

Chöông III: TAM GIAC ÑONG DANG

**Tóm tắt lý thuyết**

1. Ñoan thang ta le: Cap ñoan thang AB và CD ta le với cap ñoan thang A'B' và C'D'

$$\Leftrightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

2. Một số tính chất của ta le thöc:

$$\bullet \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow AB \cdot C'D' = A'B' \cdot CD$$

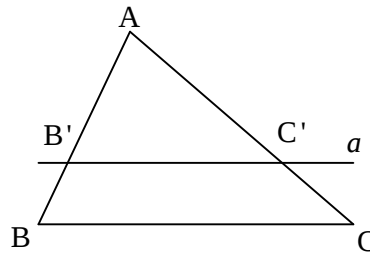
$$\bullet AB \cdot C'D' = A'B' \cdot CD \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}, \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'} \\ \frac{C'D'}{CD} = \frac{A'B'}{AB}, \frac{C'D'}{A'B'} = \frac{CD}{AB} \end{cases}$$

$$\bullet \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB+CD}{CD} = \frac{A'B'+C'D'}{C'D'} \\ \frac{CD}{AB} = \frac{A'B'}{AB+C'D'} \end{cases}$$

$$\bullet \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB+A'B'}{CD+C'D'}$$

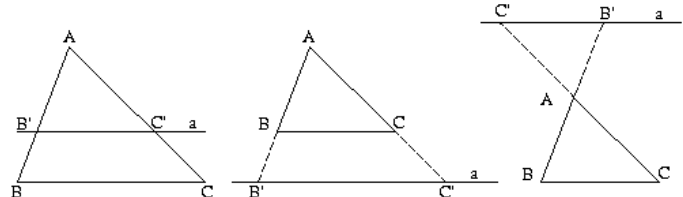
3. Ñònh lý Ta-let thuận và ñảo:

$$\bullet \begin{cases} \triangle ABC \\ a \parallel BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \\ \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \\ \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC} \end{cases}$$



4. Hệ quả của ñònh lý Ta-let

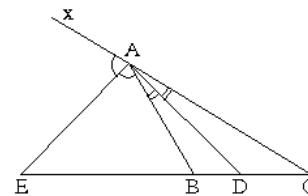
$$\bullet \begin{cases} \triangle ABC \\ a \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$



5. Tính chất ñöông phân giác trong tam giác:

- AD là tia phân giác của BAC, AE là tia phân giác của BAx

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{EB}{EC}$$



6. Tam giác ñong dang:

a. Ñònh nghóa:

$$\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC \Leftrightarrow \begin{cases} A = A'; B = B'; C = C' \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k \end{cases} \quad (k \text{ là tỉ số ñong dang})$$

b. Tính chất:

Goi h, h', p, p', S, S' lần lượt là chiều cao, chu vi và diện tích của 2 tam giác ABC và A'B'C'

$$\frac{h'}{h} = k; \quad \frac{p'}{p} = k; \quad \frac{S'}{S} = k^2$$

7. Các trường hợp đồng dạng:

a. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:

$$\bullet \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} \Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC \text{ (c.c.c)}$$

b. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} \quad (...) \\ B' = B \quad (...) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC \text{ (c.g.c)}$$

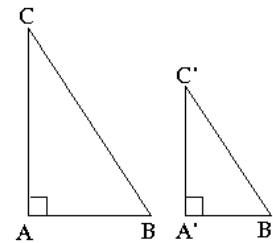
c. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} A = A' \quad (...) \\ B' = B \quad (...) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC \text{ (g.g)}$$

8. Các trường hợp đồng dạng của hai $\triangle$ vuông:

Cho $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ ($A = A' = 90^\circ$)

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \quad (...) \\ \text{b) } B = B' \text{ hoặc } C = C' \quad (...) \\ \text{c) } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} \quad (...) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC \text{ (c.g.c)}$$



BAI TAP

Bai 1. Viết tỉ số các cặp đoạn thẳng có độ dài nhỏ sau:

- a. $AB = 9\text{cm}$ và $CD = 27\text{cm}$ b. $EF = 36\text{cm}$ và 12dm c. $MN = 4,8\text{m}$ và $RS = 96\text{cm}$

Bai 2. Cho biết $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$ và $CD = 12\text{cm}$. Tính độ dài của đoạn thẳng AB .

Bai 3. Cho $\triangle ABC$, các trung tuyến AD , BE , CF cắt nhau tại G .

- a. Tính $\frac{AE}{AC}$ b. Tính $\frac{AG}{GD}$
c. Ke tên 2 cặp đoạn thẳng tỷ lệ với AG và GD .

Bai 4. Cho biết độ dài của đoạn thẳng AB gấp 12 lần độ dài của đoạn thẳng CD , đoạn thẳng $A'B'$ gấp 5 lần độ dài của đoạn thẳng CD . Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và $A'B'$.

Bai 5. Cho đoạn thẳng AB , M là một điểm trong đoạn AB . Tính các tỉ số $\frac{AM}{AB}$ và $\frac{BM}{AB}$ nếu:

- a. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$ b. $\frac{MA}{MB} = \frac{7}{4}$ c. $\frac{MA}{MB} = \frac{m}{n}$ (với $m, n \in \mathbb{N}^*$)

Bai 6. Đoạn thẳng AB gấp năm lần đoạn thẳng CD , đoạn thẳng $A'B'$ gấp bảy lần đoạn thẳng CD .

- a. Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và $A'B'$.
b. Cho biết đoạn thẳng $MN = 505\text{cm}$ và đoạn thẳng $M'N' = 707\text{cm}$, hỏi hai đoạn thẳng AB , $A'B'$ có tỷ lệ với hai đoạn thẳng MN và $M'N'$ hay không?

Bai 7. Cho 5 điểm A, B, C, D, E , theo thứ tự trên một đường thẳng. Biết $AB = 6\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$, $CD = 4\text{cm}$ và $\frac{AB}{BC} = \frac{CD}{DE}$. Tính AE .

Bai 8. Cho $\triangle ABC$, $B' \in AB$ và $C' \in AC$. Cho biết: $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$. Chứng minh: $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$; $\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}$

Bai 9. Cho $\triangle ABC$ có $AC = 8,5\text{cm}$. Lấy M, N lần lượt thuộc AB và AC sao cho $AM = 4\text{cm}$ và $AN = 5\text{cm}$. Biết $MN \parallel BC$. Tính độ dài đoạn thẳng BM .

- Bai 10.** Cho $\triangle DEF$ có $DF = 24\text{cm}$. Lấy P, Q lần lượt thuộc DE và DF sao cho $EP = 10,5\text{cm}$ và $DQ = 9\text{cm}$. Biết $PQ \parallel EF$. Tính độ dài đoạn thẳng DP .
- Bai 11.** Cho $\triangle ABC$, đường thẳng song song với cạnh BC cắt AB, AC lần lượt tại M và N . Biết $AM = 17\text{cm}$, $BM = 10\text{cm}$, $CN = 9\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AN .
- Bai 12.** Cho $\triangle PQR$, đường thẳng song song với cạnh QR cắt PQ, PR lần lượt tại E và F . Biết $PF = 20\text{cm}$, $FR = 15\text{cm}$, $EP = 16\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ .
- Bai 13.** Trên một đường thẳng, đặt 4 đoạn thẳng liên tiếp: $AB = BC = 2CD = 4DE$. Tính các tỉ số: $\frac{AB}{BE}$; $\frac{AC}{AE}$; $\frac{AD}{AE}$; $\frac{AE}{BD}$.
- Bai 14.** Cho đoạn thẳng AB thuộc đường thẳng d . Trên d lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB và điểm D nằm ngoài AB sao cho $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{3}{5}$.
- a. Tính $\frac{AB}{AC}$; $\frac{AB}{CB}$ b) Cho $AB = 24\text{cm}$, Tính CA, DA .
- Bai 15.** Cho 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự trên một đường thẳng và $\frac{AB}{AD} = \frac{CB}{CD} = \frac{2}{3}$.
- a. Nếu $BD = 1\text{cm}$. Tính CB, DA . b. Chứng minh: $AC = \frac{3AB + 2AD}{5}$
- c. Gọi O là trung điểm của BD . Chứng minh: $OB^2 = OA \cdot OC$.
- Bai 16.** Cho $\triangle ABC$, có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 6,5\text{cm}$. Trên AB lấy điểm D sao cho $DB = 3\text{cm}$, từ D vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E . Tính DE .
- Bai 17.** Cho $\triangle OPQ$, có $PQ = 5,2\text{cm}$. Trên tia nối của tia OP lấy điểm N sao cho $ON = 2\text{cm}$. Từ N vẽ đường thẳng song song với PQ cắt đường thẳng OQ tại M . Tính độ dài đoạn thẳng OP khi $MN = 3\text{cm}$.
- Bai 18.** Cho $\triangle ABC$, có $AB = 11\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$ và $BC = 28\text{cm}$. Trên các cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy các điểm P, N, M sao cho $AP = 3\text{cm}$, $BN = \frac{1}{4}BC$, $3AM = MC$. C/m: $BNMP$ là h.b.hành.
- Bai 19.** Cho $\triangle OAB$ vuông tại A , có $OA = 6\text{cm}$. Trên tia nối của tia OA lấy điểm A' sao cho $OA' = \frac{1}{2}OA$. Từ A' vẽ đường thẳng vuông góc với AA' tại A' , đường thẳng này cắt OB kéo dài tại B' . Tính OB và AB , biết $A'B' = 4,2\text{cm}$.
- Bai 20.** Cho góc xOy . Trên tia Ox lấy theo thứ tự 2 điểm A, B sao cho: $OA = 2\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$. Trên tia Oy lấy điểm C với $OC = 3\text{cm}$. Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt Oy tại D .
- a. Tính độ dài đoạn thẳng CD .
b. Nếu $OA = m$, $AB = n$, $OC = p$. Tính CD theo m, n, p .
- Bai 21.** Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Từ G kẻ các đường thẳng song song với 2 cạnh AB và AC , cắt BC lần lượt tại D và E .
- a. So sánh các tỉ số $\frac{BD}{BC}$ và $\frac{EC}{BC}$. b. So sánh 3 đoạn thẳng BD, DE, EC .
- Bai 22.** Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH . Đường thẳng d song song với BC , cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B', C' và H' .
- a. Chứng minh: $\frac{AH'}{AH} = \frac{BC'}{BC}$

- b. Cho $AH' = \frac{1}{3}AH$ và diện tích $\triangle ABC$ là $67,5\text{cm}^2$. Tính diện tích $\triangle AB'C'$.
- Bai 23.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 7,5\text{cm}$. Trên AB lấy điểm D với: $\frac{DB}{DA} = \frac{1}{2}$.
- a. Tính độ dài đoạn thẳng DA, DB .
- b. Gọi DH, BK lần lượt là khoảng cách từ D, B đến cạnh AC . Tính $\frac{DH}{BK}$.
- c. Cho biết $AK = 4,5\text{cm}$. Tính HK .
- Bai 24.** Cho $\triangle ABC$ có $BC = a$. Trên đường cao AH lấy các điểm I, K sao cho $AK = KI = IH$. Qua I và K vẽ các đường $EF \parallel BC, MN \parallel BC$.
- a. Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF theo a .
- b. Tính S_{MNFE} , biết $a = 15\text{cm}$ và $S_{\triangle ABC} = 270\text{cm}^2$.
- Bai 25.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD . Dùng định lý Talet để chứng minh:
- a. 2 đoạn thẳng DE và BG chia AC thành 3 đoạn bằng nhau.
- b. AG và AF chia BD thành 2 đoạn bằng nhau.
- Bai 26.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với 2 đáy, cắt cạnh bên AD ở M và cắt cạnh BC ở N . Biết $\frac{DM}{MA} = \frac{CN}{NB} = \frac{m}{n}$. Chứng minh: $MN = \frac{mAB + nCD}{m + n}$
- Bai 27.** Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BD và AC . Cho biết $MD = 3MO$, đáy lớn $CD = 5,6\text{cm}$.
- a. Tính độ dài đoạn thẳng MN và đáy nhỏ AB .
- b. So sánh độ dài đoạn thẳng MN với nửa hiệu các độ dài của CD và AB .
- Bai 28.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$). Gọi trung điểm của các đường chéo AC, BD theo thứ tự là N và M . Chứng minh:
- a. $MN \parallel AB$ b. $MN = \frac{CD - AB}{2}$
- Bai 29.** Cho $\triangle ABC$. Điểm D trên cạnh AB , kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E .
- a. Chứng minh: $\frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC}$.
- b. Trên tia nối của tia CA , lấy điểm F sao cho $CF = DB$. Gọi M là giao điểm của DF và BC . Chứng minh: $\frac{DM}{MF} = \frac{AC}{AB}$.
- Bai 30.** Cho hình bình hành $ABCD$. Một đường thẳng qua A lần lượt cắt BD ở I, BC ở J và CD ở K .
- a. So sánh $\frac{IB}{ID}$ và $\frac{IA}{IK}$ b. Chứng minh: $IA^2 = IJ \cdot IK$ c. Chứng minh: $\frac{DC}{DK} = \frac{BJ}{BC}$
- Bai 31.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có các đường chéo cắt nhau tại O .
- a. Chứng minh: $OA \cdot OD = OB \cdot OC$
- b. Kẻ một đường thẳng bất kỳ qua O cắt AB ở M, CD ở N . Biết $\frac{MA}{MB} = \frac{m}{n}$. Tính $\frac{ND}{NC}$. Áp dụng để chứng minh định lý: “ Trong một hình thang, đường thẳng đi qua giao điểm của 2 đường chéo và trung điểm của một đáy thì đi qua trung điểm của đáy kia ”
- c. Qua O , kẻ đường thẳng song song với AB , cắt AD và BC lần lượt tại P và Q . Chứng minh: O là trung điểm của đường thẳng PQ .

- Bai 32.** Cho tứ giác ABCD. Qua $E \in AD$ kẻ đường thẳng song song với DC cắt AC ở G. Qua G kẻ đường thẳng song song với CB cắt AB ở H. Chứng minh:
- $HE \parallel BD$
 - $AE \cdot BH = AH \cdot DE$
- Bai 33.** Cho $\triangle ABC$. Điểm D thuộc cạnh BC. Qua D kẻ các đường thẳng song song với AC, AB cắt AB, AC lần lượt tại E và F.
- Chứng minh: $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$
 - Xác định điểm D trên BC để $EF \parallel BC$.
 - Nếu $\frac{DB}{DC} = \frac{1}{2}$, chứng minh: EF song song với trung tuyến BM.
- Bai 34.** Cho tứ giác ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy theo thứ tự các điểm E, F, G, H sao cho: $AE = 2EB$, $BF = \frac{1}{2}FC$, $CG = 2GD$, $DH = \frac{1}{2}HA$. Chứng minh: EFGH là hình bình hành.
- Bai 35.** Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, K là giao điểm của BM và AC.
- Chứng minh: $IK \parallel AB$.
 - Đường thẳng IK cắt AD, BC theo thứ tự tại E và F. Chứng minh: $IE = IK = KF$.
- Bai 36.** Cho hình bình hành ABCD. Qua A vẽ tia Ax cắt BD ở I, BC ở J và cắt tia DC ở K. Chứng minh: $IA^2 = IJ \cdot IK$ và $KD \cdot BJ$ không đổi.
- Bai 37.** Cho hình thang ABCD, đáy nhỏ CD. Từ D vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC ở M, AB ở N. Từ C vẽ đường thẳng song song với AD cắt AB ở F. Qua N vẽ đường thẳng song song với AC cắt BC ở P. Chứng minh: $MP \parallel AB$ và 3 đường thẳng MP, CF và DB đồng quy.
- Bai 38.** Cho $\triangle ABC$ ($AC > AB$). Lấy các điểm D, E tùy ý thứ tự trên các cạnh AB, AC sao cho $BD = CE$. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng DE và BC. Chứng minh: tỉ số $\frac{KD}{KE}$ không phụ thuộc vào cách chọn các điểm D và E.
- Bai 39.** Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AM. Gọi I là điểm bất kỳ trên cạnh BC. Đường thẳng qua I và song song với AC cắt AB ở K, đường thẳng qua I và song song với AB cắt AM, AC lần lượt ở D và E. Chứng minh: $DE = BK$.
- Bai 40.** Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $BC = 8\text{cm}$, tia phân giác của góc B cắt đường cao AH ở K. Biết $\frac{AK}{AH} = \frac{3}{5}$. Tính độ dài AB.
- Bai 41.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, $C = 30^\circ$, kẻ phân giác BD. Tính $\frac{DA}{DC}$.
- Bai 42.** Cho $\triangle ABC$ cân tại A, phân giác BD. Biết $BC = 10\text{cm}$, $AB = 15\text{cm}$.
- Tính AD, DC.
 - Phân giác ngoài của B cắt AC ở E. Tính EC.
- Bai 43.** Cho $\triangle ABC$ cân, có $BA = BC = a$, $AC = b$. Đường phân giác góc A cắt BC tại M, đường phân giác góc C cắt BA tại N.
- Chứng minh: $MN \parallel AC$.
 - Tính MN theo a, b.
- Bai 44.** Cho $\triangle ABC$, đường phân giác của góc A cắt BC tại D. Biết $AB = 4,5\text{cm}$, $AC = 7,2\text{cm}$, $BD = 3,5\text{cm}$. Tính CD.
- Bai 45.** Cho $\triangle MNP$, đường phân giác của góc P cắt MN tại Q. Biết $PM = 6,2\text{cm}$, $PN = 8,7\text{cm}$, $MN = 12,5\text{cm}$. Tính QN.

- Bai 46.** Cho $\triangle ABC$, p/giac goc A cat BC tai E. Biet $AB = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$. Tính EB, EC.
- Bai 47.** Cho $\triangle ABC$ co cac ñông phan giac AD, BE va CF. Chöng minh: $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$.
- Bai 48.** Cho $\triangle ABC$, trung tuyen AM. Ñông phan giac cua AMB cat AB ô D, ñông phan giac cua AMC cat AC ô E.
 a. Chöng minh: $DE \parallel BC$.
 b. Goi I la giao ñiem cua AM va DE. Chöng minh: $DI = IE$.
- Bai 49.** Cho $\triangle ABC$ co $AB = 12\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, $BC = 28\text{cm}$. Ñông phan giac goc A cat BC tai D. Qua D ke $DE \parallel AB$ ($E \in AC$).
 a. Tính ño dai cac ñoan thang BD, DC va DE.
 b. Cho biet dien tích $\triangle ABC$ la S, tính dien tích $\triangle ABD$, $\triangle ADE$ va $\triangle DCE$.
- Bai 50.** Cho $\triangle ABC$ vuong tai A co $AB = 21\text{cm}$, $AC = 28\text{cm}$. Ñông phan giac goc A cat BC tai D. Qua D ke $DE \parallel AB$ ($E \in AC$).
 a. Tính ño dai cac ñoan thang BD, DC va DE.
 b. Tính dien tích $\triangle ABD$ va $\triangle ACD$.
- Bai 51.** Cho $\triangle ABC$ can tai A, phan giac goc B cat AC tai D va cho biet $AB = 15\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$.
 a. Tính AD, DC.
 b. Ñông vuong goc vôi BD tai B cat ñông thang AC keo dai tai E. Tính EC.
- Bai 52.** Cho $\triangle ABC$ co $A = 90^\circ$, $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$. Ñông phan giac goc A cat BC tai D.
 a. Tính BC, BD, CD.
 b. Ve ñông cao AH, tính AH, HD va AD.
- Bai 53.** Cho $\triangle ABC$ vuong tai A, $AB = a$, $AC = b$, ($a < b$), trung tuyen AM, ñông phan giac AD (M va D thuoc BC).
 a. Tính ño dai cac ñoan thang BC, BD, DC, AM va DM theo a, b.
 b. Hay tính cac ñoan thang tren ñay chính xac ñien chổ so thập phan thö hai khi biet $a = 4,15\text{cm}$ va $b = 7\text{m},25\text{cm}$.
- Bai 54.** Cho $\triangle ABC$ co ño dai cac canh $AB = m$, $AC = n$ va AD la ñông phan giac. Chöng minh: $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{m}{n}$.
- Bai 55.** Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Ñông thang a song song vôi DC, cat cac canh AD va BC theo thö tö tai E va F. Chöng minh:
 a. $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ b. $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}$ c. $\frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB}$
- Bai 56.** Cho hình bình hanh ABCD. Ve mot ñông thang cat AB ô E, AD ô F, AC ô G. Chöng minh: $\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AG}$
- Bai 57.** a. Cho $\triangle ABC$ vôi ñông trung tuyen AM va ñông phan giac AD. Tính dien tích $\triangle ADM$, biet $AB = m$, $AC = n$ ($n > m$) va dien tích cua $\triangle ABC$ la S.
 b. Cho $n = 7\text{cm}$, $m = 3\text{cm}$, hoi dien tích $\triangle ADM$ chiem bao nhieu phan tram dien tích $\triangle ABC$.
- Bai 58.** Cho hình thang can ABCD, ñay lên CD, $D = 60^\circ$. Phan giac cua D cat AC tai I, chia AC theo tæ so $\frac{4}{11}$ va cat AB tai M. Biet $MA - MB = 6\text{cm}$. Tính AB, CD.

- Bai 59.** Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng a qua O và song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại E và F.
Chứng minh: $OE = OF$.
- Bai 60.** Cho $\triangle ABC$, I là trung điểm của BC. Đường phân giác của góc AIB cắt AB ở M và phân giác của góc AIC cắt cạnh AC ở N.
a. Chứng minh: $MN \parallel BC$.
b. $\triangle ABC$ phải thỏa mãn điều kiện gì để $MN = AI$?
c. Với điều kiện nào thì tứ giác AMIN là hình vuông?
- Bai 61.** Cho $\triangle ABC$. Trên hai cạnh AB, AC lần lượt lấy 2 điểm M và N sao cho: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. Gọi I là trung điểm của BC, AI cắt MN ở K. Chứng minh: K là trung điểm của MN.
Áp dụng chứng minh: Trong một hình thang có 2 cạnh bên không song song, giao điểm của các đường thẳng nối hai cạnh bên, giao điểm của 2 đường chéo và trung điểm của 2 đáy cùng nằm trên một đường thẳng.
- Bai 62.** Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy một điểm M và trên cạnh CD lấy một điểm N sao cho $DN = BM$. Chứng minh: MN, DB, AC đồng quy.
- Bai 63.** Cho $\triangle ABC$, lấy $M \in AB$, $N \in AC$ sao cho: $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ và $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{3}$.
a. Hai đường thẳng MN và BC có song song với nhau không? Vì sao?
b. Cho biết chu vi và diện tích $\triangle ABC$ lần lượt P và S. Tính chu vi và diện tích $\triangle AMN$.
- Bai 64.** Tỷ số các cạnh bên nhất của hai tam giác đồng dạng là $\frac{2}{5}$. Tính chu vi của hai tam giác đó, biết hiệu hai chu vi của chúng bằng 42dm.
- Bai 65.** Cho $\triangle ABC$, điểm D thuộc cạnh BC sao cho: $\frac{DB}{DC} = \frac{1}{2}$. Kẻ $DE \parallel AC$, $DF \parallel AB$ ($E \in AB, F \in AC$)
a. Nếu tất cả các cặp tam giác đồng dạng. Nêu với mọi cặp, hãy viết các góc bằng nhau và các tỷ số tương ứng.
b. Tính chu vi $\triangle BED$, biết rằng hiệu chu vi của hai $\triangle DFC$ và $\triangle BED$ là 30cm.
- Bai 66.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 16,2\text{cm}$; $BC = 24,3\text{cm}$; $AC = 32,7\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh của $\triangle A'B'C'$, biết rằng $\triangle A'B'C'$ đồng dạng với $\triangle ABC$ và:
a. $A'B'$ lớn hơn AB là 10,8cm.
b. $A'B'$ bé hơn AB là 5,4cm.
- Bai 67.** Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $CD = 2AB$. Gọi E là trung điểm của DC. Chứng minh rằng 3 tam giác ADE, ABE và BEC đồng dạng với nhau.
- Bai 68.** Cho $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$. Biết $AB = 6\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $CA = 9\text{cm}$, $A'B' = 4\text{cm}$, $B'C' = 8\text{cm}$, $C'A' = 6\text{cm}$.
a. $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có đồng dạng với nhau không?
b. Tính tỷ số chu vi của hai $\triangle$.
- Bai 69.** Hai tam giác mà các cạnh có độ dài nhỏ sau có đồng dạng không?
a. 4cm, 5cm, 6cm và 8cm, 10cm, 12cm.
b. 3cm, 4cm, 6cm và 9cm, 15cm, 18cm.
c. 1dm, 2dm, 2dm và 1dm, 1dm, 0,5dm.
- Bai 70.** Cho $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$) có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ và $\triangle A'B'C'$ ($A' = 90^\circ$) có $A'B' = 9\text{cm}$, $B'C' = 15\text{cm}$. Hỏi hai tam giác vuông đó có đồng dạng hay không? Vì sao?

- Bai 71.** Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của GA, GB, GC . Chứng minh: $\triangle PQR$ và $\triangle ABC$ đồng dạng.
- Bai 72.** Cho $\triangle ABC$ có H là trọng tâm. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của HA, HB, HC . Chứng minh: $\triangle KMN$ và $\triangle ABC$ đồng dạng với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$.
- Bai 73.** Cho $\triangle ABC$, điểm O nằm trong $\triangle$. Gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của OA, OB, OC .
a. Chứng minh: $\triangle DEF$ và $\triangle ABC$ đồng dạng.
b. Tính chu vi của $\triangle DEF$, biết rằng chu vi của $\triangle ABC$ bằng 543cm.
- Bai 74.** Cho $\triangle ABC$ có độ dài các cạnh là $AB = 3\text{cm}, BC = 7\text{cm}, CA = 5\text{cm}$. $\triangle A'B'C'$ đồng dạng với $\triangle ABC$ và có chu vi bằng 55cm. Hãy tính độ dài các cạnh của $\triangle A'B'C'$ (làm tròn số đến chẵn số thập phân thứ hai).
- Bai 75.** Cho hai tam giác đồng dạng có tỉ số chu vi là $\frac{15}{17}$ và hiệu độ dài hai cạnh tương ứng của chúng là 12,5cm. Tính hai cạnh đó.
- Bai 76.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên đường chéo AC lấy điểm E sao cho $AC = AE$. Qua E vẽ đường thẳng song song với CD , cắt AD và BC theo thứ tự ở M và N .
a. Tìm $\triangle$ đồng dạng với $\triangle ADC$ và tìm tỉ số đồng dạng.
b. Điểm E ở vị trí nào trên AC thì E là trung điểm của MN ?
- Bai 77.** Cho $\triangle ABC$. Đồng $\triangle$ đồng dạng với $\triangle$ đó, biết tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$. Có thể đồng nhất bao nhiêu $\triangle$ nhỏ thế?
- Bai 78.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 12\text{cm}, AC = 15\text{cm}, BC = 18\text{cm}$. Trên cạnh AB , lấy điểm M sao cho $AM = 10\text{cm}$, trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = 8\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .
- Bai 79.** Cho $\triangle ABC$ có $AC = 12\text{cm}, BC = 16\text{cm}$. Điểm $D \in BC$ sao cho: $\angle ADC = \angle BAC$. Tính DC .
- Bai 80.** Hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD, A = \angle CBD$. Chứng minh: $BD^2 = AB \cdot CD$.
- Bai 81.** Cho $\triangle ABC$ có 3 đường cao AD, BE, CF với H là trọng tâm. Chứng minh:
a. $\triangle AHE$ đồng dạng với $\triangle BHD$. b. $HA \cdot HD = HB \cdot HE = HC \cdot HF$.
- Bai 82.** Cho $\triangle ABC$ có $A = 2B$. Tính AB , biết $AC = 9\text{cm}, BC = 12\text{cm}$.
- Bai 83.** Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 2\text{cm}, BD = 4\text{cm}, CD = 8\text{cm}$. Chứng minh:
a. $A = \angle DBC$. b. $BC = 2AD$.
- Bai 84.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10\text{cm}, AC = 20\text{cm}$. Trên cạnh AC , lấy điểm D sao cho $AD = 5\text{cm}$. Chứng minh: $\angle ABD = \angle ACB$.
- Bai 85.** Trên một cạnh của $\angle xOy$ ($\angle xOy \neq 180^\circ$), lấy các điểm A và B sao cho $OA = 5\text{cm}, AB = 11\text{cm}$. Trên cạnh thứ hai lấy các điểm C và D sao cho $OC = 8\text{cm}$ và $OD = 10\text{cm}$.
a. Chứng minh: $\triangle OCB$ và $\triangle OAD$ đồng dạng.
b. Gọi giao điểm của các cạnh AD và BC là I . Chứng minh: $\triangle IAB$ và $\triangle ICD$ có các góc bằng nhau tổng mỗi một.
- Bai 86.** Chứng minh rằng nếu $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle A'B'C'$ theo tỉ số k thì:
a. Tỉ số của hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đó bằng k .
b. Tỉ số của hai đường phân giác tương ứng của hai tam giác đó bằng k .
c. Tỉ số của hai đường cao tương ứng của hai tam giác đó bằng k .
- Bai 87.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 12,5\text{cm}; CD = 28,5\text{cm}; \angle DAB = \angle DCB$. Tính độ dài BD (làm tròn đến chẵn số thập phân thứ nhất).
- Bai 88.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 2,5\text{cm}; AD = 3,5\text{cm}; BD = 5\text{cm}; \angle DAB = \angle DCB$.

- Chứng minh: $\triangle ADB$ và $\triangle BCD$ đồng dạng.
- Tính độ dài các cạnh BC , CD .
- Sau khi tính hay vẽ lại hình chính xác bằng thước và compa.

Bai 89. Trên đoạn thẳng $AC = 27\text{cm}$ lấy điểm B sao cho $AB = 15\text{cm}$. Từ A và C vẽ hai tia Ax và Cy cùng vuông góc với AB và nằm cùng phía với nhau. Lấy $E \in Ax$, $D \in Cy$ sao cho $AE = 10\text{cm}$, $ABE = BDC$.

- Chứng minh: $\triangle BDE$ vuông.
- Tính CD , BE , BD và ED (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- So sánh diện tích $\triangle BDE$ với tổng diện tích của hai tam giác AEB và BDC .

Bai 90. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$. Trên tia nối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 3,5\text{cm}$. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC kéo dài tại E . Tính BC , CE biết $DE = 6\text{cm}$.

Bai 91. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 8\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $D \in AB$, $E \in AC$ sao cho: $BD = 2\text{cm}$, $CE = 13\text{cm}$. Chứng minh: a. $\triangle AED$ đồng dạng với $\triangle ABC$. b. $AB \cdot CD = AC \cdot BE$

Bai 92. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD .

- Chứng minh: $OA \cdot OD = OB \cdot OC$
- Đường thẳng qua O và vuông góc với AB và CD theo thứ tự tại H và K . C/m: $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$.

Bai 93. $\triangle ABC$ có $AB = \frac{1}{2}BC$, M là trung điểm của BC , D là trung điểm của BM . C/m: $AD = \frac{1}{2}AC$.

Bai 94. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AD và phân giác BE cắt nhau tại F . C/m: $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$.

Bai 95. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 24\text{cm}$, $AC = 28\text{cm}$. Tia phân giác của A cắt cạnh BC tại D . Gọi M , N theo thứ tự là hình chiếu của B và C trên đường thẳng AD .

- Tính tỉ số: $\frac{BM}{CN}$.
- Chứng minh: $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$.

Bai 96. Cho hình bình hành $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = 12\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$. Trên cạnh AB lấy một điểm E sao cho $AE = 8\text{cm}$. Đường thẳng DE cắt cạnh CB kéo dài tại F .

- Hãy chỉ ra các cặp tam giác đồng dạng với nhau và chứng minh.
- Tính độ dài các đoạn thẳng EF và BF , biết $DE = 10\text{cm}$.

Bai 97. Cho tứ giác $ABCD$, có $A = C = 90^\circ$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O , $BAO = BDO$.

- Chứng minh: $\triangle ABO$ và $\triangle DCO$ đồng dạng.
- Chứng minh: $\triangle BCO$ và $\triangle ADO$ đồng dạng.

Bai 98. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $AC = 9\text{cm}$, $BC = 24\text{cm}$. Đường trung trực của BC cắt các đường thẳng AC tại D , BC tại M . Tính CD .

Bai 99. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a = 12\text{cm}$, $BC = b = 9\text{cm}$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD .

- Chứng minh: $\triangle AHB$ và $\triangle BCD$ đồng dạng.
- Tính AH và $S_{\triangle AHB}$.

Bai 100. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $AC = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Kẻ tia $Cx \perp BC$ (Cx và A khác phía so với đường thẳng BC). Lấy trên tia Cx điểm D sao cho $BD = 9\text{cm}$. Chứng minh: $BD \parallel AC$.

- Bai 101.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, AH là đường cao, M là trung điểm của BC, gọi N là hình chiếu của M trên AC.
- Hãy tìm và chứng minh các cặp $\triangle$ đồng dạng với nhau.
 - Biết $BH = 4\text{cm}$, $CH = 9\text{cm}$, tính diện tích $\triangle AMH$.
- Bai 102.** $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $A = D$, $B = E$, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $DE = 6\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AC, DF, EF, biết rằng cạnh AC dài hơn cạnh DF là 3cm.
- Bai 103.** Cho hình bình hành ABCD. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh: $\triangle ADE$ và $\triangle CBF$ đồng dạng.
- Bai 104.** Cho $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$), đường cao $AH = 8\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Gọi D là hình chiếu của H trên AC
- Hỏi trong hình vẽ cho có bao nhiêu $\triangle$ đồng dạng? Viết các tỉ lệ thức giữa các cạnh tương ứng của chúng.
 - Gọi E là hình chiếu của H trên AB. Tính diện tích $\triangle ADE$.
- Bai 105.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Tính chu vi và diện tích $\triangle ABC$ nếu biết $HB = 25\text{cm}$ và $HC = 36\text{cm}$.
- Bai 106.** Cho một tam giác vuông trong đó cạnh huyền dài 20cm và một cạnh góc vuông dài 12cm. Tính độ dài hình chiếu cạnh góc vuông kia trên cạnh huyền.
- Bai 107.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh:
- $AH^2 = HB \cdot HC$
 - $AB^2 = BH \cdot BC$
 - $AC^2 = CH \cdot CB$
 - $AH \cdot BC = AB \cdot AC$
 - $BC^2 = AC^2 + AB^2$ (Định lý Pi-ta-go)
- Bai 108.** Cho $\triangle ABC$ có các đường cao BD và CE.
- Chứng minh: $\triangle ABD$ đồng dạng với $\triangle ACE$.
 - Chứng minh: $\triangle ADE$ đồng dạng với $\triangle ABC$.
 - Tính $\angle AED$ biết $\angle ACB = 48^\circ$.
- Bai 109.** Tứ giác ABCD có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $CD = 12\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$, đường chéo $BD = 6\text{cm}$. Chứng minh:
- $\triangle ABD$ và $\triangle BDC$ đồng dạng
 - ABCD là hình thang.
- Bai 110.** Cho $\triangle ABC$ cân tại A, O là trung điểm của BC. $D \in AB$, $E \in AC$ sao cho $OB^2 = BD \cdot CE$
- Chứng minh: $\triangle OBD$ và $\triangle ECO$ đồng dạng, góc DOE có số đo không đổi.
 - Chứng minh: 3 tam giác EOD, OBD và ECO đồng dạng.
 - Chứng minh: DO là tia phân giác của $\angle BDE$, EO là tia phân giác của $\angle CED$.
 - Chứng minh: khi D, E di động (vẫn thỏa $OB^2 = BD \cdot CE$) thì khoảng cách từ O đến DE không đổi và chu vi $\triangle ADE < 2AB$.
- Bai 111.** Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi I là giao điểm của AC và BD. Đường thẳng qua I và song song với 2 đáy cắt BC ở J, AD ở K.
- Chứng minh: $\frac{1}{IJ} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$. Suy ra I là trung điểm của JK.
 - Cho $AB = m$, $CD = n$. tính tỉ số $\frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle AIB}}$ theo m và n.
 - Bây giờ cho ABCD là hình thang cân. Chứng minh: $AC^2 = AB \cdot CD + AD^2$.
- Bai 112.** Cho $\triangle ABC$, M và N lần lượt trung điểm của BC, CA. Gọi H là trọng tâm, G là trọng tâm, O là giao điểm của các đường trung tuyến của các cạnh BC, AC. Chứng minh:
- $\triangle ABH$ và $\triangle MNO$ đồng dạng, $\triangle AHG$ và $\triangle MOG$ đồng dạng.
 - H, G, O thẳng hàng.

Bai 113. Cho hình bình hành ABCD có B tu. Tõ C kẻ các đường CE, CF vuông góc với AB, AD. Chứng minh: $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

(Nê thi vo ñiõch Toan Hungari – 1918)

Bai 114. Trên các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$, ta lấy các điểm tổng ỡng P, Q, R. Chứng minh rằng nếu kiện cân và ñu ñe AP, BQ và CR ñiõng qui la co he thõc $\frac{PB}{PC} \cdot \frac{QC}{QA} \cdot \frac{RA}{RB} = 1$. (Ñ.ly

Ceva)

Bai 115. Hay ỏp dụng ñiõnh lý Ceva ñe Chứng minh trong một tam giác:

- Ba đường cao ñiõng qui.
- Ba đường phân giác ñiõng qui.
- Ba đường trung tuyến ñiõng qui.

Bai 116. Trên các đường thẳng qua các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$, ta lấy các điểm tổng ỡng P, Q, R (không trung với các ñiõnh và ít nhất một điểm nằm ngoài tam giác). C/m rằng: nếu kiện cân và ñu ñe 3 điểm P, Q và R thẳng hàng la co he thõc $\frac{PB}{PC} \cdot \frac{QC}{QA} \cdot \frac{RA}{RB} = 1$. (Ñ.ly

Menelaus)

Bai 117. Cho hình bình hành ABCD. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 2MD$, điểm N trên CD sao cho $DN = 3NC$. Hai đường thẳng BM và AN cắt nhau tại S. Tính tỉ số $\frac{AS}{SN}$.

Bai 118. Cho hình thang vuông ABCD ($A = D = 90^\circ$), $AB = 6\text{cm}$, $CD = 12\text{cm}$, $AD = 17\text{cm}$, $E \in AD$ sao cho $AE = 8\text{cm}$. Chứng minh: $BEEC = 90^\circ$.

Bai 119. Cho 2 $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn. Kẻ 2 đường cao $A'H'$ và AH . Biet $\frac{A'H'}{A'B'} = \frac{AH}{AB}$ và $\frac{A'H'}{A'C'} = \frac{AH}{AC}$. Chứng minh: $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ ñiõng dang.

Bai 120. Cho hình bình hành ABCD. Hình chiếu của A trên CD là H, trên BC là K.

- Chứng minh: $\triangle AHD$ và $\triangle AKB$ ñiõng dang.
- Hình bình hành ABCD có thêm kiện gì ñe các $\triangle AHC$ và $\triangle AKC$ ñiõng dang ?

Bai 121. Tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O, $ABD = ACD$. Gọi E là giao điểm của của hai đường thẳng AD và BC. Chứng minh:

- $\triangle AOB$ và $\triangle DOC$ ñiõng dang.
- $\triangle AOD$ và $\triangle BOC$ ñiõng dang.
- $EA \cdot ED = EB \cdot EC$.

Bai 122. Cho $\triangle ABC$ có hai trung tuyến AK và CL cắt nhau tại O. Tõ một điểm P bất kỳ trên cạnh AC, vẽ các đường thẳng PE song song với AK, PF song song với CL ($E \in BC$, $F \in AB$). Các trung tuyến AK, CL cắt ñoạn thẳng EF theo ñiõnh tại M, N. Chứng minh: $FM = MN = NE$.

Bai 123. Cho h/vuông ABCD cạnh a. Một đường thẳng d ñi qua ñiõnh C, cắt tia AB ở E và cắt AD ở F.

- Chứng minh: $BE \cdot DF = a^2$.
- Chứng minh: $\frac{BE}{DF} = \frac{AE^2}{AF^2}$

Bai 124. Cho $\triangle ABC$ cân tại A, vẽ các đường cao BH và CK.

- Chứng minh: $BK = CH$
- Chứng minh: $KH \parallel BC$
- Cho $BC = a$, $AB = AC = b$. Tính HK.

Bai 125. Cho $\triangle ABC$, $A = 90^\circ$, $C = 30^\circ$ và đường phân giác BD ($D \in AC$).

- Tính tỉ số: $\frac{AD}{CD}$.

b. Biết $AB = 12,5\text{cm}$, tính chu vi và diện tích $\triangle ABC$.

Bai 126. Tờ giấy ABCD có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$, $CD = 25\text{cm}$, $DA = 8\text{cm}$, đường chéo $BD = 10\text{cm}$.

- Neu cách vẽ tờ giấy ABCD.
- Các tam giác ABD và BDC có đồng dạng với nhau không? Vì sao?
- Chứng minh: $AB \parallel CD$.

Bai 127. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), $AB = 15\text{cm}$, $CD = 30\text{cm}$, đường cao 20cm , các đường chéo cắt nhau tại I. Tính diện tích các $\triangle OAB$ và $\triangle OCD$.

Bai 128. Đường cao của một tam giác vuông xuất phát từ đỉnh góc vuông chia cạnh huyền thành 2 đoạn thẳng có độ dài 9cm và 16cm . Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông đó.

Bai 129. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Vẽ đường cao AH. Biết chu vi $\triangle ABH = 3\text{dm}$, chu vi $\triangle ACH = 4\text{dm}$. Tính chu vi $\triangle ABC$.

Bai 130. Cho $\triangle ABC$ đều. Trung tuyến AM. Vẽ đường cao MH của $\triangle AMC$.

- Chứng minh: $\triangle ABM$ và $\triangle AMH$ đồng dạng.
- Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BM, MH. Chứng minh: $AB \cdot AF = AM \cdot AE$.
- Chứng minh: $BH \perp AF$.
- Chứng minh: $AE \cdot EM = BH \cdot HC$.

Bai 131. Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, 3 đường cao AM, BN, CP đồng quy tại H.

- Chứng minh: $\triangle ABM$ và $\triangle AHP$ đồng dạng, $\triangle ABH$ và $\triangle AMP$ đồng dạng.
- Chứng minh: $MH \cdot MA = MB \cdot MC$.
- Chứng minh: $\triangle AHB$ và $\triangle NHM$ đồng dạng.
- Chứng minh: $\triangle MAP$ và $\triangle MNH$ đồng dạng.
- Cho b, c cố định, A thay đổi vị trí sao cho $\triangle ABC$ vẫn có 3 góc nhọn. $\triangle ABC$ phải có đặc điểm gì để tích $MH \cdot MA$ có giá trị lớn nhất.

Bai 132. Cho $\triangle ABC$. Kẻ $DE \parallel BC$ sao cho $DC^2 = BC \cdot DE$.

- Chứng minh: $\triangle DEC$ và $\triangle CDB$ đồng dạng. Suy ra cách dựng DE.
- Chứng minh: $AD^2 = AC \cdot AE$ và $AC^2 = AB \cdot AD$.

Bai 133. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có đường cao AH. Từ H vẽ $HI \perp AB$ tại I và $HJ \perp AC$ tại J. Gọi AM là trung tuyến của $\triangle ABC$.

- Biết $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$. Tính BC, AH, BI.
- Chứng minh: $IJ = AH$ và $AM \perp IJ$.
- Chứng minh: $AB \cdot AI = AC \cdot AJ$; $\triangle AIJ$ và $\triangle ACB$ đồng dạng.
- Chứng minh: $\triangle ABJ$ và $\triangle ACI$ đồng dạng; $\triangle BIJ$ và $\triangle IHC$ đồng dạng.

Bai 134. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $A > 90^\circ$ và CI là tia phân giác của $\triangle ABC$. Đường thẳng vuông góc với CI tại I cắt các đường thẳng AC, BC lần lượt tại E và F. Chứng minh: $BC \cdot AE = AC \cdot BF$.

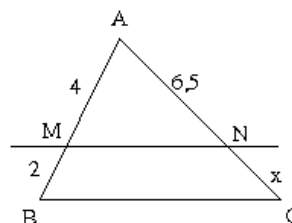
Bai 135. Các đường cao của một tam giác có 3 góc nhọn ABC cắt nhau tại O. Trên các đoạn thẳng OB và OC người ta lấy các điểm B', C' sao cho $AB'C = AC'B = 90^\circ$. Chứng minh: $AB' = AC'$.

CÁC ÑỀ ON TAP**ÑỀ 1****A. LY THUYET****Cau 1. Trong cac cau sau cau nao ñung, cau nao sai ?**

- Hai Δ can co 1 cap canh bang nhau thi ñong dang.
- Tỉ so hai ñông cao tổng ồng của hai Δ ñong dang bang tỉ so ñong dang.
- Neu mot ñông thang cat hai canh của mot Δ va song song với canh còn lại thì nó tạo thành mot Δ mới ñong dang với Δ ñã cho.
- Neu hai canh của Δ này tỉ lệ với hai canh của Δ kia va hai goc tạo bởi giữa các cap canh ño bang nhau, thì hai Δ ño ñong dang.
- Trong Δ , ñông phân giác của mot goc chia canh ñối diện thành hai ñoan thang tỉ lệ với hai canh của Δ .
- Neu mot ñông thang cat hai canh của mot Δ thì nó tạo thành mot Δ mới có ba canh tỉ lệ với Δ ñã cho.
- Neu mot ñông thang song song với mot canh của Δ va cat hai canh còn lại thì nó ñình ra trên hai canh ñó những ñoan thang tổng ồng tỉ lệ.

Cau 2. Chon cau ñung:

- Ño dai x trong hình vẽ bên cạnh là:
 - ☐ $x = 3,25$
 - ☐ $x = 13$
 - ☐ $x = 52$
 - ☐ $x = 0,325$

**B. BAI TAP**Cho ΔABC có 3 góc nhọn, các ñông cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh:

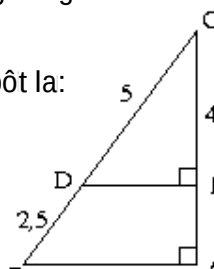
- a. $AD \cdot BC = BE \cdot AC = CF \cdot AB$
- b. $HD \cdot HA = HE \cdot HB = HF \cdot HC$
- c. $AE \cdot AC = AB \cdot AF$ và $AD \cdot HD = BD \cdot CD$
- d. $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = 1$
- e. ΔABC và ΔAEF ñong dang, ΔBDF và ΔEDC ñong dang.
- f. ΔABH và ΔEDH ñong dang, ΔAFD và ΔEHD ñong dang.
- g. H cách ñều 3 canh của ΔDEF .

ÑỀ 2**A. LY THUYET****Cau 1. Trong cac cau sau cau nao ñung, cau nao sai ?**

- Hai Δ can co mot cap goc tổng ồng ô ñây bang nhau thì ñong dang.
- Hai Δ can co cap canh bên và mot cap canh ñây bang nhau thì ñong dang.
- Hai tam giác ñong dang thì bang nhau.
- Các tam giác ñều ñều ñong dang với nhau.
- Δ vuông này có mot góc nhọn bang góc nhọn của tam giác vuông kia thì ñong dang.
- Δ vuông này có hai canh góc vuông bang với hai canh góc vuông của tam giác vuông kia thì ñong dang.
- Tỉ số diện tích của hai Δ ñong dang bang tỉ số ñong dang.

Cau 2. Chon cau ñung:

- Ño dai AC, DE và AB trên hình vẽ bên cạnh lần lượt là:
 - ☐ 6 3 6
 - ☐ 6 3,5 4,5



- 2 6 8
□ 6 3 4,5

B. BAI TAP

Cho $\triangle ABC$ có $A = 90^\circ$, $AB = 80\text{cm}$, $AC = 60\text{cm}$, AH là đường cao, AI là phân giác ($I \in BC$).

- Tính BC , AH , BI , CI .
- Chứng minh: $\triangle ABC$ và $\triangle HAC$ đồng dạng.
- HM và HN là phân giác của $\triangle ABH$ và $\triangle ACH$. C/m: $\triangle MAH$ và $\triangle NCH$ đồng dạng.
- Chứng minh: $\triangle ABC$ và $\triangle HMN$ đồng dạng rồi chứng minh $\triangle MAN$ vuông cân.
- Phân giác của góc ACB cắt HN ở E , p/giác của góc ABC cắt HM ở F . C/m: $EF \parallel MN$.
- Chứng minh: $BF \cdot EC = AF \cdot AE$

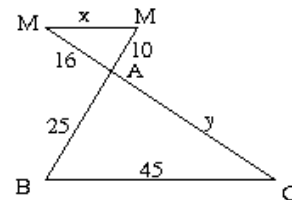
NE 3**A. LÝ THUYẾT**

Câu 1. Trong các câu sau câu nào đúng, câu nào sai ?

- Hai $\triangle$ có một cặp góc bằng nhau thì đồng dạng.
- Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng.
- $\triangle$ vuông này có một góc nhọn α thì với góc nhọn của tam giác vuông kia thì đồng dạng.
- Tỷ số hai đường cao tương ứng của hai $\triangle$ đồng dạng bằng bình phương tỷ số đồng dạng.
- Tỷ số chu vi của hai $\triangle$ đồng dạng bằng tỷ số đồng dạng.
- $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle MNP$ theo tỷ số k_1 , $\triangle MNP$ đồng dạng với $\triangle RST$ theo tỷ số k_2 thì $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle RQS$ theo tỷ số k_1/k_2
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một $\triangle$ thì nó tạo thành một $\triangle$ mới đồng dạng với $\triangle$ đã cho.

Câu 2. Chọn câu đúng:

- Nối dài đoạn thẳng MN và AC trên hình bên là
- $x = 18$ và $y = 64$
- $x = 64$ và $y = 40$
- $x = 18$ và $y = 40$
- $x = 20$ và $y = 35$

**B. BAI TAP**

Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH (H nằm giữa B và C). Từ H vẽ $HM \perp AB$ ($M \in AB$) và $HN \perp AC$ ($N \in AC$).

- Biết $HA = 15\text{cm}$, $HC = 36\text{cm}$, $BC = 56\text{cm}$. Tính AB , AC .
- Chứng minh: $AB \cdot AM = AC \cdot AN$; $\triangle ABC$ và $\triangle ANM$ đồng dạng.
- Chứng minh: $AB \cdot CM = AC \cdot BN$
- CM cắt BN tại K . Chứng minh: $\triangle MKN$ và $\triangle BKC$ đồng dạng.
- Chứng minh: $MN \cdot BC + BM \cdot CN = CM \cdot BN$
- Nếu cho A , H cố định, B và C di chuyển trên đường thẳng vuông góc với AH tại H sao cho H vẫn nằm giữa B và C . Chứng minh rằng trung trực của đoạn thẳng MN luôn đi qua 1 điểm cố định.

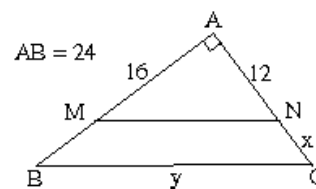
NE 4**A. LÝ THUYẾT**

Câu 1. Trong các câu sau câu nào đúng, câu nào sai ?

- Hai Δ cân có cặp góc ở đỉnh bằng nhau và một cặp cạnh bên bằng nhau thì đồng dạng.
- Hai tam giác bằng nhau là trường hợp đặc biệt của hai tam giác đồng dạng khi $k = 1$.
- Δ vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của Δ vuông kia thì đồng dạng.
- Tỉ số diện tích của hai Δ đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.
- ΔABC đồng dạng với ΔMNP theo tỉ số k thì ΔMNP đồng dạng với ΔABC theo tỉ số $1/k$.
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một Δ thì nó tạo thành một Δ mới đồng dạng với Δ đã cho.
- Nếu hai cạnh của Δ này tỉ lệ với hai cạnh của Δ kia và hai góc bằng nhau, thì hai Δ đó đồng dạng.

Câu 2. Chọn câu đúng:

- Nối dài NC và BC trên hình bên lần lượt là
 - ☐ $x = 12$ và $y = 19,2$
 - ☐ $x = 6$ và $y = 30$
 - ☐ $x = 8$ và $y = 30$
 - ☐ Một kết quả khác



B. BÀI TẬP

Cho ΔABC . Trên nửa mặt phẳng không chứa A có bờ là BC, vẽ tia Cx sao cho $\angle BCx = \frac{\angle BAC}{2}$.

Gọi D là phân giác của ΔABC . Tia Cx cắt tia AD ở E. Chứng minh:

- a. ΔABD và ΔCED đồng dạng; ΔABD và ΔAEC đồng dạng.
- b. $AE^2 > AB \cdot AC$.
- c. Trung trực của BC đi qua E.
- d. Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh: $4AB \cdot AC = 4AI^2 - DE^2$

NE 5

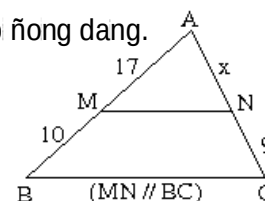
A. LÝ THUYẾT

Câu 1. Trong các câu sau câu nào đúng, câu nào sai ?

- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một Δ thì nó hình ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một Δ và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một Δ mới có ba cạnh tỉ lệ với Δ đã cho.
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một Δ và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một Δ mới đồng dạng với Δ đã cho.
- Trong Δ , đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.
- ΔABC đồng dạng với ΔMNP theo tỉ số k_1 , ΔMNP đồng dạng với ΔRST theo tỉ số k_2 thì ΔABC đồng dạng với ΔRQS theo tỉ số $k_1.k_2$
- Tỉ số chu vi của hai Δ đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.
- Các tam giác đều đều bằng nhau.

Câu 2. Chọn câu đúng:

- Nối dài đoạn thẳng AN trên hình bên là
 - ☐ $x = 18,9$
 - ☐ $x = 15,3$
 - ☐ $x = 5,3$
 - ☐ Một kết quả khác



B. BÀI TẬP

Cho hình vuông ABCD có tâm O, M là 1 điểm lấy trên cạnh BC ($M \neq B$). Tia AM cắt DC tại P. Trên tia nối của tia DC lấy điểm N sao cho $DN = BM$.

- Chứng minh: $\triangle AND = \triangle ABM$ và $\triangle MAN$ là $\triangle$ vuông cân.
- Chứng minh: $\triangle ABM$ và $\triangle PDA$ đồng dạng và $BC^2 = BM \cdot DP$.
- Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với MN tại H và cắt CD tại Q, MN cắt AD ở I.
Chứng minh: $AH \cdot AQ = AI \cdot AD$ và $\angle DAQ = \angle HMN$.
- Chứng minh: $\triangle NDH$ và $\triangle NIQ$ đồng dạng