

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÒA BÌNH
TRƯỜNG THPT HOÀNG VĂN THỤ

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2018 -2019
TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN 12

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề)

Mã đề : 205

Mục tiêu: Đề thi thử THPTQG Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình, tỉnh Hòa Bình lần thứ nhất môn Toán bám rất sát đề thi thử THPTQG của BGD&ĐT. Phần kiến thức trọng tâm rơi vào lớp 12, bên cạnh đó là khối lượng không nhỏ kiến thức lớp 11. Với đề thi này, ở mức độ khá, HS có thể dễ dàng được 7 điểm. Tuy nhiên, các câu hỏi cuối khá học búa và hiếm gặp, nhằm phân loại HS ở mức độ cao nhất có thể. Đề thi này giúp các em HS định hướng được lượng kiến thức của mình và có chương trình ôn tập hợp lý cho giai đoạn nước rút này.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 3$ là

- A. $\frac{x^3}{3} + 3x + C$ B. $x^3 + 3x + C$ C. $\frac{x^3}{2} + 3x + C$ D. $x^2 + 3 + C$

Câu 2. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+5} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ B. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{7}$ C. $-\frac{4}{35}$ D. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{5}$

Câu 3. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

- A. $(5; 2)$ B. $(2; 5)$ C. $(-2; 5)$ D. $(2; -5)$

Câu 4. Một bạn học sinh có 3 cái quần khác nhau và 2 cái áo khác nhau. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách lựa chọn 1 bộ quần áo.

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 6

Câu 5. Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$ là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 6. Trong không gian Oxyz cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (4; 5; 6)$. Tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(3; 3; 3)$ B. $(2; 5; 9)$ C. $(5; 7; 9)$ D. $(4; 10; 18)$

Câu 7. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$ B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$ C. $\vec{n} = (1; -2; 4)$ D. $\vec{n} = (1; -1; 2)$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$		

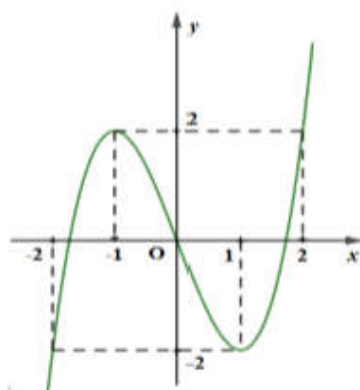
A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 bằng 1

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

D. Hàm số có đúng hai điểm cực trị

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Khẳng định nào sai?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

Câu 10. Phương trình $\log_2(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = -3$

B. $x = 1$

C. $x = 3$

D. $x = 8$

Câu 11. Đồ thị hàm số nào đi qua điểm $M(1;2)$

A. $y = \frac{-2x-1}{x+2}$

B. $y = 2x^3 - x + 1$

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Câu 12. Cho một cấp số cộng (u_n) là $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{7}{2}$. Khi đó công sai d bằng

A. $\frac{3}{2}$

B. 6

C. 5

D. 3

Câu 13. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ D. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$

Câu 14. Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ là:

A. $V = 32\pi$ B. $V = 32\sqrt{2}\pi$ C. $V = 64\sqrt{2}\pi$ D. $V = 128\pi$

Câu 15. Thể tích của một khối lăng trụ có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$ là:

A. $12a^3$ B. $4a^3$ C. $4a^2$ D. $12a^2$

Câu 16. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 30° . Thể tích khối chóp S.ABCD bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{2a^3}{3}$ C. $\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng

A. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$ B. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$
C. $6x^5 + 16x^3$ D. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$

Câu 18. Gọi M và N là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = -x^2 + 4$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

A. (1;0) B. (0;2) C. (2;0) D. (0;1)

Câu 19. Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là

A. $S = \frac{397}{4}$ B. $S = \frac{937}{12}$ C. $S = \frac{343}{12}$ D. $S = \frac{793}{4}$

Câu 20. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-2;1;1), B(0;-1;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$ B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$ D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$

Câu 21. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực tiểu lần lượt là y_1, y_2 . Khi đó $y_1 + y_2$ bằng

A. 7 B. 1 C. 3 D. -1

Câu 22. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$, cạnh $SA = 2a, SA \perp (ABCD)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABCD). Giá trị $\tan \alpha$ bằng

A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Câu 23. Thể tích của khối nón có đường sinh bằng 10 và bán kính đáy bằng 6 là:

A. 196π B. 48π C. 96π D. 60π

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 6-3i$. Phần thực của số phức z là:

A. -3 B. 3 C. 0 D. -3i

Câu 25. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-3x+2) \geq -1$ là

- A. $S = [0; 3]$ B. $S = [0; 2) \cup (3; 7]$ C. $S = [0; 1] \cup (2; 3]$ D. $S = (1; +\infty)$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$, $(Q): x - y - 6 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng

- A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°

Câu 27. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2018 = 0$. Khi đó giá trị biểu thức $A = |z_1 + z_2 - z_1 z_2|$ bằng

- A. 2017 B. 2019 C. 2018 D. 2016

Câu 28. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là

- A. $(2; -3)$ B. $(-2; 3)$ C. $(3; -2)$ D. $(-3; 2)$

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-3}$ trên đoạn $[2; 5]$ bằng

- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{8}{7}$ C. 5 D. $\frac{2}{7}$

Câu 30. Cho $a = \log_3 2, b = \log_3 5$. Khi đó $\log_3 60$ bằng

- A. $\frac{-2a+b-1}{a+b}$ B. $\frac{2a+b+1}{a+b}$ C. $\frac{2a+b-1}{a+b}$ D. $\frac{2a-b-1}{a+b}$

Câu 31. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\angle ABC = 30^\circ$. SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) là:

- A. $a\sqrt{5}$ B. $\frac{3}{4}a$ C. $\frac{\sqrt{39}a}{13}$ D. $\frac{1}{13}a$

Câu 32. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, $AC = 2\sqrt{3}a, BD = 2a$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết khoảng cách từ điểm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

Câu 33. Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm

$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}, (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính tích phân

$$I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$$

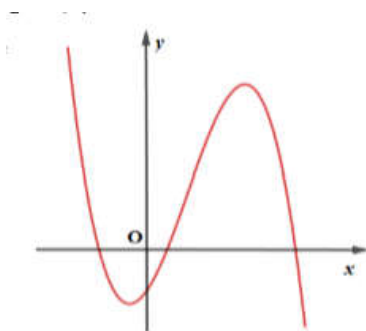
A. 13

B. 12

C. 20

D. 7

Câu 35. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$ C. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $(\log_2 4x)^2 - 3 \log_{\sqrt{2}} x - 7 = 0$ là

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Câu 37. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ là $[a; b]$. Khi đó $a - 3b$ bằng

A. 5

B. 1

C. 6

D. -1

Câu 38. Ba người A, B, C đi săn độc lập với nhau, cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là 0,7; 0,6; 0,5. Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là:

A. 0,94

B. 0,8

C. 0,45

D. 0,75

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 3

B. 1

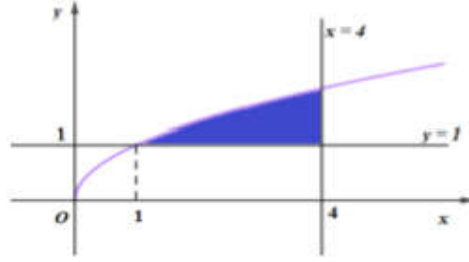
C. 2

D. 4

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ vuông góc với d_1 và cắt đường thẳng d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-3}$ C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{4}$

Câu 41. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số sau $y = \sqrt{x}, y = 1$ đường thẳng $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh đường thẳng $y = 1$ bằng



A. $\frac{9}{2}\pi$

B. $\frac{119}{6}\pi$

C. $\frac{7}{6}\pi$

D. $\frac{21}{2}\pi$

Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overline{BM} = \frac{2}{3}\overline{BB'}$ và N là trung điểm của DD'. Mặt phẳng (AMN) chia hình hộp thành hai phần, thể tích phần có chứa điểm A' bằng

A. $\frac{67}{144}$

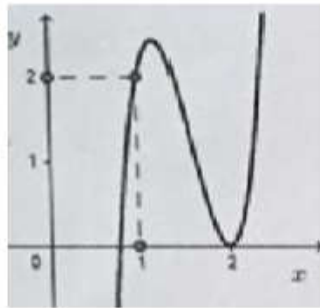
B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{181}{432}$

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số

$g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



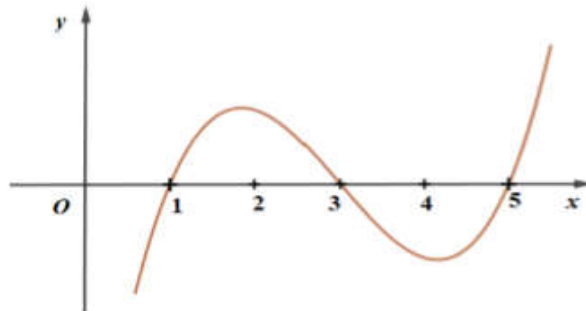
A. 5

B. 2

C. 3

D. 6

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng (3;4)

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng (0;1)

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4;6)$

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$, $SA \perp (ABCD)$. M, N theo thứ tự là trung điểm của SB, SA . Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (MCD) bằng:

A. $\frac{a}{3}$

B. $\frac{a}{4}$

C. $\frac{4a}{3}$

D. $\frac{3a}{4}$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và điểm $A(1;2;3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Gọi S là tổng diện tích của ba hình tròn đó. Khi đó S bằng:

A. 32π

B. 36π

C. 38π

D. 16π

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = mx^3 - 3mx^2 + (3m-2)x + 2 - m$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $g(x) = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị

A. 9

B. 7

C. 10

D. 11

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2), B(3;-4;-2)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 - 8t \end{cases}. \text{ Điểm } I(a,b,c) \text{ thuộc } d \text{ là điểm thỏa mãn } IA + IB \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó}$$

$T = a + b + c$ bằng

A. $\frac{23}{58}$

B. $-\frac{43}{58}$

C. $\frac{65}{29}$

D. $-\frac{21}{58}$

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = \sqrt{41}$. Xét số phức $z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó $|b|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(x) + 2f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{3}{2} - \frac{1}{e^2}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{1}{4e^2}$

C. $\frac{1}{4} - \frac{1}{4e^2}$

D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{e^2}$

MA TRẬN

STT	Chuyên đề	Đơn vị kiến thức	Cấp độ câu hỏi				Tổng
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1	Hàm số	Đồ thị, BBT	C8 C11	C35	C44		
2		Cực trị		C21		C47	
3		Đơn điệu	C9		C37		
4		Tương giao		C18			
5		Min - max					
6		Tiếp cận		C29		C43	
7		Bài toán thực tế					
8	Mũ - logarit	Hàm số mũ - logarit		C13			
9		Biểu thức mũ - logarit			C30		
10		Phương trình, bất phương trình mũ - logarit	C10	C25	C36		
11		Bài toán thực tế					
12	Nguyên hàm – Tích phân	Nguyên hàm	C1		C33		
13		Tích phân		C2	C34	C50	
14		Ứng dụng tích phân			C19 C41		
15		Bài toán thực tế					
16	Số phức	Dạng hình học	C3				
17		Dạng đại số		C24	C39	C49	
18		PT phức			C27		
19	Hình Oxyz	Đường thẳng	C5		C40	C47	
20		Mặt phẳng	C7	C26			
21		Mặt cầu		C20			
22		Mặt cầu			C46		
23		Bài toán tọa độ điểm, vectơ	C6				

24		Bài toán về min, max					
25	HHKG	Thể tích, tỉ số thể tích	C15	C16	C32 C42		
26		Khoảng cách, góc			C22 C31	C45	
27	Khối tròn xoay	Khối nón		C23			
28		Khối trụ	C14				
29		Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện					
30	Tổ hợp – xác suất	Tổ hợp – chỉnh hợp	C4				
31		Xác suất			C38		
32	CSC - CSN	Xác định thành phần CSC - CSN	C12				
33	PT - BPT	Bài toán tham số					
34	Đạo hàm	Đạo hàm hàm số		C17			

NHẬN XÉT ĐỀ

Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, câu hỏi lớp 11 chiếm 14%. Không có câu hỏi thuộc kiến thức lớp 10.

Cấu trúc tương tự đề thi minh họa năm 2018-2019.

23 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 6 câu VDC.

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng, tuy nhiên có sự phân hóa cao với nhiều câu VDC ở nhiều mảng kiến thức.

Đề thi phân loại học sinh ở mức khá.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1 – A	2 – A	3 – B	4 – D	5 – D	6 – C	7 – A	8 – C	9 – B	10 – C
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

11 – B	12 – D	13 – A	14 – C	15 – A	16 – A	17 – D	18 – B	19 – B	20 – B
21 – A	22 – C	23 – C	24 – C	25 – C	26 – C	27 – D	28 – B	29 – B	30 – B
31 – C	32 – B	33 – C	34 – D	35 – D	36 – C	37 – B	38 – A	39 – C	40 – B
41 – C	42 – D	43 – B	44 – B	45 – B	46 – C	47 – C	48 – D	49 – D	50 – B

Câu 1. Chọn A.

Phương pháp:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

Cách giải:

$$\int (x^2 + 3) dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$$

Câu 2. Chọn A.

Phương pháp:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

Cách giải:

$$\int_0^1 \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(2x+5)}{2x+5} = \frac{1}{2} \ln|2x+5| \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 7 - \frac{1}{2} \ln 5 = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$$

Câu 3. Chọn B.

Phương pháp:

Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn số phức trong mặt phẳng Oxy là (a, b)

Cách giải:

Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là: $(2; 5)$

Câu 4. Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc nhân.

Cách giải:

Học sinh đó có $3 \cdot 2 = 6$ cách lựa chọn 1 bộ quần áo.

Câu 5. Chọn D.

Phương pháp:

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a, b, c)$ là

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Cách giải:

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;-3;1)$ là

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Câu 6. Chọn C.

Phương pháp:

$$\begin{cases} \vec{u} = (x_1, y_1, z_1) \\ \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

Cách giải:

Tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là $(5;7;9)$

Câu 7. Chọn A.

Phương pháp:

Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ là 1 VTPT.

Cách giải:

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n} = (1;1;-2)$

Câu 8. Chọn C.

Phương pháp:

Đánh giá dấu của $f'(x)$ và chỉ ra cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$

- Cực tiểu là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

- Cực đại là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 9. Chọn B.

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số xác định các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ là khẳng định sai.

Câu 10. Chọn C.

Phương pháp:

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

Cách giải:

$$\log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 11. Chọn B.

Phương pháp:

Thay tọa độ của điểm M vào các hàm số.

Cách giải:

Ta có: $2 = 2.1^3 - 1 + 1 \Rightarrow M(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x + 1$

Câu 12. Chọn D.

Phương pháp:

Số hạng tổng quát của CSC có số hạng đầu u_1 và công sai d là: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Cách giải:

Ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow \frac{7}{2} = \frac{1}{2} + d \Leftrightarrow d = 3$

Câu 13. Chọn A.

Phương pháp:

Hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)

+) Nếu $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+) Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải:

Ta có: $0 < \frac{\pi}{3} < 1 \Rightarrow$ Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Chọn C.

Phương pháp:

Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là: $V = \pi r^2 h$

Cách giải:

Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ là
 $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$

Câu 15. Chọn A.

Phương pháp:

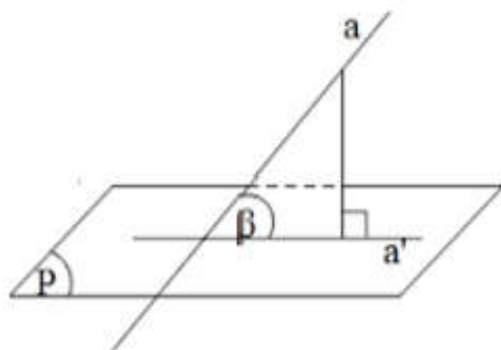
Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao h là: $V = S.h$

Cách giải:

Thể tích của khối lăng trụ đó là: $V = S.h = 4a^2.3a = 12a^3$

Câu 16. Chọn A.

Phương pháp:

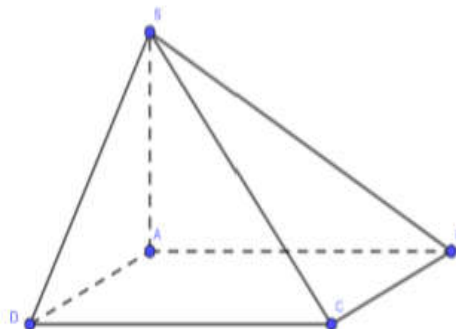


+) Gọi a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (P) .

Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và a'.

+) Thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Sh$

Cách giải:



Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SD; (ABCD)) = \widehat{SDA} = 30^\circ$

$\triangle SAD$ vuông tại A $\Rightarrow SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = a$

Diện tích hình chữ nhật ABCD: $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$

Thể tích khối chóp S.ABCD là: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^2\sqrt{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 17. Chọn D.

Phương pháp:

Đạo hàm hàm hợp: $[f(u(x))]' = f'(u(x)) \cdot u'(x)$

Cách giải:

$$y = (x^3 - 2x^2)^2 \Rightarrow y' = 2 \cdot (x^3 - 2x^2) \cdot (3x^2 - 4x) = 2(3x^5 - 4x^4 - 6x^4 + 8x^3) \\ = 2(3x^5 - 10x^4 + 8x^3) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$$

Câu 18. Chọn B.

Phương pháp:

Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số. Tìm tọa độ giao điểm M và N. Tìm tọa độ trung điểm I của MN.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = -x^2 + 4$ là

$$x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow M(\sqrt{2}; 2)$$

$$x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow N(-\sqrt{2}; 2)$$

Tọa độ trung điểm I của MN là (0;2)

Câu 19. Chọn B.

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, trục hoành và hai đường

thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

Giải phương trình $-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$

Diện tích S của hình phẳng (H): $S = \int_{-3}^4 |(-x^3 + 12x) - (-x^2)| dx = \int_{-3}^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx$

$$\begin{aligned} &= \int_{-3}^0 |-x^3 + 12x + x^2| dx + \int_0^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx \\ &= \int_{-3}^0 (-x^3 + 12x + x^2) dx + \int_0^4 (-x^3 + 12x + x^2) dx \\ &= \left(\frac{1}{4}x^4 - 6x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-3}^0 + \left(\frac{1}{4}x^4 - 6x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^4 \\ &= 0 - \left(\frac{1}{4} \cdot 3^4 - 6 \cdot 3^2 + \frac{1}{3} \cdot 3^3 \right) + \left(-\frac{1}{4} \cdot 4^4 + 6 \cdot 4^2 + \frac{1}{3} \cdot 4^3 \right) - 0 = \frac{937}{12} \end{aligned}$$

Câu 20. Chọn B.**Phương pháp:**

Phương trình mặt cầu có tâm $I(a, b, c)$ bán kính R là: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Cách giải:

Tâm mặt cầu là trung điểm của AB, có tọa độ là: $I(-1; 0; 1)$

Bán kính mặt cầu: $R = IA = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu đường kính AB là: $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$

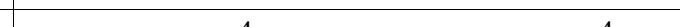
Câu 21. Chọn A.**Phương pháp:**

Lập bảng biến thiên của hàm số.

Cách giải:

$$y = -x^4 + 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = -4x^3 + 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

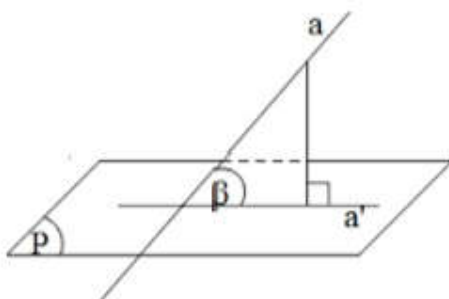
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y						

Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là $y_1 = 4, y_2 = 3 \Rightarrow y_1 + y_2 = 7$

Chú ý: Cần phân biệt điểm cực đại và giá trị cực đại cũng như điểm cực tiểu và giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 22. Chọn C.

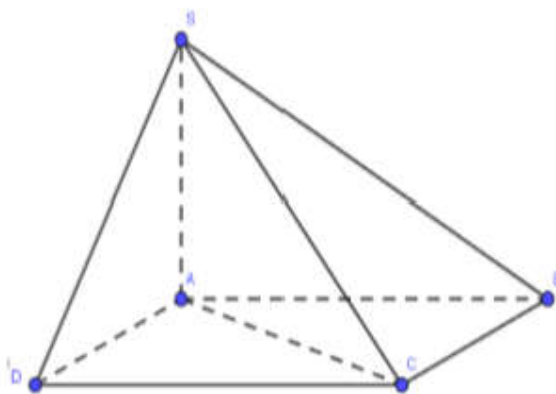
Phương pháp:



Gọi a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (P) .

Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và a' .

Cách giải:



$$ABCD \text{ là hình chữ nhật } \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$$

$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (\widehat{SC; (ABCD)}) = \widehat{SCA} \Rightarrow \alpha = \widehat{SCA}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a} = 1$$

Câu 23. Chọn C.

Phương pháp:

Thể tích của khối nón có đường cao bằng h và bán kính đáy bằng r là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Cách giải:

Độ dài đường cao của khối nón: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

Thể tích của khối nón đó là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$

Câu 24. Chọn C.**Phương pháp:**

Giải phương trình phức cơ bản tìm số phức z .

Cách giải:

$$\text{Ta có: } (1+2i)z = 6-3i \Leftrightarrow z = \frac{6-3i}{1+2i} \Leftrightarrow z = \frac{(6-3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} \Leftrightarrow z = \frac{6-12i-3i-6}{1+4} = -3i$$

Phần thực của số phức z là 0.

Câu 25. Chọn C.**Phương pháp:**

$$\log_a f(x) > b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < a^b \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0;1) \cup (2;3]$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0;1) \cup (2;3]$

Chú ý: HS cần chú ý ĐKXĐ của hàm logarit

Câu 26. Chọn C.**Phương pháp:**

$$\vec{n_1}, \vec{n_2} \text{ lần lượt là 2 VTPT của } (P), (Q), \text{ khi đó } \cos((P);(Q)) = \frac{|\vec{n_1}, \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}| |\vec{n_2}|}$$

Cách giải:

$(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n_1}(2; -1; -2)$

$(Q): x - y - 6 = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n_2}(1; -1; 0)$

$$\cos((P);(Q)) = \frac{|\vec{n_1}, \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}| |\vec{n_2}|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1)(-1) + 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P);(Q)) = 45^\circ$$

Câu 27. Chọn D.**Phương pháp:**

Sử dụng định lý Vi-ét

Cách giải:

$$z_1, z_2 \text{ là hai nghiệm của phương trình } z^2 - 2z + 2018 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 z_2 = 2018 \end{cases}$$

$$A = |z_1 + z_2 - z_1 z_2| = |2 - 2018| = 2016$$

Câu 28. Chọn B.

Phương pháp:

Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0)$ là $\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

Cách giải:

Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là $(-2; 3)$

Câu 29. Chọn B.

Phương pháp:

Để tìm GTNN, GTLN của hàm số f trên đoạn $[a; b]$ ta làm như sau:

- Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc khoảng (a, b) mà tại đó hàm số f có đạo hàm bằng 0 hoặc không có đạo hàm.
- Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)$
- So sánh các giá trị vừa tìm được. Số lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của f trên $[a; b]$ số nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của f trên $[a; b]$.

Cách giải:

$$y = \frac{x+3}{2x-3} \rightarrow y' = -\frac{9}{(2x-3)^2} < 0, \forall x \in [2; 5] \Rightarrow \text{Hàm số } y = \frac{x+3}{2x-3} \text{ nghịch biến trên } [2; 5]$$

$$\Rightarrow \min_{[2; 5]} y = y(5) = \frac{8}{7}$$

Câu 30. Chọn B.

Phương pháp:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \log_a b^c = c \log_a b \quad \square \text{ (các biểu thức trên đều xác định)}$$

Cách giải:

$$\log 60 = \frac{\log_3 60}{\log_3 10} = \frac{\log_3 2^2 + \log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2\log_3 2 + 1 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2a+b+1}{a+b}$$

Câu 31. Chọn C.

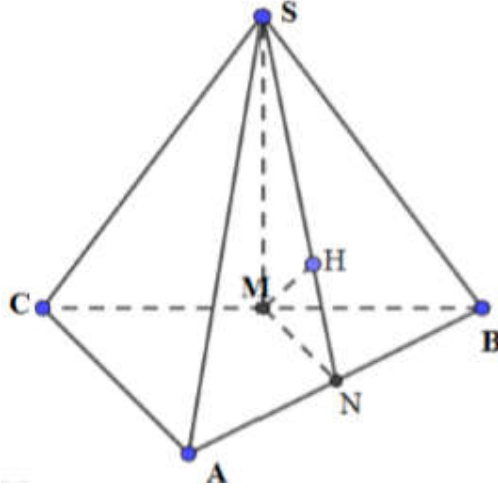
Phương pháp:

Đưa về dựng khoảng cách từ M đến (SAB) với M là trung điểm của BC.

Cách giải:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AB.

Kẻ $MH \perp SN, H \in SN$



Tam giác SBC đều, $SM \perp BC$

Mà $(SBC) \perp (ABC), (SBC) \cap (ABC) = BC \Rightarrow SM \perp (ABC) \Rightarrow SM \perp AB$

Ta có: $MN \parallel AC$ (do MN là đường trung bình của tam giác ABC) mà $AB \perp AC \Rightarrow MN \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (SMN) \Rightarrow AB \perp MH$

Mà $MH \perp SN \Rightarrow MH \perp (SAB) \Rightarrow d(M; (SAB)) = MH \Rightarrow d(C; (SAB)) = 2MH$ (do M là trung điểm của BC)

ΔABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow AC = BC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow MN = \frac{a}{4}$

ΔSBC đều, cạnh $a \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

ΔSMN vuông tại M, $MH \perp SN$

$$\Rightarrow \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{a^2} = \frac{52}{3a^2} \Rightarrow MH = \sqrt{\frac{3}{52}}a$$

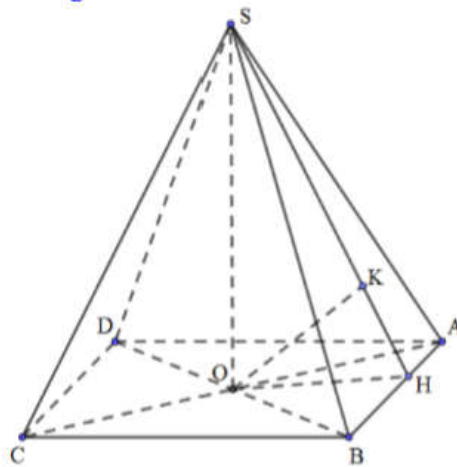
$$\Rightarrow d(C; (SAB)) = 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{52}}a = \sqrt{\frac{3}{13}}a = \frac{\sqrt{39}}{13}a$$

Câu 32. Chọn B.

Phương pháp:

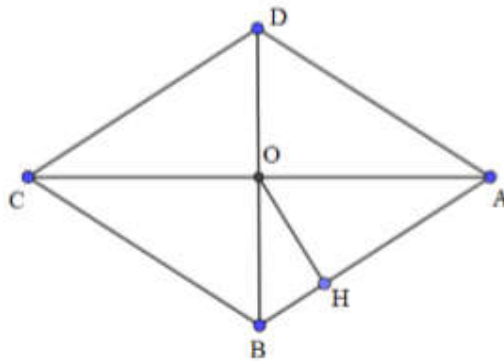
$$\begin{cases} (P) \perp (\alpha) \\ (Q) \perp (\alpha) \\ (P) \cap (Q) = d \end{cases} \Rightarrow d \perp (\alpha)$$

Cách giải:



Ta có:

$$\begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (SBD) = SO \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$



Dựng $OH \perp AB, H \in AB, OK \perp SH$. Ta có: $\begin{cases} AB \perp OH \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow AB \perp OK$

$$\text{Mà } OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O, OH \perp AB \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta SOH \text{ vuông tại } O, OK \perp SH \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{3a^2}{16}} = \frac{1}{OS^2} + \frac{4}{\frac{3}{4}a^2} \Rightarrow SO = \frac{1}{2}a$$

$$\text{Diện tích hình thoi } ABCD: S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} 2\sqrt{3}a \cdot 2a = 2\sqrt{3}a^2$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3}a^2 \cdot \frac{1}{2}a = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$$

Câu 33. Chọn D.

Phương pháp:

$f(x)$ có một nguyên hàm $F(x) \Leftrightarrow (F(x))' = f(x)$

Cách giải:

$$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (F(x))' &= (2ax+b)\sqrt{2x-3} + \frac{ax^2+bx+c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{(2ax+b)(2x-3)+ax^2+bx+c}{\sqrt{2x-3}} \\ &= \frac{5ax^2+(3b-6a)x-3b+c}{\sqrt{2x-3}} \end{aligned}$$

$$f(x) \text{ có một nguyên hàm } F(x) \Leftrightarrow (F(x))' = f(x), \text{ khi đó } \begin{cases} 5a = 20 \\ 3b-6a = -30 \\ -3b+c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = a + b + c = 3$$

Câu 34. Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng công thức từng phần: $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$

Cách giải:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 x \cdot f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x d(f(2x)) = \frac{1}{2} x \cdot f(2x) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^1 f(2x) d(2x) \\ &= \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(t) dt \quad (\text{đặt } t = 2x) = \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 16 - \frac{1}{4} \cdot 4 = 8 - 1 = 7 \end{aligned}$$

Câu 35. Chọn D.

Phương pháp:

Nhận biết dạng của đồ thị hàm số bậc ba.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy:

+) Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty \Rightarrow a < 0$: Loại phương án C

+) Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$: Loại phương án B

+) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số có 2 cực trị trái dấu $\Rightarrow ac < 0 \Rightarrow c > 0$ (do $a < 0$): Loại phương án A

Chọn phương án D.

Câu 36. Chọn C.

Phương pháp:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc), \log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$$

Cách giải:

ĐKXĐ: $x > 0$

$$\text{Ta có: } (\log_2 4x)^2 - 3 \log_{\sqrt{2}} x - 7 = 0 \Leftrightarrow (2 + \log_2 x)^2 - 6 \log_2 x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 8 \end{cases}$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = \frac{1}{2}, x = 8$

Câu 37. Chọn B.

Phương pháp:

Hàm số bậc ba nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Cách giải:

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5 \Rightarrow y' = -x^2 + 2mx + 3m + 2$$

Hàm số bậc ba nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} -1 < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$

$$\Rightarrow a = -2, b = -1 \Rightarrow a - 3b = 1$$

Câu 38. Chọn A.

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng và nhân xác suất.

Cách giải:

Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là:

$$1 - (1 - 0,7)(1 - 0,6)(1 - 0,5) = 1 - 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,94$$

Câu 39. Chọn C.

Phương pháp:

Gọi số phức đó là $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Tìm điều kiện của a, b

Cách giải:

Gọi số phức đó là $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có:

$$|z - 2i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |a + bi - 2i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = 2 \quad (1)$$

$$z^2 = (a + bi)^2 = (a^2 - b^2) + 2abi \text{ là số thuần ảo} \Rightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$$

$$+) a = b. \text{ Thay vào (1): } a^2 + (a - 2)^2 = 2 \Leftrightarrow 2a^2 - 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 1 = b \Rightarrow z = 1 + i$$

$$+) a = -b. \text{ Thay vào (1): } a^2 + (-a - 2)^2 = 2 \Leftrightarrow 2a^2 + 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = -1, b = 1 \Rightarrow z = -1 + i$$

Vậy, có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 40. Chọn B.

Phương pháp:

+) Gọi $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow$ Tham số hóa tọa độ điểm B

+) Đường thẳng $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \Rightarrow$ Tọa độ điểm B.

+) Viết phương trình Δ

Cách giải:

$$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1} \text{ có PTTS là } \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1-t \end{cases}$$

Gọi giao điểm của Δ và d_2 là $B(1-t; 1+2t; -1-t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-t; 2t-1; -t-4)$

Đường thẳng $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \Rightarrow -t \cdot 3 + (2t-1) \cdot 2 + (-t-4)(-1) = 0 \Leftrightarrow 2t+2=0 \Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -3; -3)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ

$$\text{Phương trình } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-3}$$

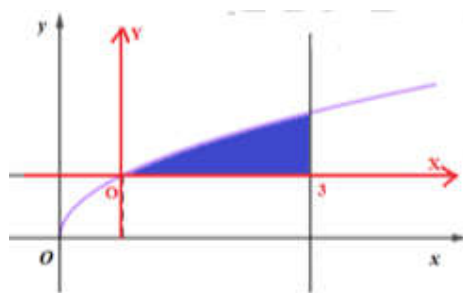
Câu 41. Chọn C.

Phương pháp:

Gắn hệ trục tọa độ mới. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi hai đồ thị số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, y = b$ khi quay

quanh trục Ox là: $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$

Cách giải:



Đặt $\begin{cases} X = x-1 \\ Y = y-1 \end{cases}$ Ta được hệ trục tọa độ OXY như hình vẽ:

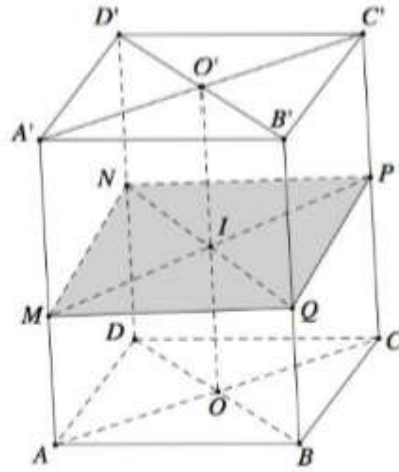
Ta có: $y = \sqrt{x} \Leftrightarrow Y+1 = \sqrt{X+1} \Leftrightarrow Y = \sqrt{X+1} - 1$

Thể tích cần tìm là $V = \pi \int_0^3 (\sqrt{X+1} - 1)^2 dX = \pi \int_0^3 (X+2-2\sqrt{X+1}) dX$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} X^2 + 2X - \frac{4}{3} (X+1) \sqrt{X+1} \right) \Big|_0^3 = \pi \left[\left(\frac{9}{2} + 6 - \frac{32}{3} \right) - \left(-\frac{4}{3} \right) \right] = \frac{7\pi}{6}$$

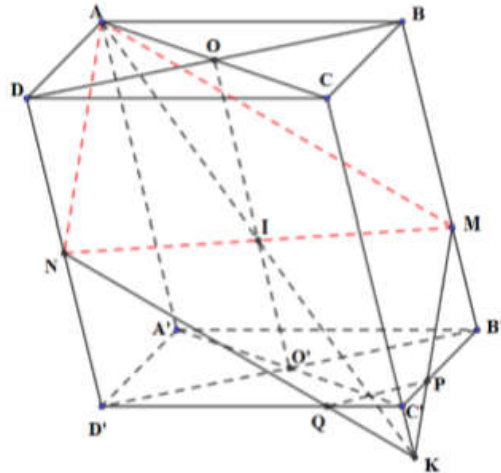
Câu 42. Chọn D.

Phương pháp:



$$\frac{AM}{AA'} = x, \frac{BN}{BB'} = y, \frac{CP}{CC'} = z, \frac{DQ}{DD'} = t \Rightarrow \begin{cases} x + z = y + t \\ \frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{x + y + z + t}{4} \end{cases}$$

Cách giải:



Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình bình hành ABCD, A'B'C'D'.

Trong (BDD'B'), gọi I là giao điểm của OO' và MN

Trong (ACC'A'), gọi K là giao điểm của AI và CC'

Trong (CDD'C'), gọi Q là giao điểm của NK và C'D'

Trong (CBB'C'), gọi P là giao điểm của MK và C'B'

⇒ Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (AMN) là ngũ giác AMPQN.

$$\text{Đặt } \frac{AA'}{AA'} = x = 0, \frac{BM}{BB'} = y = \frac{2}{3}, \frac{CK}{CC'} = z, \frac{DN}{DD'} = t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + z = y + t \\ \frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{x + y + z + t}{4} \end{cases}$$

$$0 + z = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \Rightarrow z = \frac{7}{6}$$

$$\frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{x+y+z+t}{4} = \frac{0+\frac{2}{3}+\frac{7}{6}+\frac{1}{2}}{4} = \frac{7}{12} \Rightarrow V_{ABCD.AMKN} = \frac{7}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7}{12} (1)$$

$$V_{K.CQP} = \frac{1}{3} d_{(K;(A'B'C'D'))} \cdot S_{\Delta CQP}$$

$$\text{Mà } d_{(K;(A'B'C'D'))} = \frac{1}{6} d_{(C;(A'B'C'D'))} \text{ do } z = \frac{CK}{CC'} = \frac{7}{6} \text{ và } S_{\Delta CQP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} S_{\Delta C'B'D'} = \frac{1}{24} S_{A'B'C'D'}$$

$$(\text{do } \frac{CQ}{D'Q} = \frac{C'K}{ND'} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{C'Q}{C'D'} = \frac{1}{4}; \frac{C'P}{PB'} = \frac{C'K}{MB'} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{C'P}{B'C'} = \frac{1}{3})$$

$$\Rightarrow V_{K.CQP} = \frac{1}{3} d_{(C;(A'B'C'D'))} \cdot \frac{1}{24} S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{432} d_{(C;(A'B'C'D'))} \cdot S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{432} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{432} (2)$$

$$\text{Từ (1) (2)} \Rightarrow V_{ABCD.MPCQN} = \frac{7}{12} - \frac{1}{432} = \frac{251}{432}$$

$$\text{Thể tích cần tìm là } 1 - \frac{251}{432} = \frac{181}{432}$$

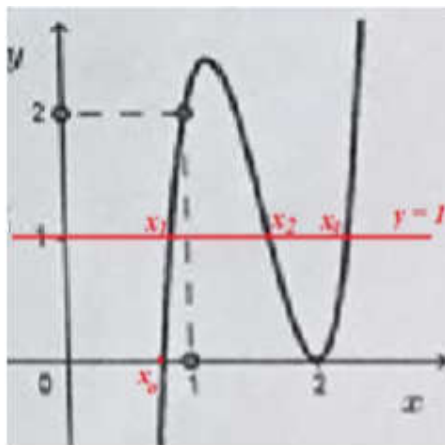
Câu 43. Chọn B.

Phương pháp:

* Định nghĩa tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$

Nếu $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ thì $x = a$ là TCD của ĐTHS

Cách giải:



$$f(1) = 2, f(x_0) = f(2) = 0, f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 1$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có TXĐ: $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 0 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 0 \\ x \neq x_0 \\ x \neq x_1 \\ x \neq x_2 \\ x \neq x_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq x_2, 1 < x_2 < 2 < x_3 \\ x \neq x_3 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow x_2} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_2} \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} = \infty; \lim_{x \rightarrow x_3} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_3} \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} = \infty$$

$$\Rightarrow \text{đths } g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} \text{ có 2 đường tiệm cận đứng.}$$

Câu 44. Chọn B.

Phương pháp:

Xét dấu của $g'(x)$ dựa vào dấu của $f'(x)$

Cách giải:

$$g(x) = f(x+1) \Rightarrow g'(x) = f'(x+1)$$

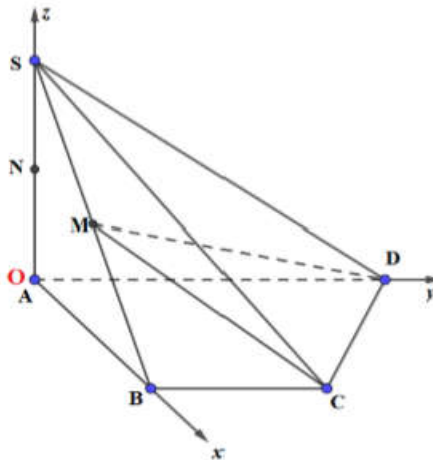
Với $x \in (0;1)$ thì $x+1 \in (1;2)$, $f'(x+1) > 0, \forall x \in (0;1) \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$

Câu 45. Chọn B.

Phương pháp:

Gắn hệ trục tọa độ.

Cách giải:



Gắn hệ trục tọa độ: $A \equiv O(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S\left(0;0;\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

$$\Rightarrow M\left(\frac{1}{2};0;\frac{3\sqrt{2}}{4}\right), N\left(0;0;\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MC} = \left(\frac{1}{2}; 1; -\frac{3\sqrt{2}}{4} \right), \text{ lấy } \vec{a} = 4\overrightarrow{MC} = (2; 4; -3\sqrt{2})$$

$$\overrightarrow{CD} = (-1; 1; 0), \text{ lấy } \vec{b} = (-1; 1; 0)$$

Mặt phẳng (MCD) có 1 VTPT $\vec{n} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot [\vec{a}, \vec{b}] = (1; 1; \sqrt{2})$, đi qua $C(1; 1; 0)$ có phương trình là:

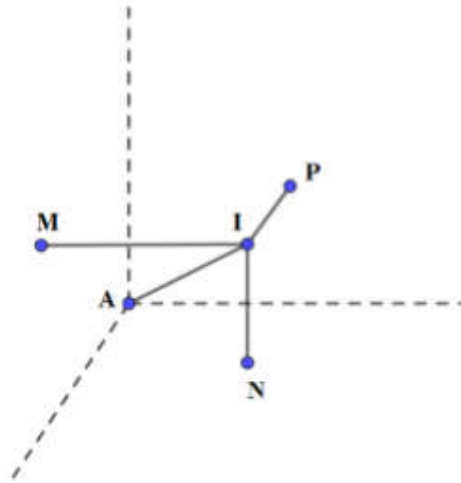
$$1(x-1) + 1(y-1) + \sqrt{2}(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + y + \sqrt{2}z - 2 = 0$$

$$\Rightarrow d(N; (MNC)) = \frac{\left| 0 + 0 + \sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} - 2 \right|}{\sqrt{1+1+2}} = \frac{\frac{3}{2} - 2}{2} = \frac{1}{4}$$

Vậy, khoảng cách từ N đến mặt phẳng (MCD) bằng: $\frac{1}{4}a$

Câu 46. Chọn C.

Cách giải:



$(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ có tâm $I(1; -1; 2)$ và bán kính $R = 4$

Gọi M, N, P là các hình chiếu vuông góc của I lên 3 mặt phẳng, r_1, r_2, r_3 là bán kính của đường tròn giao tuyến tương ứng. Khi đó, A, I, P, N là 4 đỉnh của một hình hộp chữ nhật, ta có:
 $IM^2 + IP^2 + IN^2 = IA^2 = 0^2 + 3^2 + 1^2 = 10$

$$\Leftrightarrow R^2 - r_1^2 + R^2 - r_2^2 + R^2 - r_3^2 = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot 16 - (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = 10 \Leftrightarrow r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 38$$

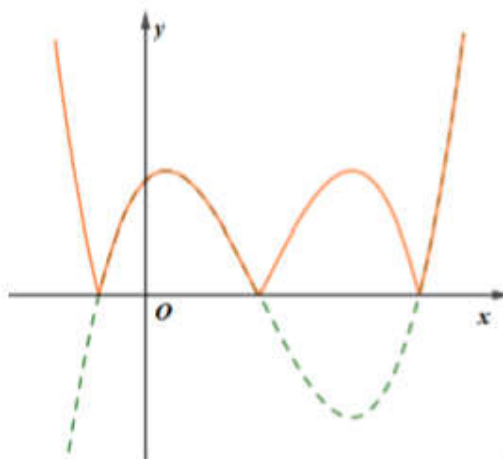
Tổng diện tích của ba hình tròn đó là $S = \pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = 38\pi$

Câu 47. Chọn C.

Phương pháp:

Hàm số: $g(x) = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

Cách giải:



Hàm số: $g(x) = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$$\text{Xét } mx^3 - 3mx^2 + (3m-2)x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(mx^2 - 2mx + m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ mx^2 - 2mx + m - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

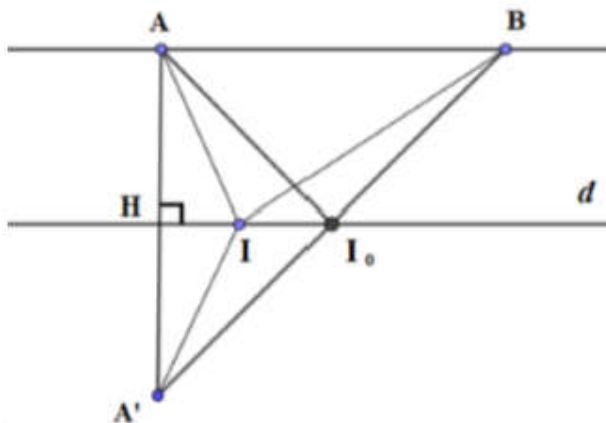
$f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - m(m-2) > 0 \\ m \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2m > 0 \Leftrightarrow m > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases}$$

Mà $m \in [-10; 10]$, $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 10\}$: Có 10 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 48. Chọn D.

Cách giải:



$$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 - 8t \end{cases} \quad \text{có 1 VTCP } \vec{u} = (4; -6; -8)$$

$$A(1; -1; 2), B(3; -4; -2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; -3; -4)$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -4)$ cùng phương với $\vec{u} = (4; -6; -8)$

Mà $A(1; -1; 2) \notin d \Rightarrow AB // d \Rightarrow A, B, d$ đồng phẳng

* Xét mặt phẳng chứa AB và d : Gọi A' là điểm đối xứng của A qua $\Delta; (\alpha)$ là mặt phẳng qua A, vuông góc với d

Khi đó, giao điểm H của Δ với (α) là trung điểm của AA'

(α) có 1 VTPT $\vec{n}(2; -3; -4)$ đi qua $A(1; -1; 2)$ có phương trình:

$$2(x-1) - 3(y+1) - 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 4z + 3 = 0$$

$$H \in d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 - 8t \end{cases} \Rightarrow \text{Giả sử } H(2 + 4t; -6t; -1 - 8t)$$

$$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2 + 4t) - 3(-6t) - 4(-1 - 8t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 58t + 11 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{11}{58} \Rightarrow H\left(\frac{36}{29}; \frac{33}{29}; \frac{15}{29}\right)$$

Ta có: $IA + IB = IA' + IB \geq A'B \Rightarrow (IA + IB)_{\min} = A'B$ khi và chỉ khi I trùng với I_0 là giao điểm của A'B và Δ

$$HI_0 \text{ là đường trung bình của tam giác } A'AB \Rightarrow \overrightarrow{HI_0} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I_0} - \frac{36}{29} = \frac{1}{2} \cdot 2 \\ y_{I_0} - \frac{33}{29} = \frac{1}{2} \cdot (-3) \\ z_{I_0} - \frac{15}{29} = \frac{1}{2} \cdot (-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I_0} = \frac{65}{29} \\ y_{I_0} = -\frac{21}{58} \\ z_{I_0} = -\frac{43}{29} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_0\left(\frac{65}{29}; -\frac{21}{58}; -\frac{43}{29}\right)$$

$$\text{Vậy để } IA + IB \text{ đạt giá trị nhỏ nhất thì } I\left(\frac{65}{29}; -\frac{21}{58}; -\frac{43}{29}\right) \Rightarrow a + b + c = \frac{65}{29} - \frac{21}{58} - \frac{43}{29} = -\frac{21}{58}$$

Câu 49. Chọn D.

Phương pháp:

+) Biểu diễn lượng giác của số phức

$$+) \frac{|z_1|}{|z_2|} = \left| \frac{z_1}{z_2} \right|, z_2 \neq 0$$

Cách giải:

Cách 1: Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2

$$\text{Theo đề bài, ta có: } OA = 3, OB = 4, AB = \sqrt{41} \Rightarrow \cos \widehat{AOB} = \frac{3^2 + 4^2 - 41}{2 \cdot 3 \cdot 4} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Đặt } z_1 = 3(\cos \varphi + i \sin \varphi) \Rightarrow z_2 = 4(\cos(\varphi \pm AOB)) = 4(\cos(\varphi \pm \alpha) + i \sin(\varphi \pm \alpha)) \quad (\alpha = AOB)$$

$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{3(\cos \varphi + i \sin \varphi)}{4(\cos(\varphi \pm \alpha) + i \sin(\varphi \pm \alpha))} = \frac{3}{4} \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)(\cos(\varphi \pm \alpha) - i \sin(\varphi \pm \alpha))$$

$$= \frac{3}{4} \left[(\cos \varphi \cdot \cos(\varphi \pm \alpha) + \sin \varphi \cdot \sin(\varphi \pm \alpha)) + i (\sin \varphi \cdot \cos(\varphi \pm \alpha)) - \cos \varphi \cdot \sin(\varphi \pm \alpha) \right]$$

$$= \frac{3}{4} [\cos(\pm \alpha) + i \sin(\pm \alpha)] = \frac{3}{4} \cdot (\cos \alpha \pm i \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow b = \pm \frac{3}{4} \sin \alpha \Rightarrow |b| = \frac{3}{4} \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

Cách 2: Ta có: $|z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = \sqrt{41} \Rightarrow \begin{cases} \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{3}{4} \\ \frac{|z_1 - z_2|}{|z_2|} = \frac{\sqrt{41}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{3}{4} \\ \left| \frac{z_1}{z_2} - 1 \right| = \frac{\sqrt{41}}{4} \end{cases}$

$$z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\ (a-1)^2 + b^2 = \left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \frac{9}{16} \\ (a-1)^2 + b^2 = \frac{41}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{9}{16} - a^2 \\ (a-1)^2 + \frac{9}{16} - a^2 = \frac{41}{16} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{5}{16} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = \frac{\sqrt{5}}{4} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $|b| = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Câu 50. Chọn B.

Phương pháp:

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

Cách giải:

Ta có: $f'(x) + 2f(x) = 1 \Leftrightarrow e^{2x} f'(x) + e^{2x} \cdot 2f(x) = e^{2x} \Leftrightarrow (e^{2x} \cdot f(x))' = e^{2x}$

$$\Rightarrow e^{2x} \cdot f(x) = \int e^{2x} dx \Leftrightarrow e^{2x} \cdot f(x) = \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

Mà $f(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{2x} \cdot f(x) = \frac{1}{2} e^{2x} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{2e^{2x}}$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{e^{2x} + 1}{2e^{2x}} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-2x} \right) dx = \left(\frac{1}{2} x - \frac{1}{4} e^{-2x} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4e^2} \right) - \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4e^2}$$