

SỞ GD&ĐT BẮC NINH
PHÒNG QUẢN LÝ CHẤT LƯỢNG

ĐỀ TẬP HUẤN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Bài thi: Toán

Thời gian làm bài: **90 phút** (không kể thời gian giao đề)
(Đề có 50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh :.....

Mục tiêu: Đề tập huấn thi THPTQG năm 2019 của Sở GD&ĐT Bắc Ninh gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra có một số ít các bài toán thuộc nội dung Toán lớp 11. Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Trong đó xuất hiện các câu hỏi khó lạ như câu 45, 49 nhằm phân loại tối đa học sinh. Đề thi giúp HS biết được mức độ của mình để có kế hoạch ôn tập một cách hiệu quả nhất.

Câu 1: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 2: Hàm số nào sau đây không có điểm cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x + 1$ B. $y = x^2 - 2x$ C. $y = x^4 + 4x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 3: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích khối trụ là

- A. $V = 16\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 4: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA = AC = 2a$. Thể tích khối chóp S.ABC là

- A. $V_{S.ABC} = \frac{2}{3}a^3$. B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ABC} = 2a^3$ D. $V_{S.ABC} = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 5: Cho $k, n (k < n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây SAI?

- A. $C_n^k = C_n^{n-k}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $A_n^k = k!.C_n^k$. D. $A_n^k = n!.C_n^k$

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M là trung điểm cạnh BB' , điểm N thuộc cạnh CC' sao cho $CN = 2C'N$. Tính thể tích khối chóp A,BCNM theo V ,

- A. $V_{A.BCNM} = \frac{7V}{12}$. B. $V_{A.BCNM} = \frac{7V}{18}$. C. $V_{A.BCNM} = \frac{V}{3}$. D. $V_{A.BCNM} = \frac{6V}{18}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 8: Cho tứ diện ABCD, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $G_1G_2 // ABD$

B. $G_1G_2 // ABC$

C. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$

D. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C$

B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3}e^{x^3+1} + C$

Câu 10: Phương trình $7^{2x^2+6x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

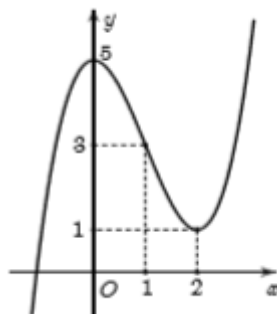
A. 1

B. $\frac{5}{2}$

C. -1

D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 11: Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ **B.** $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$ **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 5$ **D.** $y = x^3 - 3x + 5$

Câu 12: Cho hình chóp đều .S ABCD có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng 45° . Thể tích khối chóp S.ABCD là

A. $\frac{a^3}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int x.e^x dx = e^x + xe^x + C$.

B. $\int x.e^x dx = xe^x - e^x + C$

C. $\int x.e^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + C$

D. $\int x.e^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + e^x + C$.

Câu 14: Khối đa diện nào có số đỉnh nhiều nhất?

A. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều).

B. Khối bát diện đều (8 mặt đều).

C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều). D. Khối tứ diện đều.

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$ là

A. $\frac{1}{\ln 5} \ln|5x+4| + C$ B. $\ln|5x+4| + C$ C. $\frac{1}{5} \ln|5x+4| + C$ D. $\frac{1}{5} \ln(5x+4) + C$

Câu 16: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với mặt phẳng ABC và $AB = 2$, $AC = 4$, $SA = \sqrt{3}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp S.ABC có bán kính là

A. $R = \frac{5}{2}$ B. $R = 5$ C. $R = \frac{10}{3}$ D. $R = \frac{25}{2}$.

Câu 17: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là

A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 18: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 12\pi$ B. $V = 4\pi$ C. $V = 4$ D. $V = 12$

Câu 19: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus (-1; 4)$ B. $D = \mathbb{R}$
C. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ D. $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

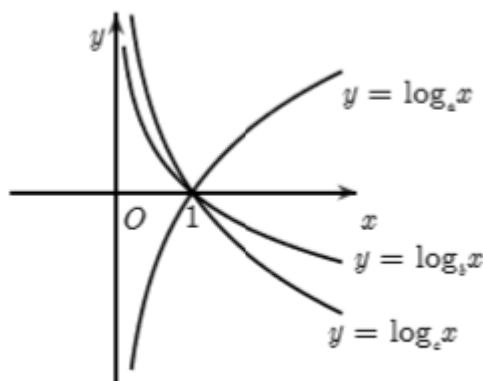
Câu 20: Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$

A. $I = -\frac{1}{3}$ B. $I = -3$ C. $I = \frac{1}{3}$ D. $I = 3$

Câu 21: Cho $a > 0$, $b > 0$, giá trị của biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ bằng

A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 22: Cho a, b, c dương và khác 1. Các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $b > c > a$

B. $a > b > c$

C. $a > c > b$

D. $c > b > a$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = 2 \sin x$ là

A. $[0; 2]$

B. $[-2; 2]$

C. $\mathbb{R}$

D. $[-1; 1]$

Câu 24: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2 \log(a + 2b) = 5(\log a + \log b)$

B. $\log(a + 1) + \log b = 1$

C. $\log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$

D. $5 \log(a + 2b) = \log a - \log b$

Câu 25: Cho tập A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

A. A_{26}^6

B. 6

C. P_6

D. C_{26}^6

Câu 26: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. 1

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

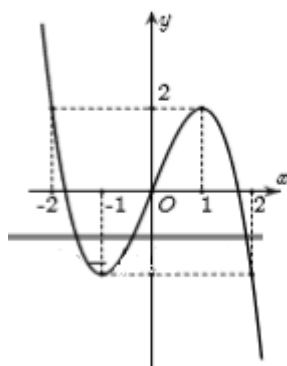
A. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$

B. $S = (-\infty; 4]$

C. $S = (1; 4]$

D. $S = (1; 4)$

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây SAI?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- B. Nếu $|m| > 2$ thì phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.
- C. Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -1.
- D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 2.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$

- A. $F(x) = e^x - 2019$
- B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$
- C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$
- D. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$

Câu 30: Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $[-1; 1]$
- B. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- D. $(-1; 1)$

Câu 31: Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$. Tính giá trị $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{a}{b} = \frac{3+\sqrt{6}}{4}$
- B. $\frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}$
- C. $\frac{a}{b} = 7 + 2\sqrt{6}$
- D. $\frac{a}{b} = \frac{3-\sqrt{6}}{4}$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC . Gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) , tính $\sin \varphi$ biết rằng $SB = a$.

- A. $\sin \varphi = \frac{1}{4}$.
- B. $\sin \varphi = \frac{1}{2}$.
- C. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 2010

B. 2012

C. 2011

D. 2009

Câu 34: Cho hình chóp S.ABC có $AB = AC = 4, BC = 2, SA = 4\sqrt{3}, SAB = SAC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $V_{S.ABC} = 8$

B. $V_{S.ABC} = 6$

C. $V_{S.ABC} = 4$

D. $V_{S.ABC} = 12$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		$\frac{15}{13}$		

Giá trị lớn nhất của m để phương trình $e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0; 2]$ là

A. e^4

B. e^3

C. $e^{\frac{15}{13}}$

D. e^5

Câu 36: Cho phương trình $(2\sin x - 1)(\sqrt{3}\tan x + 2\sin x) = 3 - 4\cos^2 x$. Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của phương trình bằng

A. $\frac{1150}{3}\pi$

B. $\frac{570}{3}\pi$

C. $\frac{880}{3}\pi$

D. $\frac{875}{3}\pi$

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a\sqrt{3}, BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $BCC'B'$ một góc 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $6\pi a^2$

B. $3\pi a^2$

C. $4\pi a^2$

D. $24\pi a^2$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{3}, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(x).f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

A. $\sqrt{15}$

B. $\sqrt{23}$

C. $\sqrt{24}$

D. $\sqrt{26}$

Câu 39: Cho hình chóp S.BCD có SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD); tứ giác ABCD là hình thang vuông với cạnh đáy AD, BC; $AD = 3BC = 3a; AB = a, SA = a\sqrt{3}$. Điểm I thỏa mãn $\overline{AD} = 3\overline{AI}$; M là trung điểm SD, H là giao điểm của AM và SI. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC. Tính thể tích V của khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH và đỉnh thuộc mặt phẳng (ABCD).

A. $V = \frac{\pi a^3}{2\sqrt{5}}$

B. $V = \frac{\pi a^3}{\sqrt{5}}$

C. $V = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}$

D. $V = \frac{\pi a^3}{5\sqrt{5}}$

Câu 40: Cho phương trình $m \ln^2(x+1) - (x+2-m) \ln(x+1) - x - 2 = 0$ (1). Tập tất cả giá trị của tham số m để phương trình 1 có các nghiệm, trong đó có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó, a thuộc khoảng

- A. (3,8;3,9) B. (3,7;3,8) C. (3,6;3,7) D. (3,5;3,6)

Câu 41: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đồ thị C. Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị C có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tổng tất cả các phần tử của S là

- A. 3. B. 8. C. 5. D. 2.

Câu 42: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - a \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của tham số a để $M \geq 2m$?

- A. 17 B. 16 C. 15 D. 18

Câu 43: Cho hình chóp S.ABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

- A. 120^0 B. 150^0 C. 135^0 D. 60^0

Câu 44: Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $720(C_7^7 + C_8^7 + \dots C_n^7) = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10}$. Hệ số của x^7 trong

khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^n$ ($x \neq 0$) bằng

- A. -550 B. 120 C. 560 D. -120

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -1

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

- A. 12 B. 9 C. 8 D. 11

Câu 47: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1$ là $(-\sqrt{a}; -\sqrt{b}]$. Khi đó ab bằng

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{16}{15}$

Câu 48: Cho tứ diện SABC và G là trọng tâm của tứ diện, mặt phẳng quay quanh AG và cắt các cạnh SB, SC tương ứng tại M, N. Giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S,AMN}}{V_{S,ABC}}$ là

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{4}{9}$

Câu 49: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

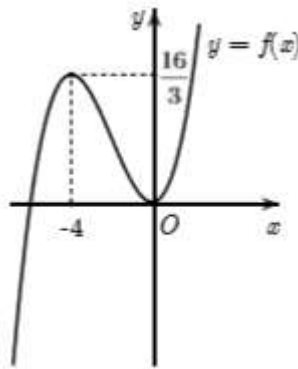
A. $32\pi cm^3$

B. $64\pi cm^3$

C. $8\pi cm^3$

D. $16\pi cm^3$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4)$ có nghiệm?



A. 4

B. 5

C. Vô số

D. 3

MA TRẬN

STT	Chuyên đề	Đơn vị kiến thức	Cấp độ câu hỏi				Tổng
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1	Hàm số	Đồ thị, BBT	C7 C11 C23	C28			4
2		Cực trị		C2		C41	2
3		Đơn điệu			C30 C33		2
4		Tương giao	C1		C35		2
5		Min - max				C45	1
6		Tiếp cận		C17		C46	2
7		Bài toán thực tế					0
8	Mũ - logarit	Hàm số mũ - logarit		C19 C22			2
9		Biểu thức mũ - logarit		C20 C24	C21 C31		4
10		Phương trình, bất phương trình mũ - logarit		C10	C27	C40 C47	4
11		Bài toán thực tế					0
12	Nguyên hàm – Tích phân	Nguyên hàm	C15	C9 C13 C29			4
13		Tích phân					0
14		Ứng dụng tích phân			C38		1
15		Bài toán thực tế					0
16	Số phức	Dạng hình học					0
17		Dạng đại số					0
18		PT phức					0

19	Hình Oxyz	Đường thẳng			C43		1
20		Mặt phẳng					0
21		Mặt cầu					0
22		Bài toán tọa độ điểm, vectơ		C8 C14			2
23		Bài toán về min, max					0
24	HHKG	Thể tích, tỉ số thể tích		C4 C6	C34	C48	4
25		Khoảng cách		C32			1
26	Khối tròn xoay	Khối nón	C17		C39		2
27		Khối trụ		C3			1
28		Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện		C16			1
29	Tổ hợp – xác suất	Tổ hợp – chỉnh hợp	C5	C25	C44		3
30		Xác suất		C26			1
31	CSC - CSN	Xác định thành phần CSC - CSN					0
32	PT - BPT	Bài toán tham số			C36 C37	C42 C50	4

NHẬN XÉT ĐỀ

Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, câu hỏi lớp 11 chiếm 8%. Không có câu hỏi thuộc kiến thức lớp 10.

Cấu trúc tương tự đề thi minh họa năm 2018-2019.

21 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 8 câu VDC.

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng, tuy nhiên có sự phân hóa cao với nhiều câu VDC ở nhiều mảng kiến thức.

Đề thi phân loại học sinh ở mức khá

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1-C	2-A	3-C	4-A	5-D	6-B	7-C	8-C	9-C	10-D
11-C	12-B	13-B	14-C	15-C	16-A	17-C	18-B	19-C	20-D
21-A	22-C	23-C	24-C	25-D	26-D	27-C	28-C	29-D	30-A
31-B	32-D	33-C	34-C	35-A	36-D	37-A	38-C	39-C	40-E
41-C	42-B	43-A	44-A	45-C	46-B	47-D	48-D	49-C	50-D

Câu 1: Chọn C.

Phương pháp:

Giải phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành. Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là 4.

Câu 2: Chọn A.

Phương pháp:

Giải phương trình $f'(x) = 0$ và kết luận.

Cách giải:

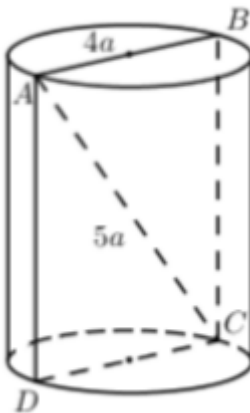
Xét đáp án A ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

Câu 3: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính r là $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:



Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$ (Định lí Pytago)

Do đó khối trụ có bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 2a$, chiều cao $h = AC = 3a$.

$$\Rightarrow V_{tru} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi (2a)^2 \cdot 3a = 12\pi a^3.$$

Câu 4: Chọn A.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} S_{day} \cdot h$.

Cách giải:

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại B có $AC = 2a \Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 5: Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng các công thức liên quan đến chỉnh hợp, tổ hợp, hoán vị.

Cách giải:

Ta có:

$$C_n^k = C_n^{n-k}, C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}; A_n^k = k! C_n^k \text{ là các công thức đúng.}$$

Câu 6: Chọn B.

Phương pháp:

+) So sánh diện tích hình thang BMNC và diện tích hình bình hành BCC'B' từ đó suy ra tỉ số thể tích

$$\frac{V_{A.BMNC}}{V_{A.BCC'B'}}.$$

+) So sánh $V_{A.BCC'B'}$ với V.

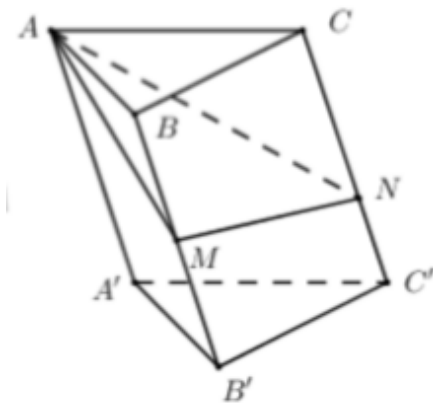
Cách giải:

Ta có

$$S_{BCC'B'} = d(B'; CC') \cdot CC'$$

$$S_{BMNC} = \frac{(BM + CN) d(B; CC')}{2}$$

$$= \frac{1}{2} d(B; CC') \left(\frac{1}{2} CC' + \frac{2}{3} CC' \right) = \frac{7}{12} d(B; CC') \cdot CC'$$



$$\Rightarrow \frac{S_{BMNC}}{S_{BCC'B'}} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{V_{A.BMNC}}{V_{A.BCC'B'}} = \frac{7}{12} \Rightarrow V_{A.BMNC} = \frac{7}{12} V_{A.BCC'B'}$$

$$\text{Mà } V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3} V \Rightarrow V_{A.BMNC} = \frac{7}{12} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{7}{18} V.$$

Câu 7: Chọn C.

Phương pháp:

Xét dấu y' và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 1)$.

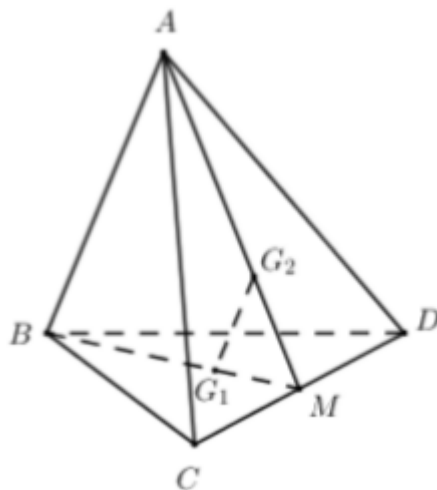
Câu 8: Chọn C.

Phương pháp :

+) Gọi M là trung điểm của CD. Chứng minh BG_1, AG_2, CD đồng quy tại M.

+) Chứng minh $G_1G_2 // AB$.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm của CD ta có :

B, G_1 , M thẳng hàng A, G_2 , M thẳng hàng

$\rightarrow BG_2, AG_2, CD$ đồng quy tại M, do đó đáp án D đúng.

Ta có: $\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 // AB$ (Định lí Ta-lét đảo).

Mà $AB \subset (ABD), AB \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABD), G_1G_2 \parallel (ABC)$, do đó các đáp án A, B đúng.

Câu 9: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đổi biến, đặt $t = x^3 + 1$.

Cách giải:

$$\int f(x) dx = \int x^2 e^{x^3+1} dx.$$

$$\text{Đặt } t = x^3 + 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx \Rightarrow x^2 dx = \frac{dt}{3}$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \int \frac{e^t dt}{3} = \frac{1}{3} e^t + C = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$$

Câu 10: Chọn D.

Phương pháp:

Đưa về cùng cơ số : $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) (0 < a \neq 1)$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } 7^{2x^2+5x+4} = 49 = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm của phương trình là } -\frac{1}{2} - 2 = -\frac{5}{2}.$$

Câu 11: Chọn C.

Phương pháp:

+) Dựa vào $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ xác định dấu của hệ số a và loại đáp án.

+) Dựa vào các điểm đồ thị hàm số đi qua xác định đáp án đúng.

Cách giải:

Đồ thị hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba có $a > 0$ do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ Loại đáp án A.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;1) \Rightarrow$ Loại các đáp án B và D.

Câu 12: Chọn B.

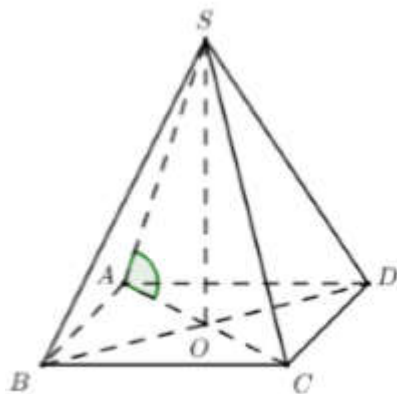
Phương pháp:

+) Gọi $O = AC \cap BD$ ta có $SO \perp (ABCD)$.

+) Xác định góc giữa SA và mặt phẳng (ABC), từ đó tính SO.

+) Sử dụng công thức tính thể tích $V = \frac{1}{3} AO.S_{ABCD}$.

Cách giải:



Gọi $O = AC \cap BD$ ta có $SO \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow \angle(SA; (ABC)) = \angle(SA; (ABCD)) = \angle SAO = 45^\circ \Rightarrow SO = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 13: Chọn B.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần $\int u dv = uv - \int v du + C$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \int x e^x dx = \int x d(e^x) = x e^x - \int e^x dx + C = x e^x - e^x + C.$$

Câu 14: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng lý thuyết khối đa diện.

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Cách giải:

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Khối đa diện đều có nhiều đỉnh nhất là khối nhị thập diện đều (12 mặt đều) với 20 đỉnh.

Câu 15: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng bảng nguyên hàm mở rộng $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$.

Cách giải:

Ta có: $\int \frac{dx}{5x+4} = \frac{1}{5} \ln|5x+4| + C$.

Câu 16: Chọn A.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp có cạnh bên vuông góc với đáy là

$R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + S_{\text{day}}^2}$, trong đó h là chiều cao của khối chóp và R_{day} là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

Cách giải:

Xét tam giác vuông ABC ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Tam giác ABC vuông tại A nên nội tiếp đường tròn đường kính BC .

Gọi R_{day} là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow R_{\text{day}} = \frac{BC}{2} = \sqrt{5}$.

Sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$:

$R = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + S_{\text{day}}^2} = \sqrt{\frac{5}{4} + 5} = \frac{5}{2}$.

Câu 17: Chọn C.

Phương pháp:

Cho hàm số $y = f(x)$.

+ Nếu $\lim_{x \rightarrow \infty} y = y_0 \Rightarrow y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số.

+ Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} y = \infty \Rightarrow x = x_0$ là TCD của đồ thị hàm số

Cách giải:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2} y = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = \infty \\ \lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = \infty \end{cases} \Rightarrow x = 2, x = -1 \text{ là các đường TCD của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 18: Chọn B.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Cách giải:

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi.$$

Câu 19: Chọn C.

Phương pháp:

TXĐ của hàm số $y = x^n$ phụ thuộc vào n như sau:

$n \in \mathbb{Z}^+$	$n \in \mathbb{Z}^-$	$n \notin \mathbb{Z}$
$D = \mathbb{R}$	$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$D = (0; +\infty)$

Cách giải:

$$\text{Vì } \sqrt{2 - \sqrt{3}} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy TXĐ của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 20: Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\log_a b^m = m \log_a b$ ($0 < a \neq 1, b > 0$).

Cách giải:

Ta có: $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right) = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right)^3 = 3 \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right) = 3.$

Câu 21: Chọn A.

Phương pháp:

Quy đồng, sử dụng các công thức nhân chia lũy thừa.

Cách giải:

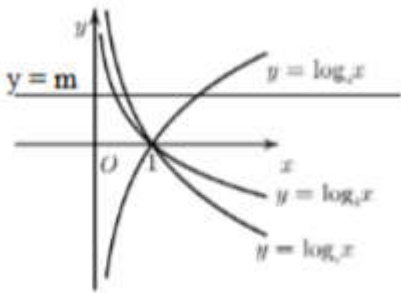
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } T &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2}{a+b} \cdot \sqrt{ab} \left[1 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{a-b}{\sqrt{ab}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \cdot \sqrt{1 + \frac{(a-b)^2}{4ab}} = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \cdot \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4ab}} = 1 \end{aligned}$$

Câu 22: Chọn C.

Phương pháp:

Kẻ đường thẳng $y = m > 0$ và so sánh các giá trị a, b, c .

Cách giải:



Kẻ đường thẳng $y = m > 0$ như hình vẽ ta có:

$$\log_a x_1 = m \Leftrightarrow x_1 = a^m, \log_b x_2 = m \Leftrightarrow x_2 = b^m, \log_c x_3 = m \Leftrightarrow x_3 = c^m$$

Quan sát hình vẽ ta thấy $x_2 < x_3 < x_1 \Leftrightarrow b^m < c^m < a^m$.

Mà $m > 0$ nên $b < c < a$ hay $a > c > b$.

Câu 23: Chọn C.

Phương pháp:

Hàm số $y = \sin x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Cách giải:

Hàm số $y = 2 \sin x$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 24: Chọn C.

Phương pháp:

Cộng cả hai vế của đẳng thức bài cho với $4ab$ và lấy logarit cơ số 10 hai vế.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } a^2 + 4b^2 = 5ab \Leftrightarrow a^2 + 4ab + 4b^2 = 9ab \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 9ab.$$

Logarit cơ số 10 hai vế ta được:

$$\log(a + 2b)^2 = \log(9ab) \Leftrightarrow 2\log(a + 2b) = \log 9 + \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow 2\log(a + 2b) = 2\log 3 + \log a + \log b \Leftrightarrow 2(\log(a + 2b) - \log 3) = \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Câu 25: Chọn D.**Phương pháp:**

Số tập con gồm k phần tử của tập hợp A gồm n phần tử là C_n^k .

Cách giải:

Số tập con gồm 6 phần tử trong tập A gồm 26 phần tử là C_{26}^6 .

Câu 26: Chọn D.**Phương pháp:**

$$\text{Tính } n(\Omega) \text{ và } n(A) \text{ suy ra xác suất } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Cách giải:

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6$.

Gọi biến cố A : “mặt chẵn chấm xuất hiện”

$$\text{Ta có: } A = \{2; 4; 6\} \Rightarrow n(A) = 3.$$

$$\text{Vậy xác suất } P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu 27: Chọn C.**Phương pháp:**

Biến đổi đưa về cùng cơ số 3 rồi giải bất phương trình.

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 1 > 0 \\ 11 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{2}$$

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \Leftrightarrow -\log_3(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$$

$$\rightarrow \log_3 \frac{11-2x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{12-3x}{x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 12-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4 \text{ (do } x-1 > 0 \text{)}$$

Kết hợp với điều kiện $1 < x < \frac{11}{2}$ ta được $1 < x \leq 4$ hay tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 4]$.

Câu 28: Chọn C.

Phương pháp:

Nhận xét tính đúng sai của từng đáp án dựa vào đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đáp án A: đúng.

Đáp án B: Với $m > 2$ hoặc $m < -2$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại một điểm duy nhất nên B đúng.

Đáp án C: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ chứ không phải đạt cực tiểu bằng -1 nên C sai.

Đáp án D: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ đạt được bằng 2 tại $x = -2$ nên D đúng.

Câu 29: Chọn D.

Phương pháp:

- Tìm nguyên hàm của hàm số.
- Thay điều kiện bài cho tìm hằng số C.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } F(x) = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C.$$

$$\text{Do } F(0) = 2019 \text{ nên } 0^2 + e^0 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2018.$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^2 + e^x + 2018.$$

Câu 30: Chọn A.

Phương pháp:

Hàm số bậc ba đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu và chỉ nếu $a > 0$ và phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Cách giải:

$$\text{Hàm số đã cho là hàm số bậc ba có } a = 1 > 0, \text{ có: } y' = 3x^2 - 6mx + 3.$$

Do đó nó đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu và chỉ nếu phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1.$$

$$\text{Vậy } m \in [-1; 1].$$

Câu 31: Chọn B.**Phương pháp:**

- Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2} = t$, biến đổi đưa về phương trình ẩn t .

- Giải phương trình suy ra $\frac{a}{b}$.

Cách giải:

Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2} = t$, ta được: $a = 9^t, b = 16^t, \frac{5b-a}{2} = 12^t$

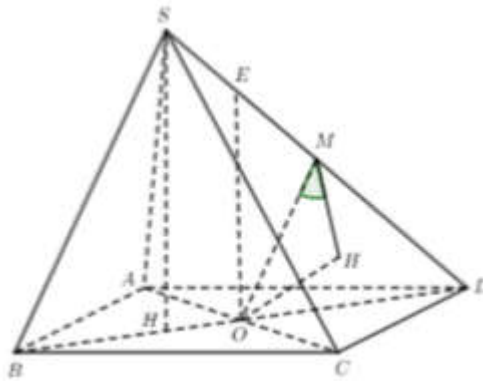
Suy ra $\frac{5 \cdot 16^t - 9^t}{2} = 12^t \Leftrightarrow 5 \cdot 16^t - 2 \cdot 12^t - 9^t = 0 \Leftrightarrow 5 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t - \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \sqrt{6} - 1$.

Do đó $\frac{a}{b} = \frac{9^t}{16^t} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} = (\sqrt{6} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{6}$.

Câu 32: Chọn D.**Phương pháp:**

- Gọi M là trung điểm của SD, nhận xét góc giữa SB và (SCD) cũng bằng góc giữa OM và (SCD).

- Xác định góc φ và tính $\sin \varphi$.

Cách giải:

Gọi M là trung điểm của SD, nhận xét góc giữa SB và (SCD) cũng bằng góc giữa OM và (SCD) (Vì $OM \parallel SB$).

Gọi H là hình chiếu của O trên (SCD)

$\Rightarrow (OM, (SCD)) = (OM, MH) = OMH$.

Trong (SBD) kẻ $OE \parallel SH$, khi đó tứ diện OECD là tứ diện vuông nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OE^2}$.

Ta dễ dàng tính được $OC = \frac{a}{2}, OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có: $\frac{OE}{SH} = \frac{OD}{HD} = \frac{3}{4} \Rightarrow OE = \frac{3}{4}SH$, mà $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Do đó $OE = \frac{3}{4}SH = \frac{3}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Suy ra $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{(a/2)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3}/2)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{6}/4)^2} = \frac{8}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Tam giác OMH vuông tại H có $OM = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2}, OH = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin OMH = \frac{OH}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33: Chọn C.

Phương pháp:

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ nếu $g'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$.

Cách giải:

Ta có: $g'(x) = -f'(1-x) = -(1-x)^2(1-x-2) \left[(1-x)^2 - 6(1-x) + m \right]$
 $= -(1-x)^2(-1-x)(x^2+4x+m-5) = (x-1)^2(x+1)(x^2+4x+m-5)$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$

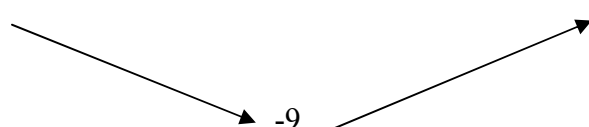
$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow (x+1)(x^2+4x+m-5) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$

$\Leftrightarrow x^2+4x+m-5 \geq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$ (do $x+1 < 0, \forall x \in (-\infty; -1)$)

$\Leftrightarrow h(x) = x^2+4x-5 \geq m \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow -m \leq \min_{(-\infty; -1]} h(x)$.

Ta có $h'(x) = 2x+4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

BBT:

x	$-\infty$	-2	-1
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$			

Dựa vào BBT ta có $-m \leq -9 \Leftrightarrow m \geq 9$.

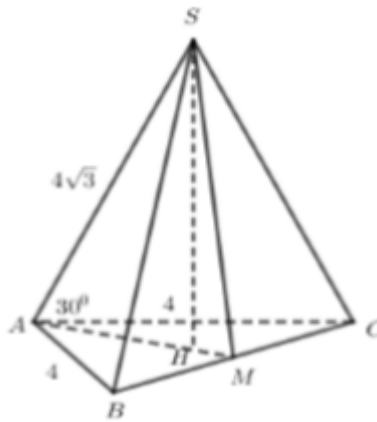
Mà $m \in [-2019; 2019]$ và m nguyên nên $m \in [9; 10; 11; \dots; 2019]$ hay có $2019 - 9 + 1 = 2011$ giá trị của m thỏa mãn.

Câu 34: Chọn C.

Phương pháp:

- Gọi M là trung điểm của BC, dựng chiều cao hình chóp.
- Tính diện tích đáy và chiều cao suy ra thể tích $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải:



Dễ thấy $\triangle SAB = \triangle SAC$ (c.g.c) hay tam giác $\triangle SBC$ cân.

Gọi M là trung điểm BC ta có: $AM \perp BC, SM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Gọi H là hình chiếu của S trên AM thì $SH \perp AM, SH \perp BC$ nên SH là đường cao của hình chóp.

Xét tam giác SAB có:

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2.SA.AB.\cos 30^\circ = 16 \Rightarrow SB = 4 \Rightarrow SC = 4.$$

$$\text{Do đó } SM^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 15 \Rightarrow SM = \sqrt{15}$$

$$\text{Tam giác ABC có } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 15 \Rightarrow AM = \sqrt{15}.$$

$$\text{Khi đó } S_{SAM} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6.$$

$$\text{Do đó: } SH = \frac{2S_{SAM}}{AM} = \frac{2.6}{\sqrt{15}} = \frac{4\sqrt{15}}{5}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{2}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AM.BC.SH = \frac{1}{6}.\sqrt{15}.2.\frac{4\sqrt{15}}{5} = 4.$$

Câu 35: Chọn A.

Phương pháp:

- Lấy ln hai vế rồi xét hàm số vế trái trên đoạn $[0;2]$.
- Tìm điều kiện để bài toán thỏa dựa vào tương giao đồ thị và suy ra giá trị m .

Cách giải:

Ta có: $e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}} = m \Leftrightarrow 2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2} = \ln m$

Xét $g(x) = 2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}$ có

$$g'(x) = 6f^2(x) \cdot f'(x) - 13f(x) \cdot f'(x) + 7f'(x) = f'(x)[6f^2(x) - 13f(x) + 7]$$

$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 6f^2(x) - 13f(x) + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = \frac{7}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; x = 3 \\ x = 1; x = x_1 > 3 \\ x = x_2 < 1 \end{cases}$$

Xét $g(x)$ trên đoạn $[0;2]$.

+ Trong khoảng $(0;1)$ thì $f'(x) < 0, f(x) > 1, f(x) < \frac{7}{6}$ nên $f'(x)(f(x)-1)\left(f(x)-\frac{7}{6}\right) > 0$ hay $g'(x) > 0$.

+ Trong khoảng $(1;2)$ thì $f'(x) > 0, f(x) > 1, f(x) < \frac{7}{6}$ nên $f'(x)(f(x)-1)\left(f(x)-\frac{7}{6}\right) < 0$ hay $g'(x) < 0$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

x	0	1	2	
$g'(x)$		+	0	-
$g(x)$			4	

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{[0;2]} g(x) = 4$.

Vậy yêu cầu bài toán thỏa nếu và chỉ nếu $\ln m \leq 4 \Leftrightarrow m \leq e^4$ hay giá trị lớn nhất của m là $m = e^4$.

Câu 36: Chọn D.**Phương pháp:**

- Sử dụng các công thức nhân ba, phân tích tích thành tổng để biến đổi đơn giản phương trình.
- Giải phương trình, tìm nghiệm thỏa mãn bài toán và tính tổng các nghiệm.

Cách giải:

$$2\sin x - 1\sqrt{3}\tan x + 2\sin x = 3 - 4\cos^2 x \quad *$$

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$$(*) \Leftrightarrow (2 \sin x - 1) \cdot \frac{\sqrt{3} \sin x + 2 \sin x \cos x}{\cos x} = 3 - 4 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \sin x + \sin 2x) + (4 \cos^3 x - 3 \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + 2 \sin x \sin 2x - \sin 2x + \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + \cos x - \cos 3x - \sin 2x + \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x (2 \sin x - 1) - \sin 2x + \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x (2 \sin x - 1) - \cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \sin x - \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin x - 1 = 0(1) \\ \sqrt{3} \sin x - \cos x = 0(2) \end{cases}$$

Giải (1) $\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

Giải (2) $\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = \cos x \Leftrightarrow \sqrt{3} \tan x = 1 \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi (TM)$.

Hợp nghiệm của (1) và (2) ta được $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Mà $x \in [0; 20\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} + \pi; \dots; \frac{\pi}{6} + 19\pi; \frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi; \dots; \frac{5\pi}{6} + 18\pi \right\}$

Vậy tổng các nghiệm là:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{6} + 2\pi + \dots + \frac{\pi}{6} + 19\pi + \frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + 2\pi + \dots + \frac{5\pi}{6} + 18\pi \\ &= 20 \cdot \frac{\pi}{6} + (1 + 2 + 3 + \dots + 19)\pi + \frac{5\pi}{6} \cdot 10 + 2\pi(1 + 2 + \dots + 9) = \frac{875\pi}{3} \end{aligned}$$

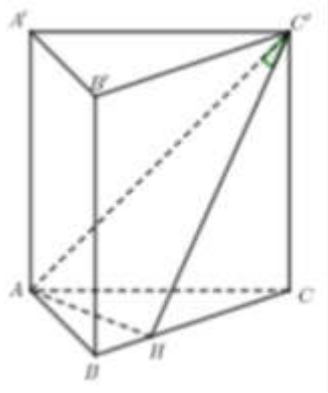
Câu 37: Chọn A.

Phương pháp:

- Xác định góc giữa AC' với $(BCC'B')$.

- Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng theo công thức $R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$.

Cách giải:



Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$.

Lại có $AH \perp BB'$ (do $BB' \perp (ABC)$ suy ra $AH \perp (BCC'B')$).

Suy ra $(AC', (BCC'B')) = AC'H = 30^\circ$

Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a, AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$AC' = \frac{AH}{\sin AC'H} = a\sqrt{3} \Rightarrow CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, khi đó $R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$ với $r = \frac{BC}{2} = a$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC và $h = CC' = a\sqrt{2}$

Do đó $R = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{6a^2}{4} = 6\pi a^2$.

Câu 38: Chọn C.

Phương pháp:

Chia cả hai vế cho $\sqrt{1+f^2(x)}$ rồi lấy nguyên hàm hai vế tìm $f(x)$.

Cách giải:

Ta có: $f(x) \cdot f'(x) = 2x + 1\sqrt{1+f^2(x)}$

$\Rightarrow \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} = 2x + 1 \Rightarrow \int \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} dx = \int (2x + 1) dx$

Mà $AE \perp SC$ nên $SC \perp (AEFH)$ và $AEFH$ là tứ giác có $E = H = 90^\circ$ nên nội tiếp đường tròn tâm K là trung điểm AF đường kính AF.

Gọi O là trung điểm AC thì $OK \parallel SC$, mà $SC \perp (AEFH)$ nên $OK \perp (AEFH)$ hay O chính là đỉnh hình nón và đường tròn đáy là đường tròn đường kính AF.

Ta tính AF, OK.

Xét tam giác SAC vuông tại A đường cao AF nên $AF = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$;

$$OK = \frac{1}{2}CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{CA^2}{CS} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy thể tích } V = \frac{1}{2}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a}{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}.$$

Câu 40: Chọn B.

Phương pháp:

Đưa phương trình về dạng tích, giải phương trình tìm nghiệm và tìm điều kiện để bài toán thỏa.

Cách giải:

$$m \ln^2 x + 1 - x + 1 - m \ln x + 1 - x - 1 = 0$$

Điều kiện: $x > -1$.

Ta có:

$$m \ln^2(x+1) - (x+2-m) \ln(x+1) - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m \ln^2(x+1) - (x+2) \ln(x+1) + m \ln(x+1) - (x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow m \ln(x+1) [\ln(x+1) + 1] - (x+2) [\ln(x+1) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow [\ln(x+1) + 1] [m \ln(x+1) - x - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x+1) + 1 = 0 \\ m \ln(x+1) - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = e^{-1} \\ m \ln(x+1) - x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = e^{-1} - 1 < 0(L) \\ m \ln(x+1) - x - 2 = 0(*) \end{cases}$$

Với $m = 0$ thì phương trình (*) có nghiệm $x = -2 < -1(L)$ nên không thỏa bài toán.

$$\text{Với } m \neq 0 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow \frac{\ln(x+1)}{x+2} = \frac{1}{m}.$$

Xét $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x+2}$ có $f'(x) = \frac{\frac{x+2}{x+1} - \ln(x+1)}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 \in (2;3)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x)}{x+2} = 0$ nên

ta có bảng biến thiên trên $(-1; +\infty)$ như sau:

x	-1	0	2	x_0	3	4	$+\infty$
$f'(x)$							
$f(x)$							

Đề phương trình có nghiệm x_1, x_2 thỏa $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ thì $0 < \frac{1}{m} < \frac{\ln 5}{6} \Leftrightarrow m > \frac{6}{\ln 5} \approx 3,728$

Suy ra $a = \frac{6}{\ln 5} \in (3, 7; 3, 8)$.

Câu 41: Chọn C.

Phương pháp:

Nhận xét rằng: Với hàm đã cho thì để tiếp tuyến của đồ thị hàm số đó song song với trục Ox thì tiếp điểm là điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Từ đó suy ra điều kiện để có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox.

Chú ý rằng ta tìm cực trị bằng định lý:

+ Nếu $\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases} \Rightarrow x_0$ là điểm cực đại của hàm số.

+ Nếu $\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases} \Rightarrow x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Cách giải:

Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Lại có $y'' = 12x^2 - 4 \Rightarrow y''(0) = -4 < 0; y''(1) = y''(-1) = 8 > 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số và $x = 1; x = -1$ là các điểm cực tiểu của hàm số.

Nhận thấy rằng đây là hàm trùng phương nên hai điểm cực tiểu sẽ đối xứng nhau qua Oy.

Từ đó để tiếp tuyến của đồ thị song song với trục Ox thì tiếp điểm là điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Do đó để có đúng 1 tiếp tuyến song song với trục Ox thì điểm cực đại hoặc cực tiểu phải nằm trên trục Ox.

Hay

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y(\pm 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \\ m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$$

Vậy $S = \{2; 3\} \Rightarrow$ tổng các phần tử của S là $2 + 3 = 5$.

Câu 42: Chọn B.

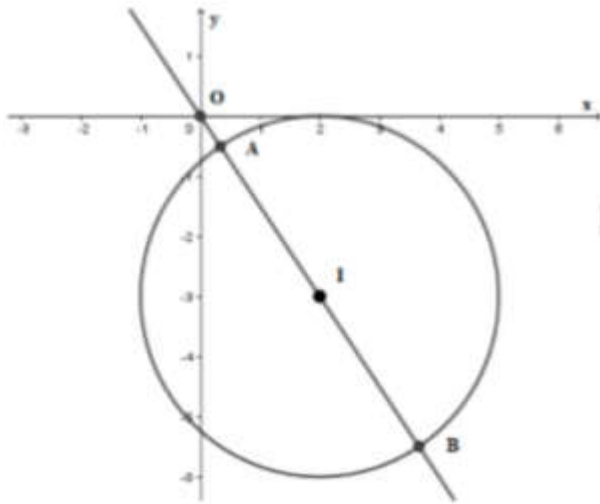
Phương pháp:

Biến đổi đẳng thức đã cho để đưa về dạng phương trình đường tròn (C) tâm I bán kính R.

Từ đó ta đưa bài toán về dạng bài tìm $M(x; y) \in (C)$ để $|OM - a|$ lớn nhất hoặc nhỏ nhất.

Xét các trường hợp xảy ra để tìm a.

Cách giải:



$$\text{Ta có } x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} - \sqrt{6 + 4x - x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \frac{(\sqrt{y^2 + 6y + 10} - \sqrt{6 + 4x - x^2})(\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2})}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \frac{y^2 + 6y + 10 - 6 - 4x + x^2}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \frac{x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4) \left(1 + \frac{1}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0 \text{ (vì } 1 + \frac{1}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} > 0)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$$

Phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$ là phương trình đường tròn (C) tâm I(2;-3) và bán kính R = 3.

Gọi $N(x; y) \in (C)$ ta suy ra $ON = \sqrt{x^2 + y^2}$ suy ra $T = |ON - a|$

Gọi A, B là giao điểm của đường tròn (C) và đường thẳng OI.

Khi đó $OA = OI - R = \sqrt{13} - 3$ và $OB = OI + R = \sqrt{13} + 3$

Suy ra $\sqrt{13} - 3 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{13} + 3$

TH1: Nếu $\sqrt{13} - 3 \leq a \leq \sqrt{13} + 3$ thì $|\sqrt{x^2 + y^2} - a| \geq 0 \Rightarrow \min T = 0 \Rightarrow M \geq 2m \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

TH2: Nếu $a < \sqrt{13} - 3 \Rightarrow a < \sqrt{13}$ nên $|\sqrt{13} + 3 - a| > |\sqrt{13} - 3 - a|$, do đó $M = |\sqrt{13} + 3 - a|; m = |\sqrt{13} - 3 - a|$

Vì $M \geq 2m \Rightarrow |\sqrt{13} + 3 - a| \geq 2|\sqrt{13} - 3 - a|$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{13} + 3 - a)^2 - (2\sqrt{13} - 6 - 2a)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{13} - 9 \leq a \leq \sqrt{13} + 1 \Rightarrow a \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$$

TH3: Nếu $a > \sqrt{13} + 3 \Rightarrow a > \sqrt{13}$ nên $|\sqrt{13} + 3 - a| < |\sqrt{13} - 3 - a|$, do đó $m = |\sqrt{13} + 3 - a|; M = |\sqrt{13} - 3 - a|$

Vì $M \geq 2m \Rightarrow |\sqrt{13} - 3 - a| \geq 2|\sqrt{13} + 3 - a|$

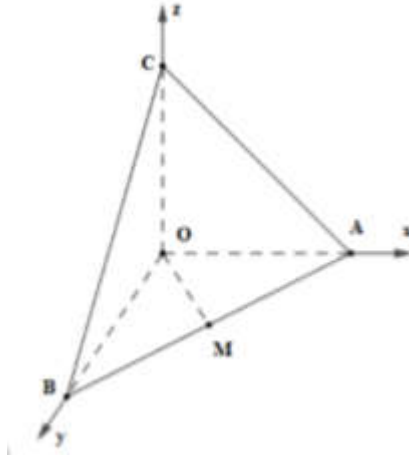
$$\Leftrightarrow (\sqrt{13} - 3 - a)^2 - (2\sqrt{13} + 6 - 2a)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{13} + 1 \leq a \leq \sqrt{13} + 9 \Rightarrow a \in \{7; 8; 9; 10\}$$

Vậy có 16 giá trị của a thỏa mãn đề bài.

Câu 43: Chọn A.

Phương pháp:

Gắn hệ trục tọa độ Oxyz rồi tính $\cos(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{OM}) = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}}{|\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{OM}|}$ để tính góc giữa các véc tơ $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{OM}$.

Cách giải:

Gắn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ với $A \in Ox; B \in Oy; C \in Oz$ và $OA = OB = OC = a$.

Khi đó $A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; a) \Rightarrow M\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$

Ta có $\overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right) \Rightarrow |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + 0} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $\overrightarrow{BC} = (0; -a; a) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

Từ đó $\cos(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{OM}) = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}}{|\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{OM}|} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 0 + \frac{a}{2} \cdot (-a) + 0 \cdot a}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a^2} = -\frac{1}{2}$.

Nên góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{OM}$ là 120° .

Câu 44: Chọn A.**Phương pháp:**

Ta dùng công thức $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ để chứng minh $C_7^7 + C_8^7 + C_9^7 + \dots + C_n^7 = C_{n+1}^8$

Từ đó thay $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}; A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ để có phương trình ẩn n.

Giải phương trình tìm được n ta thay vào khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^n$ để tìm hệ số của x^7 .

Chú ý: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k \quad (0 \leq k \leq n; k, n \in \mathbb{N})$

Cách giải:

+ Sử dụng công thức $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$, ta có

$$C_{n+1}^8 = C_n^8 + C_n^7$$

$$C_n^8 = C_{n-1}^7 + C_{n-1}^8$$

$$C_{n-1}^8 = C_{n-2}^7 + C_{n-2}^8$$

...

$$C_9^8 = C_8^8 + C_8^7$$

$$C_8^8 = C_8^8$$

Cộng vế với vế ta được $C_{n+1}^8 + C_n^8 + C_{n-1}^8 + \dots + C_9^8 + C_8^8 = C_n^8 + C_n^7 + C_{n-1}^8 + C_{n-1}^7 + \dots + C_8^8 + C_8^7 + C_8^8$

Thu gọn ta được $C_8^8 + C_8^7 + \dots + C_n^7 = C_{n+1}^8$ mà $C_8^8 = C_7^7 = 1$ nên $C_7^7 + C_8^7 + \dots + C_n^7 = C_{n+1}^8$

$$\text{Khi đó ta có } 720C_7^7 + C_8^7 + \dots C_n^7 = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10} \Leftrightarrow 720.C_{n+1}^8 = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10} \Rightarrow 720. \frac{(n+1)!}{8!(n-7)!} = \frac{1}{4032} \frac{(n+1)!}{(n-9)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{56} \frac{(n+1)!}{(n-9)!(n-8)(n-7)} = \frac{1}{4032} \cdot \frac{(n+1)!}{(n-9)!} (n > 9)$$

$$\Leftrightarrow (n-7)(n-8) = 72 \Leftrightarrow n^2 - 15n + 56 = 72$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 15n - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1(ktm) \\ n = 16(tm) \end{cases}$$

$$\text{Với } n = 16 \text{ ta có } \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot x^{16-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot x^{16-k} \cdot x^{-2k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot x^{16-3k} (-1)^k$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $16 - 3k = 7 \Rightarrow k = 3$

Nên hệ số cần tìm là $C_{16}^3 \cdot (-1)^3 = -560$.

Chú ý :

Một số em bỏ qua thừa số $(-1)^k$ dẫn đến sai dấu đáp án.

Câu 45: Chọn C.

Phương pháp:

Tính y' rồi đánh giá để chỉ ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Từ đó tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên $[a; b]$.

Cách giải:

ĐK: $x \neq m$

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x - m)^2} \text{ nhận thấy } m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0; \forall m \text{ nên } y' > 0; \forall m$$

Hay hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Để hàm số đạt GTLN trên $[0;4]$ thì $m \in [0;4] \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$

Suy ra $\max_{[0;4]} y = y(4) = \frac{4-m^2-2}{4-m}$. Theo bài ra ta có

$$\frac{4-m^2-2}{4-m} = -1 \Rightarrow -m^2 + 2 = m - 4 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(\text{ktm}) \\ m = -3(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy có một giá trị của m thỏa mãn.

Câu 46: Chọn B.

Phương pháp:

Ta sử dụng định nghĩa tiệm cận ngang: Đường thẳng $y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu một trong các điều kiện sau được thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

Ta sử dụng nhận xét: “Đối với hàm phân thức, số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là số nghiệm của mẫu thức khác nghiệm của tử thức” để tìm các tiệm cận đứng của đồ thị đã cho.

Cách giải:

Ta có $y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{x}{x^3} - \frac{3}{x^3}}{1-3m\frac{x^2}{x^3}+(2m^2+1)\frac{x}{x^3}-\frac{m}{x^3}} = 0 \text{ nên } y = 0 \text{ là tiệm ngang}$$

của đồ thị hàm số.

Vậy để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 3 đường tiệm cận đứng.

Hay phương trình $x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0(1)$ có ba nghiệm phân biệt $x \neq 3$.

$$\text{Ta có } x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0 \Leftrightarrow (x-m)(x^2-2mx+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=m \\ x^2-2mx+1=0(*) \end{cases}$$

Để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khác 3 thì $m \neq 3$ và phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác m và khác 3.

$$\text{Do đó } \begin{cases} \Delta' = m^2 - 1 > 0 \\ 3^2 - 2 \cdot m \cdot 3 + 1 \neq 0 \\ m^2 - 2m^2 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \\ m \neq -1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} m \neq 3 \\ -6 \leq m \leq 6 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}$

Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn điều kiện

Câu 47: Chọn D.

Phương pháp:

+ Tìm điều kiện

+ Biến đổi bất phương trình để đưa về dạng hàm số $f(a) \leq f(b)$, chỉ ra hàm $f(t)$ đồng biến với $t > 0$ nên suy ra $a \leq b$.

+ Kết hợp điều kiện để suy ra tập nghiệm của bất phương trình.

Chú ý sử dụng các công thức $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$; $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ ($0 < a \neq 1$; $b, c > 0$)

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } x\sqrt{x^2+2}+4-x^2 > 0 \Leftrightarrow x(\sqrt{x^2+2}-x)+4 > 0 \Leftrightarrow x \cdot \frac{2}{\sqrt{x^2+2}+x} + 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{\sqrt{x^2+2}+x} + \frac{4(\sqrt{x^2+2}+x)}{\sqrt{x^2+2}+x} > 0 \Rightarrow 6x+4\sqrt{x^2+2} > 0 \quad (\text{vì } \sqrt{x^2+2} > x; \forall x)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+2} > -3x \Leftrightarrow \begin{cases} -3x < 0 \\ -3x \geq 0 \\ 4(x^2+2) > (-3x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \\ 5x^2 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -\frac{\sqrt{40}}{5} < x \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có } \log_2(x\sqrt{x^2+2}+4-x^2)+2x+\sqrt{x^2+2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x(\sqrt{x^2+2}-x)+4)+2x+\sqrt{x^2+2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{2x}{\sqrt{x^2+2}+x}+4\right)+2x+\sqrt{x^2+2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{6x+4\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2+2}+x}\right)+2x+\sqrt{x^2+2} \leq 1$$

$$\log_2(6+4\sqrt{x^2+2})-\log_2(\sqrt{x^2+2}+x)+2x+\sqrt{x^2+2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left[2(3x+2\sqrt{x^2+2})\right]-\log_2(\sqrt{x^2+2}+x)+2x+\sqrt{x^2+2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 2 + \log_2 (3x + 2\sqrt{x^2 + 2}) - \log_2 (\sqrt{x^2 + 2} + x) + 2x + \sqrt{x^2 + 2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_2 (3x + 2\sqrt{x^2 + 2}) - \log_2 (\sqrt{x^2 + 2} + x) + 2x + \sqrt{x^2 + 2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x + 2\sqrt{x^2 + 2}) + 3x + 2\sqrt{x^2 + 2} \leq \log_2 (\sqrt{x^2 + 2} + x) + x + \sqrt{x^2 + 2} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log_2 t$ với $t > 0$ ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \cdot \ln 2} > 0; \forall t > 0$ nên $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$

Từ đó

$$(*) \Leftrightarrow f(3x + 2\sqrt{x^2 + 2}) \leq f(\sqrt{x^2 + 2} + x)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2\sqrt{x^2 + 2} \leq \sqrt{x^2 + 2} + x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2} \leq -2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x \geq 0 \\ x^2 + 2 \leq 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 3x^2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{\sqrt{6}}{3} \\ x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ -\frac{\sqrt{40}}{5} < x \leq 0 \end{cases}$ ta có $-\frac{\sqrt{40}}{5} < x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3}$ hay $-\sqrt{\frac{8}{5}} < x \leq -\sqrt{\frac{2}{3}}$

Tập nghiệm bất phương trình $S = \left(-\sqrt{\frac{8}{5}}; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right]$ nên $a = \frac{8}{5}; b = \frac{2}{3} \rightarrow a.b = \frac{8}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{15}$.

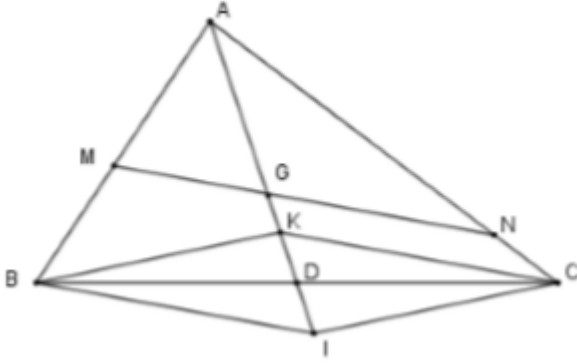
Câu 48: Chọn D.

Phương pháp:

+ Sử dụng tỉ số thể tích: Cho chóp tam giác S.ABC có $M \in SA, N \in SB, P \in SC \Rightarrow \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$

+ Sử dụng tính chất: Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Đường thẳng bất kì đi qua G cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N. Khi đó ta có $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3$.

(Chứng minh tính chất trên như sau:



Qua B, C kẻ các đường thẳng song song với MN cắt đường thẳng AG tại K và I. Gọi D là trung điểm BC.

$$\text{Theo định lý Ta-lét ta có } \frac{AB}{AM} = \frac{AI}{AG}; \frac{AC}{AN} = \frac{AK}{AG} \Rightarrow \frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{AI}{AG} + \frac{AK}{AG} = \frac{AI + AK}{AG}$$

$$\text{Mà } \triangle BDK = \triangle CKI (g - c - g) \Rightarrow KD = DI$$

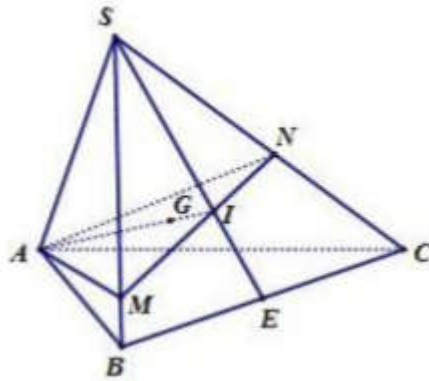
$$\Rightarrow AI + AK = AD + DI + AK = AD + KD + AK = AD + AD = 2AD = 2 \cdot \frac{3}{2} AG = 3AG$$

$$\text{Do đó } \frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{AI + AK}{AG} = \frac{3AG}{AG} = 3).$$

+ Sử dụng bất đẳng thức Cô-si để tìm giá trị nhỏ nhất.

+ Lưu ý rằng trọng tâm tứ diện là giao của 4 đường thẳng nối đỉnh và trọng tâm tam giác đối diện.

Cách giải:



$$\text{Đặt } \frac{SM}{SB} = a; \frac{SN}{SC} = b (0 < a, b < 1)$$

Lấy E là trung điểm BC.

Trong (SAE), kéo dài AG cắt SE tại I. Khi đó $I \in MN$ và I là trọng tâm tam giác SBC.

$$\text{Khi đó trong tam giác SBC ta luôn có } \frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3 \text{ (tính chất đã được chứng minh ở trên)}$$

$$\text{Lại có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = ab$$

Ta có $\frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$.

Xét $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \stackrel{\text{Cô-si}}{\geq} \frac{2}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow ab \geq \frac{4}{9}$

Dấu = xảy ra khi $a = b = \frac{2}{3}$.

Từ đó $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = ab \geq \frac{4}{9}$ hay tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ nhỏ nhất là bằng $\frac{4}{9}$.

Câu 49: Chọn C.

Phương pháp:

+ Sử dụng công thức tính chu vi hình chữ nhật = (chiều dài + chiều rộng).2

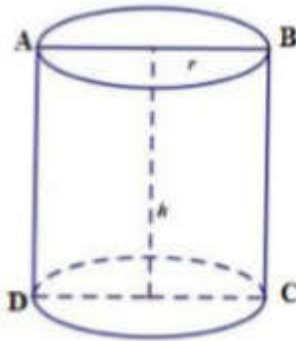
+ Sử dụng công thức tính thể tích hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$

+ Sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ để tìm giá trị lớn nhất của thể tích.

Chú ý dấu = xảy ra khi $a = b = c$.

(Hoặc sử dụng hàm số để tìm giá trị lớn nhất của thể tích.)

Cách giải:



Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình trụ lần lượt là r và $h(r, h > 0)$

Thiết diện là hình chữ nhật ABCD có chu vi $2(AB + BC) = 2.(h + 2r)$

Theo giả thiết ta có $2(h + 2r) = 12 \Leftrightarrow h + 2r = 6 \Rightarrow h = 6 - 2r (r < 3)$

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi r^2 . (6 - 2r) = \pi r . r . (6 - 2r)$

Áp dụng BĐT Cô-si cho 3 số $r; r; 6 - 2r$ ta được

$$r + r + 6 - 2r \geq 3\sqrt[3]{r.r.(6-2r)} \Leftrightarrow \sqrt[3]{r.r.(6-2r)} \leq 2 \Leftrightarrow r^2(6-2r) \leq 8 \Leftrightarrow \pi r^2(6-2r) \leq 8\pi$$

Hay $V \leq 8\pi$. Dấu = xảy ra khi $r = 6 - 2r \Leftrightarrow r = 2(TM)$

Vậy giá trị lớn nhất của khối trụ là $V = 8\pi$.

Câu 50: Chọn D.

Phương pháp:

+ Đặt $\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4} = t$, biến đổi đưa về $a\sin x + b\cos x = c$, phương trình này có nghiệm khi

$a^2 + b^2 \geq c^2$ từ đó ta tìm ta được điều kiện của t .

+ Dựa vào đồ thị hàm số để xác định điều kiện nghiệm của phương trình $f(x) = f(|t|)$

Từ đó suy ra điều kiện có nghiệm của phương trình đã cho.

Chú ý rằng nếu hàm $f(t)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên $(a;b)$ thì phương trình $f(u) = f(v)$ nếu có nghiệm thì đó là nghiệm duy nhất trên $(a;b) \Leftrightarrow u = v$.

Cách giải:

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1; -1 \leq \cos x \leq 1$ nên $2\cos x - \sin x > -3 \Rightarrow 2\cos x - \sin x + 4 > 0$

Đặt $\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4} = t \Leftrightarrow 3\sin x - \cos x - 1 = t(2\cos x - \sin x + 4)$

$$\Leftrightarrow \cos x(2t+1) - \sin x(t+3) = -4t-1$$

Phương trình trên có nghiệm khi $(2t+1)^2 + (t+3)^2 \geq (-4t-1)^2$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 10t + 10 \geq 16t^2 + 8t + 1 \Leftrightarrow 11t^2 - 2t - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{11} \leq t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |t| \leq 1$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$

Nên phương trình $f(x) = f(|t|)$ với $t \in [0;1]$ có nghiệm duy nhất khi $x = |t| \Rightarrow x \geq 0$

Do đó phương trình $f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + m + 4)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow |t| = m^2 + 4m + 4 \text{ có nghiệm với } 0 \leq |t| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m^2 + 4m + 4 \leq 1 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.