

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI PHÒNG
TRƯỜNG THPT TRẦN NGUYỄN HÃN
MÃ ĐỀ 003

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN I
MÔN TOÁN

NĂM HỌC: 2018 – 2019

Thời gian làm bài: 90 phút

Mục tiêu:

+)*Đề thi thử THPTQG lần I môn Toán của trường THPT Trần Nguyễn Hãn gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra có một số ít các bài toán thuộc nội dung Toán lớp 11, lượng kiến thức được phân bố như sau: 90% lớp 12, 10% lớp 11, 0% kiến thức lớp 10.*

+)*Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Trong đó xuất hiện các câu hỏi khó như câu 49, 50 nhằm phân loại tối đa học sinh. Đề thi giúp HS biết được mức độ của mình để có kế hoạch ôn tập một cách hiệu quả nhất.*

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 3, u_2 = -1$. Tìm u_3 .

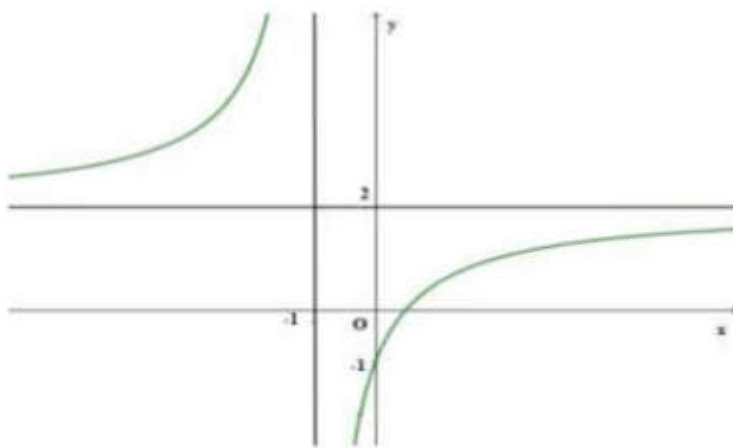
A. $u_3 = 4$

B. $u_3 = 2$

C. $u_3 = -5$

D. $u_3 = 7$

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{1-2x}{x+1}$

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Câu 3: Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 20$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3; +\infty)$

B. $(1; 2)$

C. $(-\infty; 1)$

D. $(-3; 1)$

Câu 4: Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $x = -1$

B. $x = -2$

C. $y = 2$

D. $y = -2$

Câu 5: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng a. Tính diện tích xung quanh S của khối trụ đó.

A. $S = 2\pi a^2$ B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$ C. $S = \pi a^2$ D. $S = 4\pi a^2$

Câu 6: Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?

A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$ B. $S = \frac{\pi a^2}{3}$ C. $S = \pi a^2$ D. $S = 4\pi a^2$

Câu 7: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2) = 3$.

A. $x = \frac{8}{3}$ B. $x = \frac{10}{3}$ C. $x = \frac{16}{3}$ D. $x = \frac{11}{3}$

Câu 8: Cho biểu thức $P = 2^x \cdot 2^y$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P = 2^{x-y}$ B. $P = 4^{xy}$ C. $P = 2^{xy}$ D. $P = 2^{x+y}$

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $D'.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$ B. $V = \frac{a^3}{6}$ C. $V = \frac{a^3}{3}$ D. $V = a^3$

Câu 10: Trong khai triển nhị thức $(2x-1)^{10}$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 .

A. 45 B. 11520 C. -11520 D. 256

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy ABC . Tam giác ABC vuông cân tại B và $SA = a\sqrt{2}, SB = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

A. 45° B. 30° C. 120° D. 60°

Câu 12: Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$?

A. 5 B. 3 C. 2 D. 4

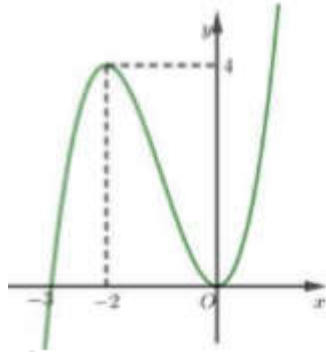
Câu 13: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2}$. Tính $M - m$.

A. $M - m = 2\sqrt{2}$ B. $M - m = 2\sqrt{2} + 2$ C. $M - m = 4$ D. $M - m = 2\sqrt{2} - 2$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với đáy và $SC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3}$ B. $V = 2a^3$ C. $V = \frac{a^3}{3}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số.



- A. $(3; +\infty)$ B. $(-\infty; 1)$ và $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$ D. $(-2; 0)$

Câu 16: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn có ít nhất một nữ.

- A. $\frac{7}{15}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{15}$

Câu 17: Cho hai số thực a, b với $a > 0, a \neq 1, b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\log_{a^3} |b| = \frac{1}{2} \log_a |b|$ B. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$
 C. $\frac{1}{2} \log_a a^2 = 1$ D. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a b$

Câu 18: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

- A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ B. $y = (x^2 + 1)^2$
 C. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ D. $y = -x^4 - 3x^2 + 4$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 20: Cho $\log_a b = 2; \log_a c = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (ab^3c^3)$.

- A. $P = 251$ B. $P = 21$ C. $P = 22$ D. $P = 252$

Câu 21: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ B. $y = \sin x$ C. $y = \frac{x+2}{x-1}$ D. $y = -x^3 - 2x$

Câu 22: Trong hộp có 7 quả cầu đỏ và 5 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được số quả cầu xanh nhiều hơn số quả cầu đỏ?

- A. 3360 B. 3480 C. 246 D. 245

Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$. Tính $3M + 2m$.

- A. $3M + 2m = \frac{16}{3}$ B. $3M + 2m = 15$ C. $3M + 2m = 14$ D. $3M + 2m = 12$

Câu 24: Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$

- A. $x = \frac{1}{4}$ B. $x = -\frac{3}{4}$ C. $x = -1$ D. $x = -\frac{1}{4}$

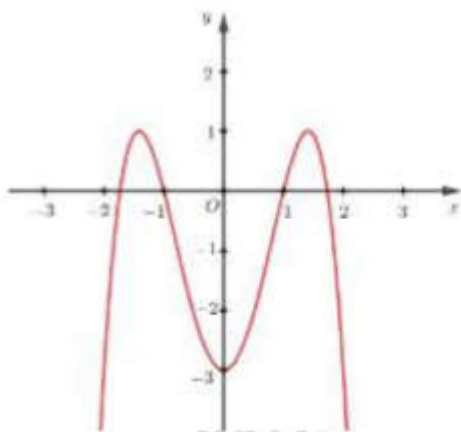
Câu 25: Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = 4$ B. $x_1 + x_2 = 6$ C. $x_1 + x_2 = 5$ D. $x_1 + x_2 = 3$

Câu 26: Thiết diện qua trục của hình nón tròn xoay là một tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$ B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ D. $V = \frac{3\pi a^3}{8}$

Câu 27: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0$ B. $a > 0, b < 0, c > 0$ C. $a < 0, b > 0, c < 0$ D. $a > 0, b < 0, c < 0$

Câu 28: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ C. $R = a\sqrt{2}$ D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 29: Cho lăng trụ tam giác đều, có độ dài tất cả các cạnh bằng 2. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = 2\sqrt{3}$ B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ D. $V = \frac{27\sqrt{3}}{4}$

Câu 30: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ biết nó song song với đường thẳng $y = 9x + 6$.

A. $y = 9x + 26; y = 9x - 6$

B. $y = 9x - 26$

C. $y = 9x - 26; y = 9x + 6$

D. $y = 9x + 26$

Câu 31: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = a, AC = a\sqrt{2}$. Biết góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° và hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm H của AB . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = \frac{a^3}{6}$

B. $V = \frac{a^3}{2}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 32: Cho hình chóp $S. ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, \angle ABC = 60^\circ, SA = SB = SC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 33: Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB \leq 4$?

A. 1

B. 6

C. 2

D. 7

Câu 34: Cho hình chóp $S. ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , biết $AB = a; SA = SB = a$ và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính SC biết bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S. ABC$ bằng a .

A. $SC = a\sqrt{3}$

B. $SC = a\sqrt{2}$

C. $SC = a$

D. $SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 35: Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị.

A. $-2 < m < \frac{5}{4}$

B. $-\frac{5}{4} < m < 2$

C. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$

D. $\frac{5}{4} < m < 2$

Câu 37: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng, song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$ B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$ C. $V = 2\pi a^3 \sqrt{7}$ D. $V = \pi a^3$

Câu 38: Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ tập X lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$.

A. $\frac{29}{68040}$ B. $\frac{1}{2430}$ C. $\frac{31}{68040}$ D. $\frac{33}{68040}$

Câu 39: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh a. SO vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SO = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d giữa SC và AB.

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{5}$ B. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ C. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị khác nhau của tham số m để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

A. $m < -2$ B. $m \leq -2$ C. $-2 < m \leq 1$ D. $-2 < m < 1$

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+3)9^x + (2m-1)3^x + m+1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $-3 < m < -1$ B. $-3 < m < -\frac{3}{4}$ C. $-1 < m < -\frac{3}{4}$ D. $m \geq -3$

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0 < m < 1$ B. $-1 \leq m \leq 1$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $-1 < m < 1$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$ B. $1 < m < 2$ C. $-2 < m < 0$ D. $-2 < m < 2$

Câu 44: Đặt $a = \log_7 11, b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$ theo a và b.

A. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a + \frac{9}{b}$ B. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - \frac{9}{b}$
C. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - 9b$ D. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{2}{3}a - \frac{9}{b}$

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x - m = 0$ có nghiệm $x \in (0; 1)$.

A. $m \geq 0$ B. $m \geq -\frac{1}{4}$ C. $m \geq -1$ D. $m \leq -\frac{1}{4}$

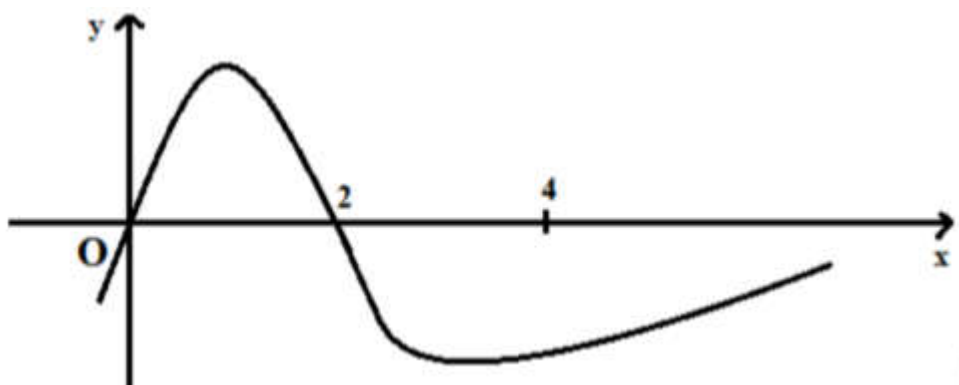
Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	2	5	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

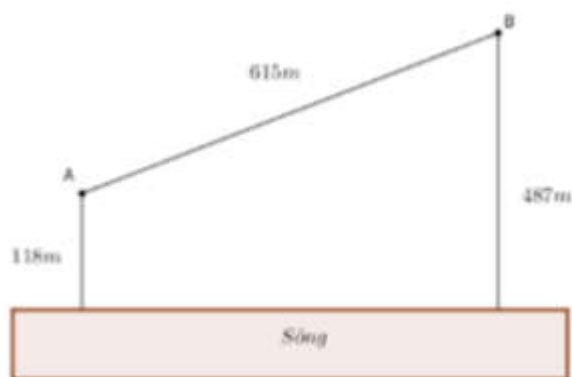
- A. $(-1;0)$ B. $(0;2)$ C. $(-\infty;-1)$ D. $(2;+\infty)$

Câu 47: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ dưới đây và $f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên $[0;4]$.



- A. $m = f(4)$ B. $m = f(0)$ C. $m = f(2)$ D. $m = f(1)$

Câu 48: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông lấy nước mang về B. Tính đoạn đường ngắn nhất mà người ấy có thể đi.



- A. 779,8 m B. 671,4 m C. 741,2 m D. 596,5m

Câu 49: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{5}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. $\max P = 1$

B. $\max P = 4$

C. $\max P = 2$

D. $\max P = 3$

Câu 50: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $BN = \frac{1}{2}NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Tính thể tích V của khối đa diện $A'MPB'NQ$.

A. $V = \frac{13}{18}$

B. $V = \frac{23}{9}$

C. $V = \frac{5}{9}$

D. $V = \frac{7}{18}$

MA TRẬN

STT	Chuyên đề	Đơn vị kiến thức	Cấp độ câu hỏi				Tổng
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1	Hàm số	Đồ thị, BBT	C2	C27 C30		C46	4
2		Cực trị		C18 C19	C36		3
3		Đơn điệu	C15	C3 C21	C40 C42		5
4		Tương giao			C33 C43		2
5		Min - max		C13 C23		C47	3
6		Tiệm cận	C4	C35			2
7		Bài toán thực tế				C48	1
8	Mũ - logarit	Hàm số mũ - logarit		C17		C49	2
9		Biểu thức mũ - logarit	C8	C20	C44		3
10		Phương trình, bất phương trình mũ - logarit		C7 C24 C25	C41 C45		5
11		Bài toán thực tế					
12	Nguyên hàm – Tích phân	Nguyên hàm					
13		Tích phân					
14		Ứng dụng tích phân					
15		Bài toán thực tế					
16	Số phức	Dạng hình học					
17		Dạng đại số					
18		PT phức					
19	Hình Oxyz	Đường thẳng					

20		Mặt phẳng					
21		Mặt cầu	C6				1
22		Bài toán tọa điểm, vecto					
23		Bài toán về min, max					
24	HHKG	Thể tích, tỉ số thể tích		C9 C14 C29	C31 C32	C50	6
25		Khoảng cách, góc		C11	C39		2
26	Khối tròn xoay	Khối nón		C26			1
27		Khối trụ	C5	C37			2
28		Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện		C28	C34		2
29	Tổ hợp – xác suất	Tổ hợp – chỉnh hợp		C10			1
30		Xác suất		C16 C22	C38		3
31	CSC - CSN	Xác định thành phần CSC - CSN	C1				1
32	PT - BPT	Bài toán tham số		C12			1

NHẬN XÉT ĐỀ

Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, câu hỏi lớp 11 chiếm 12%. Không có câu hỏi thuộc kiến thức lớp 10.

Cấu trúc tương tự đề thi minh họa năm 2018-2019.

18 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 5 câu VDC.

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng.

Đề thi phân loại học sinh ở mức khá

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1-C	2-B	3-D	4-D	5-C	6-C	7-B	8-D	9-C	10-B
11-B	12-D	13-B	14-A	15-C	16-B	17-D	18-C	19-B	20-C
21-D	22-C	23-C	24-A	25-C	26-B	27-C	28-C	29-A	30-B
31-B	32-A	33-A	34-B	35-B	36-D	37-C	38-C	39-D	40-C
41-C	42-B	43-D	44-B	45-B	46-D	47-A	48-A	49-A	50-B

Câu 1: Chọn C.

Phương pháp

Công thức tổng quát của CSC có số hạng đầu là u_1 và công sai d là: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Tìm công sai d rồi suy ra u_3 .

Cách giải:

$$d = u_2 - u_1 = -1 - 3 = -4 \Rightarrow u_3 = u_2 + d = -1 + (-4) = -5$$

Câu 2: Chọn B.

Phương pháp

Sử dụng: đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm đường tiệm cận ngang và đường thẳng

$y = -\frac{d}{c}$ làm đường tiệm cận đứng.

Tìm một số điểm mà đồ thị hàm số đi qua rồi thay tọa độ vào mỗi hàm số để loại trừ đáp án.

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị nhận đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang và đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng. Và đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$.

+ Đáp án A: Đồ thị $y = \frac{1-2x}{x+2}$ nhận $y = -2$ làm TCN và $x = -1$ làm TCD nên loại A.

+ Đáp án B: Đồ thị $y = \frac{2x+1}{x+1}$ nhận $y = 2$ làm TCN và $x = -1$ làm TCD và điểm có tọa độ $(0; -1)$ thuộc đồ thị nên chọn B.

+ Đáp án C: Đồ thị $y = \frac{2x+1}{x-1}$ nhận $y = 2$ làm TCN và $x = 1$ làm TCD nên loại C.

+ Đáp án D: Đồ thị $y = \frac{2x+1}{x+1}$ nhận $y = 2$ làm TCN và $x = -1$ làm TCD nhưng điểm có tọa độ $(0; -1)$ không thuộc đồ thị nên loại D.

Câu 3: Chọn D.

Phương pháp

- Tính y' và xét dấu y' .

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

$y' > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Câu 4: Chọn D.

Phương pháp

Sử dụng : đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm đường tiệm cận ngang và đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm đường tiệm cận đứng.

Cách giải:

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-2x}{x+1} = -2 \Rightarrow y = -2$ là TCN của đồ thị hàm số.

Câu 5: Chọn C.

Phương pháp

Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Cách giải:

Do thiết diện là hình vuông cạnh a nên bán kính đáy bằng $\frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$.

Diện tích xung quanh: $S = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$.

Câu 6: Chọn C.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là $S = 4\pi r^2$

Chú ý rằng : Đường kính mặt cầu gấp đôi đường kính.

Cách giải:

Vì đường kính mặt cầu bằng a nên bán kính mặt cầu là $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.

Câu 7: Chọn B.

Phương pháp

Giải phương trình logarit cơ bản $\log_a f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = a^m$.

Cách giải:

Điều kiện: $3x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Ta có: $\log_2(3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}(tm)$.

Câu 8: Chọn D.

Phương pháp

Sử dụng công thức $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Cách giải:

Ta có $P = 2^x \cdot 2^y = 4^{x+y}$.

Câu 9: Chọn C.

Phương pháp

Tính diện tích đáy và suy ra thể tích khối chóp theo công thức $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải:

Diện tích đáy ABCD là $S_{ABCD} = a^2$, chiều cao $D'D = a$.

Do đó $V_{D'.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot D'D = \frac{1}{3}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}$.

Câu 10: Chọn B.

Phương pháp

Sử dụng khai triển $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} \cdot b^k$ ($0 \leq k \leq n; k; n \in \mathbb{N}$)

Từ đó suy ra hệ số của số hạng chứa x^8 .

Cách giải:

Ta có $(2x-1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot (-1)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{10-k} \cdot 2^{10-k} \cdot (-1)^k$

Số hạng chứa x^8 trong khai triển ứng với $10-k=8 \Leftrightarrow k=2$

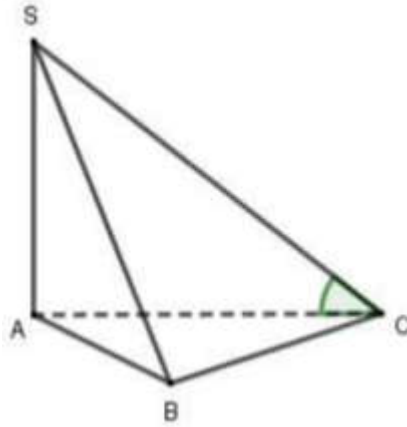
Nên hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{10}^2 \cdot 2^{10-2} \cdot (-1)^2 = 11520$.

Câu 11: Chọn B.

Phương pháp

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (nhỏ hơn 90°) là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng.

Cách giải:



Vì $SA \perp (ABC)$ nên góc $\angle(SC, (ABC)) = \angle(SC, AC) = \angle SCA$ (vì $\angle SCA < \angle A = 90^0$)

Tam giác SAB vuông tại A có

$$SA = a\sqrt{2}, SB = a\sqrt{5} \Rightarrow AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}.$$

Tam giác SAC vuông tại A có

$$\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle SCA = 30^0.$$

Câu 12: Chọn D.

Phương pháp

Ta sử dụng các công thức: $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$; $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$; $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Đưa phương trình đã cho về phương trình bậc nhất giữa sin và cos $A \cos X + B \sin X = C$ ($A^2 + B^2 \geq C^2$), chia cả hai vế cho $\sqrt{A^2 + B^2}$ để ta đưa về dạng phương trình lượng giác cơ bản.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos 2x - \sin \frac{\pi}{3} \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + m\pi \end{cases} (k, m \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên ta có

$$+ 0 \leq k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = \pi \\ k = 2 \Rightarrow x = 2\pi \end{cases}$$

$$+ 0 \leq -\frac{\pi}{3} + m2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq m \leq \frac{7}{6} \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}.$$

Vậy có bốn nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$.

Câu 13: Chọn B.

Phương pháp

- Tính y' , tìm các nghiệm của $y' = 0$.
- Tính giá trị của hàm số tại các điểm đầu mút và các điểm vừa tìm được ở bước trên và so sánh kết quả.

Cách giải:

TXĐ: $D = [-2; 2]$.

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

Ta có: $y(-2) = -2, y(2) = 2, y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.

Vậy $M = 2\sqrt{2}, m = -2 \Rightarrow M - m = 2\sqrt{2} + 2$.

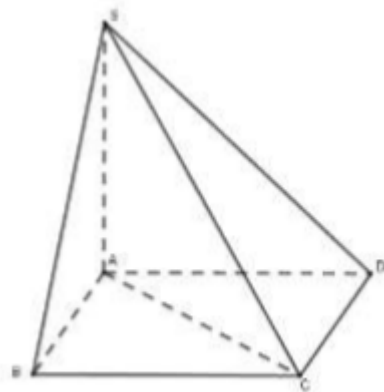
Câu 14: Chọn A.

Phương pháp

Tính chiều cao SA theo định lý Pytago

Tính thể tích khối chóp theo công thức $V = \frac{1}{3}h.S$ với h là chiều cao hình chóp và S là diện tích đáy.

Cách giải:



Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$

Vì ABCD là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a.$$

Tam giác SAC vuông tại A có

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (2a)^2} = a$$

$$\text{Thể tích } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 15: Chọn C.

Phương pháp

Quan sát đồ thị hàm số và tìm khoảng mà đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có hướng đi lên từ trái qua phải trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Hay hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 16: Chọn B.

Phương pháp

Tính xác suất theo định nghĩa $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ với $n(A)$ là số phần tử của biến cố A, $n(\Omega)$ là số phần tử của không gian mẫu.

Cách giải:

$$\text{Số phần tử của không gian mẫu } n(\Omega) = C_{20}^2$$

Gọi A là biến cố “Hai người được chọn có ít nhất một nữ” thì $\bar{A}$ là biến cố hai người được chọn không có nữ nào, tức là ta chọn 2 người trong số 7 nam.

$$\text{Khi đó } n(\bar{A}) = C_7^2 \Rightarrow n(A) = C_{10}^2 - C_7^2$$

$$\text{Xác suất để hai người được chọn có ít nhất một nữ là } P = \frac{C_{10}^2 - C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}.$$

Câu 17: Chọn D.

Phương pháp

Xét tính đúng sai của từng đáp án, chú ý các tính chất của logarit.

Cách giải:

Dễ thấy các đáp án A, B, C đều đúng theo tính chất logarit. Đáp án D sai vì chưa biết $b > 0$ hay $b < 0$ nên không phá được dấu giá trị tuyệt đối trong đáp án D.

Câu 18: Chọn C.

Phương pháp

Ta sử dụng các kiến thức sau:

Đối với hàm đa thức, số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có ba cực trị khi $ab < 0$, có một cực trị khi $ab > 0$.

Cách giải:

+ Đáp án A: $y' = 3x^2 - 6x + 9 = 0$ vô nghiệm nên hàm số không có cực trị. Loại A.

+ Đáp án B: $y' = 4x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số có 1 cực trị. Loại B.

+ Đáp án C: Đây là hàm trùng phương có $ab = -8 < 0$ nên hàm số có 3 cực trị. Chọn C.

+ Đáp án D: Đây là hàm trùng phương có $ab = 3 > 0$ nên hàm số có 1 cực trị. Loại D.

Câu 19: Chọn B.

Phương pháp

Hàm đa thức đạt cực trị tại các điểm là nghiệm bội lẻ của đạo hàm.

Cách giải:

Do $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$ có các nghiệm $x = 0$ (bội 2) nên loại.

Ngoài ra $f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội lẻ, đó là $x_1 = -1; x_2 = -2$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 20: Chọn C.

Phương pháp

Sử dụng các công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$; $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ ($0, a \neq 1; a, b, c > 0$)

Cách giải:

Ta có $P = \log_a(ab^3c^3) = \log_a a + \log_a b^3 + \log_a c^3 = 1 + 3\log_a b + 5\log_a c = 1 + 3.2 + 5.3 = 22$.

Câu 21: Chọn D.

Phương pháp

Nhận xét tính đúng sai của từng đáp án, sử dụng tính chất các hàm số cơ bản đã biết.

Cách giải:

Đáp án A sai vì hàm bậc bốn trùng phương không nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (nó luôn có cực trị).

Đáp án B sai vì hàm $y = \sin x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Đáp án C sai và hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Đáp án D đúng vì hàm số $y = -x^3 - 2x$ có $y' = -3x^2 - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng kiến thức về tổ hợp và hai qui tắc đếm cơ bản.

Chia các trường hợp có thể xảy ra để tìm kết quả.

Cách giải:

Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu mà số quả cầu xanh lớn hơn số quả cầu đỏ ta có các trường hợp sau :

TH1: 5 quả cầu xanh, 0 quả cầu đỏ thì số cách chọn là C_5^5 (cách)

TH2 : 4 quả cầu xanh, 1 quả cầu đỏ thì số cách chọn là $C_5^4.C_7^1$ (cách)

TH3 : 3 quả cầu xanh, 2 quả cầu đỏ thì số cách chọn là $C_5^3.C_7^2$ (cách)

Vậy số cách chọn thỏa mãn đề bài là $C_5^5 + C_5^4.C_7^1 + C_5^3.C_7^2 = 246$ (cách)

Câu 23: Chọn C.

Phương pháp

- Tính y' và tìm nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ của y' .

- Tính giá trị của hàm số tại các điểm $x = \frac{1}{3}; x = 3$ và các điểm vừa tìm được ở trên.

- So sánh các giá trị này và tìm GTLN, GTNN.

Cách giải:

Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left[\frac{1}{3}; 3\right] \\ x = -1 \notin \left[\frac{1}{3}; 3\right] \end{cases}$

Lại có $y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{10}{3}; y(1) = 2, y(3) = \frac{10}{3}$.

Vậy $M = \frac{10}{3}, m = 2$ suy ra $3M + 2m = 3 \cdot \frac{10}{3} + 2 \cdot 2 = 14$.

Câu 24: Chọn A.

Phương pháp

Giải phương trình bằng cách đưa về cùng cơ số $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) (a \neq 0)$

Hoặc dùng phương pháp logarit hóa : $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b (0 < a \neq 1; b > 0)$

Cách giải:

Ta có: $7 + 4\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^2; 2 - \sqrt{3} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$.

$(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x - 1 = \log_{7+4\sqrt{3}}(2 - \sqrt{3})$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = \log_{(2+\sqrt{3})^2} \frac{1}{2+\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x - 1 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.

Câu 25: Chọn C.

Phương pháp

Giải phương trình mũ cơ bản $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$.

Cách giải:

Ta có: $7^{x^2-5x+9} = 343 \Leftrightarrow 7^{x^2-5x+9} = 7^3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Do đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$.

Câu 26: Chọn B.

Phương pháp

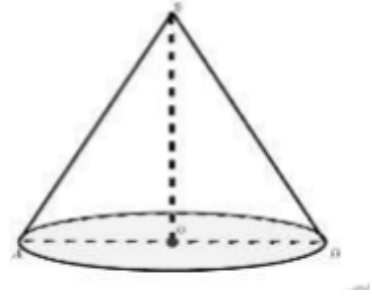
Sử dụng công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ với r là bán kính đáy, h là chiều cao hình nón

Cách giải:

Cắt hình nón bằng mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là tam giác

đều SAB có cạnh $AB = 2r = 2a \Rightarrow R = a$ và trung tuyến $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.



Câu 27: Chọn C.

Phương pháp:

Quan sát, nhận xét dáng của đồ thị hàm số và suy ra điều kiện của a, b, c.

Cách giải:

Quan sát dáng đồ thị hàm số ta thấy $a < 0$, loại B và D.

Đồ thị cắt trục Oy tại $(0; -3)$ nên $c = -3 < 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên phương trình $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Leftrightarrow b > 0 \text{ (do } a < 0 \text{)}.$$

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Chú ý khi giải:

Các em cũng có thể tìm trực tiếp a, b, c dựa vào đồ thị hàm số sẽ ra kết quả $a = -1, b = 4, c = -3$ và kết luận.

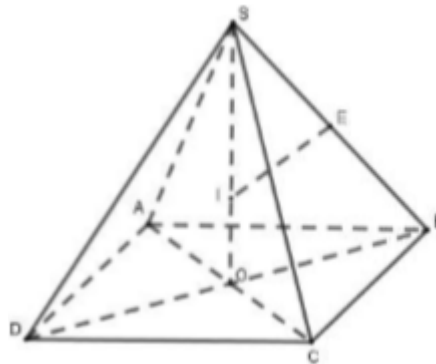
Câu 28: Chọn C.

Phương pháp:

Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều là giao của đường trung trực 1 cạnh bên và chiều cao của hình chóp.

Từ đó sử dụng tam giác đồng dạng để tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều.

Cách giải:



Gọi O là tâm hình vuông ABCD và E là trung điểm SB.

Vì S. ABCD là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$

Tường (SBO) kẻ đường trung trực của SB cắt SO tại I, khi đó $IA = IB = IC = ID = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD và bán kính mặt cầu là $R = IS$.

Ta có ABCD là hình vuông cạnh

$$2a \Rightarrow BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}.$$

Ta có $SA = SB = SC = SD = 2a$ (vì S.ABCD là hình chóp đều) nên $SE = EB = \frac{2a}{2} = a$

Xét tam giác SBO vuông tại O (vì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OB$) có $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có $\triangle SEI$ đồng dạng với tam giác SOB (g - g) $\Rightarrow \frac{SI}{SB} = \frac{SE}{SO} \Leftrightarrow IS = \frac{SB \cdot SE}{SO} = \frac{2a \cdot a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$.

Vậy bán kính $R = a\sqrt{2}$.

Chú ý :

Các em có thể sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều có cạnh bên là a và chiều cao h là $R = \frac{a^2}{2h}$.

Câu 29: Chọn A.

Phương pháp:

Thể tích lăng trụ $V = Bh$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao.

Cách giải:

Diện tích đáy tam giác đều cạnh 2 là $S = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Thể tích lăng trụ: $V = S \cdot h = \sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3}$.

Câu 30: Chọn B.

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại $M(x_0; y_0)$ có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến là $k = f'(x_0)$.

Chú ý rằng hai đường thẳng song song có hệ số góc bằng nhau, từ đó ta tìm được $x_0 \Rightarrow y_0$, từ đó viết phương trình tiếp tuyến.

Cách giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến (d) và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Khi đó hệ số góc của (d) là $k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0$

Mà (d) song song với $y = 9x + 6 \Rightarrow f'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 1 \end{cases}$

+ Với $M(-1; -3) \Rightarrow (d): y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 9(x + 1) - 3 = 9x + 6$ (loại vì trùng với đường thẳng $y = 9x + 6$)

+ Với $M(3; 1) \Rightarrow (d): y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 9(x - 3) + 1 = 9x - 26$ (thỏa mãn)

Chú ý:

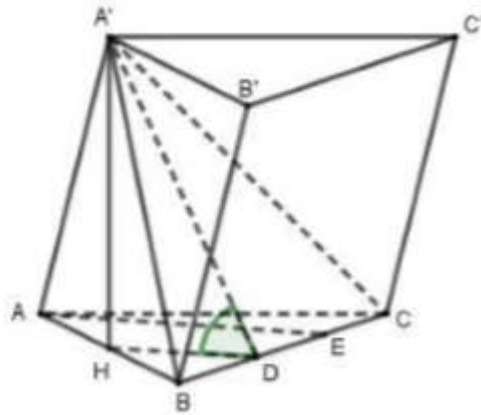
Một số em không loại đường thẳng $y = 9x + 6$ dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 31: Chọn B.

Phương pháp:

- Xác định góc 60° (góc giữa hai đường thẳng cùng vuông góc với giao tuyến).
- Tính diện tích đáy và chiều cao rồi suy ra thể tích theo công thức $V = Sh$.

Cách giải:



Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H, A lên BC.

Ta thấy: $\begin{cases} HD \perp BC \\ A'H \perp BC \end{cases} \Rightarrow (A'HD) \perp BC \Rightarrow A'D \perp BC$.

Khi đó $(A'BC)$ và (ABC) chính là góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và HD hay $\angle A'DH = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông ABC có $AB \perp AC \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Nên $AE = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ suy ra $HD = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Từ đó $A'H = HD \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot A'H = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 32: Chọn A.

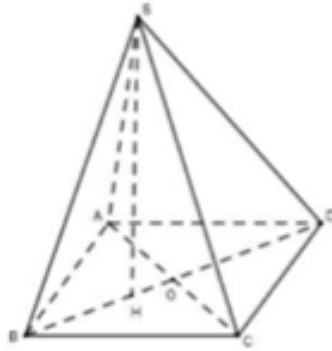
Phương pháp:

+ Xác định chiều cao của hình chóp bằng cách sử dụng: Nếu $SA = SB = SC$ thì S thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC hay chân đường cao hạ từ S xuống (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác . ABC

+ Tính chiều cao SH dựa vào định lý Pyatgo

+ Tính thể tích theo công thức $V = \frac{1}{3} h.S$ với h là chiều cao hình chóp, S là diện tích đáy.

Cách giải:



Vì ABCD là hình thoi nên $AB = BC$ mà $\angle ABC = 60^\circ$ nên ABC là tam giác đều cạnh a.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, O là giao điểm hai đường chéo hình thoi.

Vì $SA = SB = SC$ nên S thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC hay chân đường cao hạ từ S xuống (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp H của tam giác ABC. Hay $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

+ Vì ABC đều cạnh a tâm H nên

$$AC = a; BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}; BH = \frac{2}{3} BO = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

+ Vì $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BD$

$$+ \text{ Xét tam giác BHD vuông tại H có } SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$+ \text{ Diện tích hình thoi ABCD là } \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} AC \cdot 2BO = \frac{1}{2} a \cdot 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích } V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}.$$

Câu 33: Chọn A.

Phương pháp:

- Xét phương trình hoành độ giao điểm.
- Đưa điều kiện bài toán về điều kiện tương đương đối với phương trình hoành độ vừa xét.

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow 2x-1 = (x+1)(x+m) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m+1 = 0 \quad (1).$$

Đường thẳng $y = x+m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-1)^2 - 4(m+1) = m^2 - 6m - 3 > 0 \\ (-1)^2 + (m-1)(-1) + m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3+2\sqrt{3} \\ m < 3-2\sqrt{3} \\ 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3+2\sqrt{3} \\ m < 3-2\sqrt{3} \end{cases}$$

Gọi tọa độ giao điểm $A(x_1; x_1+m), B(x_2; x_2+m)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1).

$$\text{Khi đó } AB^2 = 2(x_2 - x_1)^2 \Rightarrow AB \leq 4 \Leftrightarrow AB^2 \leq 16 \Leftrightarrow 2(x_2 - x_1)^2 \leq 16$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 \leq 8 \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 \leq 8$$

$$\Leftrightarrow (1-m)^2 - 4(m+1) \leq 8 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 3 - 8 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 11 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{5} \leq m \leq 3 + 2\sqrt{5}$$

$$\text{Kết hợp với } \begin{cases} m > 3+2\sqrt{3} \\ m < 3-2\sqrt{3} \end{cases} \text{ ta được } \begin{cases} 3+2\sqrt{3} < m < 3+2\sqrt{5} \\ 3-2\sqrt{5} \leq m \leq 3-2\sqrt{3} \end{cases}$$

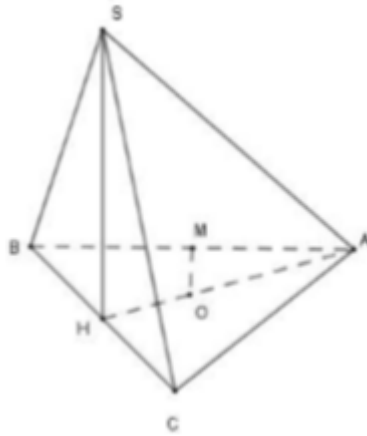
Mà m nguyên dương nên $m = 7$.

Vậy chỉ có duy nhất 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34: Chọn B.

Phương pháp:

- + Gọi H là trung điểm BC. Ta chứng minh $AH \perp (ABC)$ và AH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC
- + Suy ra tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp S. ABC là giao của AH và đường trung trực cạnh AB.
- + Chỉ ra tam giác SBC vuông tại S từ đó tính SC theo định lý Pytago.

Cách giải:

Lấy H là trung điểm BC suy ra $AH \perp BC$ (do tam giác ABC cân tại A)

Lại có $\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \end{cases}$ nên $AH \perp (SBC)$ tại H.

Từ đề bài ta có $AS = AB = AC$ nên A thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC, lại có $AH \perp (SBC)$ tại H nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $SBC \Rightarrow HB = HS = HC$ hay $HS = \frac{1}{2}BC$ nên tam giác SBC vuông tại S.

Gọi M là trung điểm của AB, kẻ đường trung trực của AB cắt AH tại O.

Khi đó ta có $OA = OB = OC = OS$ hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC \Rightarrow OA = R = a$.

$$+ \text{Ta có } \triangle OMA \text{ đồng dạng với } \triangle BHA \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{MA}{HA} \Leftrightarrow \frac{a}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{HA} \Rightarrow HA = \frac{a}{2}.$$

$$+ \text{Xét tam giác vuông AHC có } HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 2HC = a\sqrt{3}.$$

$$+ \text{Xét tam giác SBC vuông tại S(cmt) có } SC = \sqrt{BC^2 - SB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Câu 35: Chọn B.

Phương pháp:

Thu gọn hàm số và tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1} = \frac{4(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{4}{x+1}$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{ -1 \}.$$

Do đó đồ thị hàm số có đường TCD: $x = -1$ và TCN: $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 36: Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng tính chất đồ thị hàm đa thức bậc ba luôn cắt trục tung và đồ hàm số $y = f(|x|)$ luôn nhận trục tung làm trục đối xứng để suy ra $x = 0$ luôn là một cực trị của hàm $y = f(|x|)$.

Lập luận để suy ra hàm $f(x)$ có hai điểm cực trị dương phân biệt thì hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị phân biệt.

Cách giải:

Nhận thấy rằng nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ cũng là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ (1)

Lại thấy vì đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng mà $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên $x = 0$ luôn là một điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ có hai điểm cực trị dương phân biệt.

Hay phương trình $f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ \frac{2m-1}{3} > 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ m > \frac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{5}{4} \end{cases} \\ m > \frac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

Chú ý :

Các em có thể sử dụng đạo hàm hàm hợp $(f(u))' = u' \cdot f'(u)$ và $(|x|)' = \frac{x}{|x|}$ để suy ra $(f(|x|))' = \frac{x}{|x|} \cdot f'(|x|)$ từ đó hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị khi phương trình $f'(|x|) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Do đó phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Câu 37: Chọn C.

Phương pháp:

Tính chiều cao hình trụ và tính thể tích theo công thức $V = \pi R^2 h$.

Cách giải:

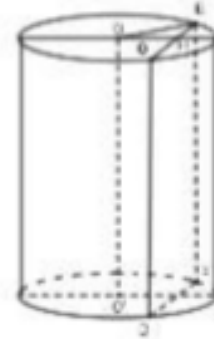
Gọi O, O' lần lượt là tâm các đáy, khi đó thiết diện là hình vuông DGEF và $d(OO', (DGEF)) = OH = \frac{a}{2}$.

Tam giác OEH vuông tại H nên

$$HE = \sqrt{OE^2 - OH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow OO' = GD = GE = 2HE = a\sqrt{7}$$

$$\text{Vậy thể tích } V = \pi R^2 h = \pi (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{7} = 2\pi a^3 \sqrt{7}$$

**Câu 38: Chọn C.****Phương pháp:**

Tính xác suất theo định nghĩa $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ với $n(A)$ là số phần tử của biến cố A , $n(\Omega)$ là số phần tử của không gian mẫu.

+ Chú ý rằng: Nếu số được lấy ra có chữ số đứng trước nhỏ hơn chữ số đứng sau thì không thể có số 0 trong số đó.

Cách giải: + Số có 6 chữ số khác nhau là $\overline{abcdef}$ với $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Nên a có 9 cách chọn, b có 9 cách chọn, c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn và f có 5 cách chọn. Suy ra số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 136080$

+ Gọi A là biến cố $\overline{abcdef}$ là số lẻ và $a < b < c < d < e < f$.

Suy ra không thể có chữ số 0 trong số $\overline{abcdef}$ và $f \in \{7; 9\}$.

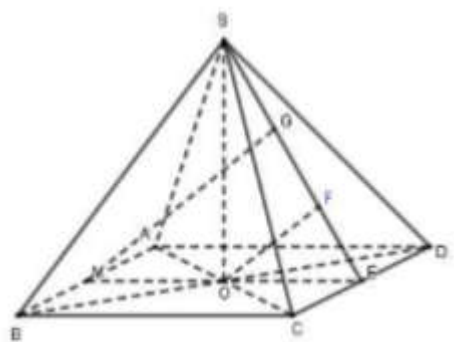
+ Nếu $f = 7 \Rightarrow a, b, c, d, e \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ mà với mỗi bộ 5 số được lấy ra ta chỉ có duy nhất 1 cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên có thể lập được $C_6^5 = 6$ số thỏa mãn.

+ Nếu $f = 9 \Rightarrow a, b, c, d, e \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ mà với mỗi bộ 5 số được lấy ra ta chỉ có duy nhất 1 cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên có thể lập được $C_8^5 = 56$ số thỏa mãn.

$$\text{Suy ra } n(A) = 6 + 56 = 62 \text{ nên xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{62}{136080} = \frac{31}{68040}$$

Câu 39: Chọn D.**Phương pháp:**

Sử dụng lý thuyết $d(a, b) = d(a, (P)) = d(M, (P))$ với a, b là các đường thẳng chéo nhau, (P) là mặt phẳng chứa b và song song với a, M là một điểm bất kì thuộc a.

Cách giải:

Gọi M, E là trung điểm của AB, CD và F, G là hình chiếu của O, M lên SE.

$$\begin{aligned} \text{Ta thấy: } \begin{cases} AB \parallel CD \subset (SCD) \\ SC \subset (SCD) \end{cases} &\Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) \\ &= d(M, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) \end{aligned}$$

Để thấy $CD \perp (SME) \Rightarrow CD \perp OF$. Mà $OF \perp SE \Rightarrow OF \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OF$.

Xét tam giác SOE vuông tại O có

$$OF = \frac{SO \cdot OE}{SE} = \frac{SO \cdot OE}{\sqrt{SO^2 + OE^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Vậy } d(M, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OF = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Chú ý khi giải:

Nhiều em khi tính được $d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ mà quên không nhân 2 rồi chọn ngay C là sai.

Câu 40: Chọn C.**Phương pháp:**

Biến đổi và đặt $5^x = t (t > 0)$ rồi sử dụng hàm số $y = \frac{at+b}{ct+d}$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ \frac{-d}{c} \notin K \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - bc > 0 \\ \frac{-d}{c} \notin K \end{cases}$

Cách giải:

ĐK: $5^{-x} \neq m$.

Ta có:
$$y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m} = \frac{\frac{1}{5^x} + 2}{\frac{1}{5^x} - m} = \frac{2 \cdot 5^x + 1}{-m5^x + 1}$$

Đặt $5^x = t (t > 0) \Rightarrow y = \frac{2t+1}{-mt+1} \left(t \neq \frac{1}{m} \right)$. Với $x \in (-\infty; 0) \Rightarrow t \in (0; 1)$

Để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ thì hàm số $y = \frac{2t+1}{-mt+1}$ đồng biến trên $(0; 1)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' = \frac{2+m}{(-mt+1)^2} > 0 \\ \frac{1}{m} \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m > 0 \\ \frac{1}{m} \leq 0 \\ \frac{1}{m} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 0 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m \leq 0 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < m \leq 1.$$

Câu 41: Chọn C.

Phương pháp:

- Đặt $t = 3^x > 0$ đưa về phương trình ẩn t,

Đưa điều kiện bài cho về điều kiện tương đương đối với phương trình ẩn t.

- Từ đó tìm m và kết luận.

Cách giải:

Đặt $t = 3^x > 0$ ta được: $(m+3)t^2 + (2m-1)t + m+1 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu (giả sử $x_1 < 0 < x_2$) $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm dương phân biệt thỏa

Mãn $0 < t_1 = 3^{x_1} < 1 < 3^{x_2} = t_2$, nghĩa là $0 < t_1 < 1 < t_2$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{2m-1}{m+3} \\ t_1 t_2 = \frac{m+1}{m+3} \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \neq 0 \\ \Delta = (2m-1)^2 - 4(m+3)(m+1) > 0 \\ (t_1-1)(t_2-1) < 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ -20m-11 > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{11}{20} \\ \frac{m+1}{m+3} + \frac{2m-1}{m+3} + 1 < 0 \\ \frac{m+1}{m+3} > 0 \\ -\frac{2m-1}{m+3} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{11}{20} \\ \frac{4m+3}{m+3} < 0 \\ \frac{m+1}{m+3} > 0 \\ -\frac{2m-1}{m+3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{11}{20} \\ -3 < m < -\frac{3}{4} \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > -1 \end{cases} \\ -3 < m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{3}{4}.$$

Câu 42: Chọn B.

Phương pháp:

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Cách giải:

Ta có: $y' = x^2 - 4mx + 4$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (-2m)^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$

Câu 43: Chọn D.

Phương pháp:

- Chuyển về đưa về dạng $m = f(x)$, sử dụng phương pháp hàm số xét $y = f(x)$.

- Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Cách giải:

Ta có: $x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0 \Leftrightarrow m = x^3 - 3x^2 + 2$.

Xét hàm $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	
$f(x)$				
	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy, với $-2 < m < 2$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt hay phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Vậy $-2 < m < 2$ là các giá trị cần tìm.

Câu 44: Chọn B.

Phương pháp:

Sử dụng các công thức:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b;$$

$$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (0 < a, b \neq 1)$$

Cách giải:

Ta có:

$$\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \log_{\sqrt[3]{7}} 121 - \log_{\sqrt[3]{7}} 8 = \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 11^2 - \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 2^3$$

$$= 6 \log_7 11 - 9 \log_7 2 = 6 \log_7 11 - 9 \cdot \frac{1}{\log_2 7} = 6a - \frac{9}{b}.$$

Câu 45: Chọn B.

Phương pháp:

- Đặt $t = \log_2 x$, tìm điều kiện của t từ điều kiện của x .

- Đưa điều kiện bài toán về điều kiện của phương trình ẩn t và tìm m .

Cách giải:

Đặt $t = \log_2 x$, vì $0 < x < 1$ nên $t < 0$ hay $t \in (-\infty; 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 + t - m = 0 \Leftrightarrow m = t^2 + t$.

Xét hàm $f(t) = t^2 + t$ trên $(-\infty; 0)$.

Đồ thị hàm số $y = f(t)$ là parabol có hoành độ đỉnh $t = -\frac{1}{2} \in (-\infty; 0)$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Quan sát bảng biến thiên ta thấy, khi $m \geq -\frac{1}{4}$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ít nhất 1 điểm thuộc $(-\infty; 0)$.

Do đó phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; 1)$.

Vậy $m \geq -\frac{1}{4}$ là giá trị cần tìm.

Câu 46: Chọn B.

Phương pháp:

Sử dụng công thức đạo hàm hàm hợp $(f(u))' = u' \cdot f'(u)$

Đặt $x + 3 = t$, ta tính y' theo t .

Nhận xét rằng khi $y' < 0$ trên K thì hàm số y nghịch biến trên K

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra dấu của $f'(t)$ và điều kiện của t .

Thay trở lại cách đặt ta tìm được x .

Cách giải:

Ta có: $y' = 3 \cdot f'(x+3) - 3x^2 + 12$

Đặt $t = x + 3 \Rightarrow x = t - 3$ ta có $y' = 3f'(t) - 3(t-3)^2 + 12 = 3f'(t) - 3t^2 + 18t - 15$

Để hàm số nghịch biến thì $y' < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot f'(t) - 3t^2 + 18t - 15 < 0 \Leftrightarrow f'(t) < t^2 - 6t + 5$

Ta chọn t sao cho $\begin{cases} f'(t) < 0 \\ t^2 - 6t + 5 > 0 \end{cases}$

Từ bảng xét dấu hàm $f'(x)$ ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 5 \end{cases}$ nên $f'(t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5 \end{cases}$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} f'(t) < 0 \\ t^2 - 6t + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5 \end{cases} \\ \begin{cases} t > 5 \\ t < 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5 \end{cases}$$

$$\text{Mà } t = x + 3 \text{ nên } \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x + 3 < 1 \\ x + 3 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ x > 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên $(-4; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 47: Chọn A.

Phương pháp:

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$, từ đó tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy:

+) Trên khoảng $(0; 2)$ thì $f'(x) > 0$.

+) Trên khoảng $(2; 4)$ thì $f'(x) < 0$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	2	3	4
$f'(x)$		+	+	-	-
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên ta thấy GTNN của hàm số đạt được bằng $f(0)$ và $f(4)$.

Ta sẽ so sánh $f(0)$ và $f(4)$ như sau:

$$f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3) \Leftrightarrow f(0) - f(4) = 2f(2) - f(1) - f(3)$$

$$[f(2) - f(1)] + [f(2) - f(3)] > 0 \text{ (do } f(2) > f(1), f(2) > f(3)).$$

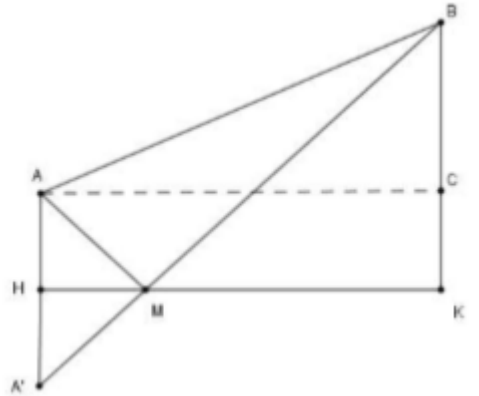
$$\text{Do đó } f(0) - f(4) > 0 \Leftrightarrow f(0) > f(4).$$

$$\text{Vậy } m = f(4).$$

Câu 48: Chọn A.**Phương pháp:**

Lấy A' đối xứng với A qua bờ sông, nối $A'B$ cắt bờ sông tại M khi đó ta có $AM + MB = A'B$ là quãng đường ngắn nhất mà người đó đi.

Sử dụng định lý Pytago và định lý Ta-lét để tính toán.

Cách giải:

Gọi H, K là hình chiếu của A, B trên bờ sông, lấy A' đối xứng với A qua bờ HK . Nối $A'B$ cắt bờ HK tại M . Suy ra $AM = A'M$.

Ta có $AM + MB = A'M + MB \geq A'B$ nên quãng đường ngắn nhất người đó đi là $AM + MB = A'B$.

Kẻ $AC \perp BK$ tại $C \Rightarrow AHKC$ là hình chữ nhật có $CK = AH = 118m \Rightarrow CB = BK - CK = 487 - 118 = 369m$

Tam giác CAB vuông tại $C \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{615^2 - 369^2} = 492$

$\Rightarrow HK = AC = 492m$

Ta có $HA' \parallel BK \Rightarrow \frac{HM}{MK} = \frac{A'M}{MB} = \frac{A'H}{BK} = \frac{118}{487}$

$\Rightarrow \frac{HM}{MK} = \frac{118}{487} \Rightarrow \frac{HM}{HM + MK} = \frac{118}{118 + 487} = \frac{118}{605} \Leftrightarrow \frac{HM}{HK} = \frac{118}{605}$

$\Leftrightarrow \frac{HM}{492} = \frac{118}{605} \Rightarrow HM = \frac{58056}{605}$

Xét tam giác HMA' có $MA' = \sqrt{HM^2 + HA'^2} = \sqrt{\left(\frac{58056}{605}\right)^2 + 118^2} \approx 152,093$

Từ đó: $\frac{A'M}{MB} = \frac{118}{487} \Rightarrow \frac{A'M}{A'M + MB} = \frac{118}{118 + 487} \Leftrightarrow \frac{A'M}{A'B} = \frac{118}{605} \Leftrightarrow A'B = \frac{A'M \cdot 605}{118} \approx 779,8m$

Câu 49: Chọn A.**Phương pháp:**

- Biến đổi điều kiện bài cho về dạng $fu = fv$ với u, v là các biểu thức của x, y .

- Xét hàm $f(t)$ suy ra mối quan hệ của u, v rồi suy ra x, y.
- Đánh giá P theo biến $t = x + y$ bằng cách sử dụng phương pháp hàm số.

Cách giải:

Điều kiện : $\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} > 0$.

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy-3(x+y)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3(x+y) + 2 = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}[3(x+y)] + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy+2$$

Xét hàm số $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t, t > 0$ có $f'(t) = \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} + 1 > 0, \forall t > 0$

Vậy hàm số $f(t)$ luôn đồng biến và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$

Do đó: $f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2) \Leftrightarrow 3(x+y) = x^2+y^2+xy+2 \quad (1)$

$$\Leftrightarrow xy = (x+y)^2 - 3(x+y) + 2$$

Ta có: $x = x + xy - xy = x(y+1) - xy \leq \left(\frac{x+y+1}{2}\right)^2 - xy$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y + 1$.

Do đó từ (1), suy ra: $x \leq \frac{(x+y+1)^2}{4} - (x+y)^2 + 3(x+y) - 2$.

Đặt $t = x + y, t > 0$

Suy ra: $P = \frac{2(x+y)+1+x}{x+y+6} \leq \frac{2t+1+\frac{(t+1)^2}{4}-t^2+3t-2}{t+6} = \frac{-3t^2+22t-3}{4(t+6)} = f(t)$

Ta có: $f'(t) = \frac{-3t^2-36t+135}{4(t+6)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Bảng biến thiên:

t	0	3	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$			

Dựa vào BBT, ta có $\max P = \max_{(0;+\infty)} f(t) = f(3) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.

Chú ý khi giải :

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Ta có: $P = 2 + \frac{x-11}{x+y+6}$.

Trong (1) coi y là ẩn, x là tham số. Ta có: $y^2 + (x-3)y + x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm khi

$$\Delta = (x-3)^2 - 4(x^2 - 3x + 2) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3-2\sqrt{3}}{3} \leq x \leq \frac{3+2\sqrt{3}}{3} < 3 \Rightarrow x-11 < 0.$$

Vậy $P < 2$ nên trong 4 phương án thì $P_{\max} = 1$ khi đó $x = 2, y = 1$.

Cách 3: (Trắc nghiệm)

Ta có: $P = 3 - \frac{y+17}{x+y+6} < 3$ với $x, y > 0$.

+ Nếu $P = 2$ thì $\frac{3x+2y+1}{x+y+6} = 2 \Leftrightarrow x = 11$. Thay vào $\square \square 1$ ta được: $y^2 + 3y + 90 = 0$ (vô lý).

+ Nếu $P = 1$ thì $\frac{3x+2y+1}{x+y+6} = 1 \Leftrightarrow 2x + y = 5 \Leftrightarrow y = 5 - 2x$. Thay vào (1), ta được:

$$3(x+5-2x) = x^2 + (5-2x)^2 + x(5-2x) + 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1.$$

Vậy $P_{\max} = 1$.

Câu 50: Chọn B.

Phương pháp:

Phân chia khối hộp để tính thể tích $V_{C.ABNM} \Rightarrow V_{CC'B'NMA'}$

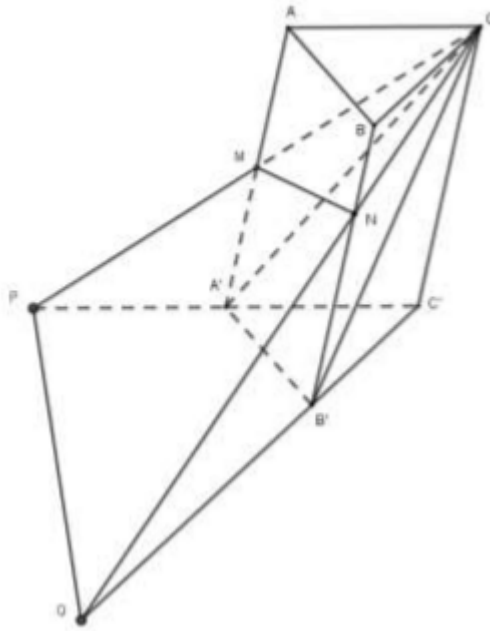
Tính thể tích khối chóp $V_{C.C'A'B'} \Rightarrow V_{C.C'PQ}$

Tính $V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CC'B'NMA'}$

Sử dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}h.S$ với h là chiều cao hình chóp và S là diện tích đáy.

Công thức tính thể tích lăng trụ $V = h.S$ với h là chiều cao hình lăng trụ và S là diện tích đáy.

Cách giải:



$$\text{Ta có } V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} d(C, (A'B'C')). S_{A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Suy ra } V_{C.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

Ta thấy ABNM là hình thang nên

$$S_{ABNM} = \frac{(AM + BN) d(BN; AM)}{2} = \frac{\left(\frac{AA'}{2} + \frac{BB'}{3}\right) \cdot d(BB', AA')}{2}$$

$$\frac{\left(\frac{AA'}{2} + \frac{BB'}{3}\right) \cdot d(BB', AA')}{2} = \frac{5}{12} AA' \cdot d(BB', AA')$$

$$\text{Mà } S_{ABB'A'} = AA' \cdot d(AA', BB') \Rightarrow S_{ABNM} = \frac{5}{12} S_{ABB'A'}$$

$$\Rightarrow V_{C.ABNM} = \frac{1}{3} d(C, (ABNM)) \cdot S_{ABNM} = \frac{1}{3} d(C, (ABB'A')) \cdot \frac{5}{12} S_{ABB'A'}$$

$$= \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3} d(C, (ABB'A')) \cdot S_{ABB'A'} = \frac{5}{12} V_{C.ABB'A'}$$

$$\text{Mà } V_{C.ABB'A'} = \frac{4}{3} (cmt) \Rightarrow V_{C.ABNM} = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5}{9}$$

$$\text{Suy ra } V_{CC'B'NMA'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABNM} = 2 - \frac{5}{9} = \frac{13}{9}$$

$$\text{Ta có } A'M // CC' \Rightarrow \frac{PA'}{PC'} = \frac{A'M}{CC'} = \frac{1}{2} \rightarrow PA' = \frac{1}{2} PC' = A'C' \Rightarrow PC' = 2A'C'$$

$$\text{Và } B'N // CC' \Rightarrow \frac{B'N}{CC'} = \frac{QB'}{QC'} = \frac{2}{3} \Rightarrow QC' = 3B'C'$$

$$\text{Mà } S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} C'A' \cdot C'B' \sin C'$$

$$\rightarrow S_{C'PQ} = \frac{1}{2} C'P \cdot C'Q \cdot \sin C' = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot A'C' \cdot 3B'C' \sin C' = 6 \cdot \left(\frac{1}{2} A'C' \cdot B'C' \sin C' \right) = 6S_{A'B'C'}$$

$$\text{Ta có: } V_{C.C'PQ} = \frac{1}{3} d(C; (A'B'C')) \cdot S_{C'PQ} = \frac{1}{3} d(C; (A'B'C')) \cdot 6S_{C'A'B'} = 6 \cdot V_{C.A'B'C'} = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$$

$$\text{Từ đó } V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CC'B'NMA'} = 4 - \frac{13}{9} = \frac{23}{9}.$$