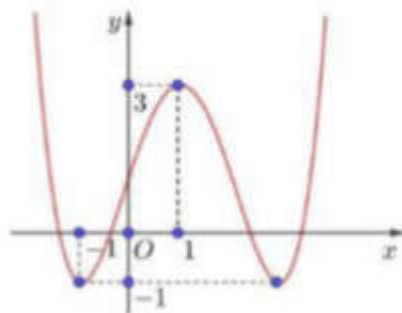


Mục tiêu: Đề thi thử THPTQG lần II môn Toán của trường THPT Thăng Long Hà Nội gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra có một số ít các bài toán thuộc nội dung Toán lớp 11, lượng kiến thức được phân bố như sau: 92% lớp 12, 8% lớp 11, 0% kiến thức lớp 10. Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Trong đó xuất hiện các câu hỏi khó lạ như câu 45, 49 nhằm phân loại tối đa học sinh. Đề thi giúp HS biết được mức độ của mình để có kế hoạch ôn tập một cách hiệu quả nhất.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 3)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; +\infty)$

Câu 2: Hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp S.ABC.

- A. $\frac{a^3}{8}$ B. $\frac{a^3}{24}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Mặt phẳng (α) cắt tất cả các cạnh bên của hình lập phương. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (α) biết (α) tạo với mặt $(ABB'A')$ một góc 60° .

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 6 D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Câu 4: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

- A. $2a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 5: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 0

Câu 6: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

- A. 0,44 B. 0,94 C. 0,38 D. 0,56

Câu 7: Cho hình chóp S.ABC có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

- A. SB và AB B. SB và SC C. SA và SB D. SB và BC

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết thể tích khối chóp S.MNPQ là 1.

- A. 16 B. 8 C. 2 D. 4

Câu 9: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là:

- A. $x = -2$ B. $x = -1$ C. $y = -2$ D. $y = 3$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

- A. $\{4\}$ B. $\{1; -4\}$ C. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$ D. $\{-1; 4\}$

Câu 12: Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A. $C_{10}^3 \cdot C_8^2$ B. $A_{10}^3 \cdot A_8^2$ C. $A_{10}^3 + A_8^2$ D. $C_{10}^3 + C_8^2$

Câu 13: Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		-1		$+\infty$

A. $y = x^3 - 5x^2 + x + 6$

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 7$

D. $y = x^4 + x^2 - 3$

Câu 14: Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Câu 15: Hình lập phương có độ dài đường chéo là 6 thì có thể tích là

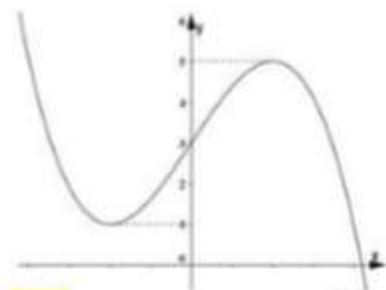
A. $2\sqrt{2}$

B. $54\sqrt{2}$

C. $24\sqrt{3}$

D. 8

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm âm?



A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Câu 17: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{3x-2}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hệ số góc là:

A. -1

B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{5}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

Câu 18: Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a , chiều cao bằng $2a$.

A. $2\pi a^3$

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$

C. $\frac{\pi a^3}{3}$

D. πa^3

Câu 19: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng $4a^3$. Tính khoảng cách từ điểm O tới mặt bên của hình chóp.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{3a}{4}$

C. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$

D. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$

Câu 20: Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là:

A. $x = \frac{1}{3}$

B. $x = 5$

C. $x = 3$

D. $x = 0$

Câu 21: Một khối nón có bán kính đáy bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° thì có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $9\pi\sqrt{3}$

B. $27\pi\sqrt{3}$

C. $3\pi\sqrt{3}$

D. $6\pi\sqrt{3}$

Câu 22: Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < 1 < b$. Tìm khẳng định đúng:

A. $\log_a b < 0$

B. $\ln a > \ln b$

C. $(0,5)^a < (0,5)^b$

D. $2^a > 2^b$

Câu 23: Với n là số nguyên dương, biểu thức $T = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$ bằng

A. n^2

B. C_{2n}^n

C. $n!$

D. 2^n

Câu 24: Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

Câu 26: Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

A. $\ln a + \ln b = \ln(a+b)$

B. $\ln(a+b) = \ln a \cdot \ln b$

C. $\ln a - \ln b = \ln(a-b)$

D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Câu 27: Trong các hàm số dưới đây, đồ thị hàm số nào nhận trục tung là đường tiệm cận?

A. $y = \log_3 x$

B. $y = \frac{1}{3^x}$

C. $y = \frac{1}{x+1}$

D. $y = (\sqrt{3})^x$

Câu 28: Một khối lăng trụ tứ giác đều có thể tích là 4. Nếu gấp đôi các cạnh đáy đồng thời giảm chiều cao của khối lăng trụ này hai lần thì được khối lăng trụ mới có thể tích là:

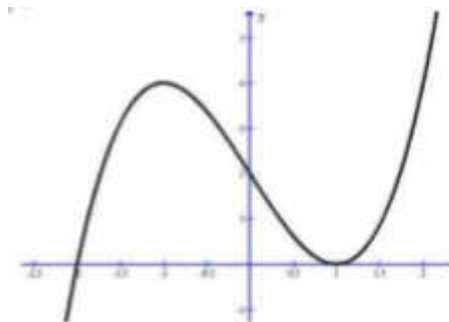
A. 8

B. 4

C. 16

D. 2

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



A. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 2$.

B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là -1 .

C. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu là 0 .

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y = \log(x-2)^2$ là:

A. $\mathbb{R}$

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

C. $(2; +\infty)$

D. $[2; +\infty)$

Câu 31: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + e^{2x})$.

A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$

B. $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

C. $y' = \frac{1}{e^{2x} + 1}$

D. $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

Câu 32: Đồ thị hàm số nào sau đây có tâm đối xứng?

A. $y = x^3 + x$

B. $y = x^3$

C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$

D. $y = |x|$

Câu 33: Cho n, k là những số nguyên thỏa mãn $0 \leq k \leq n$ và $n \geq 1$. Tìm khẳng định sai.

A. $P_n = A_n^n$

B. $C_n^k = C_n^{n-k}$

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$

D. $P_k \cdot C_n^k = A_n^k$

Câu 34: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

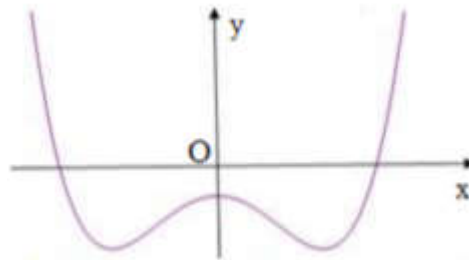
A. $y = x^4 - x^2 + 3$

B. $y = \frac{x-2}{2x-3}$

C. $y = -x^3 + x - 1$

D. $y = \frac{3-x}{x+1}$

Câu 35: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm kết luận đúng.



A. $a + b > 0$

B. $bc > 0$

C. $ab > 0$

D. $ac > 0$

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên dương là ước của 2592 hoặc là ước của 2916?

A. 24

B. 51

C. 36

D. 32

Câu 37: Anh Bình gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng VB với kì hạn cố định 12 tháng và hưởng mức lãi suất là 0,65%/tháng. Tuy nhiên, sau khi gửi được tròn 8 tháng anh Bình có việc phải dùng đến 200 triệu trên. Anh đến ngân hàng định rút tiền thì được nhân viên ngân hàng tư vấn: “Nếu rút tiền trước hạn, toàn bộ số tiền

anh gửi chỉ được hưởng mức lãi suất không kì hạn là 0,02%/tháng. Anh nên thế chấp sổ tiết kiệm đó tại ngân hàng để vay ngân hàng 200 triệu với lãi suất 0,7%/tháng. Khi sổ của anh đến hạn, anh có thể rút tiền để trả nợ ngân hàng”. Nếu làm theo tư vấn của nhân viên ngân hàng, anh Bình sẽ đỡ thiệt một số tiền gần nhất với con số nào dưới đây (biết rằng ngân hàng tính lãi theo thể thức lãi kép)?

- A. 10,85 triệu đồng B. 10,51 triệu đồng C. 10,03 triệu đồng D. 10,19 triệu đồng

Câu 38: Mỗi bạn An , Bình chọn ngẫu nhiên 3 chữ số trong tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Tính xác suất để trong hai bộ ba chữ số mà An, Bình chọn ra có đúng một chữ số giống nhau.

- A. $\frac{7}{40}$ B. $\frac{9}{10}$ C. $\frac{6}{25}$ D. $\frac{21}{40}$

Câu 39: Cho tứ diện ABCD có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh 2, hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Câu 40: Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $(x+3)^8 - x^2(2-x)^5$ thành đa thức là:

- A. 13568 B. 1472 C. 1432 D. 1552

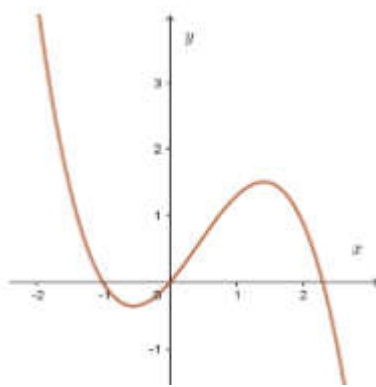
Câu 41: Gọi (a;b) là tập các giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng a + b là

- A. 2 B. 4 C. -6 D. -14

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a, Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'B'$. Mặt phẳng (MND') chia khối lập phương thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm C gọi là (H). Tính thể tích khối (H).

- A. $\frac{55a^3}{17}$ B. $\frac{55a^3}{144}$ C. $\frac{181a^3}{486}$ D. $\frac{55a^3}{48}$

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



- A. $a + c > 0$ B. $a + b + c + d < 0$ C. $a + c < b + d$ D. $b + d - c > 0$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)-1}}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

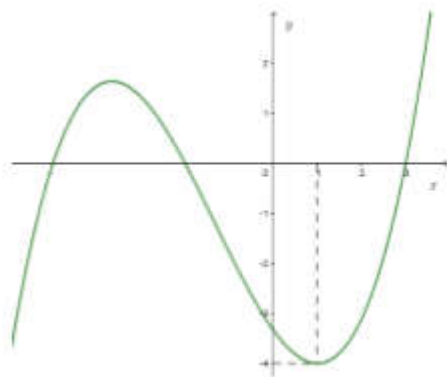
A. 12

B. 11

C. 0

D. 10

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (0;1)$ khi và chỉ khi



A. $m > -\frac{4}{1011}$

B. $m \geq \frac{4}{3e+2019}$

C. $m > -\frac{2}{1011}$

D. $m > \frac{f(e)}{3e+2019}$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8$. Tính tổng các giá trị nguyên của m để phương trình $f(|x-1|) + m = 2$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. -2

B. -6

C. 8

D. 4

Câu 47: Một tấm bìa hình tròn có bán kính bằng 5 được cắt thành hai hình quạt, sau đó quắn hai hình quạt đó thành hai hình nón (không có đáy). Biết một trong hai hình nón này có diện tích xung quanh là 15π . Tính thể tích hình nón còn lại. Giả sử chiều rộng các mép dán không đáng kể.

A. $\frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$

B. $2\pi\sqrt{21}$

C. $\frac{2\pi\sqrt{21}}{3}$

D. $4\pi\sqrt{21}$

Câu 48: Một trang trại mỗi ngày thu hoạch được một tấn rau. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại có thể thu được mỗi ngày là bao nhiêu?

A. 32420000 đồng

B. 32400000 đồng

C. 34400000 đồng

D. 34240000 đồng

Câu 49: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2^{x-y} - 2^y + x = 2^y \\ 2^x + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1-y^2} \end{cases} (1), m$ là tham số. Gọi S là tập các giá trị nguyên

để hệ (1) có một nghiệm duy nhất. Tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Câu 50: Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường thẳng d đi qua A và song song với BC. Cạnh BC quay xung quanh d tạo thành một mặt xung quanh của hình trụ có thể tích là V_1 . Tam giác ABC quay xung quanh trục d được khối tròn xoay có thể tích là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 3

D. $\frac{3}{2}$

MA TRẬN

STT	Chuyên đề	Đơn vị kiến thức	Cấp độ câu hỏi				Tổng
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1	Hàm số	Đồ thị, BBT	C13	C32	C35 C46	C43 C45	6
2		Cực trị	C29	C20 C25			3
3		Đơn điệu	C1	C34			2
4		Tương giao					0
5		Min - max	C10				1
6		Tiếp cận	C9	C27		C44	3
7		Bài toán thực tế			C48		1
8	Mũ - logarit	Hàm số mũ - logarit	C22 C30	C31			3
9		Biểu thức mũ - logarit	C26				1
10		Phương trình, bất phương trình mũ - logarit		C5 C11	C14	C41 C49	5
11		Bài toán thực tế			C37		1
12	Nguyên hàm – Tích phân	Nguyên hàm					0
13		Tích phân					0
14		Ứng dụng tích phân					0
15		Bài toán thực tế					0
16	Số phức	Dạng hình học					0
17		Dạng đại số					0
18		PT phức					0
19	Hình Oxyz	Đường thẳng					0
20		Mặt phẳng					0
21		Mặt cầu	C24				1

22		Bài toán tọa độ điểm, vectơ, đa diện					0
23		Bài toán về min, max					0
24	HHKG	Thể tích, tỉ số thể tích		C2 C4 C8 C15 C28		C42	6
25		Khoảng cách, góc	C7	C3	C19		3
26	Khối tròn xoay	Khối nón		C21	C47		2
27		Khối trụ	C18		C50		2
28		Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện				C39	1
29	Tổ hợp – xác suất	Tổ hợp – chỉnh hợp	C33	C12 C36			3
30		Xác suất		C6	C38		2
31		Nhị thức Newton		C23	C40		2
32	CSC - CSN	Xác định thành phần CSC - CSN					0
33	PT - BPT	Bài toán tham số					0
34	Hàm số ạo hàm	Giới hạn					0
35		Hàm số liên tục					0
36		Tiếp tuyến		C17			1
37		Đạo hàm					0
38	PP tọa độ trong mặt phẳng	PT đường thẳng					0
39	Lượng giác	PT lượng giác					0

NHẬN XÉT ĐỀ

Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, câu hỏi lớp 11 chiếm 16%. Không có câu hỏi thuộc kiến thức lớp 10.

Cấu trúc : chưa bao quát kiến thức lớp 12, thiếu số phức, tích phân- ứng dụng.

27 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 7 câu VDC.

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng,

Đề thi phân loại học sinh ở mức khá.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1-D	2-B	3-A	4-B	5-D	6-B	7-A	8-B	9-C	10-A
11-D	12-A	13-B	14-B	15-C	16-D	17-D	18-A	19-C	20-D
21-A	22-A	23-D	24-C	25-A	26-D	27-A	28-A	29-D	30-B
31-D	32-A	33-C	34-A	35-B	36-C	37-D	38-D	39-B	40-D
41-D	42-B	43-A	44-A	45-C	46-B	47-A	48-A	49-B	50-C

Câu 1: Chọn D.

Phương pháp

Sử dụng cách đọc đồ thị hàm số để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến

Xét từ trái qua phải trên khoảng (a;b) nếu đồ thị đi xuống thì hàm số nghịch biến trên $\square(a;b)$, nếu đồ thị đi lên thì hàm số đồng biến trên $\square(a;b)$.

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy : Xét từ trái qua phải thì đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-1;1)$.

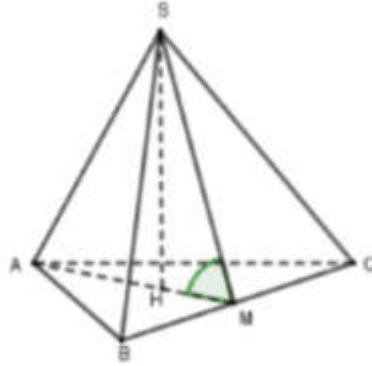
Nên hàm số đồng biến trên $(-1;1)$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 2: Chọn B.

Phương pháp

Tính diện tích đáy và chiều cao rồi áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}Sh$ tính thể tích.

Cách giải:



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC suy ra SH là đường cao.

Góc giữa mặt bên và đáy là góc giữa SM và AM với M là trung điểm của BC.

$$\text{Tam giác ABC đều cạnh } a \text{ nên } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MH = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Tam giác vuông SHM có } MH = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \angle SMH = 45^\circ \text{ nên } SH = HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy thể tích } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3}{24}.$$

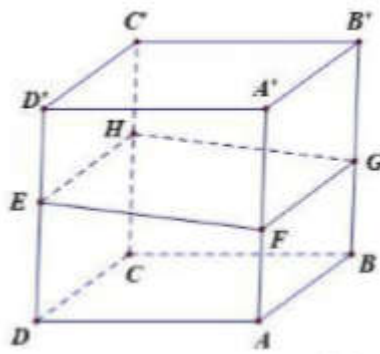
Câu 3: Chọn A.

Phương pháp

Ta sử dụng công thức diện tích hình chiếu $S' = S \cdot \cos \alpha$

Với S là diện tích hình H, S' và α là diện tích hình chiếu của H trên mặt phẳng (P), α là góc tạo bởi mặt phẳng chứa hình H và mặt phẳng (P).

Cách giải:



Mặt phẳng (α) cắt các cạnh DD' ; AA' ; BB' ; CC' lần lượt tại E; F; G; H. Khi đó $(\alpha) = (EFGH)$

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $(ABB'A') \perp (ABCD)$ mà $(EFGH)$ tạo với $(ABB'A')$ góc 60° nên góc giữa $(EFGH)$ và $(ABCD)$ là 30° .

Lại có hình chiếu của EFGH xuống mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông ABCD cạnh $\sqrt{3}$.

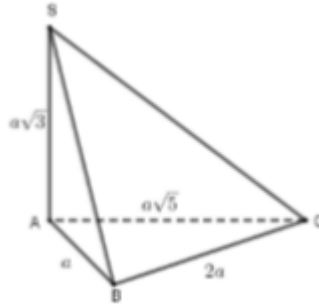
Theo công thức tính diện tích hình chiếu ta có $S_{ABCD} = S_{EFGH} \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow S_{EFGH} = \frac{(\sqrt{3})^2}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}$.

Câu 4: Chọn B.

Phương pháp

Tính diện tích đáy và chiều cao rồi áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}Sh$ tính thể tích.

Cách giải:



Xét tam giác ABC có $AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 = AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B (Định lí Pytago đảo).

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3}BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{3}a \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Câu 5: Chọn D.

Phương pháp

Sử dụng phương pháp đưa về cùng cơ số

Sử dụng các công thức $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$; $\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$ với $(a; b > 0; a \neq 1)$

Cách giải:

ĐK: $x \neq 0$.

Ta có $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \log_{2^2} x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \log_2 |x| - \log_2 3 = 1$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{|x|}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{|x|}{3} = 2 \Leftrightarrow |x| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Tổng các nghiệm của phương trình là $6 + (-6) = 0$.

Chú ý: $\log_a x^2 = \log_a |x|$.

Câu 6: Chọn B.

Phương pháp

Tính xác suất theo phương pháp biến cố đối: “Không có cầu thủ nào sút vào”.

Cách giải:

Gọi A là biến cố: “Ít nhất một cầu thủ sút vào”.

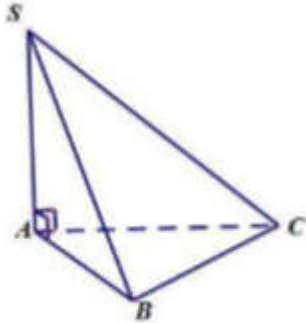
Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Không có cầu thủ nào sút vào”.

Xác suất xảy ra biến cố này là $P(\bar{A}) = (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,7) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 7: Chọn A.**Phương pháp:**

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng d và đường thẳng d' là hình chiếu của d trên (P).

Cách giải:

Ta có $SA \perp (ABC)$ tại A nên hình chiếu của S trên (ABC) là điểm A.

Suy ra hình chiếu của SB lên (ABC) là AB.

Do đó, góc giữa SB và (ABC) là góc giữa SB và AB.

Câu 8: Chọn B.**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính tỉ số thể tích đối với khối chóp tam giác: $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$ với M, N, P lần lượt

thuộc SA, SB, SC.

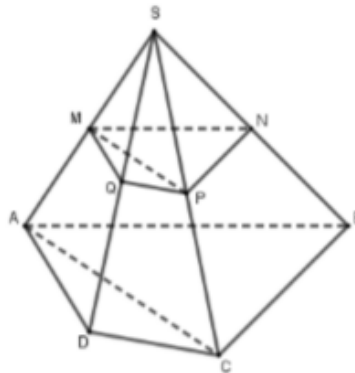
Cách giải:

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{V_{S.MPN}}{V_{S.ACB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{8} = \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ADC}} = \frac{V_{S.MPN}}{V_{S.ACB}} = \frac{V_{S.MPN} + V_{S.MNP}}{V_{S.ADC} + V_{S.ACB}} = \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 8V_{S.MNPQ} = 8$$



Chú ý: Công thức tỉ số thể tích trên chỉ áp dụng đối với chóp tam giác.

Câu 9: Chọn C.

Phương pháp

Sử dụng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left(x \neq -\frac{d}{c} \right)$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm TCN và đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm TCD.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ nhận đường thẳng $y = -2$ làm tiệm cận ngang.

Câu 10: Chọn A.

Phương pháp

Quan sát bảng biến thiên và tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ rồi kết luận.

Cách giải:

Quan sát bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $[-1;2]$ thì hàm số đạt GTNN bằng 0 tại $x = 0$ và đạt GTLN bằng 3 tại $x = -1$.

Do đó $M = 3; m = 0 \Rightarrow M + m = 3 + 0 = 3$.

Câu 11: Chọn D.

Phương pháp

Sử dụng $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$

Cách giải:

$$\text{ĐK: } x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0,25^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(\text{N}) \\ x = 4(\text{N}) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{-1;4\}$.

Câu 12: Chọn A.

Phương pháp

- Đếm số cách chọn 3 trong 10 bạn nam và 2 trong 8 bạn nữ.

- Sử dụng quy tắc nhân đếm số cách chọn.

Cách giải:

Số cách chọn 3 trong 10 bạn nam là C_{10}^3 .

Số cách chọn 2 trong 8 bạn nữ là C_8^2 .

Số cách chọn 5 bạn thỏa mãn bài toán là $C_{10}^3 \cdot C_8^2$.

Câu 13: Chọn B.**Phương pháp**

Dựa vào cách đọc BBT để xác định hàm số

Tìm ra các điểm thuộc đồ thị hàm số rồi thay tọa độ vào các hàm số ở đáp án để loại trừ.

Cách giải:

Từ BBT ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên loại C và D.

Ta thấy điểm $(3; -1)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên thay $x=3; y=-1$ vào hai hàm số ở phương án A và phương án B ta thấy chỉ có hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ thỏa mãn nên hàm số cần tìm là $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Câu 14: Chọn B.**Phương pháp**

Chuyển vế, chia cả hai vế cho 4^x và giải phương trình thu được tìm nghiệm.

Cách giải:

$$9^x - 6^x = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 9^x - 2 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{3}{2}\right)^x = t > 0 \text{ thì } t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(ktm) \\ t = 2(tm) \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2 > 0$$

Vậy phương trình không có nghiệm nào âm.

Câu 15: Chọn C.**Phương pháp**

Sử dụng công thức hình lập phương cạnh a có độ dài đường chéo chính là $a\sqrt{3}$.

Thể tích hình lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Cách giải:

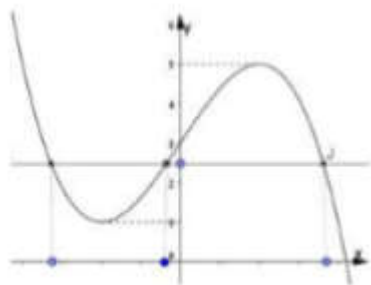
Gọi độ dài cạnh hình lập phương là $a(a>0)$ thì độ dài đường chéo hình lập phương là $a\sqrt{3} = 6 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3}$

Thể tích hình lập phương là $V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$.

Câu 16: Chọn D.**Phương pháp**

Tìm giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số và nhận xét tính chất nghiệm.

Cách giải:



Ta có: $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Nghiệm của phương trình chính là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt, trong đó có 2 điểm có hoành độ âm và 1 điểm có hoành độ dương. Vậy phương trình có 2 nghiệm âm.

Câu 17: Chọn D.

Phương pháp

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là $k = f'(x_0)$.

Cách giải:

Ta có: $y' = \frac{-1}{(3x-2)^2}$

Giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{3x-2}$ với trục tung có hoành độ $x = 0$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến tại tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $y'(0) = \frac{-1}{4}$.

Câu 18: Chọn A.

Phương pháp

Công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:

Ta có: $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

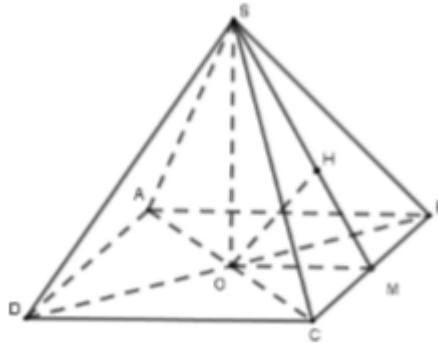
Câu 19: Chọn C.

Phương pháp

Sử dụng quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng để xác định khoảng cách $d(O; (P)) = OH$ với $OH \perp (P)$ tại H.

(Để chứng minh $OH \perp (P)$ ta chứng minh OH vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P))
Ta tính SO dựa vào công thức thể tích hình chóp, tính OH dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cách giải:



Vì S.ABCD là chóp tứ giác đều có O là tâm đáy nên $SO \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC, trong tam giác SOM kẻ $OH \perp SM$ tại H.

Vì ABCD là hình vuông tâm O nên $OB = OC = OA = OD = \frac{BD}{2}$.

Suy ra $OM \perp BC$ (vì $\triangle OBC$ vuông cân có OM là trung tuyến cũng là đường cao)

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BC$, lại có $OM \perp BC$ nên $BC \perp (SOM)$ suy ra $BC \perp OH$.

Từ đó vì $\begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SBC)$ tại H $\Rightarrow d(O; (SBC)) = OH$.

Xét tam giác OBC vuông cân tại O có trung tuyến $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.2a = a$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$. Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} \Leftrightarrow 4a^3 = \frac{1}{3}.SO.4a^2 \Rightarrow SO = 3a$.

Xét tam giác SOM vuông tại M có OH là đường cao nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{(3a)^2} + \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow OH^2 = \frac{10}{9a^2} \Rightarrow OH = \frac{3a\sqrt{10}}{10}$$

$$\text{Vậy } d(O; (SBC)) = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 20: Chọn D.

Phương pháp

- Tính y' tìm nghiệm của $y' = 0$.
- Tính y'' và tìm giá trị của y'' tại các điểm vừa tìm được.

Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai tại điểm x_0 thì điểm x_0 là điểm cực đại của hàm số trên nếu

$$\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 6x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$y'' = 12x - 2 \Rightarrow y''(0) = -2 < 0; y''\left(\frac{1}{3}\right) = 2 > 0.$$

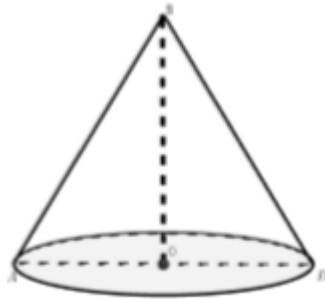
Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Câu 21: Chọn A.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ với r là bán kính đáy, h là chiều cao hình chóp.

Cách giải:



Cắt hình nón bằng mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là tam giác cân SAB có $AB = 2R = 6$ và $\angle ASB = 60^\circ$

nên tam giác SAB đều cạnh $6 \Rightarrow$ trung tuyến $SO = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = 9\pi\sqrt{3}$.

Câu 22: Chọn A.

Phương pháp

Xét tính đúng sai của từng đáp án dựa vào điều kiện của a, b .

Cách giải:

Đáp án A: $\log_a b < \log_a 1 = 0$ (vì $0 < a < 1$ và $b > 1$) nên A đúng.

Đáp án B: $\ln a < \ln b$ vì $a < b$ nên B sai.

Đáp án C: Vì $0 < 0,5 < 1$ và $a < b$ nên $(0,5)^a > (0,5)^b$ nên C sai.

Đáp án D: Vì $2 > 1$ và $a < b$ nên $2^a < 2^b$ nên D sai.

Câu 23: Chọn D.

Phương pháp

Ta sử dụng công thức $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^k$ sau đó thay $x = 1$ để tính tổng các hệ số.

Cách giải:

$$\text{Ta có } (1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^k$$

$$\text{Chọn } x=1 \text{ ta có } (1+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 1^k = \sum_{k=0}^n C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n \Leftrightarrow T = 2^n.$$

Câu 24: Chọn C.

Phương pháp:

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là: $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow R = \frac{1}{2}.$$

Câu 25: Chọn A.

Phương pháp

Xét phương trình $f'(x) = 0$, nếu x_0 là nghiệm bội bậc chẵn của phương trình thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số, nếu x_0 là nghiệm bội bậc lẻ của phương trình thì x_0 là điểm cực trị của hàm số,

Cách giải:

$$\text{Xét phương trình } f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Trong đó $x=0; x=2$ là các nghiệm bội bậc lẻ nên hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

(còn $x=1; x=3$ là các nghiệm bội bậc chẵn nên không phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$)

Chú ý: Các em có thể lập BBT của hàm $y=f(x)$ rồi kết luận số điểm cực trị.

Câu 26: Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng tính chất của logarit nhận xét tính đúng sai của từng đáp án.

Cách giải:

$\ln a + \ln b = \ln(ab) \neq \ln(a+b)$ nên A sai.

$\ln(a+b) \neq \ln a \cdot \ln b$ nên B sai.

$\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b} \neq \ln(a-b)$ nên C sai.

$\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$ nên D đúng.

Câu 27: Chọn A.**Phương pháp:**

Sử dụng :

+ Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left(x \neq -\frac{d}{c} \right)$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm TCN và đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm TCD.

+ Đồ thị hàm số $y = \log_a x (x > 0)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng

+ Đồ thị hàm số $y = a^x (a > 0)$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang (không có TCD)

Cách giải:

+ Xét A: Đồ thị hàm số $y = \log_3 x (x > 0)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng nên A đúng.

+ Xét B, D: Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3^x} = \left(\frac{1}{3} \right)^x$ và $y = (\sqrt{3})^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang (không có TCD) nên loại B, D.

+ Xét C: Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x+1}$ nhận $x = -1$ làm TCD và $y = 0$ làm TCN nên loại C.

Câu 28: Chọn A.**Phương pháp:**

Nhận xét sự thay đổi về thể tích của khối lăng trụ theo cạnh đáy và chiều cao rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi cạnh đáy và chiều cao khối lăng trụ đều là $a; h$ thì thể tích $V = a^2 h$.

Nếu gấp đôi các cạnh đáy đồng thời giảm chiều cao của khối lăng trụ hai lần thì

$$V' = (2a^2) \cdot \frac{h}{2} = 2a^2 h = 2V.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ được tăng lên 2 lần và bằng $4.2 = 8$.

Câu 29: Chọn D.**Phương pháp:**

Dựa vào cách đọc đồ thị hàm số để tìm điểm cực trị.

Ở đây cần lưu ý giá trị cực trị của hàm số là trung độ điểm cực trị của đồ thị hàm số, điểm cực trị của hàm số là hoành độ điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số nhận $(1;0)$ làm điểm cực tiểu và điểm $(-1;4)$ làm điểm cực đại.

Nên hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 0$.

Câu 30: Chọn B.

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định nếu $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log(x-2)^2$ xác định nếu $(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chú ý khi giải: Nhiều em biến đổi $(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ rồi chọn C là sai.

Câu 31: Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng công thức đạo hàm $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$ và $(e^u)' = u' \cdot e^u$

Cách giải:

$$\text{Ta có } y' = \left(\ln(1 + e^{2x}) \right)' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$$

Câu 32: Chọn A.

Phương pháp:

Đồ thị hàm số lẻ có tâm đối xứng, đồ thị hàm số chẵn có trục đối xứng.

Cách giải:

Quan sát các đáp án ta thấy: Hàm bậc ba là hàm lẻ và có tâm đối xứng nên A đúng.

Các đáp án B, C, D đều là các hàm chẵn nên có trục đối xứng.

Câu 33: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng các công thức $P_n = n!$; $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ (với $n \geq k \geq 0$; $n, k \in \mathbb{N}$)

Cách giải:

+ Ta có $P_n = n!$; $A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n! \Rightarrow P_n = A_n^n$ nên A đúng

+ $C_n^k = C_n^{n-k}$ (tính chất) nên B đúng.

+ $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ nên C sai.

+ $P_k \cdot C_n^k = k! \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!} = A_n^k$ nên D đúng.

Câu 34: Chọn A.

Phương pháp:

Tìm các khoảng đồng biến của mỗi hàm số ở các đáp án và đối chiếu kết quả.

Cách giải:

Đáp án A: $y = x^4 - x^2 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1)$.

$$y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0 \\ x > \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \text{hay hàm số đồng biến trên các khoảng } \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0\right) \text{ và } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right) \supset (1; +\infty)$$

Nên hàm số ở đáp án A thỏa mãn.

$$\text{Đáp án B: } y = \frac{x-2}{2x-3} \Rightarrow y' = \frac{1}{(2x-3)^2} > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Cả hai khoảng này đều không chứa khoảng $(1; +\infty)$ nên loại.

$$\text{Đáp án C: } y = -x^3 + x - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. Khoảng này không chứa khoảng $(1; +\infty)$ nên loại.

$$\text{Đáp án D: } y = \frac{3-x}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-4}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$$

Do đó hàm số không đồng biến, loại D.

Câu 35: Chọn B.

Phương pháp:

Dựa vào cách đọc đồ thị hàm số trùng phương bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$:

+ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi $ab < 0$, có một điểm cực trị khi $ab \geq 0$

+ Xác định dấu của hệ số tự do c dựa vào giao của đồ thị với trục tung.

+ Xác định dấu của a dựa vào $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$, nếu $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ thì $a > 0$, nếu $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ thì $a < 0$.

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy:

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ nên $a > 0$

+ Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $ab < 0$ mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục Ox nên $c < 0$

Từ đó ta có $a > 0; b < 0; c < 0 \Rightarrow abc > 0$.

Câu 36: Chọn C.

Phương pháp:

- Đếm số các ước nguyên dương của 2592 và 2916.

Sử dụng công thức: $X = a^n \cdot b^m$ thì số ước nguyên dương của X là $(m+1)(n+1)$.

- Dùng công thức tính số phần tử $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Cách giải:

Ta có: $2592 = 2^5 \cdot 3^4$ và $2916 = 2^2 \cdot 3^6$.

Gọi A là tập các ước nguyên dương của 2592 suy ra $|A| = (5+1)(4+1) = 30$.

Gọi B là tập các ước nguyên dương của 2916 suy ra $|B| = (2+1)(6+1) = 21$.

Lại có $UCLN(2592; 2916) = 2^2 \cdot 3^4$ nên số ước chung của 2592 và 2916 là số ước của $2^2 \cdot 3^4$ và có $(2+1)(4+1) = 15$ ước như vậy.

Vậy có $30 + 21 - 15 = 36$ số thỏa mãn bài toán.

Câu 37: Chọn D.

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép: $A = A_0(1+r)^n$ với A_0 là số tiền gốc ban đầu, r là lãi suất, A là tổng tiền cả gốc và lãi thu được sau n kì hạn.

Cách giải:

* Nếu anh Bình nghe theo nhân viên tư vấn ngân hàng

+ Tiền lãi sinh Bình nhận được sau khi gửi 200 triệu trong 12 tháng với mức lãi suất 0,65%/ tháng là $A = 200(1 + 0,65\%)^{12} - 200$ (triệu đồng)

+ Tiền lãi anh Bình phải trả khi vay nợ 200 triệu đồng với lãi suất 0,7%/ tháng là $B = 200(1 + 0,7\%)^4 - 200$ (triệu đồng)

Tổng số tiền lãi anh Bình nhận được là $M = A - B$

* Nếu anh Bình rút tiền ngay

Số tiền lãi anh Bình nhận được trong 8 tháng với mức lãi suất 0,02%/ tháng là

$$N = 200(1 + 0,02\%)^{12} - 200$$

Suy ra nếu làm theo nhân viên tư vấn ngân hàng thì anh Bình sẽ đỡ thiệt số tiền là $M - N \approx 10.19$ triệu đồng.

Câu 38: Chọn D.

Phương pháp:

Đếm số khả năng có lợi cho biến cố bằng cách xét từng trường hợp: trùng chữ số thứ nhất, trùng chữ số thứ 2 và trùng chữ số thứ ba.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3 \cdot C_{10}^3 = 14400$.

Gọi A là biến cố: “Trong hai bộ số của hai bạn có đúng một chữ số giống nhau”.

Gọi ba chữ số An chọn được là (a;b;c) thì có C_{10}^3 cách chọn ba chữ số của An.

+) TH1: Bình chọn được a và không chọn được b, c thì hai chữ số còn lại của Bình phải là 2 trong 7 chữ số khác a, b, c hay có C_7^2 cách chọn.

+) TH2: Bình chọn được b và không chọn được a, c thì hai chữ số còn lại của Bình phải là 2 trong 7 chữ số khác a, b, c hay có C_7^2 cách chọn.

+) TH3: Bình chọn được c và không chọn được a, b thì hai chữ số còn lại của Bình phải là 2 trong 7 chữ số khác a, b, c hay có C_7^2 cách chọn.

Do đó $n(A) = 3 \cdot C_7^2 \cdot C_{10}^3 = 7560$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7560}{14400} = \frac{21}{40}.$$

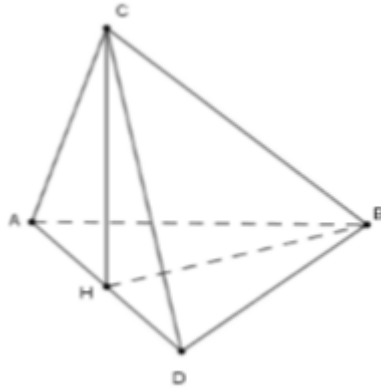
Câu 39: Chọn B.

Phương pháp:

Ta xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD chính là điểm cách đều bốn đỉnh A, B, C, D.

Dựa vào tính chất tam giác cân, hai tam giác bằng nhau, tỉ số lượng giác để chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau từ đó tìm được tâm mặt cầu.

Cách giải:



Các tam giác đều ABC và BCD có cạnh 2

$$\Rightarrow BD = DC = BC = AB = AC = 2$$

Nên tam giác CAD cân tại C và tam giác BAD cân tại B.

Lấy H là trung điểm AD $\Rightarrow CH \perp AD$ (do tam giác CAD cân tại C)

$$\text{Ta có } \begin{cases} (CAD) \perp (BAD) \\ (CAD) \cap (BAD) = AD \Rightarrow CH \perp (BAD) \Rightarrow CH \perp BH \quad (1) \\ CH \perp AD, BH \subset (CAD) \end{cases}$$

Lại có $\triangle CAD = \triangle BAD$ (c-c-c) nên $BH = CH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tam giác CHB vuông cân tại H có cạnh huyền CB = 2.

$$\text{Suy ra } BC^2 = BH^2 + CH^2 \Leftrightarrow 2BH^2 = 2^2 \Rightarrow BH = CH = \sqrt{2}.$$

$$\text{Xét tam giác CAH vuông tại H có } \cos ACH = \frac{CH}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow ACH = 45^\circ$$

Lại thấy CH là phân giác của ACD (vì $\triangle CAD$ cân tại C) nên $ACH = HCD = 45^\circ \Rightarrow ACD = 90^\circ$

$$\text{Hay tam giác CAD vuông cân tại C} \Rightarrow CH = \frac{1}{2} AD = HA = HD \quad (3)$$

$$\text{Vì } \triangle CAD = \triangle BAD \text{ (c-c-c) nên } \triangle ABD \text{ vuông cân tại B} \Rightarrow BH = \frac{AD}{2} = HD = HA \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $HA = HB = HC = HD = \sqrt{2}$ hay H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD và bán kính mặt cầu là $\sqrt{2}$.

Câu 40: Chọn D.

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton } (a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot a^{n-k} b^k$$

Cách giải:

Ta có: $(x+3)^8 - x^2(2-x)^5 = \sum_{k=0}^8 C_8^k x^{8-k} \cdot 3^k - x^2 \cdot \sum_{i=0}^5 C_5^i 2^{5-i} \cdot (-x)^i = \sum_{k=0}^8 C_8^k x^{8-k} \cdot 3^k - \sum_{i=0}^5 C_5^i 2^{5-i} \cdot (-1)^i x^{i+2}$

Số hạng chứa x^5 ứng với $\begin{cases} 8-k=5 \\ i+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=3 \\ i=3 \end{cases}$.

Vậy hệ số $C_8^3 \cdot 3^5 - C_5^3 \cdot 2^2 = 1552$.

Câu 41: Chọn D.

Phương pháp:

Đặt $t = e^x$. Đưa phương trình đã cho về phương trình ẩn t với $t \in (1;5)$

Cô lập m và sử dụng phương pháp hàm số để phương trình ẩn t có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(1;5)$ khi đó phương trình đã cho cũng có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\ln 5)$.

Cách giải:

Đặt $t = e^x$. Khi đó với $x \in (0;\ln 5) \Rightarrow t \in (e^0; e^{\ln 5})$ hay $t \in (1;5)$

Phương trình đã cho trở thành $2t^2 - 8t - m = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 8t = m$ với $t \in (1;5)$

Nhận thấy rằng để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0;\ln 5)$ thì phương trình $2t^2 - 8t = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(1;5)$.

Xét $f(t) = 2t^2 - 8t \Rightarrow f'(t) = 4t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \in (1;5)$

BBT của $f(t)$ trên $(1;5)$:

t	1	2	5
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-6	-8	10

Từ BBT ta thấy phương trình $2t^2 - 8t = m$ có hai nghiệm phân biệt $t \in (1;5)$ khi và chỉ khi $-8 < m < -6$

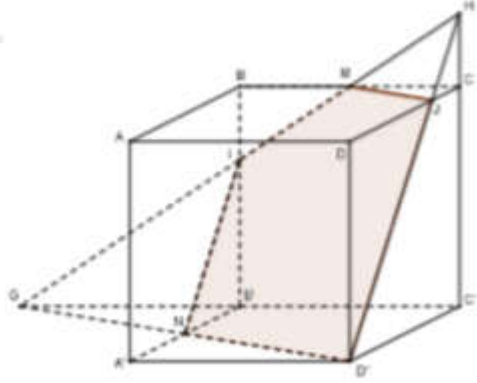
Vậy để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;\ln 5)$ thì $m \in (-8; -6) \Rightarrow a = -8; b = -6 \Rightarrow a + b = -14$.

Câu 42: Chọn B.

Phương pháp:

- Dựng thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi (MND') .
- Sử dụng phương pháp phân chia khối đa diện để tính thể tích.

Cách giải:



Gọi $G = D'N \cap B'C'$, GM cắt BB' , CC' lần lượt tại I , H , $HD' \cap DC = J$.

Do đó thiết diện là ngũ giác $MJD'NI$.

Thể tích khối đa diện cần tính

$$V_{(H)} = V_{CMLJNB'CD'} = V_{H.GD'C'} - V_{H.MCJ} - V_{GB'IN}$$

$$\text{Vì } NB' // C'D' \text{ nên } \frac{GB'}{GC'} = \frac{NB'}{C'D'} = \frac{1}{2} \Rightarrow GC' = 2B'C' = 2a.$$

$$\text{Lại có } MB // GB' \Rightarrow \frac{MB}{GB'} = \frac{BI}{IB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow IB' = \frac{2}{3}a, IB = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Tam giác } \triangle MIB = \triangle MHC \Rightarrow HC = IB = \frac{a}{3}. \text{ Mà } JC // D'C' \Rightarrow \frac{JC}{D'C'} = \frac{HC}{HC'} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{a}{3} + a} = \frac{1}{4} \Rightarrow JC = \frac{a}{4}.$$

$$\text{Thể tích } V_{H.GD'C'}.HC' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} C'D' \cdot C'G = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot 2a \cdot \frac{4}{3} a = \frac{4}{9} a^3.$$

$$\text{Thể tích } V_{H.CJM} = \frac{1}{3} S_{CMJ} \cdot HC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3}{144}.$$

$$\text{Thể tích } V_{I.GB'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot B'G \cdot B'N \cdot IB' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{2}{3} a \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3}{18}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối đa diện (H) là: } \frac{4}{9} a^3 - \frac{a^3}{144} - \frac{a^3}{18} = \frac{55a^3}{144}.$$

Câu 43: Chọn A.

Phương pháp:

Quan sát đồ thị và sử dụng công thức $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$ từ đó tìm ra mối quan hệ giữa các hệ số.

Cách giải:

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ ta có $f'(0) = 0 \Rightarrow d = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow a < 0$

Ta xét $\int_{-1}^0 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^0 = e - (a - b + c - d + e) = -a + b - c + d$, mà

$\int_{-1}^0 f'(x) dx < 0 \Rightarrow -a + b - c + d < 0 \Leftrightarrow a + c > b + d$ nên C sai.

Lại có $d = 0 \Rightarrow a + c > b \Leftrightarrow a > b - c$ mà $a < 0 \Rightarrow b - c < 0$ do đó $d + d - c < 0$ nên D sai.

Lại xét $\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = a + b + c + d + e - e = a + b + c + d$ mà $\int_0^1 f'(x) dx > 0 \Rightarrow a + b + c + d > 0$ nên B sai.

Theo trên ta có $\begin{cases} a + b + c + d > 0 \\ -a + b - c + d < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - b - c - d < 0 \\ -a + b - c + d < 0 \end{cases} \Rightarrow -2(a + c) < 0 \Leftrightarrow a + c > 0$ nên A đúng.

Câu 44: Chọn A.

Phương pháp:

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, từ đó suy ra điều kiện để bài toán thỏa.

Cách giải:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1-\frac{m}{x}} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1-\frac{m}{x}} - \frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1 \text{ hay } y = 1 \text{ là đường tiệm cận ngang của}$$

đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1-\frac{m}{x}} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1-\frac{m}{x}} - \frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = -1 \text{ hay } y = -1 \text{ là đường tiệm cận ngang}$$

của đồ thị hàm số.

Do đó bài toán thỏa $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng.

$$\text{Ta lại có: } y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2} = \frac{x^2 - mx - 1}{(x+2)(\sqrt{x(x-m)} + 1)}$$

Để đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một đường TCD thì $x = -2$ không là nghiệm của tử và $x = -2$ thuộc tập xác định của hàm số.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2(-2-m) \geq 0 \\ (-2)^2 - m \cdot (-2) - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ 2m+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \neq -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Do $m \in (-10; 10)$, $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; \dots; 8; 9\}$ và có 12 giá trị thỏa mãn.

Câu 45: Chọn C.

Phương pháp:

Đặt $e^x = t (t > 0)$. Ta đưa bất phương trình đã cho thành bất phương trình ẩn t , từ đó lập luận để có phương trình ẩn t có nghiệm thuộc $(1; e)$.

Ta chú ý rằng hàm số $y = f(x)$ và $y = f(t)$ có tính chất giống nhau nên từ đồ thị hàm số đã cho ta suy ra tính chất hàm $f(t)$.

Sử dụng phương pháp hàm số để tìm m sao cho bất phương trình có nghiệm.

Bất phương trình $m > f(X)$ có nghiệm trên $(a; b)$ khi $m > \min_{[a; b]} f(X)$

Cách giải:

Xét bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ (*)

Đặt $e^x = t (t > 0)$, Với $x \in (0; 1) \Rightarrow t \in (e^0; e^1) \Rightarrow t \in (1; e)$

Ta được bất phương trình $f(t) < m(3t + 2019) \Leftrightarrow m > \frac{f(t)}{3t + 2019}$ (1) (vì $3t + 2019 > 0$ với $t \in (1; e)$)

Để bất phương trình (*) có nghiệm $x \in (0; 1)$ thì bất phương trình (1) có nghiệm $t \in (1; e)$.

Ta xét hàm $g(t) = \frac{f(t)}{3t + 2019}$ trên $(1; e)$

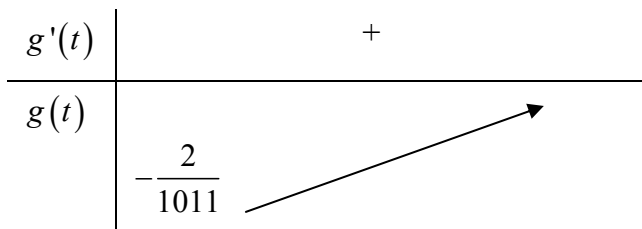
Ta có $g'(t) = \frac{f'(t)(3t + 2019) - 3f(t)}{(3t + 2019)^2}$

Nhận xét rằng đồ thị hàm số $y = f(t)$ có tính chất giống với đồ thị hàm số $y = f(x)$ nên xét trên khoảng $(1; e)$ ta thấy rằng $f(t) < 0$ và đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải hay hàm số đồng biến trên $(1; e)$ nên $f'(t) > 0$.

Từ đó $g'(t) = \frac{f'(t)(3t + 2019) - 3f(t)}{(3t + 2019)^2} > 0$ với $t \in (1; e)$ hay hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(1; e)$.

Ta có BBT của $g(t)$ trên $[1; e]$

t	1		e
-----	---	--	-----



Từ BBT ta thấy để bất phương trình $m > \frac{f(t)}{3t+2019}$ có nghiệm $t \in (1; e)$ thì $m > \min_{[1; e]} g(t) \Leftrightarrow m > -\frac{2}{1011}$.

Câu 46: Chọn B.

Phương pháp:

- Đặt $t = |x-1| (t \geq 0)$ đưa phương trình về ẩn t.

- Phương trình đã cho có 3 nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương.

Cách giải:

Đặt $t = |x-1| (t \geq 0)$ ta được $f(t) + m = 2 \Leftrightarrow f(t) = 2 - m$.

$$\text{Có } f(t) = t^3 - 3t^2 + 8 \Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [0; +\infty) \\ t = 2 \in [0; +\infty) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
y'	0	-	0
y	8	4	$+\infty$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = 2 - m$ cắt đồ thị hàm số tại một điểm có hoành độ bằng 0 và điểm còn lại có hoành độ dương.

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $2 - m = 8 \Leftrightarrow m = -6$.

Vậy tổng các giá trị của m là -6.

Câu 47: Chọn A.

Phương pháp:

+ Tính diện tích xung quanh hình nón còn lại

+ Sử dụng công thức $S_{xq} = \pi Rl$ để tính bán kính đáy của hình nón này.

+ Sử dụng công thức $R^2 + h^2 = l^2$ để tính chiều cao hình nón

+ Sử dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ để tính thể tích hình nón còn lại.

(với R là bán kính đáy hình nón, h là chiều cao hình nón và l là đường sinh hình nón)

Cách giải:

Diện tích hình tròn là $S = \pi r^2 = 25\pi$

Diện tích xung quanh hình nón còn lại là $S_2 = 25\pi - 15\pi = 10\pi$

Nhận xét rằng khi quắn hình quạt được cắt từ hình tròn thành hình nón thì đường sinh của hình nón chính là bán kính của hình tròn. Từ đó hình nón còn lại có đường sinh $l = 5$.

Lại có diện tích xung quanh hình nón còn lại là 10π nên gọi R là bán kính hình nón này thì

$$S_{xq} = \pi Rl \Rightarrow 10\pi = \pi R.5 \Rightarrow R = 2$$

Ta gọi chiều cao hình nón này là h ($h > 0$) thì $h^2 + R^2 = l^2 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

$$\text{Thể tích hình nón còn lại là } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{21} = \frac{4\pi\sqrt{21}}{3}.$$

Câu 48: Chọn A.

Phương pháp:

- Gọi $x (x \geq 0)$ (nghìn đồng) là số tiền tăng lên cho mỗi kg rau.
- Biểu diễn các điều kiện còn lại theo x thu được hàm số ẩn x.
- Tìm GTLN của hàm số trên và kết luận.

Cách giải:

Gọi $x (x \geq 0)$ (nghìn đồng) là số tiền tăng lên cho mỗi kg rau.

Số tiền bán mỗi một kg rau sau khi tăng là $x + 30$ (nghìn đồng).

Số kg rau thừa là $20x (x \leq 50)$.

Tổng số kg rau bán được là $1000 - 20x (kg)$.

Tổng số tiền thu được là $T = (1000 - 20x)(30 + x) + 20x.2 = -20x^2 + 440x + 30000$.

$$\text{Mà } -20x^2 + 440x + 30000 = 32420 - 20(x - 11)^2 \leq 32420.$$

Do đó $T \leq 32420 \Rightarrow \max T = 32420$, dấu “=” xảy ra khi $x = 11$.

Vậy số tiền nhiều nhất bán được là 32420000 đồng.

Câu 49: Chọn B.

Phương pháp:

+ Biến đổi phương trình thứ nhất của hệ để đưa về dạng $f(u) = f(v)$ mà f là hàm đơn điệu nên suy ra $u = v$. Từ đó ta tìm được mối liên hệ giữa x và y .

+ Thay vào phương trình thứ hai ta được phương trình ẩn y . Lập luận phương trình này có nghiệm duy nhất thì hệ ban đầu sẽ có nghiệm duy nhất.

+ Biến đổi để chỉ ra nếu y_0 là nghiệm thì $-y_0$ cũng là nghiệm của phương trình ẩn y , từ đó suy ra $y_0 = 0$.

Thay vào phương trình để tìm m .

+ Sử dụng bất đẳng thức Cô-si để thử lại m .

Cách giải:

ĐK: $1 - y^2 \geq 0 \Leftrightarrow y \in [-1; 1]$

+ Xét phương trình $2^{x-y} - 2^y + x = 2y \Leftrightarrow 2^{x-y} + x - y = 2^y + y$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t \Rightarrow f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0; \forall t$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ đó $2^{x-y} + x - y = 2^y + y \Rightarrow f(x-y) = f(y) \Leftrightarrow x-y = y \Leftrightarrow x = 2y$

+ Thay $x = 2y$ vào phương trình $2^x + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1 - y^2}$ ta được

$$2^{2y} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1 - y^2} \Leftrightarrow 4^y + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1 - y^2} (*)$$

Để hệ phương trình (1) có một nghiệm duy nhất thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $y \in [-1; 1]$

Giả sử $y_0 \in [-1; 1]$ là một nghiệm của phương trình (*) thì ta có $4^{y_0} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^{y_0} \cdot \sqrt{1 - y_0^2} (**)$

Xét với $-y_0$ ta có $4^{-y_0} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^{-y_0} \cdot \sqrt{1 - (-y_0)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4^{y_0}} + 1 = (m^2 + 2) \cdot \frac{1}{2^{y_0}} \sqrt{1 - y_0^2}$

$\Leftrightarrow 4^{y_0} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^{y_0} \cdot \sqrt{1 - y_0^2}$ (đúng do (**)) hay $-y_0$ cũng là nghiệm của phương trình (*).

Do vậy để (*) có nghiệm duy nhất thì $y_0 = -y_0 \Leftrightarrow y_0 = 0$. Thay $y = 0$ vào (*) ta được

$$4^0 + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^0 \sqrt{1 - 0^2} \Leftrightarrow m^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0.$$

Thử lại: Thay $m = 0$ vào (*) ta được $4^y + 1 = 2 \cdot 2^y \sqrt{1 - y^2} \Leftrightarrow 2^y + \frac{1}{2^y} = 2\sqrt{1 - y^2} (***)$

Nhận thấy rằng VT (***) $= 2^y + \frac{1}{2^y} \geq 2\sqrt{2^y \cdot \frac{1}{2^y}} \Leftrightarrow VT(***) \geq 2$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow 2^y = \frac{1}{2^y} \Leftrightarrow y = 0$

Và VP(***) $= 2\sqrt{1 - y^2} \leq 2 \Leftrightarrow VP(***) = 2 \Leftrightarrow y = 0$.

Vậy phương trình (***) có nghiệm duy nhất $y = 0$.

Kết luận: Với $m = 0$ thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất nên tập S có một phần tử.

Chú ý:

Các em có thể làm bước thử lại như sau:

Thay $m = 0$ vào (*) ta được

$$4^y + 1 = 2.2^y \sqrt{1-y^2} \Leftrightarrow (2^y)^2 - 2.2^y \sqrt{1-y^2} + 1 - y^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow (2^y - \sqrt{1-y^2})^2 + y^2 = 0$$

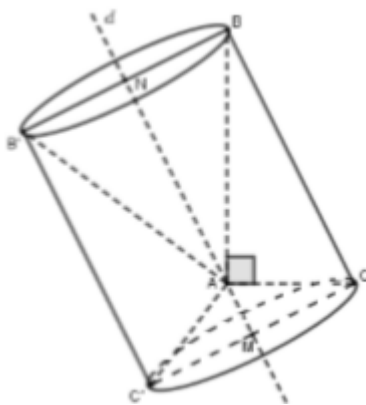
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^y - \sqrt{1-y^2} = 0 \\ y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^0 - \sqrt{1-0} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = 0.$$

Câu 50: Chọn C.

Phương pháp:

Dựng hình, xác định các hình tròn xoay tạo thành khi quay và tính tỉ số thể tích.

Cách giải:



Thể tích khối trụ $V_1 = \pi R^2 h = \pi MC^2 \cdot BC$

Tổng thể tích hai khối nón $V_2 = \frac{1}{3} \pi MC^2 \cdot AM + \frac{1}{3} \pi NB^2 \cdot AN$

$$= \frac{1}{3} \pi MC^2 (AM + AN) = \frac{1}{3} \pi MC^2 \cdot BC = \frac{1}{3} V_1.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 3.$