy $2MA^2 + MB^2$ đạt GTLN là $3MH^2 + 48 = 3 \cdot 25 + 48 = 123$.

Câu 43. Chọn đáp án C

Phương pháp

- Lập hệ bất phương trình ẩn x, y dựa vào điều kiện đề bài.
- Biểu diễn miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ.
- Tìm x, y để biểu thức tính số điểm $M(x; y)$ đạt GTLN (tại một trong các điểm nút).

Cách giải

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam thì cần $30x(g)$ đường, x lít nước và $x(g)$ hương liệu.

Đề pha chế y lít nước táo thì cần $10y(g)$ đường, y lít nước và $4y(g)$ hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là:
 $M(x; y) = 60x + 80y$.

Bài toán trở thành tìm x, y thỏa đề $M(x; y)$ đạt GTLN.

Ta biểu diễn miền nghiệm của (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:

Miền nghiệm là ngũ giác $ACJIH$

Tọa độ các giao điểm $A(4; 5), C(6; 3), J(7; 0), I(0; 0), H(0; 6)$.

$M(x; y)$ sẽ đạt max, min tại các điểm đầu mút nên thay tọa độ từng giao điểm vào tính $M(x; y)$ ta được:

$$M(4; 5) = 640;$$

$$M(6; 3) = 600, M(7; 0) = 420, M(0; 0) = 0, M(0; 6) = 480$$

$$\text{Vậy } \max M(x; y) = 640 \text{ khi } x = 4; y = 5 \Rightarrow T = 2x^2 + y^2 = 57$$

Câu 44. Chọn đáp án B

Phương pháp

+ Từ giả thiết ta viết được phương trình đường tròn và phương trình parabol

+ S_1 là phần diện tích giới hạn bởi parabol; đường tròn và hai đường thẳng $x = 2; x = -2$. Từ đó sử dụng công thức diện tích hình phẳng bằng ứng dụng tích phân để tính S_1 .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x); y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$

$$\text{là } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

+ Từ đó tính $S_1; S_2; S_3; S_4$ và tính tiền trồng bồn hoa.

Cách giải

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh 4 nên

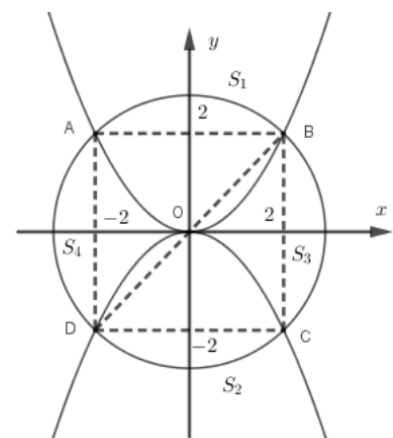
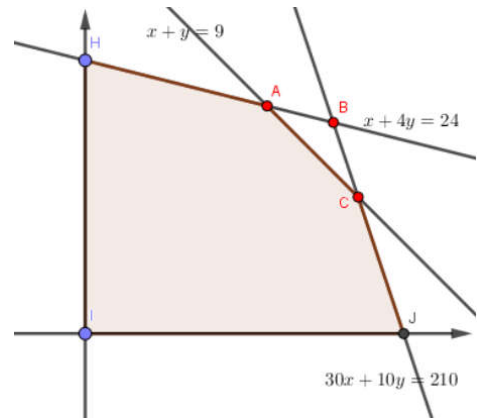
$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow OB = 2\sqrt{2} \text{ và } A(-2; 2); B(2; 2).$$

Phương trình đường tròn tâm O bán kính $r = 2\sqrt{2}$ là
 $x^2 + y^2 = 8 \Rightarrow y = \sqrt{8 - x^2}$

Parabol đi qua hai điểm $A(-2; 2), B(2; 2)$ và có đỉnh $O(0; 0)$ có dạng
 $y = ax^2 (a \neq 0)$

$$\text{Khi đó } 2 = a.2^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 \quad (P)$$

Từ đồ thị ta có S_1 là giới hạn của hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{8 - x^2}$ và



$y = \frac{1}{2}x^2$ và hai đường thẳng $x = -2; x = 2$.

$$\text{Nên ta có } S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8-x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \int_{-2}^2 \sqrt{8-x^2} dx - \frac{1}{6}x^3 \Big|_{-2}^2 = I - \frac{8}{3}$$

$$\text{Xét } I = \int_{-2}^2 \sqrt{8-x^2} dx, \text{ đặt } x = 2\sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = 2\sqrt{2} \cos t dt$$

$$\text{Đổi biến số } x = -2 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Từ đó } I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{8-8\sin^2 t} \cdot 2\sqrt{2} \cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 8\cos^2 t dt = 4 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = 4t + 2\sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 2\pi + 4$$

$$\text{Nên } S_1 = I - \frac{8}{3} = 2\pi + 4 - \frac{8}{3} = 2\pi + \frac{4}{3}$$

Lại thấy $S_1 = S_2; S_3 = S_4$ (vì hai parabol đối xứng nhau qua đỉnh O), diện tích cả bốn hoa là $S = \pi r^2 = \pi (2\sqrt{2})^2 = 8\pi$.

$$\text{Từ đó diện tích trồng hoa là } S_1 + S_2 = 2S_1 = 4\pi + \frac{8}{3} (m^2)$$

$$\text{Diện tích trồng cỏ là } S_3 + S_4 = S - (S_1 + S_2) = 4\pi - \frac{8}{3} (m^2)$$

$$\text{Nên tổng số tiền trồng bốn hoa là } \left(4\pi + \frac{8}{3}\right) \cdot 150000 + \left(4\pi - \frac{8}{3}\right) \cdot 100000 \approx 3274926 \text{ đồng.}$$

Câu 45. Chọn đáp án D

Phương pháp

- Từ điều kiện $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$ rút ra $\frac{f'(x)}{f(x)}$ và lấy nguyên hàm hai vế, kết hợp với $f(1)=1$ tìm $f(x)$.

- Tính $f(5)$ và kết luận.

Cách giải

$$\text{Ta có: } f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx \Rightarrow \int \frac{d(f(x))}{f(x)} = \int (3x+1)^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$\Rightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x+1} + C \Rightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1} + C}$$

$$\text{Do } f(1)=1 \text{ nên } e^{\frac{2}{3}\sqrt{3 \cdot 1 + 1} + C} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{3} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{4}{3} \text{ hay } f(x) = e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1} - \frac{4}{3}}$$

$$\text{Do đó } f(5) = e^{\frac{2}{3}\sqrt{3 \cdot 5 + 1} - \frac{4}{3}} = e^{\frac{4}{3}} \approx 3,79. \text{ Vậy } 3 < f(5) < 4.$$

Câu 46. Chọn đáp án D**Phương pháp**

Nhận xét rằng: Đa giác đều có số đỉnh chẵn luôn tồn tại đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác là đoạn nối hai đỉnh của đa giác.

Nên ta chia đường tròn ngoại tiếp đa giác đều đó thành hai nửa đường tròn và dựa vào tính đối xứng của các đỉnh để tạo thành một hình chữ nhật.

Tính số hình vuông trong các hình chữ nhật đó để tính xác suất 4 đỉnh tạo thành hình chữ nhật mà không phải hình vuông.

Cách giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{24}^4$

Ta vẽ đường tròn ngoại tiếp đa giác đều 24 đỉnh. Vẽ một đường kính của đường tròn này. Khi đó hai nửa đường tròn đều chứa 12 đỉnh.

Với mỗi đỉnh thuộc nửa đường tròn thứ nhất ta đều có một đỉnh đối xứng với nó qua đường kính và thuộc nửa đường tròn còn lại.

Như vậy cứ hai đỉnh thuộc nửa đường tròn thứ nhất ta xác định được hai đỉnh đối xứng với nó qua đường kính và thuộc nửa đường tròn còn lại, bốn đỉnh này tạo thành một hình chữ nhật.

Vậy số hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho là C_{12}^2 .

Nhận thấy rằng trong số các hình chữ nhật tạo thành có $24 : 4 = 6$ hình vuông (vì hình chữ nhật có các cạnh bằng nhau là hình vuông)

Nên số hình chữ nhật mà không phải hình vuông là $C_{12}^2 - 6$.

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{C_{12}^2 - 6}{C_{24}^4} = \frac{10}{1771}.$$

Câu 47. Chọn đáp án D**Phương pháp**

- Chia khối đa diện $ABCSFH$ thành hai khối chóp $A.BCHF$ và $S.BCHF$ rồi tính thể tích.

Cách giải

Gọi I là hình chiếu của A lên BH . Khi đó S đối xứng với A qua BH hay S đối xứng với A qua I .

Chia khối đa diện $ABCSFH$ thành hai khối chóp $A.BCHF$ và $S.BCHF$ thì ta có $V_{ABCSFH} = V_{A.BCHF} + V_{S.BCHF}$

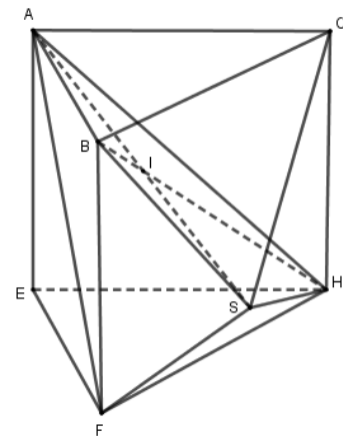
Lại có $SI = AI$ và $SA \cap (BCHF)$ tại I nên $d(A; (BCHF)) = d(S; (BCHF))$.

$$\text{Suy ra } V_{A.BCHF} = V_{S.BCHF} \Rightarrow V_{ABCSFH} = 2V_{A.BCHF}$$

$$\text{Để thấy } V_{A.BCHF} = V_{ABC.EFH} - V_{A.EFH} = V_{ABC.EFH} - \frac{1}{3}V_{ABC.EFH} = \frac{2}{3}V_{ABC.EFH}$$

$$\text{Mà } V_{ABC.EFH} = AE.S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \text{ nên}$$

$$V_{A.BCHF} = \frac{2}{3}V_{ABC.EFH} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$



$$\Rightarrow V_{ABCHFS} = 2V_{A.BCHF} = 2 \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCHFS} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 48. Chọn đáp án B

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích toàn phần hình hộp và công thức tính thể tích hình hộp $V = abc$ (với a, b, c là ba kích thước của hình chữ nhật)

Sử dụng các dữ kiện đề bài và sử dụng hàm số để tính giá trị lớn nhất của thể tích.

Cách giải

Gọi chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể cá lần lượt là $a; b; c$ ($a, b, c > 0$)

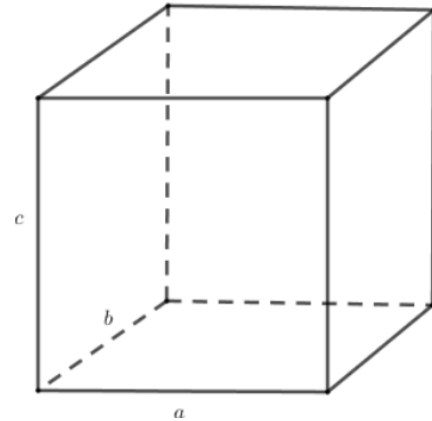
Theo đề bài ta có $a = 2b$.

Vì ông A sử dụng $5m^2$ kính để làm bể cá không nắp nên diện tích toàn phần (bỏ 1 mặt đáy) của hình hộp là $5m^2$.

Hay $ab + 2bc + 2ac = 5$ mà $a = 2b$ nên

$$2b^2 + 2bc + 4bc = 5 \Leftrightarrow 2b^2 + 6bc = 5 \Rightarrow c = \frac{5 - 2b^2}{6b}$$

$$\text{Thể tích bể cá là } V = abc = 2b \cdot b \cdot \frac{5 - 2b^2}{6b} = \frac{-2b^3 + 5b^2}{3}$$



$$\text{Xét hàm số } f(b) = \frac{-2b^3 + 5b^2}{3} \quad (b > 0) \Rightarrow f'(b) = \frac{-6b^2 + 10b}{3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ (ktm)} \\ b = \frac{5}{3} \text{ (tm)} \end{cases} \quad (\text{vì } b > 0)$$

Ta có BBT của $y = f(b)$.

b	0	$5/3$	$+\infty$	
$f'(b)$		+	0	-
$f(b)$			$125/81$	
	0			$-\infty$

$$\text{Từ BBT suy ra } \max f(b) = \frac{125}{81} \Leftrightarrow b = \frac{5}{3}$$

Câu 49. Chọn đáp án D

Phương pháp

Biến đổi phương trình đã cho về dạng $f(u) = f(v)$ rồi sử dụng phương pháp hàm số.

Cách giải

Ta có:

$$x^9 + 3x^3 - 9x = m + 3\sqrt[3]{9x+m} \Leftrightarrow x^9 + 3x^3 = 9x + m + 3\sqrt[3]{9x+m} \Leftrightarrow (x^3)^3 + 3x^3 = (\sqrt[3]{9x+m})^3 + 3\sqrt[3]{9x+m}$$

Xét hàm $g(t) = t^3 + 3t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t$ nên hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } g(x^3) = g(\sqrt[3]{9x+m}) \Leftrightarrow x^3 = \sqrt[3]{9x+m} \Leftrightarrow x^9 = 9x + m \Leftrightarrow x^9 - 9x = m.$$

Xét hàm $f(x) = x^9 - 9x$ trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = 9x^8 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		8		-8	$+\infty$
	$-\infty$				

Từ bảng biến thiên ta thấy, phương trình đã cho có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 8 \\ m = -8 \end{cases}$.

Vậy $S = \{-8; 8\}$ hay tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 50. Chọn đáp án C

Phương pháp

Biến đổi giả thiết để tìm mối liên hệ của x theo y . Thay vào biểu thức P rồi sử dụng phương pháp hàm số để tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Cách giải

Ta có $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 0$. ĐK $x > y; x > -y \Rightarrow x > 0; x > y$.

Suy ra $\log_4(x^2 - y^2) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 \geq y^2 + 4 \Rightarrow x \geq \sqrt{y^2 + 4}$ (vì $x > 0$)

Lại có $P = 2x - y \geq 2\sqrt{y^2 + 4} - y \geq 2\sqrt{y^2 + 4} - |y|$

Đặt $t = |y| \geq 0$

Xét $f(t) = 2\sqrt{t^2 + 4} - t$ có $f'(t) = 2 \frac{t}{\sqrt{t^2 + 4}} - 1 = 0 \Rightarrow 2t = \sqrt{t^2 + 4} \Rightarrow 3t^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{\sqrt{3}} (tm) \\ t = -\frac{2}{\sqrt{3}} (ktm) \end{cases}$

BBT của $f(t)$ trên $(0; +\infty)$

t	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$+\infty$	
f'		$-$	0	$+$
f	4		$2\sqrt{3}$	$+\infty$

Từ BBT suy ra $\min f(t) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow t = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Suy ra $P \geq 2\sqrt{3}$ hay GTNN của P là $2\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{\sqrt{3}}; y = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ x = \frac{2}{\sqrt{3}}; y = -\frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$