

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

A- TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-3x}} + \sqrt{2x-1}$ là:

- A. $\left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ B. $\left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$ C. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $|x-1| < x+1$ là:

- A. $(0;1)$ B. $(1;+\infty)$ C. $(0;+\infty)$ D. $[0;+\infty)$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

- A. $\emptyset$ B. $\mathbb{R}$ C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ D. $(-1; 3)$

Câu 4: Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo (rad) của cung có độ dài là 3cm:

- A. 0,5. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 5: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57cm và kim phút dài 13,34cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là:

- A. 2,77cm. B. 2,78cm. C. 2,76cm. D. 2,8cm.

Câu 6: Rút gọn biểu thức sau $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

- A. $A = 2$ B. $A = 1$ C. $A = 4$ D. $A = 3$

Câu 7: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của d là :

- A. $x + 2y - 2 = 0$ B. $x + 2y + 2 = 0$ C. $2x + y + 1 = 0$ D. $2x + y - 1 = 0$

Câu 8: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; -1) và B(1 ; 5)

- A. $3x - y + 6 = 0$ B. $3x + y - 8 = 0$ C. $-x + 3y + 6 = 0$ D. $3x - y + 10 = 0$

Câu 9: Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) đi qua điểm A(-1 ; 2) và vuông góc với đường thẳng $\Delta : 2x - y + 4 = 0$.

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + -2t \end{cases}$

Câu 10: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1 : x + 2y - 7 = 0$ và $\Delta_2 : 2x - 4y + 9 = 0$.

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$

Câu 11: Một đường tròn có tâm I(3 ; -2) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : x - 5y + 1 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?

- A. 6 B. $\sqrt{26}$ C. $\frac{14}{\sqrt{26}}$ D. $\frac{7}{13}$

Câu 12: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta : 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 9 = 0$.

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ và $m = -3$

C. $m = 3$

D. $m = 15$ và $m = -15$.

B. TỰ LUẬN

Câu 1. 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$.

2. Giải bất phương trình $\frac{x^2 + 3x + 8}{x^2 + 5x + 6} > 1$.

Câu 2 . Cho $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin 2\alpha$.

Câu 3 . Cho $f(x) = (m-2)x^2 - 2(2-m)x + 2m-1$, với m là tham số.

1. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = 0$ nhận $x = -2$ làm nghiệm.
2. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ được xác định với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$

Câu 4 . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2), B(2;1)$.

1. Viết phương trình đường thẳng AB .
2. Chứng minh tập hợp các điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn $2MB^2 = 11 + 3MA^2$ là một đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn đó, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 5 = 0$.
3. Viết phương trình đường thẳng d , biết d đi qua điểm A và cắt tia Ox, Oy thứ tự tại M, N sao cho tam giác OMN có diện tích nhỏ nhất.

Câu 5 . Giải phương trình $x + 3 - \sqrt{14x - 15} = \frac{1 - \sqrt{10x - 19}}{1 - x}$.

———— Hết ————

Ghi chú:

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM
(Đáp án, biểu điểm gồm 03 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1.1 (1,5 điểm)	1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2x - y - 1 = 0 & (2) \end{cases}$	
	Từ (1) $y = 2x$, thế vào (2) ta được phương trình $5x^2 - 4x - 1 = 0$	0,50
	$\Leftrightarrow x = 1; x = -\frac{1}{5}$	0,50
	Với $x = 1 \Rightarrow y = 2$; $x = -\frac{1}{5} \Rightarrow y = -\frac{2}{5}$	
	Vậy hệ phương trình có tất cả các nghiệm $(x; y)$ là $(1; 2), (-\frac{1}{5}; -\frac{2}{5})$.	0,50
Câu 1.2 (1,5 điểm)	2. Giải bất phương trình $\frac{x^2 + 3x + 8}{x^2 + 5x + 6} > 1$.	
	ĐKXD: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{cases}$	0,25
	Với ĐKXD bất phương trình tương đương với: $\frac{-2x + 2}{x^2 + 5x + 6} > 0$	0,25
	*TH1: $\begin{cases} -2x + 2 > 0 \\ x^2 + 5x + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x < -3 \text{ hoặc } x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$	0,50
	*TH2: $\begin{cases} -2x + 2 < 0 \\ x^2 + 5x + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -3 < x < -2 \end{cases} \text{ (VN)}$	0,25
	Vậy tập nghiệm của hệ là $S = (-\infty; -3) \cup (-2; 1)$.	0,25
Câu 2 (1,0 điểm)	Cho $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin 2\alpha$.	
	Có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \left(\frac{5}{13}\right)^2$	0,25
	Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$	0,50
	Vậy $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{120}{169}$	0,25
Câu 3 (2,0 điểm)	Cho $f(x) = (m-2)x^2 - 2(2-m)x + 2m-1$, với m là tham số. 1. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = 0$ nhận $x = -2$ làm nghiệm. 2. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ được xác định với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$.	
3.1	Phương trình $f(x) = 0$ nhận $x = -2$ làm nghiệm khi và chỉ khi $f(-2) = 0$	0,50

(1,0 điểm)	$\Leftrightarrow (m-2)(-2)^2 - 2(2-m)(-2) + 2m - 1 = 0$	
	$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ Vậy $m = \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.	0,50
3.2 (1,0 điểm)	Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ được xác định với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi: $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow (m-2)x^2 - 2(2-m)x + 2m - 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1)	0,25
	*TH1: $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$ thì (1) có dạng $3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (luôn đúng)	0,25
	*TH2: $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$. Lúc đó (1) xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} m \neq 2 \\ \Delta' \leq 0 \\ m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ (2-m)^2 - (m-2)(2m-1) \leq 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ (2-m)(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \leq -1 \Leftrightarrow m > 2 \\ m \geq 2 \end{cases}$	
	*Kết luận: Vậy $\{m \in \mathbb{R} / m \geq 2\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
Câu 4 (3,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2), B(2;1)$. 1. Viết phương trình đường thẳng AB. 2. Chứng minh tập hợp các điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn $2MB^2 = 11 + 3MA^2$ là một đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn đó, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 5 = 0$. 3. Viết phương trình đường thẳng d , biết d đi qua điểm A và cắt tia Ox, Oy thứ tự tại M, N sao cho tam giác OMN có diện tích nhỏ nhất.	
4.1 (1,0 điểm)	Có $\overrightarrow{AB} = (1; -1) \neq \vec{0}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB	0,50
	Mà đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2)$. Vậy đường thẳng AB: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \end{cases}$	0,50
4.2 (1,0 điểm)	$Có 2MB^2 = 11 + 3MA^2 \Leftrightarrow 2[(2-x)^2 + (1-y)^2] = 11 + 3[(1-x)^2 + (2-y)^2]$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 8y + 16 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-4)^2 = 1^2$ (*)	0,25
	Chứng tỏ tập hợp điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn $2MB^2 = 11 + 3MA^2$ là đường tròn (C) có phương trình (*).	0,25
	Đường tròn (C) có tâm $I(-1;4)$, bán kính $R=1$. Gọi Δ' là đường thẳng vuông góc với Δ , khi đó $\Delta': 4x + 3y + p = 0$ Δ' là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi: $d(I, \Delta') = R$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{ -4 + 12 + p }{\sqrt{16+9}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} p = -3 \\ p = -13 \end{cases}$	0,25
	Vậy tiếp tuyến cần tìm $\Delta': 4x + 3y - 3 = 0, \Delta': 4x + 3y - 13 = 0$	
4.3	Gọi $M(m;0), N(0;n)$ thì $m > 0$ và $n > 0$	0,50

(1,0 điểm)	Tam giác OMN vuông ở O nên $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2}OM.ON = \frac{1}{2}mn$	
	Đường thẳng d cũng đi qua hai điểm M, N nên $d: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ Do đường thẳng d đi qua điểm A nên ta có: $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$	0,25
	Áp dụng BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân (BĐT Côsi) cho 2 số dương $\frac{1}{m}, \frac{2}{n}$ ta có $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \geq 2\sqrt{\frac{2}{mn}} > 0 \Leftrightarrow mn \geq 8$, dẫn đến $S_{\triangle OMN} \geq 4$ $S_{\triangle OMN} = 4$ khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{1}{m} = \frac{2}{n} \\ \frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases} \\ m > 0 \\ n > 0 \end{cases}$	0,25
	Vậy tam giác $\triangle OMN$ có diện tích nhỏ nhất là 4. Khi đó $d: \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$	
Câu 5 (1,0 điểm)	Giải phương trình $x + 3 - \sqrt{14x - 15} = \frac{1 - \sqrt{10x - 19}}{1 - x}$	
	ĐKXĐ: $x \geq \frac{19}{10}$	0,25
	Với ĐKXĐ, phương trình tương đương với: $\Leftrightarrow (x-1).\sqrt{14x-15} + \sqrt{10x-19} = (x-1)(x+2) + x$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+2-\sqrt{14x-15}) + (x-\sqrt{10x-19}) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x^2 - 10x + 19) \left[\frac{x-1}{x+2+\sqrt{14x-15}} + \frac{1}{x+\sqrt{10x-19}} \right] = 0$ (vì $x \geq \frac{19}{10}$ nên $x+2+\sqrt{14x-15} > 0$ và $x+\sqrt{10x-19} > 0$)	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 10x + 19 = 0 \\ \frac{x-1}{x+2+\sqrt{14x-15}} + \frac{1}{x+\sqrt{10x-19}} = 0 \text{ (VN, do } x \geq \frac{19}{10}) \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 5 \pm \sqrt{6}$ (thỏa mãn ĐKXĐ) Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{5 - \sqrt{6}; 5 + \sqrt{6}\}$	0,25

Chú ý:

- Các cách giải khác mà đúng và sử dụng kiến thức trong chương trình (tính đến thời điểm khảo sát) đều cho điểm tối đa theo mỗi câu, mỗi ý. Biểu điểm chi tiết của mỗi câu, mỗi ý đó chia theo các bước giải tương đương;
- Điểm của bài khảo sát được làm tròn đến 0,5.

Ví dụ: 4,25 làm tròn thành 4,5;

4,75 làm tròn thành 5,0;

4,50 ghi điểm là 4,5;

5,00 ghi điểm là 5,0./.