

**Mục tiêu:** Đề thi với 50 câu hỏi trắc nghiệm ở đầy đủ các mức độ từ NB – TH – VD – VDC giúp các em có thể rèn luyện cách làm bài tốt hơn với mọi dạng bài ở mọi mức độ. Sau khi làm đề thi, các em có thể biết mình đã hiểu sâu phần kiến thức nào và cần bổ sung phần kiến thức nào. Như vậy các em sẽ ôn thi tốt hơn.

**Câu 1:** Phát biểu nào sau đây là sai:

- A. Hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  đồng biến khi  $a > 1$ .
- B. Hàm số logarit  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .
- C. Hàm số mũ  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .
- D. Đồ thị hàm số mũ  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) nhận Ox làm tiệm cận ngang.

**Câu 2:** Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác đều có cạnh bằng a. Thể tích của khối nón là:

- A.  $\pi a^3 \sqrt{2}$
- B.  $\frac{3\pi a^3}{8}$
- C.  $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$
- D.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$

**Câu 3:** Kết luận nào là đúng về GTLN và GTNN của hàm số  $y = \sqrt{x - x^2}$  ?

- A. Không có GTLN và không có GTNN.
- B. Có GTLN và không có GTNN.
- C. Có GTLN và GTNN.
- D. Có GTNN và không có GTLN.

**Câu 4:** Thể tích khối cầu có bán kính bằng  $\frac{a}{2}$  là:

- A.  $\frac{\pi a^3}{2}$
- B.  $\frac{\pi a^2}{4}$
- C.  $\frac{\pi a^3}{6}$
- D.  $\pi a^2$

**Câu 5:** Một hồ bơi có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 50m, chiều rộng 19m. Biết rằng trong hồ bơi có 1900000 lít nước. Độ sâu của hồ bơi lúc này là:

- A. 1,8m.
- B. 1,4m.
- C. 1,6m.
- D. 2m.

**Câu 6:** Giá trị của m để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 5$  đạt cực đại tại  $x = 0$ ?

- A.  $m = 1$
- B.  $m = 1$  hoặc  $m = 2$
- C.  $m = 6$
- D.  $m = 2$

**Câu 7:** Số nghiệm của phương trình  $2^{2x^2 - 7x + 5} = 1$  là:

- A. 0
- B. 3
- C. 2
- D. 1

**Câu 8:** Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau,  $AB = 6a$ ,  $AC = 5a$ ,  $AD = 4a$ . Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của các cạnh BC, CD, DB. Thể tích V của tứ diện AMNP là:

- A.  $V = \frac{5a^3}{3}$ .      B.  $V = \frac{20a^3}{3}$ .      C.  $V = 5a^3$       D.  $V = 10a^3$

**Câu 9:** Trong khai triển  $\left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7$ , số hạng thứ 5 là:

- A.  $-35a^4b$       B.  $35a^4b^{-5}$       C.  $-35a^6b^{-4}$       D.  $35a^6b^{-4}$

**Câu 10:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp ba diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $R = 2h$       B.  $h = \sqrt{3}R$       C.  $R = 3h$       D.  $h = 2R$

**Câu 11:** Tìm GTLN, GTNN của hàm số  $y = 3 - 2\cos^2 3x$ .

- A.  $\min y = 1, \max y = 3$       B.  $\min y = 1, \max y = 5$   
C.  $\min y = 2, \max y = 3$       D.  $\min y = -1, \max y = 3$ .

**Câu 12:** Tỷ lệ tăng dân số ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng cục thống kê, dân số Việt Nam năm 2014 có 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 105.971.355 người.      B. 106.118.331 người.  
C. 107.232.573 người.      D. 107.232.574 người

**Câu 13:** Cho đa giác đều n đỉnh,  $n \in \mathbb{R}$  và  $n > 3$ . Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

- A.  $n = 15$       B.  $n = 8$       C.  $n = 18$       D.  $n = 27$

**Câu 14:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$  là:

- A. 3      B. 1      C. 2      D. 0

**Câu 15:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên R?

- A.  $y = \tan x$       B.  $y = \frac{x}{x+1}$       C.  $y = (x^2-1)^2 - 3x + 2$       D.  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

**Câu 16:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(4-x^2)$  là tập hợp nào sau đây?

- A.  $D = (-2; 2)$       B.  $D = (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$       C.  $D = [-2; 2]$       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ .

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. Hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$  có cực đại, cực tiểu.  
B. Hàm số  $y = x^3 + 3x = 1$  có cực trị.  
C. Hàm số  $y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}$  không có cực trị

**D.** Hàm số  $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$  có 2 cực trị.

**Câu 18:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x > \log_2 (2x+1)$  là:

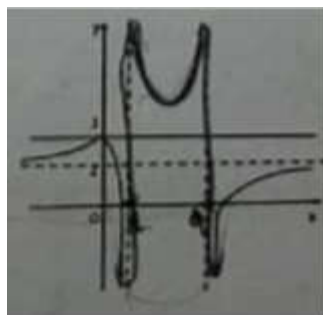
- A.**  $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$       **B.**  $S = \emptyset$       **C.**  $S = (-\infty; -1)$       **D.**  $S = (1; 3)$

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 4$  có bảng biến thiên sau, tìm a và b:

|      |                                                                                                                                                                                                                       |      |     |           |     |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$                                                                                                                                                                                                             | $-2$ | $0$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$                                                                                                                                                                                                                   | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | <div><div><math>a</math></div><div><math>\nearrow</math></div><div><math>0</math></div><div><math>\searrow</math></div><div><math>b</math></div><div><math>\nearrow</math></div><div><math>+\infty</math></div></div> |      |     |           |     |

- A.**  $a = +\infty; b = 2$       **B.**  $a = -\infty; b = -4$       **C.**  $a = -\infty; b = 1$       **D.**  $a = +\infty; b = 3$

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây. Chọn khẳng định đúng.



- A.** Hàm số liên tục trên  $(-\infty; 4)$ .      **B.** Hàm số liên tục trên  $(1; 4)$ .  
**C.** Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .      **D.** Hàm số liên tục trên  $(1; +\infty)$ .

**Câu 21:** Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên

- A.** 18 lần.      **B.** 54 lần.      **C.** 9 lần.      **D.** 27 lần.

**Câu 22:** Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

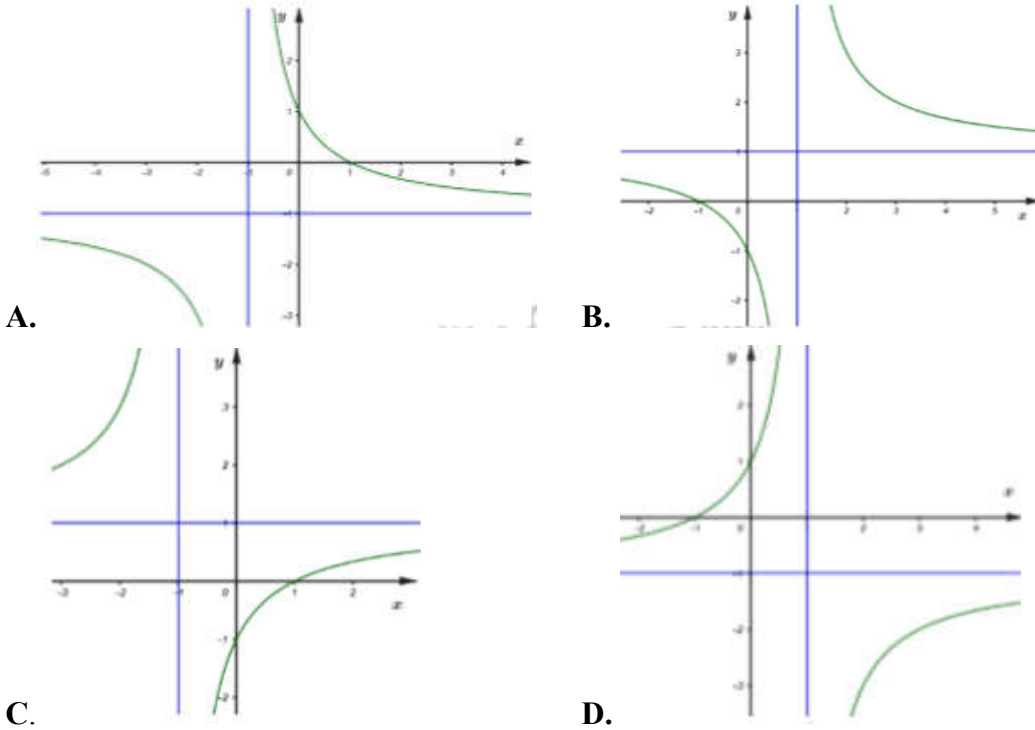
- A.** 1.      **B.** 3.      **C.** 4.      **D.** 2.

**Câu 23:** Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị  $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$  sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc

với đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .

- A.**  $M\left(-3; -\frac{16}{3}\right)$       **B.**  $M(-2; 0)$       **C.**  $M\left(-1; \frac{4}{3}\right)$       **D.**  $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{8}\right)$

**Câu 24:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{1-x}$  có dạng:



**Câu 25:** Cho tứ diện ABCD. Gọi I là trung điểm của BC, M là điểm trên cạnh DC. Một mp ( $\alpha$ ) qua M, song song BC và AI. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của ( $\alpha$ ) với BD và AD. Xét các mệnh đề sau:

- (1)  $MP \parallel BC$       (2)  $MQ \parallel AC$       (3)  $PQ \parallel AI$       (4)  $(MPQ) \parallel (ABC)$

Số mệnh đề đúng là:

- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 4.

**Câu 26:** Cho  $a, b, c > 1$ . Biết rằng biểu thức  $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi  $\log_b c = n$ . Tính giá trị  $m + n$ .

- A.  $m + n = 14$       B.  $m + n = \frac{25}{2}$       C.  $m + n = 12$       D.  $m + n = 10$

**Câu 27:** Cho  $x, y$  là hai số không âm thỏa mãn  $x + y = 2$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$$

- A.  $\min P = 5$       B.  $\min P = \frac{115}{3}$       C.  $\min P = \frac{7}{3}$       D.  $\min P = \frac{17}{3}$

**Câu 28:** Ba số  $x, y, z$  lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính  $F = x^2 + y^2 + z^2$ .

- A.  $F = 389$  hoặc  $F = 179$       B.  $F = 441$  hoặc  $F = 357$

C.  $F = 395$  hoặc  $F = 179$

D.  $F = 389$  hoặc  $F = 395$

**Câu 29:** Cho tứ diện đều S.ABC có cạnh bằng 1. Mặt phẳng (P) đi qua điểm S và trọng tâm G của tam giác ABC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N. Tính thể tích nhỏ nhất  $V_{\min}$  của khối tứ diện SAMN.

A.  $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{27}$

B.  $V_{\min} = \frac{4}{9}$

C.  $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{18}$

D.  $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{36}$

**Câu 30:** Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC,  $AA' = 2a$ . M là trung điểm của B'C'. Khi đó khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (A'BM) là:

A.  $\frac{a\sqrt{21}}{\sqrt{47}}$

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{107}}$

D.  $\frac{a}{2}$

**Câu 31:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O,  $AB = a$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $SO \perp (ABCD)$  và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$

C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$

D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

**Câu 32:** Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 70cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

A. 40 cm

B.  $10\sqrt{2}cm$

C.  $70\sqrt{2}cm$

D. 35 cm

**Câu 33:** Cho  $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  thỏa mãn  $\cos 2x + \cos 2y + 2 \sin(x+y) = 2$ . Tìm GTNN của

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}$$

A.  $\min P = \frac{3}{\pi}$

B.  $\min P = \frac{2}{\pi}$

C.  $\min P = \frac{5}{\pi}$

D.  $\min P = \frac{2}{3\pi}$

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = \frac{x}{1-x}(C)$ . Tìm m để đường thẳng  $d: y = mx - m - 1$  cắt (C) tại 2 điểm phân biệt M,

N sao cho  $AM^2 + AN^2$  đạt giá trị nhỏ nhất với  $A(-1;1)$ .

A.  $m = 2$

B.  $m = 0$

C.  $m = 1$

D.  $m = -1$

**Câu 35:** Trong kì thi THPT Quốc Gia, mỗi phòng thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng kí 4 môn thi và cả 4 lần đều thi tại 1 phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí.

A.  $\frac{26}{35}$

B.  $\frac{899}{1152}$

C.  $\frac{253}{1152}$

D.  $\frac{4}{7}$

**Câu 36:** Tìm số nguyên dương n sao cho  $C_{2n+1}^1 - 2.2C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n C_{2n+1}^{2n+1} = 2005$ .

A.  $n = 1002$

B.  $n = 1114$

C.  $n = 102$

D.  $n = 1001$

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = |x^3 - mx + 1|$ . Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên  $[1; +\infty)$ . Tìm số phần tử của S.

A. 3

B. 10

C. 1

D. 9

**Câu 38:** Số tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  sao cho tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = 9x - 29$  là:

A. 0

B. 2

C. 3

D. 1

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x) = 2^{2018}x^3 + 3 \cdot 2^{2018}x^2 - 2018$  có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}$ .

A.  $P = 0$

B.  $P = 2^{2018}$

C.  $P = -2018$

D.  $P = 3 \cdot 2^{2018} - 1$ .

**Câu 40:** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m đồ thị (C) của hàm số  $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$  có ba cực trị, đồng thời ba điểm cực trị với gốc tọa độ tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = x^4 - (3m + 4)x^2 + m^2$  có đồ thị là  $(C_m)$ . Tìm m để đồ thị  $(C_m)$  cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

A.  $\begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$

B.  $m > 0$

C.  $\begin{cases} m = 12 \\ m = -\frac{12}{19} \end{cases}$

D.  $m = 12$

**Câu 42:** Trên sân bay có một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300(m) về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình  $y = x^2$  (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

A.  $100\sqrt{3}(m)$

B. 200 (m)

C.  $100\sqrt{5}(m)$

D. 300 (m)

**Câu 43:** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn  $\log_{16} a = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$ . Tính tỉ số  $T = \frac{a}{b}$ .

A.  $0 < T < \frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$

C.  $1 < T < 2$

D.  $-2 < T < 0$

**Câu 44:** Thể tích V của khối lập phương có các đỉnh là trọng tâm các mặt của một khối bát diện đều cạnh bằng 1 là:

A.  $\frac{1}{27}$

B.  $\frac{16\sqrt{2}}{27}$

C.  $\frac{8}{27}$

D.  $\frac{2\sqrt{2}}{27}$

**Câu 45:** Một sinh viên A mua máy tính xách tay theo hình thức trả góp với giá tiền 20 triệu đồng, mức lãi suất 1,2%/tháng trong năm đầu tiên, mỗi tháng anh A phải trả 800 ngàn đồng, cả gốc và lãi. Sau một năm lãi suất tăng lên là 1,5%/tháng và anh A phải trả 1 triệu đồng cả gốc và lãi mỗi tháng (trừ tháng cuối). Hỏi sau tối đa bao nhiêu tháng anh A trả hết nợ (tháng cuối trả không quá 500 ngàn đồng)

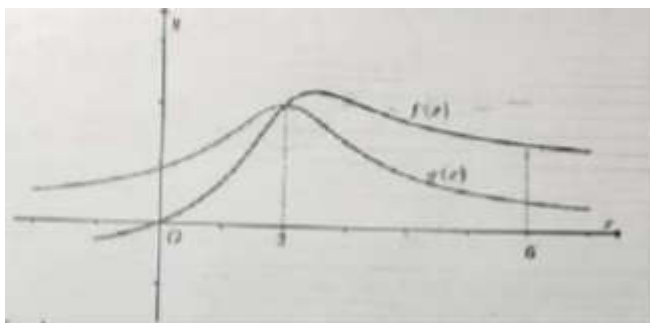
A. 28 tháng.

B. 26 tháng.

C. 25 tháng.

D. 27 tháng.

**Câu 46:** Cho hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  có đạo hàm là  $f'(x), g'(x)$ . Đồ thị hàm số  $f'(x), g'(x)$  được cho như hình vẽ dưới đây



Biết rằng  $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$ . Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $h(x) = f(x) - g(x)$  trên đoạn  $[0;6]$  lần lượt là:

A.  $h(6), h(2)$

B.  $h(0), h(2)$

C.  $h(2), h(6)$

D.  $h(2), h(0)$ .

**Câu 47:** Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ hết sau 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế, lượng thức ăn dự trữ đó sẽ hết sau khoảng bao nhiêu ngày? (làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 37 ngày.

B. 41 ngày.

C. 40 ngày.

D. 43 ngày.

**Câu 48:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh  $2\sqrt{2}$ , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện CMNP.

A.  $V = \frac{108\pi}{3}$

B.  $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$

C.  $V = \frac{125\pi}{6}$

D.  $V = \frac{32\pi}{3}$

**Câu 49:** Biết  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_7\left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x}\right) + 4x^2 + 1 = 6x$  và

$x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$  với a, b là hai số nguyên dương. Tính  $a + b$ .

A.  $a + b = 16$

B.  $a + b = 14$

C.  $a + b = 13$

D.  $a + b = 11$

**Câu 50:** Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PQ của hai đáy sao cho  $MN \perp PQ$ . Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện MNPQ. Biết rằng  $MN = 60$  cm và thể tích khối tứ diện MNPQ bằng  $36dm^3$ . Tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

A.  $133,6dm^3$

B.  $113,6dm^3$

C.  $143,6dm^3$

D.  $123,6dm^3$

## MA TRẬN

| STT | Chuyên đề                 | Đơn vị kiến thức                            | Cấp độ câu hỏi |            |          |              | Tổng |
|-----|---------------------------|---------------------------------------------|----------------|------------|----------|--------------|------|
|     |                           |                                             | Nhận biết      | Thông hiểu | Vận dụng | Vận dụng cao |      |
| 1   | Hàm số                    | Đồ thị, BBT                                 | C19<br>C24     |            |          |              | 2    |
| 2   |                           | Cực trị                                     |                | C17        | C6 C40   |              | 3    |
| 3   |                           | Đơn điệu                                    |                | C15        |          | C37          | 2    |
| 4   |                           | Tương giao                                  |                |            | C39 C41  | C34          | 3    |
| 5   |                           | Min - max                                   | C11            | C3         | C27 C46  |              | 4    |
| 6   |                           | Tiếp cận                                    |                | C14        |          |              | 1    |
| 7   |                           | Bài toán thực tế                            |                |            | C42 C47  |              | 2    |
| 8   | Mũ -<br>logarit           | Hàm số mũ - logarit                         | C1             | C16        |          |              | 2    |
| 9   |                           | Biểu thức mũ - logarit                      |                |            | C26 C43  |              | 2    |
| 10  |                           | Phương trình, bất phương trình mũ - logarit |                | C7<br>C18  |          | C49          | 3    |
| 11  |                           | Bài toán thực tế                            |                | C13        | C45      |              | 2    |
| 12  | Nguyên hàm –<br>Tích phân | Nguyên hàm                                  |                |            |          |              | 0    |
| 13  |                           | Tích phân                                   |                |            |          |              | 0    |
| 14  |                           | Ứng dụng tích phân                          |                |            |          |              | 0    |
| 15  |                           | Bài toán thực tế                            |                |            |          |              | 0    |
| 16  | Số phức                   | Dạng hình học                               |                |            |          |              | 0    |
| 17  |                           | Dạng đại số                                 |                |            |          |              | 0    |
| 18  |                           | PT phức                                     |                |            |          |              | 0    |
| 19  | Hình Oxyz                 | Đường thẳng                                 |                |            |          |              | 0    |
| 20  |                           | Mặt phẳng                                   |                |            |          |              | 0    |
| 21  |                           | Mặt cầu                                     | C4             |            |          |              | 1    |

|    |                                 |                                         |     |                  |     |     |   |
|----|---------------------------------|-----------------------------------------|-----|------------------|-----|-----|---|
| 22 |                                 | Bài toán tọa độ<br>điểm, vectơ, đa diện |     | C22<br>C25       |     |     | 2 |
| 23 |                                 | Bài toán về min,<br>max                 |     |                  | C29 |     | 1 |
| 24 | HHKG                            | Thể tích, tỉ số thể<br>tích             | C5  | C8<br>C21<br>C44 | C31 | C50 | 6 |
| 25 |                                 | Khoảng cách, góc                        |     |                  | C30 |     | 1 |
| 26 | Khối tròn<br>xoay               | Khối nón                                |     | C2               |     |     | 1 |
| 27 |                                 | Khối trụ                                |     | C10              |     |     | 1 |
| 28 |                                 | Mặt cầu ngoại tiếp<br>khối đa diện      |     |                  | C48 |     | 1 |
| 29 | Tổ hợp –<br>xác suất            | Tổ hợp – chỉnh hợp                      |     |                  |     |     | 0 |
| 30 |                                 | Xác suất                                |     |                  | C35 |     | 1 |
| 31 |                                 | Nhị thức Newton                         |     | C9               | C36 |     | 2 |
| 32 | CSC -<br>CSN                    | Xác định thành phần<br>CSC - CSN        |     |                  | C28 |     | 1 |
| 33 | PT - BPT                        | Bài toán tham số                        |     |                  |     |     | 0 |
| 34 | Hàm số<br>Đạo hàm               | Giới hạn                                |     |                  |     |     | 0 |
| 35 |                                 | Hàm số liên tục                         | C20 |                  |     |     | 1 |
| 36 |                                 | Tiếp tuyến                              |     | C23<br>C38       |     |     | 2 |
| 37 |                                 | Đạo hàm                                 |     |                  |     |     | 0 |
| 38 | PP tọa độ<br>trong mặt<br>phẳng | PT đường thẳng                          |     |                  |     |     | 0 |
| 39 | Lượng<br>giác                   | PT lượng giác                           |     |                  |     |     | 0 |
| 40 |                                 | BĐT Lượng giác                          |     |                  |     | C33 | 1 |

# NHẬN XÉT ĐỀ

## Mức độ đề thi: KHÁ

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan.

Kiến thức tập trung trong chương trình lớp 12, câu hỏi lớp 11 chiếm 14%. Không có câu hỏi thuộc kiến thức lớp 10.

Cấu trúc: thiếu kiến thức về số phức, tích phân - ứng dụng.

23 câu hỏi VD-VDC phân loại học sinh. 5 câu VDC.

Chủ yếu các câu hỏi ở mức thông hiểu.

Đề thi phân loại học sinh ở mức Khá..

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1-A  | 2-D  | 3-C  | 4-C  | 5-D  | 6-D  | 7-C  | 8-C  | 9-D  | 10-A |
| 11-A | 12-D | 13-C | 14-A | 15-D | 16-A | 17-B | 18-B | 19-B | 20-B |
| 21-D | 22-B | 23-B | 24-D | 25-B | 26-C | 27-C | 28-A | 29-A | 30-A |
| 31-B | 32-D | 33-B | 34-D | 35-A | 36-A | 37-A | 38-D | 39-A | 40-B |
| 41-C | 42-C | 43-C | 44-C | 45-D | 46-C | 47-D | 48-D | 49-B | 50-A |

**Câu 1: Chọn A.**

**Phương pháp:**

Sử dụng các tính chất của hàm mũ và hàm logarit để chọn đáp án đúng.

**Cách giải:**

Phát biểu sai là: Hàm số mũ  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .

Sửa lại: Hàm số mũ  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

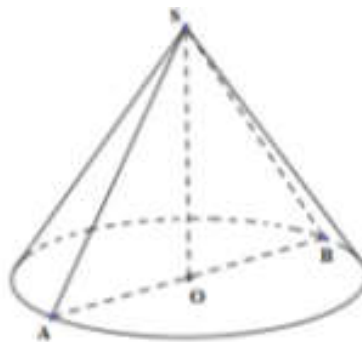
**Câu 2: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Thể tích khối nón:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

**Cách giải:**

$$\text{Tam giác SAB đều cạnh } a \Rightarrow \begin{cases} R = OA = OB = \frac{a}{2} \\ h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}.$$

**Câu 3: Chọn C.****Phương pháp:**

Tìm TXĐ của hàm số, sau đó tìm GTLN, GTNN của hàm số sau đó chọn đáp án đúng.

**Cách giải:**

TXĐ:  $D = [0; 1]$

$$y = \sqrt{x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1 - 2x}{2\sqrt{x - x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in [0; 1]$$

Hàm số đã cho liên tục trên  $[0; 1]$  có  $y(0) = y(1) = 0, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow$  Hàm số có GTNN là 0 và GTLN là  $\frac{1}{2}$  trên  $[0; 1]$ .

**Câu 4: Chọn C.****Phương pháp:**

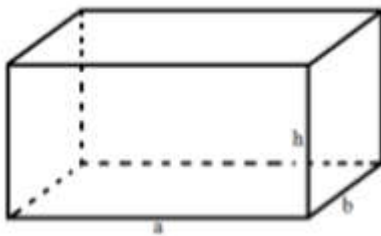
Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính  $r$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

**Cách giải:**

Thể tích khối cầu có bán kính bằng  $\frac{a}{2}$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$ .

**Câu 5: Chọn D.****Phương pháp:**

Công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật là:  $V = abh$ .

**Cách giải:**

Đổi  $1900000 \text{ lít} = 1900 \text{ m}^3$

Theo đề bài ta có:  $1900 = 50.19.h \Leftrightarrow h = 2(m)$

Vậy, độ sâu của hồ bơi lúc này là 2m.

**Câu 6: Chọn D.****Phương pháp:**

Ta có:  $x = x_0$  là điểm cực đại của hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases}$ .

**Cách giải:**

$$y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 5$$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 1$$

$$\Rightarrow y'' = 2x - 2(m-1).$$

$$\text{Hàm số đạt cực đại tại } x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ -2(m-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

**Câu 7: Chọn C.**

**Phương pháp:**

$$\text{Phương trình } a^x = b \ (a, b > 0, a \neq 1) \Leftrightarrow x = \log_a b.$$

**Cách giải:**

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2 - 7x + 5} = 1 \Leftrightarrow 2^{2x^2 - 7x + 5} = 2^0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

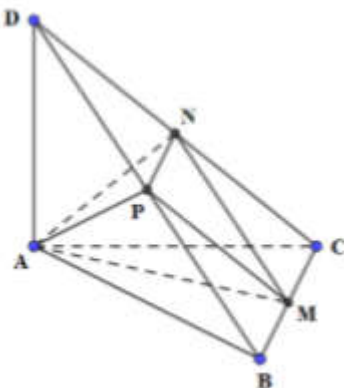
**Câu 8: Chọn C.**

**Phương pháp:**

+) Thể tích khối tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc và có độ dài các cạnh đó lần lượt là a, b, c là:

$$V = \frac{1}{6}abc$$

**Cách giải:**



$$\text{Thể tích khối tứ diện ABCD là: } V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 6a \cdot 5a \cdot 4a = 20a^3$$

Ta có:

$$\frac{V_{A,MNP}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta MNP} \cdot d_{A;BCD}}{\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta BCD} \cdot d_{A;BCD}} = \frac{S_{\Delta MCP}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{1}{4} \quad (\text{do } S_{\Delta DNP} = S_{\Delta MNC} = S_{\Delta BPM} = \frac{1}{4} S_{\Delta BCD})$$

$$\Rightarrow V_{A,MNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 20a^3 = 5a^3.$$

**Câu 9: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Áp dụng Công thức khai triển nhị thức Newton:  $(x+y)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i \cdot x^{n-i} \cdot y^i$ .

**Cách giải:**

$$\text{Ta có: } \left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7 = \sum_{i=0}^7 C_7^i (a^2)^{7-i} \cdot (b^{-1})^i$$

$$\Rightarrow \text{Số hạng thứ 5 trong khai triển ứng với } i = 4 \text{ và bằng } C_7^4 \cdot (a^2)^3 \cdot (b^{-1})^4 = 35a^6b^{-4}.$$

**Câu 10: Chọn A.**

**Phương pháp:**

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ:  $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi Rh$

Công thức tính diện tích toàn phần của hình trụ:  $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi Rh + 2\pi R^2$ .

**Cách giải:**

Hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp ba diện tích xung quanh nên ta có:

$$2\pi Rh + 2\pi R^2 = 3 \cdot 2\pi Rh \Leftrightarrow 2\pi R^2 = 4\pi Rh \Leftrightarrow R = 2h.$$

**Câu 11: Chọn A.**

**Phương pháp:**

Tập giá trị của hàm số  $y = \cos x$  là  $[-1; 1]$ .

**Cách giải:**

$$\text{Ta có: } -1 \leq \cos 3x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \cos^2 3x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq -2\cos^2 3x \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 3 - 2\cos^2 3x \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 3$$

Vậy  $\min y = 1$ ,  $\max y = 3$ .

**Câu 12: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Công thức lãi kép, không kỳ hạn:  $A_n = M(1 + r\%)^n$

Với:  $A_n$  là số tiền nhận được sau tháng thứ  $n$ ,

M là số tiền gửi ban đầu,  
 n là thời gian gửi tiền (tháng),  
 r là lãi suất định kì (%)

**Cách giải:**

Từ năm 2014 đến năm 2030 cách nhau số năm là:  $2030 - 2014 = 16$  năm

Dân số Việt Nam năm 2030:  $A_{16} = 90728900(1 + 1,05\%)^{16} \approx 107232574$  (người)

**Câu 13: Chọn C.**

**Phương pháp:**

Số đường chéo của đa giác có n đỉnh ( $n \in \mathbb{N}; n > 3$ ) là:  $C_2^n - n$

**Cách giải:**

Theo đề bài ta có:  $C_2^n - n = 135 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 135 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18(tm) \\ n = -15(ktm) \end{cases}$

Vậy  $n = 18$ .

**Câu 14: Chọn A.**

**Phương pháp:**

\* Định nghĩa tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a \Rightarrow y = a$  là TCN của đồ thị hàm số.

\* Định nghĩa tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Nếu  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  thì  $x = a$  là TCĐ của đồ thị hàm số.

**Cách giải:**

TXĐ:  $D = (-1; +\infty) \setminus \{1\}$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^3}}}{\frac{1}{x^2} - 1} = 0 \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có TCN là  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{1-x\sqrt{1+x}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{1-x\sqrt{1+x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1-x\sqrt{1+x}} = +\infty$$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số có TCD là  $x = 1, x = -1$

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

**Câu 15: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Xác định hàm số  $y = f(x)$  có:

+ TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

+  $y' \geq 0, \forall x$  và  $y' = 0$  tại hữu hạn điểm.

**Cách giải:**

$y = \tan x$ : loại, do  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

$y = \frac{x}{x+1}$ : loại, do  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$y = (x^2 - 1)^2 - 3x + 2$ : loại, do  $y' = 2.2x(x^2 - 1) - 3 = 4x^3 - 4x - 3$  có khoảng mang dấu dương, có khoảng mang dấu âm

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ : thỏa mãn, do:  $y' = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}(x^2 + 1)} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 16: Chọn A.**

**Phương pháp:**

TXĐ của hàm số  $y = \log_2 x$  là  $(0; +\infty)$ .

**Cách giải:**

ĐKXĐ:  $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$

TXĐ:  $D = (-2; 2)$ .

**Câu 17: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Quy tắc 1:

- Tìm TXĐ của hàm số.
- Tính  $f'(x)$ . Tìm các điểm mà tại đó  $f'(x)$  bằng 0 hoặc không xác định.
- Lập bảng xét dấu  $f'(x)$ .
- Đưa ra kết luận về cực trị.

Quy tắc 2:

- Tìm TXĐ của hàm số.

- Tính  $f'(x)$ . Giải phương trình  $f'(x) = 0$ , tìm các nghiệm  $x_i, i = 1, 2, 3 \dots$

- Tính  $f''(x)$  và  $f''(x_i)$ .

- Dựa vào dấu của  $f''(x_i)$  đưa ra kết luận về cực trị.

**Cách giải:**

$$+) y = -x^3 + 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số } y = -x^3 + 3x^2 + 1 \text{ có cực đại, cực tiểu.}$$

$$+) y = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \Rightarrow \text{Hàm số } y = x^3 + 3x + 1 \text{ không có cực trị.}$$

Vậy, khẳng định ở câu B là sai.

$$+) y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}, (D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}) \Rightarrow y' = -2 - \frac{1}{(x+2)^2} < 0, \forall x \in D \Rightarrow \text{Hàm số } y = -2x + 1 + \frac{1}{x+1} \text{ không}$$

có cực trị.

$$+) y = x - 1 + \frac{1}{x-1}, (D = \mathbb{R} \setminus \{1\}) \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in D \\ x = 2 \in D \end{cases}$$

Dễ dàng kiểm tra  $y'$  đổi dấu tại  $x = 0, x = 2 \Rightarrow$  Hàm số  $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$  có 2 cực trị.

**Câu 18: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Với  $a > 1: \log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y$

Với  $0 < a < 1: \log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$

**Cách giải:**

$$\text{Ta có: } \log_2 x > \log_2 (2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2x+1 \\ x > 0 \\ 2x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x > \log_2 (2x+1)$  là:  $S = \emptyset$ .

**Câu 19: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Tính giới hạn của hàm số khi  $x$  tiến đến âm vô cùng để tìm  $a$  và tính giá trị của hàm số tại  $x = 0$  để tìm  $b$ .

**Cách giải:**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, y(0) = -4 \Rightarrow a = -\infty; b = -4.$$

**Câu 20: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét và chọn đáp án đúng.

**Cách giải:**

Hàm số liên tục trên (1;4).

**Câu 21: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối chóp:  $V = \frac{1}{3}Sh$ .

**Cách giải:**

Giả sử hình chóp có chiều cao là  $h$  và cạnh đáy là  $a$ . Thể tích khối chóp là:  $V = \frac{1}{3}a^2.h$

Khi chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên 3 lần thì thể tích của khối chóp là:

$$V' = \frac{1}{3} \cdot (3a)^2 \cdot 3h = 27 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = 27V$$

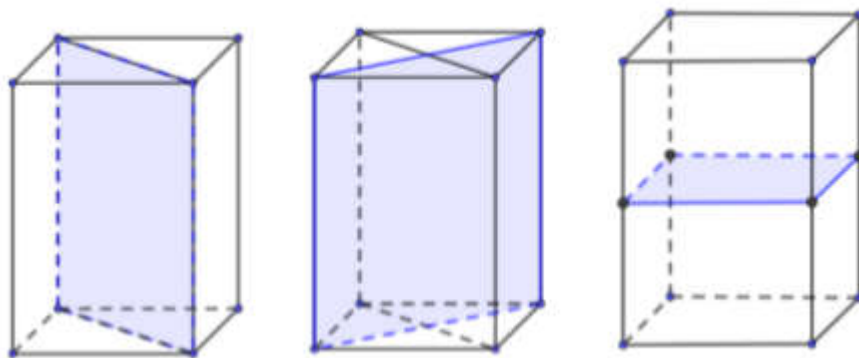
$\Rightarrow$  Thể tích tăng 27 lần.

**Câu 22: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Sử dụng lý thuyết khối đa diện để là bài toán.

**Cách giải:**



Hình đã cho có 3 mặt phẳng đối xứng.

**Câu 23: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $M(x_0; y_0)$  là:  $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$

Hai đường thẳng  $y = ax + b$  và  $y = a'x + b'$  vuông góc với nhau  $\Leftrightarrow a.a' = -1$ .

**Cách giải:**

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm,  $M(x_0; y_0), (x_0 < 0)$  là tiếp điểm. Do d vuông góc với đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$  nên d có hệ số góc bằng 3.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} \Rightarrow y' = x^2 - 1 \Rightarrow x_0^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2(ktm) \\ x_0 = -2(tm) \end{cases}$$

$$x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M(2; 0).$$

**Câu 24: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0, c \neq 0)$  có TĐĐ:  $x = \frac{-d}{c}$  và TCN:  $y = \frac{a}{c}$

Nếu  $ad-bc > 0$  thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

Nếu  $ad-bc < 0$  thì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**Cách giải:**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{1-x}$  có TĐĐ:  $x = 1$  và TCN:  $y = -1$  và đồng biến trên từng khoảng xác định do

$$1.1 - 1.(-1) = 2 > 0$$

$\Rightarrow$  Chọn đồ thị ở câu D.

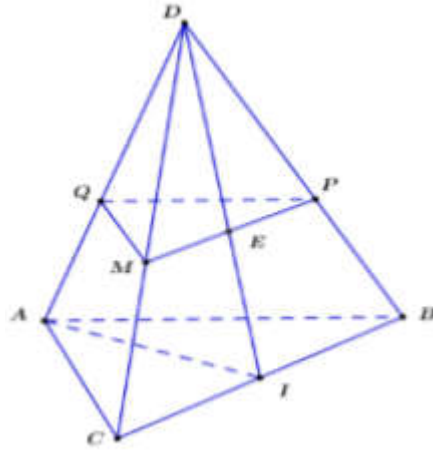
**Câu 25: Chọn B.**

**Phương pháp:**

+) Với (P), (Q), (R) là 3 mặt phẳng phân biệt, có  $\begin{cases} (P) // (Q) \\ (R) \cap (P) = a \Rightarrow a // b \\ (R) \cap (Q) = b \end{cases}$

+) Chứng minh hai mặt phẳng song song:  $\begin{cases} a, b // (P) \\ a, b \subset (Q) \Rightarrow (P) // (Q) \\ a \cap b = \{I\} \end{cases}$

**Cách giải:**



Ta có: 
$$\begin{cases} BC, AI // (\alpha) \\ BC, AI \subset (ABC) \Rightarrow (\alpha) // (ABC) \text{ hay } (MNP) // (ABC): (4) \text{ đúng} \\ BC \cap AI = I \end{cases}$$

Ta có: 
$$\begin{cases} (ACD) \cap (MNP) = MQ \\ (ACD) \cap (ABC) = AC \Rightarrow MQ // AC: (2) \text{ đúng} \\ (MNP) // (ABC) \end{cases}$$

Tương tự:  $MP // BC: (1) \text{ đúng}$

(3):  $PQ // AI: \text{sai}$  ( $PQ // AB$ , mà  $AB$  khác phương  $AI$ )

**Câu 26: Chọn C.**

**Phương pháp:**

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, (a, b > 0; a, b \neq 1)$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số dương:  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ .

**Cách giải:**

Do  $a, b, c > 1$  nên  $\log_a b, \log_c a, \log_b c > 0$

$$P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab) = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_c b$$

$$= (\log_a b + \log_b a) + (\log_a c + 4\log_c a) + (\log_b c + 4\log_c b)$$

$$= \left( \log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right) + \left( \frac{1}{\log_c a} + 4\log_c a \right) + \left( \log_b c + \frac{4}{\log_b c} \right)$$

$$\geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b}} + 2\sqrt{\frac{1}{\log_c a} \cdot 4\log_c a} + 2\sqrt{\log_b c \cdot \frac{4}{\log_b c}} = 2 + 4 + 4 = 10.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \log_a b = \frac{1}{\log_a b} \\ \frac{1}{\log_c a} = 4 \log_c a \\ \log_b c = \frac{4}{\log_c b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_c a = \frac{1}{2} \\ \log_b c = 2 \end{cases}$$

Vậy, đạt giá trị nhỏ nhất là 10 khi  $\log_b c = 2 \Rightarrow m = 10, n = 2 \Rightarrow m + n = 12$

**Câu 27: Chọn C.**

**Phương pháp:**

Đưa biểu thức P về hàm số 1 ẩn x.

Khảo sát, tìm GTNN của hàm số đó.

**Cách giải:**

x, y là hai số không âm thỏa mãn  $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x, (0 \leq x \leq 2)$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2 - x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5$$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5, x \in [0; 2]$  có:  $f'(x) = x^2 + 4x - 5 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(tm) \\ x = -5(ktm) \end{cases}$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[0; 2]$ , có  $f(0) = 5, f(1) = \frac{7}{3}, f(2) = \frac{17}{3} \Rightarrow \min_{[0; 2]} f(x) = f(1) = \frac{7}{3}$

$$\Rightarrow \min P = \frac{7}{3}.$$

**Câu 28: Chọn A.**

**Phương pháp:**

Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng  $\Leftrightarrow x + z = 2y$

Và số x, y, z lập thành một cấp số nhân  $\Leftrightarrow xz = y^2$ .

**Cách giải:**

Do 3 số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21 nên ta có

$$\begin{cases} x + z = 2y \\ x + y + z = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 14 \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - z \\ y = 7 \end{cases} \quad (1)$$

Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân nên ta có:  $(x + 2)(z + 9) = (y + 3)^2 \quad (2)$

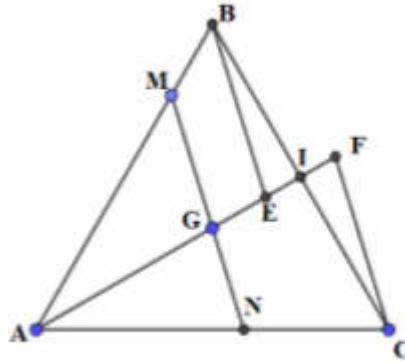
$$\text{Thay (1) vào (2) ta có: } (14 - z + 2)(z + 9) = (7 + 3)^2 \Leftrightarrow z^2 - 7z - 44 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 11 \\ z = -4 \end{cases}$$

$$z = 11 \Rightarrow z = 14 - 11 = 3 \Rightarrow F = x^2 + y^2 + z^2 = 3^2 + 7^2 + 11^2 = 179$$

$$z = -4 \Rightarrow x = 14 - (-4) = 18 \Rightarrow F = x^2 + y^2 + z^2 = 18^2 + 7^2 + (-4)^2 = 389.$$

**Câu 29: Chọn A.**

**Phương pháp:**



Cho tam giác đều ABC, G là trọng tâm tam giác ABC. Đường thẳng qua G cắt AB, AC lần lượt tại M, N.

Khi đó,  $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3$

Thật vậy, gọi I là trung điểm của BC, qua B, C kẻ các đường thẳng song song MN, cắt đường thẳng AI tại E, F.

Khi đó,  $\triangle BIE = \triangle CIF \Rightarrow IE = IF$

Ta có:

$$\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{AE}{AG} + \frac{AF}{AG} = \frac{AE + AF}{AG} = \frac{2 \cdot AI}{AG} = \frac{2 \cdot AI}{\frac{2}{3} AI} = 3 \quad (\text{do } IE = IF)$$

**Cách giải:**

Do SABC là tứ diện đều, G là trọng tâm tam giác ABC

$$\Rightarrow SG \perp (ABC)$$

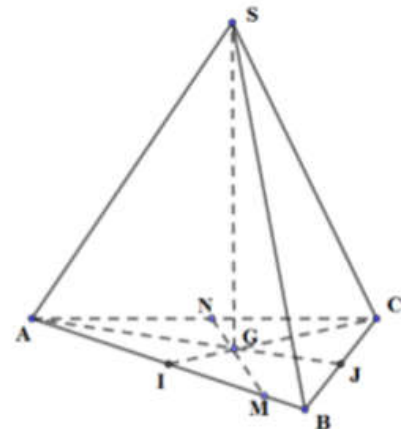
$$\Rightarrow \text{Thể tích khối tứ diện SAMN: } V = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{AMN}$$

+) Tam giác ABC đều, cạnh bằng 1

$$\Rightarrow AJ = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3} \cdot AJ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Tam giác SAG vuông tại } G \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

+) Diện tích tam giác AMN:





Kẻ  $GI \parallel BC$  ( $I \in BD$ ),  $GH \perp A'I$  ( $H \in A'I$ )

+) ta có:  $C'N \parallel (A'MB)$  (do  $C'N \parallel MB$ )

$$\Rightarrow d(C'; (A'BM)) = d(N; (A'BM))$$

Mà  $GN \parallel (A'BM)$  (do  $GN \parallel A'M$ )

$$\Rightarrow d(N; (A'BM)) = d(G; (A'BM)) \Rightarrow d(C'; (A'BM)) = d(G; (A'BM))$$

+) Ta có:  $BD \parallel AN$ ,  $AN \parallel A'M \Rightarrow BD \parallel A'M \Rightarrow A', M, B, D$  đồng phẳng

$$+) \begin{cases} BD \perp GI \text{ (do } ANBD \text{ là HCN)} \\ BD \perp A'G \text{ (do } A'G \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'GI) \Rightarrow BD \perp GH$$

$$\text{Mà } A'I \perp GH \Rightarrow GH \perp (A'MB) \Rightarrow d(G; (A'BM)) = GH$$

+) Tính GH:

$$\Delta ABC \text{ đều, cạnh } a \Rightarrow AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{2}{3} AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta AA'G \text{ vuông tại } G \Rightarrow A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{11}{3}}a$$

$$GNBI \text{ là hình chữ nhật} \rightarrow GI = NB = \frac{a}{2}$$

$$\Delta A'GI \text{ vuông tại } G, GH \perp A'I \Rightarrow \frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GI^2} + \frac{1}{A'G^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{11}{3}a^2} = \frac{47}{11a^2} \Rightarrow GH = \sqrt{\frac{11}{47}}a$$

$$\Rightarrow d(C'; (A'BM)) = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{47}}a$$

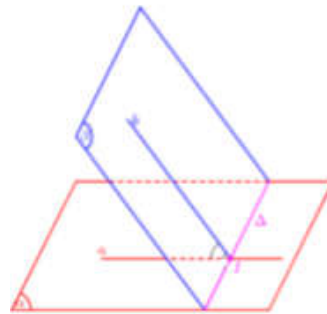
### Câu 31: Chọn B.

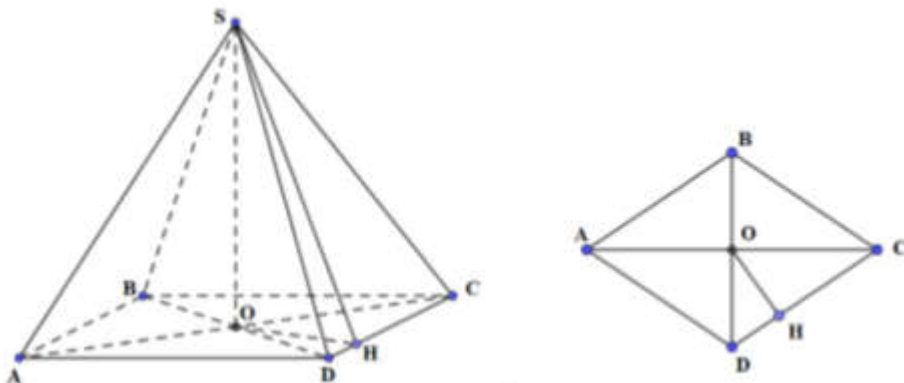
#### Phương pháp:

Xác định góc giữa hai mặt phẳng  $\alpha, \beta$ :

- Tìm giao tuyến  $\Delta$  của  $\alpha, \beta$ .
- Xác định 1 mặt phẳng  $\gamma \perp \Delta$ .
- Tìm các giao tuyến  $a = (\alpha) \cap (\gamma), b = (\beta) \cap (\gamma)$ .
- Góc giữa hai mặt phẳng  $\alpha, \beta$ :  $\angle \alpha; \beta = \angle a; b$ .

#### Cách giải:





Kẻ  $OH \perp CD, (H \in CD)$ . Ta có:  $\begin{cases} CD \perp OH \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow \angle((SCD); (ABCD)) = \angle SHO = 60^\circ$

ABCD là hình thoi tâm O,  $\angle BAD = 60^\circ \Rightarrow \triangle BCD$  đều,  $OH = \frac{1}{2}(B; CD) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$\triangle SOH$  vuông tại O  $\Rightarrow SO = OH \cdot \tan \angle H = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$

Diện tích hình thoi ABCD:  $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Tính thể tích khối chóp S.ABCD:  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 32: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Diện tích xung quanh của hình nón:  $S_{xq} = \pi rl$

Diện tích toàn phần của hình nón:  $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$

**Cách giải:**

Miếng tôn hình tròn có diện tích:  $\pi \cdot 70^2 = 4900\pi (cm^2)$

Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình nón lần lượt là  $r, h (r, h > 0)$ .

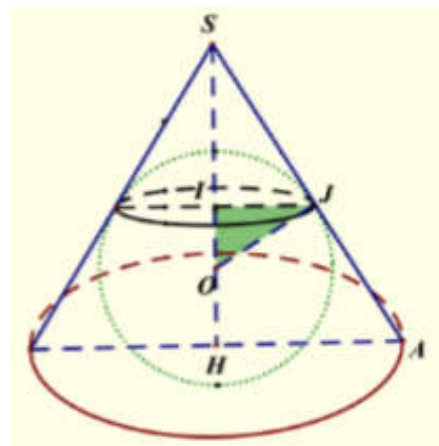
Khi đó ta có:  $SA = \sqrt{r^2 + h^2}$ .

$\Rightarrow$  Diện tích toàn phần của hình nón là:  $S_{tp} = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ .

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2} = 4900\pi \Leftrightarrow r \sqrt{r^2 + h^2} = 4900 - r^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 (r^2 + h^2) = 4900^2 - 2 \cdot 4900 r^2 + r^4 \Leftrightarrow r^2 = \frac{4900^2}{h^2 + 9800}$$



Thể tích của khối nón là:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{4900^2}{h^2 + 9800} \cdot h = \frac{4900^2 \pi}{3} \cdot \frac{h}{h^2 + 9800}$

$\Rightarrow V$  đạt Max  $\Leftrightarrow f'(h) = \frac{h^2 + 9800}{h}$  đạt Min.

Ta có:  $f'(h) = \frac{2h^2 - h^2 - 9800}{h^2} = \frac{h^2 - 9800}{h^2}$

$\Rightarrow f'(h) = 0 \Leftrightarrow h^2 = 9800 \Leftrightarrow h = 70\sqrt{2} \text{ cm.}$

$\Rightarrow r^2 = \frac{4900^2}{h^2 + 9800} = \frac{4900^2}{9800 \cdot 2} = 1225 \text{ cm}$

$\Rightarrow r = \sqrt{1225} = 35 \text{ cm.}$

Vậy, hình nón có bán kính đáy là: 35cm.

**Câu 33: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Áp dụng bất đẳng thức:  $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}, (x, y, a, b > 0)$ , đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ .

**Cách giải:**

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x} \geq \frac{(\sin^2 x + \cos^2 y)^2}{x+y} \geq \frac{1}{x+y} \quad (1)$$

Ta có:  $\cos 2x + \cos 2y + 2 \sin(x+y) = 2 \Leftrightarrow 2 \cos(x+y) \cdot \cos(x-y) + 2 \sin(x+y) = 2$

$\Leftrightarrow \cos(x+y) \cdot \cos(x-y) = 1 - \sin(x+y)$

Mà  $1 - \sin(x+y) \geq 0, \forall x, y; \cos(x-y) > 0, \forall x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos(x+y) \geq 0$

$\Rightarrow 0 < x+y \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{x+y} \geq \frac{2}{\pi} \quad (2)$

Từ (1), (2), suy ra:  $P \geq \frac{2}{\pi}, \forall x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi 
$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x}{y} = \frac{\cos^2 y}{x} \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1 \Rightarrow x = y = \frac{\pi}{4} \\ x + y = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Vậy  $P_{\min} = \frac{2}{\pi}$  khi và chỉ khi  $x = y = \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 34: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm, áp dụng định lí Vi-ét.

**Cách giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:  $\frac{x}{1-x} = mx - m - 1, (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow x = mx - m - 1 - mx^2 + mx + x \Leftrightarrow mx^2 - 2mx + m + 1 = 0 \quad (1)$$

Để (C) cắt d tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ m \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - m(m+1) > 0 \Leftrightarrow m < 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases}$$

Khi đó, giả sử  $x_1, x_2$  là nghiệm của (1), áp dụng định lý Vi-ét ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m+1}{m} \end{cases}$

$$\text{Tọa độ giao điểm là: } A(x_1; mx_1 - m - 1), B(x_2; mx_2 - m - 1) \Rightarrow \begin{cases} \overline{AM} = (x_1 + 1; mx_1 - m - 2) \\ \overline{AN} = (x_2 + 1; mx_2 - m - 2) \end{cases}$$

$$\text{Gọi I là trung điểm của MN} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_I = \frac{mx_1 - m - 1 + mx_2 - m - 1}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(1; -1)$$

$$\text{Ta có: } AM^2 + AN^2 = (\overline{AI} + \overline{IM})^2 + (\overline{AI} + \overline{IN})^2 = 2AI^2 + 2\overline{AI} \cdot (\overline{IM} + \overline{IN}) + IM^2 + IN^2 = 2AI^2 + \frac{1}{2}MN^2$$

Do vậy,  $(AM^2 + AN^2)_{\min}$  khi và chỉ khi  $MN_{\min}$ .

$$\text{Ta có: } \overline{MN} = (x_2 - x_1; mx_2 - mx_1) \Rightarrow MN = \sqrt{(1+m^2)(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(1+m)^2((x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2)}$$

$$= \sqrt{(1+m^2)\left(4 - \frac{4(m+1)}{m}\right)} = \sqrt{\frac{-4(1+m^2)}{m}} = \sqrt{\frac{4}{(-m)} + (-4m)} \geq \sqrt{2 \cdot \sqrt{\frac{4}{-m}} \cdot (-4m)} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow MN_{\min} = 2\sqrt{2} \text{ khi và chỉ khi } \frac{4}{-m} = -4m \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(ktm) \\ m = -1(tm) \end{cases}$$

Vậy để  $(AM^2 + AN^2)_{\min}$  thì  $m = -1$ .

**Câu 35: Chọn C.****Phương pháp:**

Xác suất của biến cố A:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ .

**Cách giải:**

Số phần tử của không gian mẫu:  $n(\Omega) = (24!)^4$

Gọi A : “bạn Nam có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí”

Chọn 2 lượt thi mà Nam ngồi trùng vị trí có:  $C_4^2$  cách.

Trong 2 lượt đó, lượt đầu: Nam có 24 cách chọn vị trí, có 23! cách xếp vị trí cho 23 thí sinh còn lại; lượt sau: Nam có 1 cách chọn vị trí, có 23! cách xếp vị trí cho 23 thí sinh còn lại.

Ở 2 lượt còn lại: Số cách xếp:  $A_{23}^2 \cdot (23!)^2$

$$\Rightarrow n(A) = (24 \cdot 23!) \cdot (1 \cdot 23!) \cdot (A_{23}^2 \cdot (23!)^2) = (23!)^4 \cdot 24 \cdot 22$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_4^2 \cdot (23!)^4 \cdot 24 \cdot 22}{(24!)^4} = \frac{6 \cdot 23 \cdot 22}{24 \cdot 24 \cdot 24} = \frac{253}{1152}.$$

**Câu 36: Chọn A.****Phương pháp:**

Áp dụng công thức khai triển nhị thức Newton:  $(x + y)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i \cdot x^i \cdot y^{n-i}$ .

**Cách giải:**

$$\text{Xét } (1+x)^{2n+1} = \sum_{i=0}^{2n+1} C_{2n+1}^i x^i \Rightarrow (1+x)^{2n+1} = (2n+1)(1+x)^{2n} = \sum_{i=1}^{2n+1} i \cdot C_{2n+1}^i x^{i-1}$$

$$\text{Chọn } x = -2 \text{ ta có: } (2n+1)(1-2)^{2n} = C_{2n+1}^1 - 2 \cdot 2C_{2n+1}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n C_{2n+1}^{2n+1}$$

$$\Rightarrow 2n+1 = 2005 \Leftrightarrow 2n = 2004 \Leftrightarrow n = 1002.$$

**Câu 37: Chọn A.****Cách giải:**

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = x^3 - mx + 1, f'(x) = 3x^2 - m$$

Nhận xét: Đồ thị hàm số  $y = |f(x)| = |x^3 - mx + 1|$  được dựng từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  bằng cách giữ lại phần đồ thị phía trên trục Ox và lấy đối xứng phần phía dưới Ox qua Ox (xóa bỏ phần đồ thị của  $y = f(x)$  nằm phía dưới Ox).

TH1: Với  $m = 0$  ta có. Hàm số  $y = f(x) = x^3 + 1$  đồng biến trên R

Có  $f(1) = 2 > 0 \Rightarrow$  Hàm số  $y = |f(x)| = |x^3 - mx + 1|$  đồng biến trên  $[1; +\infty)$

$\Rightarrow m = 0$ : thỏa mãn.

TH2: Với  $m > 0$  ta có:

$f'(x) = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ )

|      |           |       |     |       |           |     |
|------|-----------|-------|-----|-------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $x_1$ |     | $x_2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ |           | $+$   | $0$ | $-$   | $0$       | $+$ |
| $y$  |           |       |     |       |           |     |

Để hàm số  $y = |x^3 - mx + 1|$  đồng biến trên  $[1; +\infty)$  thì  $\begin{cases} m > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 1 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{-m}{3} + 1 \geq 0 \\ 2 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 2$

Mà  $n \notin \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$

Vậy,  $S = \{0; 1; 2\}$ . Số phần tử của S là 3.

**Câu 38: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $M(x_0; y_0)$  là:  $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$

**Cách giải:**

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x$

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm,  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm

Do d song song với đường thẳng  $y = 9x - 29$  nên d có hệ số góc bằng 9  $\Rightarrow y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 9$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

$$x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow (d): y = 9(x + 1) + 0 \Leftrightarrow y = 9x + 9(tm)$$

$$x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow (d): y = 9(x - 3) - 2 \Leftrightarrow y = 9x - 29(ktm)$$

**Câu 39: Chọn A.**

**Phương pháp:**

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt  $\Leftrightarrow ptf(x) = 0$  có ba nghiệm phân biệt.

**Cách giải:**

Đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2^{2018}x^3 + 3 \cdot 2^{2018}x^2 - 2018$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$

$$\Rightarrow \text{Đặt } f(x) = 2^{2018}(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

$$f'(x) = 2^{2018}[(x-x_2)(x-x_3) + (x-x_1)(x-x_3) + (x-x_1)(x-x_2)]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x_1) = 2^{2018}(x-x_2)(x-x_3) \\ f'(x_2) = 2^{2018}(x-x_1)(x-x_3) \\ f'(x_3) = 2^{2018}(x-x_1)(x-x_2) \end{cases}$$

$$P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)} = \frac{1}{2^{2018}} \left( \frac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + \frac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + \frac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \right)$$

$$= \frac{1}{2^{2018}} \cdot \frac{-(x_2-x_3) - (x_3-x_1) - (x_1-x_2)}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_3-x_1)} = \frac{1}{2^{2018}} \cdot \frac{0}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_3-x_1)} = 0.$$

Vậy  $P = 0$ .

**Câu 40: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Sử dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp.

**Cách giải:**

Ta có:

$$y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4m^2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \\ x = -m \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì  $m \neq 0$ .

Khi đó, tọa độ ba điểm cực trị là:  $A(0; m^4 + 5), B(-m; 5), C(m; 5)$

Dễ dàng chứng minh:  $\triangle ABO = \triangle ACO \Rightarrow \angle B = \angle C$

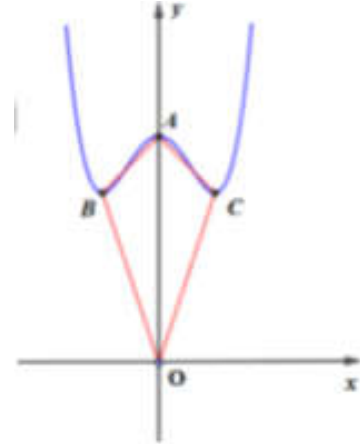
Mà tứ giác ABOC nội tiếp, nên  $\angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle B = \angle C = 90^\circ$

$$\text{Khi đó, } \overline{AB} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow (-m) \cdot (-m) + (-m^4) \cdot 5 = 0 \Leftrightarrow -5m^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2(1 - 5m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (ktm) \\ m = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} (tm) \end{cases}$$

Vậy tập hợp S tất cả các giá trị của tham số  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài có 2 phần tử là  $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 41: Chọn C.**

**Phương pháp:**



Ba số a, b, c lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi  $a + c = 2b$ .

**Cách giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C_m)$  với Ox:  $x^4 - (3m + 4)x^2 + m^2 = 0$  (1)

Đặt  $x^2 = t, (t \geq 0)$ , phương trình (1) trở thành  $t^2 - (3m + 4)t + m^2 = 0$  (2)

Để  $(C_m)$  cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt thì (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 3m + 4 > 0 \\ m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m + 4)^2 - 4m^2 > 0 \\ m > -\frac{4}{3} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ m > -\frac{4}{3} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m < -4 \\ m > -\frac{4}{3} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Khi đó, phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt  $t_1, t_2 (t_1 < t_2)$ , dẫn tới (1) có 4 nghiệm phân biệt sắp xếp tăng dần như sau:  $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$

Để dãy số trên là dãy cấp số cộng thì  $\begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow 3\sqrt{t_1} = \sqrt{t_2} \Leftrightarrow 9t_1 = t_2$

Theo hệ thức Vi-ét ta có:  $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3m + 4 \\ t_1 t_2 = m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 9t_1 = 3m + 4 \\ t_1 \cdot 9t_1 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3m + 4}{10} \\ t_1 = \frac{|m|}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{3m + 4}{10} = \frac{|m|}{3} \quad (3)$

+) Với  $m > 0$ :  $(3) \Leftrightarrow 9m + 12 = 10m \Leftrightarrow m = 12$  (tm)

+) Với  $m < 0$ :  $(3) \Leftrightarrow 9m + 12 = -10m \Leftrightarrow m = -\frac{12}{19}$  (tm)

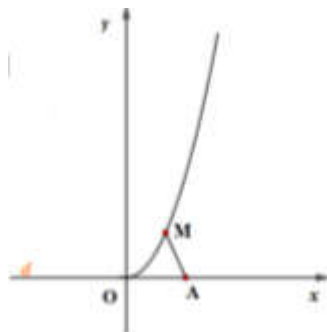
Vậy  $m = 12$  hoặc  $m = -\frac{12}{19}$ .

**Câu 42: Chọn C.**

**Phương pháp:**

Gắn hệ trục tọa độ, xác định tọa độ điểm M trên parabol  $y = x^2$  để độ dài đoạn AM nhỏ nhất.

**Cách giải:**



Lấy  $M(m; m^2) \in (P): y = x^2, (m \geq 0)$

Ta có:  $A(3; 0) \Rightarrow AM = \sqrt{(m-3)^2 + m^4} \Leftrightarrow AM^2 = (m-3)^2 + m^4$

Xét hàm số:

$$f(m) = (m-3)^2 + m^4, m \geq 0 \Rightarrow f'(m) = 2(m-3) + 4m^3 = 4m^3 + 2m - 6$$

$$f'(m) = 12m^2 + 2 > 0, \forall m \Rightarrow f'(m) = 0 \text{ có nghiệm duy nhất } m = 1$$

Ta có bảng biến thiên sau:

|         |   |   |           |
|---------|---|---|-----------|
| $m$     | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(m)$ | - | 0 | +         |
| $f(m)$  | 9 | 5 | $+\infty$ |

$$\Rightarrow AM_{\min} = \sqrt{5}(\text{hm}) = 100\sqrt{5}(m).$$

**Câu 43: Chọn C.**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức:  $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ .

Giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ.

**Cách giải:**

$$\text{Đặt } \log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} a = 16^t \\ b = 20^t \\ 2a-b = 3.25^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2.16^t - 20^t = 3.25^t (1) \\ \frac{a}{b} = \left(\frac{4}{5}\right)^t \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^t - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^t = -1 < 0 \\ \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 < T < 2.$$

**Câu 44: Chọn C.**

**Phương pháp:**

Thể tích khối lập phương cạnh a là :  $V = a^3$

**Cách giải:**

Khối lập phương có các đỉnh lần lượt là trọng tâm các mặt của khối bát diện đều cạnh a có độ dài cạnh là

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Thể tích cần tìm là : } V = x^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

**Câu 45: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Giả sử anh A nợ ngân hàng M ngàn đồng), mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng a ngàn đồng, lãi suất ngân hàng là r (%). Số tiền anh A còn nợ ngân hàng :

$$+ \text{ Sau tháng thứ 1 là: } M_1 = M - a1 + r$$

$$+ \text{ Sau tháng thứ 2 là: } M_2 = |M - a1 + r - a|1 + r = M - a1 + r^2 - a1 + r$$

$$+ \text{ Sau tháng thứ 3 là: } M_3 = |M - a1 + r^2 - a1 + r - a|1 + r = M - a1 + r^3 - a1 + r^2 - a1 + r$$

+ sau tháng thứ 4 là:

$$M_4 = |M - a1 + r^3 - a1 + r^2 - a1 + r - a|1 + r = M - a1 + r^4 - a1 + r^3 - a1 + r^2 - a1 + r$$

.....

$$+ \text{ Sau tháng thứ n là: } M_n = M - a1 + r^n - a|1 + r^{n-1} + 1 + r^{n-2} + \dots + 1 + r| = M1 + r^n - a \frac{1 + r^n - 1}{r}$$

**Cách giải:**

Số tiền sinh viên A còn nợ sau 1 năm đầu là:  $M_{12} = 20000 \cdot 1 + 1,2\%^{12} - 800 \cdot \frac{1 + 1,2\%^{12} - 1}{1,2\%} \approx 12818$  (nghìn đồng)

Gọi n là số tháng (tính từ năm thứ hai) mà sinh viên A trả được hết nợ, ta có:

$$N_n = 12818.1 + 1,5\%^n - 1000 \cdot \frac{1 + 1,5\%^n - 1}{1,5\%} = 0$$

$$\Leftrightarrow 12818.1,5\% + 1,5\%^n - 1000.1 + 1,5\%^n + 1000 = 0$$

$$\Leftrightarrow -807,73.1 + 1,5\%^n + 1000 = 0$$

$$\Leftrightarrow n \approx \log_{1,015} \frac{1000}{807,73} \approx 14,3.$$

Vậy, số tháng để sinh viên A trả hết nợ là:  $12 + 15 = 27$  (tháng)

**Câu 46: Chọn C.**

**Cách giải:**

Xét hàm số  $h(x) = f(x) - g(x)$ , ta có:  $h'(x) = f'(x) - g'(x)$

Dựa vào đồ thị ta có: 
$$\begin{cases} h'(x) = f'(x) - g'(x) < 0, \forall x \in (0; 2) \\ h'(x) = f'(x) - g'(x) > 0, \forall x \in (2; 6) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên sau:

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| $x$     | 0      | 2      | 6      |
| $h'(x)$ | -      | 0      | +      |
| $h$     | $h(0)$ | $h(2)$ | $h(6)$ |

Lại có:  $f(0) - f(6) < g(0) - g(6) \Leftrightarrow f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6)$

$$\Rightarrow \min_{[0;6]} h(x) = h(2); \max_{[0;6]} h(x) = \max \{h(0); h(6)\} = h(6).$$

**Câu 47: Chọn D.**

**Phương pháp:**

Lượng thức ăn mà trang trại ăn hết ở ngày thứ  $k$  là:  $M(1 + 4\%)^{k-1}, k \in \mathbb{N}^*$

**Cách giải:**

Theo dự định, mỗi ngày, trang trại ăn hết  $1:100 = \frac{1}{100}$  (lượng thức ăn)

Lượng thức ăn mà trang trại ăn hết ở ngày thứ  $k$  là:  $\frac{1}{100}(1 + 4\%)^{k-1}, k \in \mathbb{N}^*$

Xác định số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất để  $\frac{1}{100} + \frac{1}{100}(1 + 4\%) + \frac{1}{100}(1 + 4\%)^2 + \dots + \frac{1}{100}(1 + 4\%)^{n-1} \geq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{100} + \frac{1}{100} \cdot 1,04 + \frac{1}{100} \cdot 1,04^2 + \dots + \frac{1}{100} \cdot 1,04^{n-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{100}(1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1}) \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{100} \cdot \frac{1,04^{n-1} - 1}{1,04 - 1} \geq 1 \Leftrightarrow 1,04^{n-1} - 1 \geq 4 \Leftrightarrow n - 1 \geq \log_{1,04} 5 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,04} 5 + 1 \Leftrightarrow n \geq 42,03 \Rightarrow n_{\min} = 43.$$

Vậy thực tế lượng thức ăn dự trữ đó sẽ hết sau khoảng 43 ngày.

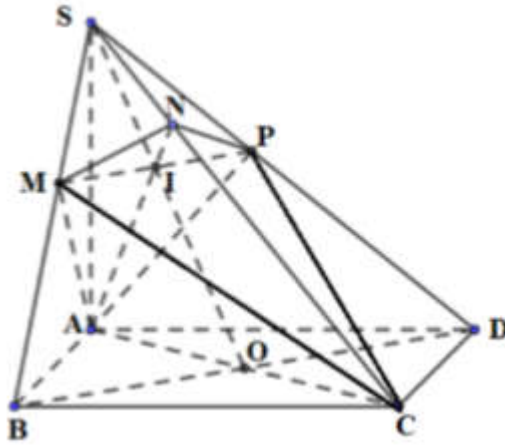
**Câu 48: Chọn D.**

**Phương pháp:**

+ Chứng minh: O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện CMNP (với O là tâm của hình vuông ABCD)

+ Thể tích khối cầu có bán kính r là:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

**Cách giải:**



Gọi O là tâm của hình vuông ABCD  $\Rightarrow O$  là trung điểm của AC.

Ta có:  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AP$

$\begin{cases} SC \perp AP (do SC \perp (\alpha)) \\ CD \perp AP \end{cases} \Rightarrow AP \perp (SCD) \Rightarrow AP \perp CP \Rightarrow \triangle APC \text{ vuông tại } P \Rightarrow OA = OC = OP$

Tương tự, ta có:  $\triangle AMC$  vuông tại  $M \Rightarrow OA = OC = OM$

Lại có:  $SC \perp AN (do SC \perp (\alpha)) \Rightarrow \triangle ANC$  vuông tại N

$\Rightarrow OA = OC = ON$

$\Rightarrow OA = OC = OP = OM = ON \Rightarrow O$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện CMNP

Bán kính:  $R = OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện CMNP là:  $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$ .

**Câu 49: Chọn B.**

**Phương pháp:**

Giải phương trình bằng phương pháp xét hàm số.

**Cách giải:**

$$\text{ĐKXD: } x \neq \frac{1}{2}, x > 0$$

$$\text{Ta có: } \log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x \Leftrightarrow \log_7 (4x^2 - 4x + 1) - \log_7 (2x) + 4x^2 + 1 = 6x$$

$$\Leftrightarrow \log_7 (4x^2 - 4x + 1) + 4x^2 - 4x + 1 = \log_7 (2x) + 2x \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \log_7 t + t, t > 0 \text{ có } f'(t) = \frac{1}{t \cdot \ln 7} + 1 > 0, \forall t > 0$$

$\Rightarrow$  Hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$

$$\text{Khi đó, } (1) \Leftrightarrow f(4x^2 - 4x + 1) = f(2x) \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 2x \Leftrightarrow 4x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} (tm) \\ x = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} (tm) \end{cases}$$

$$\text{TH1: } x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{4}; x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \Rightarrow x_1 + 2x_2 = \frac{9 - \sqrt{5}}{4} = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}): \text{ Vô lí}$$

$$\text{TH2: } x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{4}; x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \Rightarrow x_1 + 2x_2 = \frac{9 + \sqrt{5}}{4} = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 14.$$

**Câu 50: Chọn A.**

**Phương pháp:**

Thể tích khối trụ:  $V = \pi R^2 h$

Thể tích khối lăng trụ:  $V = Sh$

**Cách giải:**

Dựng hình lăng trụ  $MP'NQ'.M'PN'Q$  (như hình vẽ)

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, ta có: } V_{MNPQ} &= V_{MP'NQ'.M'PN'Q} - (V_{P.MNP'} + V_{Q.MNQ'} + V_{M.M'PQ} + V_{N.N'PQ}) = V_{MP'NQ'.N'PN'Q} - 4.V_{P.MNP'} \\ &= V_{MP'NQ'.PN'Q} - 4 \cdot \frac{1}{2} V_{P.MQ'NP'} = V_{MP'NQ'.M'PN'Q} - 2V_{P.MQ'NP'} \\ &= V_{MP'NQ'.PN'Q} - 2 \cdot \frac{1}{3} V_{MP'NQ'.PN'Q} \\ &= \frac{1}{3} V_{MP'NQ'.PN'Q}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} V_{MP'NQ'.PN'Q} = 36(dm^3) \Leftrightarrow V_{MP'NQ'.PN'Q} = 108(dm^3)$$

Do  $MN \perp PQ, PQ // P'Q'$  nên  $MN \perp P'Q' \Rightarrow MP'NQ'$  là hình vuông

$$\text{Ta có: } MN = 60\text{cm} \Rightarrow \begin{cases} MQ = \frac{60}{\sqrt{2}} = 30\sqrt{2}(\text{cm}) = 3\sqrt{2}(\text{dm}) \\ OM = \frac{60}{2} = 30(\text{cm}) = 3(\text{dm}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{MP'NQ'} = (3\sqrt{2})^2 = 18(\text{dm}^2)$$

$$V_{MP'NQ'.PN'Q} = S_{MP'NQ'}.h \Rightarrow 18h = 108 \Leftrightarrow h = 6(\text{dm})$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi R^2 h = \pi \cdot OM^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi(\text{dm}^3)$$

$$\text{Thể tích của lượng đá bị cắt bỏ là: } 54\pi - 36 \approx 133,6(\text{dm}^3).$$

