

Bài 51: Cho hai hình vuông ABCD và MNPQ như trong hình vẽ. Biết $BD = 12 \text{ cm}$.
 Hãy tính diện tích phần gạch chéo.

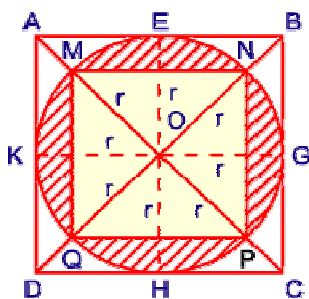
Bài giải : Diện tích tam giác ABD là :

$$(12 \times (12 : 2)) / 2 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình vuông ABCD là :

$$36 \times 2 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình vuông AEOK là :



$$72 : 4 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Do đó : } OE \times OK = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$r \times r = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tròn tâm O là :

$$18 \times 3,14 = 56,92 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích tam giác MON} = r \times r : 2 = 18 : 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình vuông MNPQ là :

$$9 \times 4 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích phần gạch chéo là :

$$56,92 - 36 = 20,92 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 52: Bạn Toàn nhân một số với 2002 nhưng “đãng trí” quên viết 2 chữ số 0 của số 2002 nên kết quả “bị” giảm đi 3965940 đơn vị. Toàn đã định nhân số nào với 2002 ?

Bài giải : Vì “đãng trí” nên bạn Toàn đã nhân nhầm số đó với 22.

Thừa số thứ hai bị giảm đi số đơn vị là : $2002 - 22 = 1980$ (đơn vị).

Do đó kết quả bị giảm đi 1980 lần thừa số thứ nhất, và bằng 3965940 đơn vị.

Vậy thừa số thứ nhất là : $3965940 : 1980 = 2003$.

Bài 53 : Người ta cộng 5 số và chia cho 5 thì được 138. Nếu xếp các số theo thứ tự lớn dần thì cộng 3 số đầu tiên và chia cho 3 sẽ được 127, cộng 3 số cuối và chia cho 3 sẽ được 148. Bạn có biết số đứng giữa theo thứ tự trên là số nào không ?

Bài giải : 138 là trung bình cộng của 5 số, nên tổng 5 số là : $138 \times 5 = 690$.

Tổng của ba số đầu tiên là : $127 \times 3 = 381$.

Tổng của ba số cuối cùng là : $148 \times 3 = 444$.

Tổng của hai số đầu tiên là : $690 - 444 = 246$.

Số ở giữa là số đứng thứ ba, nên số ở giữa là : $381 - 246 = 135$.

Bài 54 : Cho bảng ô vuông gồm 10 dòng và 10 cột. Hai bạn Tín và Nhi tô màu các ô, mỗi ô một màu trong 3 màu : xanh, đỏ, tím. Bạn Tín bảo : "Lần nào tô xong hết các ô cũng có 2 dòng mà trên 2 dòng đó có một màu tô số ô dòng này bằng tô số ô dòng kia". Bạn Nhi bảo : "Tớ phát hiện ra bao giờ cũng có 2 cột được tô như thế".
Nào, bạn hãy cho biết ai đúng, ai sai ?

Bài giải : Giả sử số ô tô màu đỏ ở tất cả các dòng đều khác nhau mà mỗi dòng có 10 ô nên số ô được tô màu đỏ ít nhất là :
 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ (ô).
Lí luận tương tự với màu xanh, màu tím ta cũng có kết quả như vậy.
Do đó bảng sẽ có ít nhất $45 + 45 + 45 = 135$ (ô). Điều này mâu thuẫn với bảng chỉ có 100 ô.
Chứng tỏ ít nhất phải có 2 dòng mà số ô tô bởi cùng một màu là như nhau.
Đối với các cột, ta cũng lập luận tương tự như trên. Do đó cả hai bạn đều nói đúng.

Bài 55 : Tìm 4 số tự nhiên có tổng bằng 2003. Biết rằng nếu xóa bỏ chữ số hàng đơn vị của số thứ nhất ta được số thứ hai. Nếu xóa bỏ chữ số hàng đơn vị của số thứ hai ta được số thứ ba. Nếu xóa bỏ chữ số hàng đơn vị của số thứ ba ta được số thứ tư.

Bài giải : Số thứ nhất không thể nhiều hơn 4 chữ số vì tổng 4 số bằng 2003. Nếu số thứ nhất có ít hơn 4 chữ số thì sẽ không tồn tại số thứ tư. Vậy số thứ nhất phải có 4 chữ số. Gọi số thứ nhất là $abcd$ ($a > 0, a, b, c, d < 10$). Số thứ hai, số thứ ba, số thứ tư lần lượt sẽ là : abc ; ab ; a . Theo bài ra ta có phép tính :

$$abcd + abc + ab + a = 2003.$$

$$\text{Theo phân tích cấu tạo số ta có : } aaaa + bbb + cc + d = 2003 (*)$$

Từ phép tính (*) ta có $a < 2$, nên $a = 1$. Thay $a = 1$ vào (*) ta được :

$$1111 + bbb + cc + d = 2003.$$

$$bbb + cc + d = 2003 - 1111$$

$$bbb + cc + d = 892 (**)$$

$b > 7$ vì nếu b nhỏ hơn hoặc bằng 7 thì $bbb + cc + d$ nhỏ hơn 892 ; $b < 9$ vì nếu $b = 9$ thì $bbb = 999 > 892$. Suy ra b chỉ có thể bằng 8.

Thay $b = 8$ vào (**) ta được :

$$888 + cc + d = 892$$

$$cc + d = 892 - 888$$

$$cc + d = 4$$

Từ đây suy ra c chỉ có thể bằng 0 và d = 4.

Vậy số thứ nhất là 1804, số thứ hai là 180, số thứ ba là 18 và số thứ tư là 1.

Thử lại : $1804 + 180 + 18 + 1 = 2003$ (đúng)

Bài 56 : Một người mang ra chợ 5 giỏ táo gồm hai loại. Số táo trong mỗi giỏ lần lượt là : 20 ; 25 ; 30 ; 35 và 40. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại táo. Sau khi bán hết một giỏ táo nào đó, người ấy thấy rằng : Số táo loại 2 còn lại đúng bằng nửa số táo loại 1. Hỏi số táo loại 2 còn lại là bao nhiêu ?

Bài giải : Số táo người đó mang ra chợ là :

$$20 + 25 + 30 + 35 + 40 = 150 \text{ (quả)}$$

Vì số táo loại 2 còn lại đúng bằng nửa số táo loại 1 nên sau khi bán, số táo còn lại phải chia hết cho 3.

Vì tổng số táo mang ra chợ là 150 quả chia hết cho 3 nên số táo đã bán phải chia hết cho 3. Trong các số 20, 25, 30, 35, 40 chỉ có 30 chia hết cho 3. Do vậy người ấy đã bán giỏ táo đựng 30 quả.

Tổng số táo còn lại là :

$$150 - 30 = 120 \text{ (quả)}$$

Ta có sơ đồ biểu diễn số táo của loại 1 và loại 2 còn lại :



Số táo loại 2 còn lại là :

$$120 : (2 + 1) = 40 \text{ (quả)}$$

Vậy người ấy còn lại giỏ đựng 40 quả chính là số táo loại 2 còn lại.

Đáp số : 40 quả

Bài 57 : Không được thay đổi vị trí của các chữ số đã viết trên bảng : 8 7 6 5 4 3 2 1 mà chỉ được viết thêm các dấu cộng (+), bạn có thể cho được kết quả của dãy phép tính là 90 được không ?

Bài giải : Có hai cách điền :

$$8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 90$$

$$8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 90$$

Để tìm được hai cách điền này ta có thể có nhận xét sau :

$$\text{Tổng } 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36 ; 90 - 36 = 54.$$

Như vậy muốn có tổng 90 thì trong các số hạng phải có một hoặc hai số là số có hai chữ số. Nếu số có hai chữ số đó là 87 hoặc 76 mà $87 > 54$, $76 > 54$ nên không thể được. Nếu số có hai chữ số là 65 ; $65 + 36 - 6 - 5 = 90$, ta có thể điền :

$$8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 - 90.$$

Nếu số có hai chữ số là 54 thì cũng không thể có tổng là 90 được vì $54 + 36 - 5 - 4 < 90$.

Nếu số có hai chữ số là 43 ; $43 < 54$ nên cũng không thể được. Nếu trong tổng có 2 số

có hai chữ số là 43 và 21 thì ta có $43 + 21 - (4 + 3 + 2 + 1) = 54$. Như vậy ta có thể điền:
 $8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 90$.

Bài 58 : Cho phân số

$$M = (1 + 2 + \dots + 9) / (11 + 12 + \dots + 19).$$

Hãy bớt một số hạng ở tử số và một số hạng ở mẫu số sao cho giá trị phân số không thay đổi.

Tóm tắt bài giải :

$$M = (1 + 2 + \dots + 9) / (11 + 12 + \dots + 19) = 45/135 = 1/3.$$

Theo tính chất của hai tỉ số bằng nhau thì $45/135 = (45 - k)/(135 - k \times 3)$ (k là số tự nhiên nhỏ hơn 45). Do đó ở tử số của M bớt đi 4 ; 5 ; 6 thì tương ứng ở mẫu số phải bớt đi 12 ; 15 ; 18.

Bài 59 :

Chỉ có một chiếc ca

Đựng đầy vừa một lít

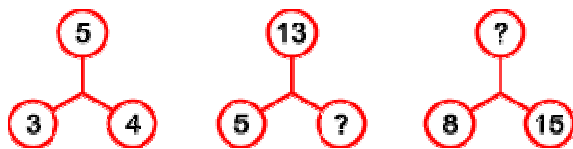
Bạn hãy mau cho biết

Đong nửa lít thế nào ?

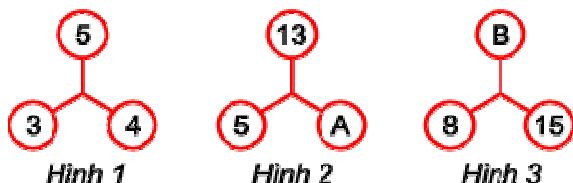
Bài giải :

Ai khéo tay tinh mắt
 Nghiêng ca như hình trên
 Sẽ đạt yêu cầu liền
 Trong ca : đúng nửa lít !

Bài 60 : Điền số thích hợp theo mẫu :



Bài giải : Bài này có hai cách điền :

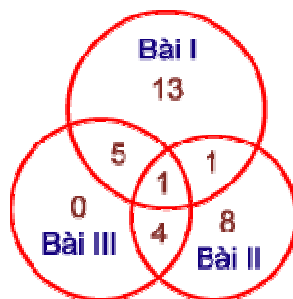


Cách 1 : Theo hình 1, ta có 4 là trung bình cộng của 3 và 5 (vì $(3 + 5) : 2 = 4$).
 Khi đó ở hình 2, gọi A là số cần điền, ta có A là trung bình cộng của 5 và 13.
 Do đó $A = (5 + 13) : 2 = 9$.
 ở hình 3, gọi B là số cần điền, ta có 15 là trung bình cộng của 8 và B.
 Do đó $8 + B = 15 \times 2$. Từ đó tìm được $B = 22$.

Cách 2 : Theo hình 1, ta có
 $3 \times 3 + 4 \times 4 = 5 \times 5$.
 Khi đó ở hình 2 ta có :
 $5 \times 5 + A \times A = 13 \times 13$.
 suy ra $A \times A = 144$. Vậy $A = 12$ (vì $12 \times 12 = 144$).
 ở hình 3 ta có : $8 \times 8 + 15 \times 15 = B \times B$.
 suy ra $B \times B = 289$. Vậy $B = 17$ (vì $17 \times 17 = 289$).

Bài 61 : Cả lớp 4A phải làm một bài kiểm tra toán gồm có 3 bài toán. Giáo viên chủ nhiệm lớp báo cáo với nhà trường rằng : cả lớp mỗi em đều làm được ít nhất một bài, trong lớp có 20 em giải được bài toán thứ nhất, 14 em giải được bài toán thứ hai, 10 em giải được bài toán thứ ba, 5 em giải được bài toán thứ hai và thứ ba, 2 em giải được bài toán thứ nhất và thứ hai, có mỗi một em được 10 điểm vì đã giải được cả ba bài. Hỏi rằng lớp học đó có bao nhiêu em tất cả ?

Bài giải :



Mỗi hình tròn để ghi số bạn giải đúng một bài nào đó. Vì chỉ có một bạn giải đúng 3 bài nên điền số 1 vào phần chung của 3 hình tròn. Số bạn giải đúng bài I và bài II là 2 nên phần chung của hai hình tròn này mà không chung với hình tròn còn lại sẽ được ghi số 1 (vì $2 - 1 = 1$). Tương tự, ta ghi được các số vào các phần còn lại.
 Số học sinh lớp 4A chính là tổng các số đã điền vào các phần :
 $13 + 5 + 1 + 1 + 4 + 8 + 0 = 32$ (HS)

Bài 62 : Bạn hãy điền các số từ 1 đến 9 vào các ô trống để các phép tính đều thực hiện đúng (cả hàng dọc và hàng ngang).

	+		-		= 2
+		x		+	
	+		-		= 4
:		-		:	
	+		:		= 2
= 6		= 4		= 5	

Bài giải : Ta đặt tên cho các số phải tìm như trong bảng. Các số điền vào ô trống là các số có 1 chữ số nên tổng các số lớn nhất chỉ có thể là 17.

A	+	B	-	C	= 2
+		x		+	
D	+	E	-	G	= 4
:		-		:	
H	+	K	:	M	= 2
= 6		= 4		= 5	

ở cột 1, có $A + D : H = 6$, nên H chỉ có thể lớn nhất là 2.

Cột 5 có $C + G : M = 5$ nên M chỉ có thể lớn nhất là 3.

* Nếu $H = 1$ thì $A + D = 6 = 2 + 4$, do đó $M = 3$ và $H + K = 2 \times 3 = 6 = 1 + 5$.

$K = 5$ thì $B \times E = 4 + 5 = 9$, như thế chỉ có thể B hoặc E bằng 1, điều đó chứng tỏ H không thể bằng 1.

* Nếu $H = 2$ thì M phải bằng 1 hoặc 3; nếu $M = 1$ thì $H + K = 2$, như vậy

$K = 0$, điều này cũng không thể được.

Vậy $M = 3$; $H + K = 6$ thì $K = 4$.

$H = 2$ thì $A + D = 12 = 5 + 7$; như vậy $A = 5$, $D = 7$ hoặc $D = 5$, $A = 7$.

$K = 4$ thì $B \times E = 4 + 4 = 8 = 1 \times 8$; như vậy $B = 1$, $E = 8$ hoặc $E = 1$, $B = 8$.

$M = 3$ thì $C + G = 15 = 6 + 9$; như vậy $C = 6$, $G = 9$ hoặc $G = 6$, $C = 9$; G chỉ có thể bằng 9 vì nếu $G = 6$ thì $D + E = 10$, mà trong các số 1, 5, 7, 8 không có hai số nào có tổng bằng 10. Vậy $C = 6$ và $A + B = 8$, như vậy B chỉ có thể bằng 1, $A = 7$ thì $D = 5$ và $E = 8$.

Các số điền vào bảng như hình sau.

7	+	1	-	6	= 2
+		x		+	
5	+	8	-	9	= 4
:		-		:	
2	+	4	:	3	= 2
= 6		= 4		= 5	

Bài 63 : $S = 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8$ có phải là số tự nhiên không ? Vì sao ?

Bài giải : Các bạn đã giải theo 3 hướng sau đây :

Hướng 1 : Tính $S = 1\ 201/280$

Hướng 2 : Khi qui đồng mẫu số để tính S thì mẫu số chung là số chẵn. Với mẫu số chung này thì $1/2$; $1/3$; $1/4$; $1/5$; $1/6$; $1/7$ sẽ trở thành các phân số mà tử số là số chẵn, chỉ có $1/8$ là trở thành phân số mà tử số là số lẻ. Vậy S là một phân số có tử số là số lẻ và mẫu số là số chẵn nên S không phải là số tự nhiên.

Hướng 3 : Chứng minh $5/4 < S < 2$

Thật vậy $1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8 > 6 \times 1/8 = 3/4$

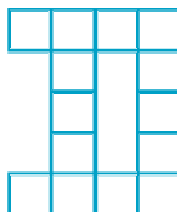
nên $S > 3/4 + 1/2 = 5/4$

Mặt khác : $1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 < 4 \times 1/4 = 1$

nên $S < 1 + 1/2 + 1/3 + 1/8 = 1 + 1/2 + 11/24 < 2$

Vì $5/4 < S < 2$ nên S không phải là số tự nhiên.

Bài 64 : Bạn hãy điền đủ các số từ 1 đến 14 vào các ô vuông sao cho tổng 4 số ở mỗi hàng ngang hay tổng 5 số ở mỗi cột dọc đều là 30.

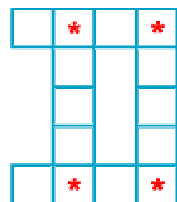


Bài giải : Tổng các số từ 1 đến 14 là : $(14 + 1) \times 14 : 2 = 105$.

Tổng các số của 4 hàng là : $30 \times 4 = 120$.

Tổng bốn số ở bốn ô có dấu * là : $120 - 105 = 15$.

Cặp bốn số ở bốn ô có dấu * là một trong các trường hợp sau :



$$15 = 1 + 2 + 3 + 9 \quad (1)$$

$$= 1 + 2 + 4 + 8 \quad (2)$$

$$= 1 + 2 + 5 + 7 \quad (3)$$

$$= 1 + 3 + 4 + 7 \quad (4)$$

$$= 1 + 3 + 5 + 6 \quad (5)$$

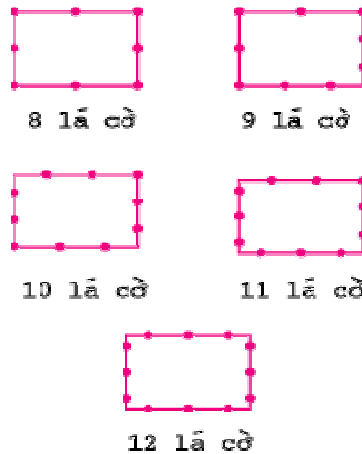
$$= 2 + 3 + 4 + 6 \quad (6)$$

Từ mỗi trường hợp này có thể tạo nên nhiều cách sắp xếp các số khác nhau.

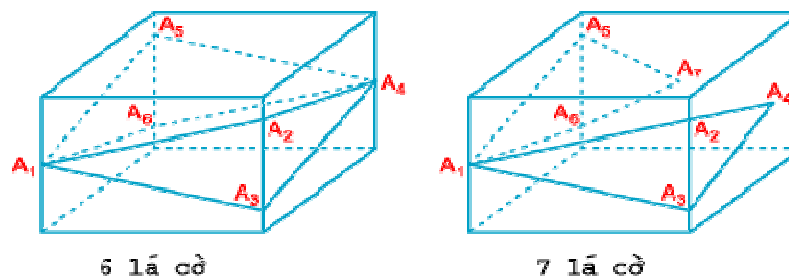
13	1	14	2
	11		12
	4		6
	5		7
8	9	10	3

Bài 65: Căn phòng có 4 bức tường, trên mỗi bức tường treo 3 lá cờ mà khoảng cách giữa 3 lá cờ trên một bức tường là như nhau. Bạn có biết căn phòng treo mấy lá cờ không ?

Bài giải: Để đơn giản, ta sẽ treo tất cả các lá cờ ở độ cao ngang nhau trên cả 4 bức tường. Khi đó cách treo cờ sẽ giống như bài toán trồng cây. Ta có 5 cách trồng ứng với số lá cờ là 8, 9, 10, 11, 12 lá cờ như sau (coi mỗi lá cờ là một điểm chấm tròn):



Nếu các lá cờ được treo ở độ cao khác nhau trên mỗi bức tường thì vị trí 3 lá cờ trên một bức tường sẽ tạo thành 3 đỉnh của một hình tam giác đều. Khi đó ta sẽ có các cách treo khác ứng với số lá cờ là 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 lá cờ. Xin nêu ra 2 cách treo ứng với số lá cờ là 6 lá và 7 lá như sau:

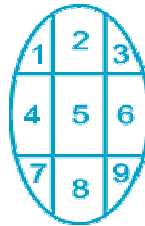


Vậy số lá cờ trong căn phòng có thể từ 6 đến 12 lá cờ.

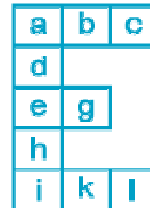
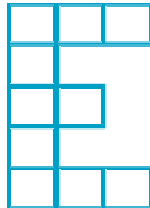
Bài 66: Lọ Lem chia một quả dưa (dưa đỏ) thành 9 phần cho 9 cụ già. Nhưng khi các cụ ăn xong, Lọ Lem thấy có 10 miếng vỏ dưa. Lọ Lem chia dưa kiểu gì ấy nhỉ ?

Bài giải: Có nhiều cách bỏ dưa, Lọ Lem đã bỏ dưa như sau:

Cắt ngang quả dưa làm 3 phần, sau đó lại bỏ dọc quả dưa làm 3 phần sẽ được 9 miếng dưa (như hình vẽ) chia cho 9 cụ, sau khi ăn xong sẽ có 10 miếng vỏ dưa. Vì riêng miếng số 5 có vỏ ở 2 đầu, nên khi ăn xong sẽ có 2 miếng vỏ.



Bài 67: Bạn hãy điền đủ các số từ 1 đến 10 vào các ô vuông sao cho tổng các số ở nét dọc (1 nét) cũng như ở nét ngang (3 nét) đều là 16.



Bài giải: Tất cả các bạn đều nhận ra một phương án điền số: $a = 1$; $b = 9$; $c = 5$; $d = 4$; $e = 6$; $g = 10$; $h = 3$; $i = 1$; $k = 8$; $l = 7$. Từ đó sẽ có các phương án khác bằng cách:

- 1) Đổi các ô b và c .
- 2) Đổi các ô k và l .
- 3) Đổi các ô d và h .
- 4) Đổi đồng thời cả 3 ô a, b, c cho 3 ô i, k, l .

Như vậy các bạn sẽ có 16 cách điền số khác nhau.

Bài 68: Trong một cuộc thi tài Toán Tuổi thơ có 51 bạn tham dự. Luật cho điểm như sau:

+ Mỗi bài làm đúng được 4 điểm.

+ Mỗi bài làm sai hoặc không làm sẽ bị trừ 1 điểm.

Bạn chứng tỏ rằng tìm được 11 bạn có số điểm bằng nhau.

Bài giải: Thi tài giải Toán Tuổi thơ có 5 bài. Số điểm của 51 bạn thi có thể xếp theo 5 loại điểm sau đây:

+ Làm đúng 5 bài được:

$$4 \times 5 = 20 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 4 bài được:

$$4 \times 4 - 1 \times 1 = 15 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 3 bài được:

$$4 \times 3 - 1 \times 2 = 10 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 2 bài được:

$$4 \times 2 - 1 \times 3 = 5 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 1 bài được:

$$4 \times 1 - 1 \times 4 = 0 \text{ (điểm).}$$

Vì $51 : 5 = 10$ (dư 1) nên phải có ít nhất 11 bạn có số điểm bằng nhau.

Bài 69:

Vũ Hữu cùng với Lương Thế Vinh
Hai nhà toán học, một năm sinh
Thực hành, tính toán đều thông thạo
Vẽ vang dân tộc nước non mình

Năm sinh của hai ông là một số có bốn chữ số, tổng các chữ số bằng 10. Nếu viết năm sinh theo thứ tự ngược lại thì năm sinh không đổi. Bạn đã biết năm sinh của hai ông chưa?

Bài giải: Gọi năm sinh của hai ông là $abba$ ($a \neq 0$, $a < 3$, $b < 10$).

Ta có: $a + b + b + a = 10$ hay $(a + b) \times 2 = 10$. Do đó $a + b = 5$.

Vì $a \neq 0$ và $a < 3$ nên $a = 1$ hoặc 2 .

* Nếu $a = 1$ thì $b = 5 - 1 = 4$. Khi đó năm sinh của hai ông là 1441 (đúng).

* Nếu $a = 2$ thì $b = 5 - 2 = 3$. Khi đó năm sinh của hai ông là 2332 (loại).

Vậy hai ông Vũ Hữu và Lương Thế Vinh sinh năm 1441.

Bài 70: Tâm giúp bán cam trong ba ngày, Ngày thứ hai: số cam bán được tăng 10% so với ngày thứ nhất. Ngày thứ ba: số cam bán được giảm 10% so với ngày thứ hai. Bạn có biết trong ngày thứ nhất và ngày thứ ba thì ngày nào Tâm bán được nhiều cam hơn không ?

Bài giải: Biểu thị số cam bán ngày thứ nhất là 100% thì số bán ngày thứ hai là:
 $100\% + 10\% = 110\%$ (số cam ngày thứ nhất)

Biểu thị số cam bán ngày thứ hai là 100% thì số bán ngày thứ hai là:

$100\% - 10\% = 90\%$ (số cam ngày thứ hai)

So với ngày thứ nhất thì số cam ngày thứ ba bán là:

$110\% \times 90\% = 99\%$ (số cam ngày thứ nhất)

Vì $100\% > 99\%$ nên ngày thứ nhất bán được nhiều cam hơn ngày thứ ba.

Bài 71: Cu Tí chọn 4 chữ số liên tiếp nhau và dùng 4 chữ số này để viết ra 3 số gồm 4 chữ số khác nhau. Biết rằng số thứ nhất viết các chữ số theo thứ tự tăng dần, số thứ hai viết các chữ số theo thứ tự giảm dần và số thứ ba viết các chữ số theo thứ tự nào đó. Khi cộng ba số vừa viết thì được tổng là 12300. Bạn hãy cho biết các số mà cu Tí đã viết.

Bài giải : Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp từ nhỏ đến lớn là a, b, c, d .

Số thứ nhất cu Tí viết là $abcd$, số thứ hai cu Tí viết là $dcba$.

Ta xét các chữ số hàng nghìn của ba số có tổng là 12300:

a là số lớn hơn 1 vì nếu $a = 1$ thì $d = 4$, khi đó số thứ ba có chữ số hàng nghìn lớn nhất là 4 và tổng của ba chữ số này lớn nhất là:

$1 + 4 + 4 = 9 < 12$; như vậy tổng của ba số nhỏ hơn 12300.

a là số nhỏ hơn 5 vì nếu $a = 5$ thì $d = 8$ và $a + d = 13 > 12$; như vậy tổng của ba số lớn hơn 12300.

a chỉ có thể nhận 3 giá trị là 2, 3, 4.

- Nếu $a = 2$ thì số thứ nhất là 2345, số thứ hai là 5432. Số thứ ba là: $12300 - (2345 + 5432) = 4523$ (đúng, vì số này có các chữ số là 2, 3, 4, 5).

- Nếu $a = 3$ thì số thứ nhất là 3456, số thứ hai là 6543.

Số thứ ba là :

$12300 - (3456 + 6543) = 2301$ (loại, vì số này có các chữ số khác với 3, 4, 5, 6).

- Nếu $a = 4$ thì số thứ nhất là 4567, số thứ hai là 7654. Số thứ ba là:

$12300 - (4567 + 7654) = 79$ (loại).

Vậy các số mà cu Tí đã viết là : 2345, 5432, 4523.

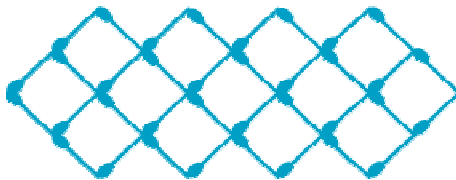
Bài 72: Với 4 chữ số 2 và các dấu phép tính bạn có thể viết được một biểu thức để có kết quả là 9 được không? Tôi đã cố gắng viết một biểu thức để có kết quả là 7 nhưng chưa được. Còn bạn? Bạn thử sức xem nào!

Bài giải: Với bốn chữ số 2 ta viết được biểu thức có giá trị bằng 9 là:

$$22 : 2 - 2 = 9.$$

Không thể dùng bốn chữ số 2 để viết được biểu thức có kết quả là 7.

Bài 73: Với 36 que diêm đã được xếp như hình dưới.



1) Bạn đếm được bao nhiêu hình vuông?

2) Bạn hãy nhấc ra 4 que diêm để chỉ còn 4 hình vuông được không?

Bài giải :

1) Nhìn vào hình vẽ, ta thấy có 2 loại hình vuông, hình vuông có cạnh là 1 que diêm và hình vuông có cạnh là 2 que diêm.

Hình vuông có cạnh là 1 que diêm gồm có 13 hình, hình vuông có cạnh là 2 que diêm gồm có 4 hình. Vậy có tất cả là 17 hình vuông.

2) Mỗi que diêm có thể nằm trên cạnh của nhiều nhất là 3 hình vuông, nếu nhấc ra 4 que diêm thì ta bớt đi nhiều nhất là : $4 \times 3 = 12$ (hình vuông), còn lại

$17 - 12 = 5$ (hình vuông). Như vậy không thể nhấc ra 4 que diêm để còn lại 4 hình vuông được.

Bài 74: Có 7 thùng đựng đầy dầu, 7 thùng chỉ còn nửa thùng dầu và 7 vỏ thùng. Làm sao có thể chia cho 3 người để mọi người đều có lượng dầu như nhau và số thùng như nhau ?

Bài giải: Gọi thùng đầy dầu là A, thùng có nửa thùng dầu là B, thùng không có dầu là C.

Cách 1: Không phải đổ dầu từ thùng này sang thùng kia.

Người thứ nhất nhận: 3A, 1B, 3C.

Người thứ hai nhận: 2A, 3B, 2C.

Người thứ ba nhận: 2A, 3B, 2C.

Cách 2: Không phải đổ dầu từ thùng này sang thùng kia.

Người thứ nhất nhận: 3A, 1B, 3C.

Người thứ hai nhận: 3A, 1B, 3C.

Người thứ ba nhận: 1A, 5B, 1C.

Cách 3: Đổ dầu từ thùng này sang thùng kia.

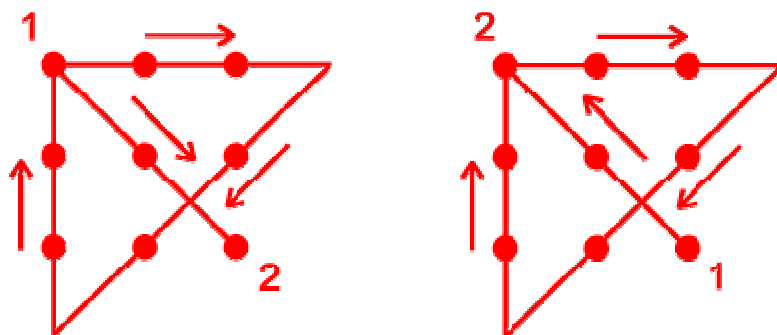
Lấy 4 thùng chứa nửa thùng dầu (4B) đổ đầy sang 2 thùng không (2C) để được 2 thùng đầy dầu (2A). Khi đó có 9A, 3B, 9C và mỗi người sẽ nhận được như nhau là 3A, 1B, 3C.

Bài 75: Hãy vẽ 4 đoạn thẳng đi qua 9 điểm ở hình bên mà không được nhắc bút hay tô lại.

Bài giải:

Cái khó ở bài toán này là chỉ được vẽ 4 đoạn thẳng và chỉ được vẽ bằng một nét nên cần phải “tạo thêm” hai điểm ở bên ngoài 9 điểm thì mới thực hiện được yêu cầu của đề bài.

Xin nêu ra một cách vẽ với hai “đường đi” khác nhau (bắt đầu từ điểm 1 và kết thúc ở điểm 2 với đường đi theo chiều mũi tên) như sau:



Khi xoay hoặc lật hai hình trên ta sẽ có các cách vẽ khác.

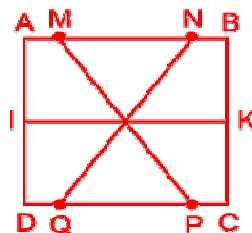
Bài 76:

*Chiếc bánh trung thu
Nhân tròn ở giữa*

*Hãy cắt 4 lần
Thành 12 miếng
Nhưng nhớ điều kiện
Các miếng bằng nhau
Và lần cắt nào
Cũng qua giữa bánh*

Bài giải: Có nhiều cách cắt được các bạn đề xuất. Xin giới thiệu 3 cách.

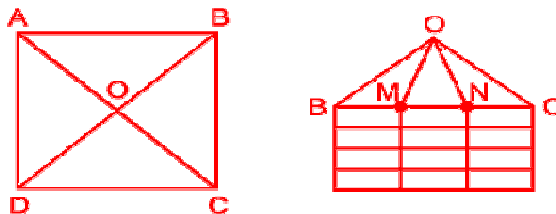
Cách 1: Nhát thứ nhất chia đôi theo bề dày của chiếc bánh và để nguyên vị trí này cắt thêm 3 nhát (như hình vẽ).



Lưu ý là $AM = BN = DQ = CP = \frac{1}{6} AB$ và $IA = ID = KB = KC = \frac{1}{2} AB$.

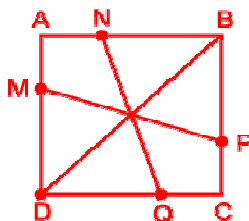
Các bạn có thể dễ dàng chứng minh được 12 miếng bánh là bằng nhau và cả 3 nhát cắt đều đi qua đúng ... tâm bánh.

Cách 2: Cắt 2 nhát theo 2 đường chéo để được 4 miếng rồi chồng 4 miếng này lên nhau cắt 2 nhát để chia mỗi miếng thành 3 phần bằng nhau (lưu ý: $BM = MN = NC$).



Cách 3: Nhát thứ nhất cắt như cách 1 và để nguyên vị trí này để cắt thêm 3 nhát như hình vẽ.

Lưu ý: $AN = AM = CQ = CP = \frac{1}{2} AB$.



Bài 77: Mỗi đỉnh của một tấm bìa hình tam giác được đánh số lần lượt là 1; 2; 3. Người ta chồng các tam giác này lên nhau sao cho không có chữ số nào bị che lấp. Một bạn cộng tất cả các chữ số nhìn thấy được kết quả là 2002. Liệu bạn đó có tính nhầm không?

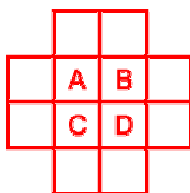
Bài giải: Tổng các số trên ba đỉnh của mỗi hình tam giác là $1 + 2 + 3 = 6$. Tổng này là một số chia hết cho 6. Khi chồng các hình tam giác này lên nhau sao cho không có chữ số nào bị che lấp, rồi tính tổng tất cả các chữ số nhìn thấy được phải có kết quả là số chia hết cho 6. Vì số 2002 không chia hết cho 6 nên bạn đó đã tính sai.

Bài 78: Bạn hãy điền đủ 12 số từ 1 đến 12, mỗi số vào một ô vuông sao cho tổng 4 số cùng nằm trên một cột hay một hàng đều như nhau.

Bài giải:

Tổng các số từ 1 đến 12 là: $(12+1) \times 12 : 2 = 78$

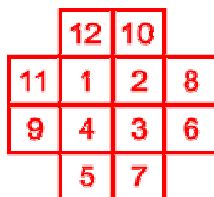
Vì tổng 4 số cùng nằm trên một cột hay một hàng đều như nhau nên tổng số của 4 hàng và cột phải là một số chia hết cho 4. Đặt các chữ cái A, B, C, D vào các ô vuông ở giữa (hình vẽ).



Khi tính tổng số của 4 hàng và cột thì các số ở các ô A, B, C, D được tính hai lần. Do đó để tổng 4 hàng, cột chia hết cho 4 thì tổng 4 số của 4 ô A, B, C, D phải chia cho 4 dư 2 (vì 78 chia cho 4 dư 2). Ta thấy tổng của 4 số có thể là: 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42.

Ta xét một vài trường hợp:

1) Tổng của 4 số bé nhất là 10. Khi đó 4 số sẽ là 1, 2, 3, 4. Do đó tổng của mỗi hàng (hay mỗi cột) là: $(78 + 10) : 4 = 22$. Xin nêu ra một cách điền như hình dưới:

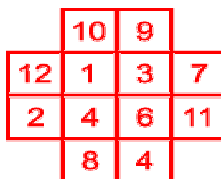


2) Tổng của 4 số là 14. Ta có:

$$14 = 1 + 2 + 3 + 8 = 1 + 2 + 4 + 7 = 1 + 3 + 4 + 6 = 2 + 3 + 4 + 5.$$

Do đó tổng của mỗi hàng (hay mỗi cột) là: $(78 + 14) : 4 = 23$.

Xin nêu ra một cách điền như hình sau:



Các trường hợp còn lại sẽ cho ta kết quả ở mỗi hàng (hay mỗi cột) lần lượt là 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30. Có rất nhiều cách điền đấy! Các bạn thử tìm tiếp xem sao?

Bài 79:

Một đội tuyển tham dự kỳ thi học sinh giỏi 3 môn Văn, Toán, Ngoại ngữ do thành phố tổ chức đạt được 15 giải. Hỏi đội tuyển học sinh giỏi đó có bao nhiêu học sinh? Biết rằng:

Học sinh nào cũng có giải.

Bất kỳ môn nào cũng có ít nhất 1 học sinh chỉ đạt 1 giải.

Bất kỳ hai môn nào cũng có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả hai môn.

Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 3 môn.

Tổng số học sinh đạt 3 giải, 2 giải, 1 giải tăng dần.

Bài giải:

Gọi số học sinh đạt giải cả 3 môn là a (học sinh)

Gọi số học sinh đạt giải cả 2 môn là b (học sinh)

Gọi số học sinh chỉ đạt giải 1 môn là c (học sinh)

Tổng số giải đạt được là:

$$3 \times a + 2 \times b + c = 15 \text{ (giải).}$$

Vì tổng số học sinh đạt 3 giải, 2 giải, 1 giải tăng dần nên $a < b < c$.

Vì bất kỳ 2 môn nào cũng có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn nên:

- Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn Văn và Toán.

- Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn Toán và Ngoại Ngữ.

- Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn Văn và Ngoại Ngữ.

Do vậy $b = 3$.

Giả sử $a = 2$ thì b bé nhất là 3, c bé nhất là 4; do đó tổng số giải bé nhất là:

$$3 \times 2 + 2 \times 3 + 4 = 16 > 15 \text{ (loại). Do đó } a < 2, \text{ nên } a = 1.$$

Ta có: $3 \times 1 + 2 \times b + c = 15$ suy ra: $2 \times b + c = 12$.

Nếu $b = 3$ thì $c = 12 - 2 \times 3 = 6$ (đúng).

Nếu $b = 4$ thì $c = 12 - 2 \times 4 = 4$ (loại vì trái với điều kiện $b < c$)

Vậy có 1 bạn đạt 3 giải, 3 bạn đạt 2 giải, 6 bạn đạt 1 giải.

Đội tuyển đó có số học sinh là:

$$1 + 3 + 6 = 10 \text{ (bạn).}$$

Bài 80: Điền số

Sử dụng các số 3, 5, 8, 10 và các dấu +, -, x để điền vào mỗi ô còn trống ở bảng sau:

(Chỉ được điền một dấu hoặc một số vào mỗi hàng hoặc mỗi cột. Điền từ trái sang phải, từ trên xuống dưới)

3	x	5			+	8	=13
+		+					
10				5	+	3	=13
						+	
	+			3			=49
		3			+		=26
=25		=9		=64		=100	

Bài giải: Bạn đọc có thể xét các tổng theo từng hàng, từng cột và không khó khăn lắm sẽ có kết quả sau:

3	x	5	-	10	+	8	=13
+		+		-		-	
10	-	8	x	5	+	3	=13
-		-		+		+	
8	+	10	x	3	-	5	=49
x		x		x		x	
5	-	3	x	8	+	10	=26
=25		=9		=64		=100	

Bài 81: 20 Giỏ dưa hấu

Trí và Dũng giúp bố mẹ xếp 65 quả dưa hấu mỗi quả nặng 1kg, 35 quả dưa hấu mỗi quả nặng 2kg và 15 quả dưa hấu mỗi quả nặng 3kg vào trong 20 giỏ.

Mọi người cùng đang làm việc, Trí chạy đến bàn học lấy giấy bút ra ghi... ghi và Trí la lên: “Có xếp thế nào đi chẳng nữa, chúng ta luôn tìm được 2 giỏ trong 20 giỏ này có khối lượng bằng nhau”.

Các bạn hãy chứng tỏ là Trí đã nói đúng.

Bài giải:

Tổng khối lượng dưa là:

$$1 \times 65 + 2 \times 35 + 3 \times 15 = 180 \text{ (kg)}.$$

Giả sử khối lượng dưa ở mỗi giỏ khác nhau thì tổng khối lượng dưa ở 20 giỏ bé nhất là:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20 = 210 \text{ (kg)}.$$

Vì $210 \text{ kg} > 180 \text{ kg}$ nên chắc chắn phải có ít nhất 2 giỏ trong 20 giỏ có khối lượng bằng nhau. Vậy Trí đã nói đúng.

Bài 82:

Hoàng mua 6 quyển vở, Hùng mua 3 quyển vở. Hai bạn góp số vở của mình với số vở của bạn Sơn, rồi chia đều cho nhau. Sơn tính rằng mình phải trả các bạn đúng 800 đồng.

Tính giá tiền 1 quyển vở, biết rằng cả ba bạn đều mua cùng một loại vở.

Bài giải:

Vì Hoàng và Hùng góp số vở của mình với số vở của Sơn, rồi chia đều cho nhau, nên tổng số vở của ba bạn là một số chia hết cho 3. Số vở của Hoàng và Hùng đều chia hết cho 3 nên số vở của Sơn cũng là số chia hết cho 3.

Số vở của Sơn phải ít hơn 6 vì nếu số vở của Sơn bằng hoặc nhiều hơn số vở của Hoàng (6 quyển) thì sau khi góp vở lại chia đều Sơn sẽ không phải trả thêm 800 đồng. Số vở của Sơn khác 0 (Sơn phải có vở của mình thì mới góp chung với các bạn được chứ!), nhỏ hơn 6 và chia hết cho 3 nên Sơn có 3 quyển vở.

Số vở của mỗi bạn sau khi chia đều là: $(6 + 3 + 3) : 3 = 4$ (quyển)

Như vậy Sơn được các bạn đưa thêm: $4 - 3 = 1$ (quyển)

Giá tiền một quyển vở là 800 đồng.

Bài 83: Hãy điền các số từ 1 đến 9 vào các ô trống để được các phép tính đúng

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & \square & & \\
 & & & & : & & \\
 & & & & \square & & \\
 & & & & = & & \\
 \square & - & \square & - & \square & \times & \square - \square \\
 & & & & = & & \\
 & & & & \square & & \\
 & & & & - & & \\
 & & & & \square & &
 \end{array}$$

Bài giải: Đặt các chữ cái vào các ô trống:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & \boxed{b} & & \\
 & & & & : & & \\
 & & & & \boxed{c} & & \\
 & & & & = & & \\
 \boxed{g} & - & \boxed{h} & = & \boxed{a} & \times & \boxed{d} = \boxed{e} \\
 & & & & = & & \\
 & & & & \boxed{i} & & \\
 & & & & - & & \\
 & & & & \boxed{k} & &
 \end{array}$$

Theo đầu bài ta có các chữ cái khác nhau biểu thị các số khác nhau. Do đó: $a \neq 1$; $c \neq 1$; $d \neq 1$; $b > 1$; $e > 1$. Vì $9 = 1 \times 9 = 3 \times 3$ nên $b \neq 9$ và $e \neq 9$; và $7 = 1 \times 7$ nên $b \neq 7$ và $e \neq 7$.

Do đó: $b = 6$ và $e = 8$ hoặc $b = 8$ và $e = 6$.

Vì $6 = 2 \times 3$ và $8 = 2 \times 4$ nên $a = b : c = e : d = 2$.

Trong các ô trống a, b, c, d, e đã có các số 2, 3, 4, 6, 8; do đó chỉ còn các số 1, 5, 7, 9 điền vào các ô trống g, h, i, k .

* Nếu $e = 6$ thì $g = 7$ và $h = 1$. Do đó $a = i - k = 9 - 5 = 4$ (loại).

* Nếu $e = 8$ thì $g = 9$ và $h = 1$. Do đó $a = i - k = 7 - 5 = 2$ (đúng). Khi đó: $b = 6$ và $c = 3$.

Kết quả:

$$\begin{array}{c}
 \boxed{6} \\
 : \\
 \boxed{3} \\
 = \\
 \boxed{9} - \boxed{1} = \boxed{2} \times \boxed{4} = \boxed{8} \\
 = \\
 \boxed{7} \\
 - \\
 \boxed{5}
 \end{array}$$

Bài 84: Có 13 tấm bìa, mỗi tấm bìa được ghi một chữ số và xếp theo thứ tự sau:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4

Không thay đổi thứ tự các tấm bìa, hãy đặt giữa chúng dấu các phép tính + , - , x và dấu ngoặc nếu cần, sao cho kết quả là 2002.

Bài giải:

Bài toán có rất nhiều cách đặt dấu phép tính và dấu ngoặc. Xin nêu một số cách:

Cách 1: $(123 + 4 \times 5) \times (6 + 7 - 8 + 9 + 1 - 2 - 3 + 4) = 2002$

Cách 2: $(1 \times 2 + 3 \times 4) \times (5 + 6) \times [(7 + 8 + 9) - (1 + 2 \times 3 + 4)] = 2002$

Cách 3: $(1 + 2 + 3 + 4 \times 5) \times (6 \times 7 + 8 + 9 - 1 + 23 - 4) = 2002$

Bài 85: Hai bạn Huy và Nam đi mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo để đến lớp liên hoan. Huy đưa cho cô bán hàng 2 tờ 100000 đồng và được trả lại 72000 đồng. Nam nói: “Cô tính sai rồi”. Bạn hãy cho biết Nam nói đúng hay sai? Giải thích tại sao?

Bài giải:

Vì số 18 và số 12 đều chia hết cho 3, nên tổng số tiền mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo phải là số chia hết cho 3.

Vì Huy đưa cho cô bán hàng 2 tờ 100000 đồng và được trả lại 72000 đồng, nên số tiền mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo là:

$100000 \times 2 - 72000 = 128000$ (đồng).

Vì số 128000 không chia hết cho 3, nên bạn Nam nói “Cô tính sai rồi” là đúng.

Bài 86: Có hai cái đồng hồ cát 4 phút và 7 phút. Có thể dùng hai cái đồng hồ này để đo thời gian 9 phút được không?

Bài giải:

Có nhiều cách để đo được 9 phút: Bạn có thể cho cả 2 cái đồng hồ cát cùng chảy một lúc và chảy hết cát 3 lần. Khi đồng hồ 4 phút chảy hết cát 3 lần ($4 \times 3 = 12$ (phút)) thì bạn bắt đầu tính thời gian, từ lúc đó đến khi đồng hồ 7 phút chảy hết cát 3 lần thì vừa đúng được 9 phút ($7 \times 3 - 12 = 9$ (phút)); hoặc cho cả hai đồng hồ

cùng chảy một lúc, đồng hồ 7 phút chảy hết cát một lần (7 phút), đồng hồ 4 phút chảy hết cát 4 lần (16 phút). Khi đồng hồ 7 phút chảy hết cát ta bắt đầu tính thời gian, từ lúc đó đến lúc đồng hồ 4 phút chảy hết cát 4 lần là vừa đúng 9 phút ($16 - 7 = 9$ (phút)); ...

Bài 87:

Vui xuân mới, các bạn cùng làm phép toán sau, nhớ rằng các chữ cái khác nhau cần thay bằng các chữ số khác nhau, các chữ cái giống nhau thay bằng các chữ số giống nhau.

$$\text{NHAM} + \text{NGO} = 2002$$

Bài giải:

- Vì $A \neq G$ mà chữ số hàng chục của tổng là 0 nên phép cộng có nhớ 1 sang hàng trăm nên ở hàng trăm: $H + N + 1$ (nhớ) = 10; nhớ 1 sang hàng nghìn. Do đó $H + N = 10 - 1 = 9$.

- Phép cộng ở hàng nghìn: $N + 1$ (nhớ) = 2 nên $N = 2 - 1 = 1$.

Thay $N = 1$ ta có: $H + 1 = 9$ nên $H = 9 - 1 = 8$

- Phép cộng ở hàng đơn vị: Có 2 trường hợp xảy ra:

* *Trường hợp 1:* Phép cộng ở hàng đơn vị không nhớ sang hàng chục.

Khi đó: $M + O = 0$ và $A + G = 10$.

Ta có bảng: (Lưu ý 4 chữ M, O, A, G phải khác nhau và khác 1; 8)

M	0	0	0	0	2	2	2	2
O	2	2	2	2	0	0	0	0
A	3	7	4	6	3	7	4	6
G	7	3	6	4	7	3	6	4

* *Trường hợp 2:* Phép cộng ở hàng đơn vị có nhớ 1 sang hàng chục.

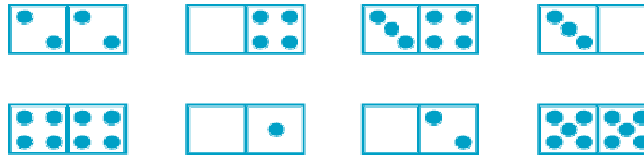
Khi đó: $M + O = 12$ và $A + G = 9$. Ta có bảng:

M	5	5	5	5	7	7	7	7
O	7	7	7	7	5	5	5	5
A	0	9	3	6	0	9	3	6
G	9	0	6	3	9	0	6	3

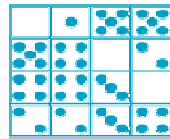
M	3	3	3	3	9	9	9	9
O	9	9	9	9	3	3	3	3
A	2	7	4	5	2	7	4	5
G	7	2	5	4	7	2	5	4

Vậy bài toán có 24 đáp số như trên.

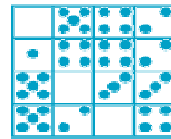
Bài 88: Hãy xếp 8 quân domino vào một hình vuông 4×4 sao cho tổng số chấm trên các hàng ngang, dọc, chéo của hình vuông đều bằng 11.



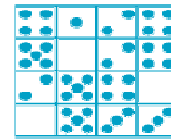
Lời giải: Có ba cách giải cơ bản sau:



cách 1

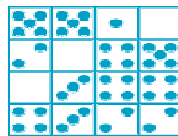


cách 2

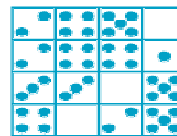


cách 3

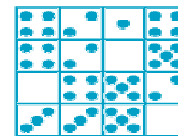
Từ ba cách giải cơ bản này có thể tạo nên nhiều phương án khác, chẳng hạn:



cách 1a



cách 2a



cách 3a

Bài 89: Sử dụng các con số trong mỗi biển số xe ô tô 39A 0452, 38B 0088, 52N 8233 cùng các dấu +, -, x, : và dấu ngoặc (), [] để làm thành một phép tính đúng.

Lời giải:

* Biển số 39A 0452. Xin nêu ra một số cách:

$$(4 \times 2 - 5 + 0) \times 3 = 9$$

$$5 \times 2 - 4 + 3 + 0 = 9$$

$$45 : 9 - 3 - 2 = 0$$

$$(9 + 2 - 3) \times 5 = 40$$

$$(4 + 5) : 9 + 2 + 0 = 3$$

$$9 : 3 - (5 - 4 + 2) = 0$$

$$3 - 9 : (4 + 5) - 0 = 2$$

$$9 : (4 + 5) + 2 + 0 = 3$$

$$(9 + 5) : 2 - 4 + 0 = 3$$

$$9 + 3 : (5 - 2) + 0 = 4$$

$$5 + 2 - 9 : 3 - 0 = 4$$

$$(9 : 3 + 0) + 4 - 2 = 5$$

$$(9 + 3) : 4 + 0 + 2 = 5 \dots$$

* Biển số 38B 0088. Có nhiều lời giải dựa vào tính chất “nhân một số với số 0”

$$38 \times 88 \times 0 = 0$$

hoặc tính chất “chia số 0 cho một số khác 0”

$$0 : (38 + 88) = 0$$

Một vài cách khác:

$$(9 - 8) + 0 - 8 : 8 = 0$$

$$8 : 8 + 8 + 0 + 0 = 9 \dots$$

* Biển số 52N 8233. Xin nêu ra một số cách:

$$\begin{aligned}
5 \times 2 - 8 + 3 - 3 &= 2 \\
8 : (5 \times 2 - 3 - 3) &= 2 \\
[(23 - 3) : 5] \times 2 &= 8 \\
(5 + 2 + 2) - (3 : 3) &= 8 \\
(8 : 2 - 3) \times (3 + 2) &= 5 \\
[(8 + 2) \times 3 : 3] : 2 &= 5 \\
(5 \times 2 + 3 + 3) : 2 &= 8 \\
3 \times 3 - 5 + 2 + 2 &= 8 \dots
\end{aligned}$$

Bài 90: Một chiếc đồng hồ đang hoạt động bình thường, hiện tại kim giờ và kim phút đang không trùng nhau. Hỏi sau đúng 24 giờ (tức 1 ngày đêm), hai kim đó trùng nhau bao nhiêu lần? Hãy lập luận để làm đúng sáng tỏ kết quả đó.

Lời giải: Với một chiếc đồng hồ đang hoạt động bình thường, cứ mỗi giờ trôi qua thì kim phút quay được một vòng, còn kim giờ quay được $\frac{1}{12}$ vòng.

Hiệu vận tốc của kim phút và kim giờ là:

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng/giờ)}$$

Thời gian để hai kim trùng nhau một lần là:

$$1 : \frac{11}{12} = \frac{12}{11} \text{ (giờ)}$$

Vậy sau 24 giờ hai kim sẽ trùng nhau số lần là :

$$24 : \frac{12}{11} = 22 \text{ (lần)}.$$

Bài 91: Có ba người dùng chung một két tiền. Hỏi phải làm cho cái két ít nhất bao nhiêu ổ khoá và bao nhiêu chìa để két chỉ mở được nếu có mặt ít nhất hai người?

Lời giải:

Vì két chỉ mở được nếu có mặt ít nhất hai người, nên số ổ khoá phải lớn hơn hoặc bằng 2.

a) Làm 2 ổ khoá.

+ Nếu làm 3 chìa thì sẽ có hai người có cùng một loại chìa; hai người này không mở được két.

+ Nếu làm nhiều hơn 3 chìa thì ít nhất có một người cầm 2 chìa khác loại; chỉ cần một người này đã mở được két.

Vậy không thể làm 2 ổ khoá.

b) Làm 3 ổ khoá

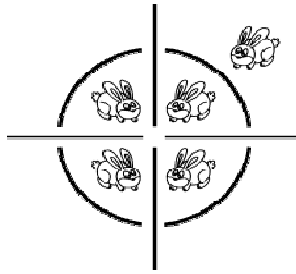
+ Nếu làm 3 chìa thì cần phải có đủ ba người mới mở được két.

+ Nếu làm 4 chìa hoặc 5 chìa thì ít nhất có hai người không mở được két.

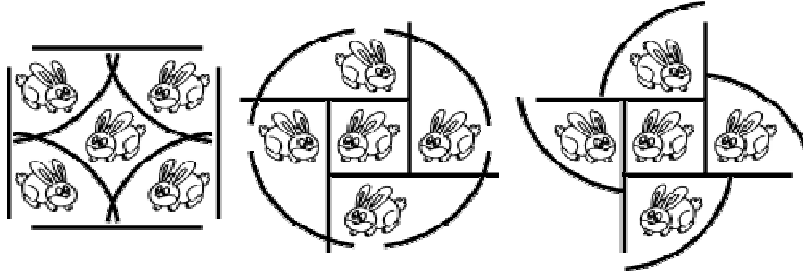
+ Nếu làm 6 chìa (mỗi ổ khoá 2 chìa) thì mỗi người cầm hai chìa khác nhau thì chỉ cần hai người bất kỳ là mở được két.

Vậy ít nhất phải làm 3 ổ khoá và mỗi ổ khoá làm 2 chìa.

Bài 92 : Có 4 tấm gỗ dài và 4 tấm gỗ hình cung tròn. Nếu sắp xếp như hình bên thì được 4 chuồng nhốt 4 chú thỏ, nhưng 1 chú lại chưa có chuồng. Bạn hãy xếp lại các tấm gỗ để có đủ 5 chuồng cho mỗi chú thỏ có một chuồng riêng.



Bài giải : Bài toán có nhiều cách xếp. Xin nêu ra ba cách xếp như sau:



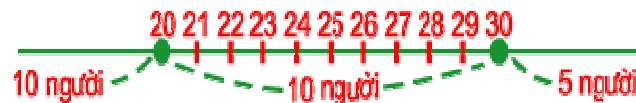
Bài 93: Một phân xưởng có 25 người. Hỏi rằng trong phân xưởng đó có thể có 20 người ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 20 tuổi được không?

Bài giải:

Vì chỉ có 25 người, mà trong đó có 20 ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 25 tuổi, nên số người được điểm 2 lần là:

$$(20 + 15) - 25 = 10 \text{ (người)}$$

Đây chính là số người có độ tuổi ít hơn 30 tuổi và nhiều hơn 20 tuổi (từ 21 tuổi đến 29 tuổi).



Số người từ 30 tuổi trở lên là:

$$25 - 20 = 5 \text{ (người)}$$

Số người từ 20 tuổi trở xuống là:

$$25 - 15 = 10 \text{ (người)}$$

Số người ít hơn 30 tuổi là:

$$10 + 10 = 20 \text{ (người)}$$

Số người nhiều hơn 20 tuổi là:

$$10 + 5 = 15 \text{ (người)}$$

Vậy có thể có 20 người dưới 30 tuổi và 15 người trên 20 tuổi; trong đó từ 21 đến 29 tuổi ít nhất có hai người cùng độ tuổi.

Bài 94: Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp có tích là 3024

Bài giải: Giả sử cả 4 số đều là 10 thì tích là $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ mà $10000 > 3024$ nên cả 4 số tự nhiên liên tiếp đó phải bé hơn 10.

Vì 3024 có tận cùng là 4 nên cả 4 số phải tìm không thể có tận cùng là 5. Do đó cả 4 số phải hoặc cùng bé hơn 5, hoặc cùng lớn hơn 5.

Nếu 4 số phải tìm là 1; 2; 3; 4 thì:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 < 3024 \text{ (loại)}$$

Nếu 4 số phải tìm là 6; 7; 8; 9 thì:

$$6 \times 7 \times 8 \times 9 = 3024 \text{ (đúng)}$$

Vậy 4 số phải tìm là 6; 7; 8; 9.

Bài 95: Có 3 loại que với số lượng và các độ dài như sau:

- 16 que có độ dài 1 cm

- 20 que có độ dài 2 cm

- 25 que có độ dài 3 cm

Hỏi có thể xếp tất cả các que đó thành một hình chữ nhật được không?

Bài giải:

Một hình chữ nhật có chiều dài (a) và chiều rộng (b) đều là số tự nhiên (cùng một đơn vị đo) thì chu vi (P) của hình đó phải là số chẵn:

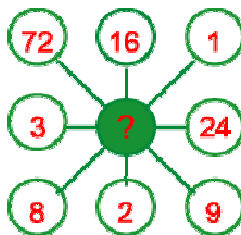
$$P = (a + b) \times 2$$

Tổng độ dài của tất cả các que là:

$$1 \times 16 + 2 \times 20 + 3 \times 25 = 131 \text{ (cm)}$$

Vì 131 là số lẻ nên không thể xếp tất cả các que đó thành một hình chữ nhật được.

Bài 96: Hãy phát hiện ra mối liên hệ giữa các số rồi sử dụng mối liên hệ đó để điền số hợp lý vào (?)



Bài giải:

Để cho gọn, ta ký hiệu các số trên những ô tròn theo bảng sau:

A	B	C
D	Đ	E
G	H	K

Lấy A chia cho K: $72 : 9 =$

Lấy G chia cho C: $8 : 1 =$

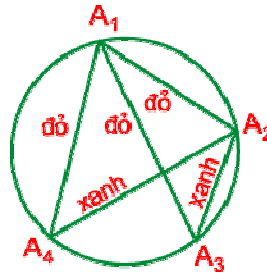
Lấy B chia cho H: $16 : 2 =$

Lấy E chia cho D: $24 : 3 =$ đều cho cùng một kết quả ở ô Đ. Vậy (?) là 8.

Bài 97: Cô giáo yêu cầu: “Các con lấy 6 điểm trên một đường tròn, nối các điểm đó bởi các đoạn thẳng tô bởi mực xanh hoặc mực đỏ”.

Bạn lớp trưởng tập hợp các hình vẽ lại và xem, bạn thốt lên: “Bạn nào cũng vẽ được 1 tam giác mà 3 cạnh cùng màu mực”! Bạn hãy thử làm lại xem. Ai có thể lập luận để làm rõ tính chất này?

Bài giải: Có nhiều cách giải, đây là một trong các cách giải bài này: Ta gọi 6 điểm nằm trên đường tròn là $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$. Bằng bút xanh và đỏ ta nối A_1 với 5 điểm còn lại ta được 5 đoạn thẳng có hai màu xanh hoặc đỏ.



Theo nguyên lý Dirichlê có ít nhất 3 đoạn thẳng cùng màu. Không làm mất tính tổng quát, ta nối 3 đoạn A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4 bằng bút màu đỏ. Ta nối tiếp A_2A_4 và A_2A_3 . Để tam giác $A_1A_2A_3$ và tam giác $A_1A_2A_4$ có 3 cạnh không cùng màu thì A_2A_4 và A_2A_3 phải tô màu xanh. Bây giờ ta tiếp tục nối A_3A_4 , ta thấy A_3A_4 được tô bằng bất kỳ màu xanh hoặc đỏ thì ta cũng được ít nhất một tam giác có 3 cạnh cùng màu (hoặc $A_1A_3A_4$ có 3 cạnh đỏ hoặc $A_2A_3A_4$ có 3 cạnh màu xanh).

Bài 98: Thi bắn súng

Hôm nay Dũng đi thi bắn súng. Dũng bắn giỏi lắm, Dũng đã bắn hơn 11 viên, viên nào cũng trúng bia và đều trúng các vòng 8;9;10 điểm. Kết thúc cuộc thi, Dũng được 100 điểm. Dũng vui lắm. Còn các bạn có biết Dũng đã bắn bao nhiêu viên và kết quả bắn vào các vòng ra sao không?

Bài giải: Số viên đạn Dũng đã bắn phải ít hơn 13 viên (vì nếu Dũng bắn 13 viên thì Dũng được số điểm ít nhất là: $8 \times 11 + 9 \times 1 + 10 \times 1 = 107$ (điểm) > 100 điểm, điều này vô lý).

Theo đề bài Dũng đã bắn hơn 11 viên nên số viên đạn Dũng đã bắn là 12 viên.

Mặt khác 12 viên đều trúng vào các vòng 8, 9, 10 điểm nên ít nhất có 10 viên vào vòng 8 điểm, 1 viên vào vòng 9 điểm, 1 viên vào vòng 10 điểm.

Do đó số điểm Dũng bắn được ít nhất là:

$$8 \times 10 + 9 \times 1 + 10 \times 1 = 99 \text{ (điểm)}$$

Số điểm hụt đi so với thực tế là:

$$100 - 99 = 1 \text{ (điểm)}$$

Như vậy sẽ có 1 viên không bắn vào vòng 8 điểm mà bắn vào vòng 9 điểm; hoặc có 1 viên không bắn vào vòng 9 điểm mà bắn vào vòng 10 điểm.

Nếu có 1 viên Dũng không bắn vào vòng 9 điểm mà bắn vào vòng 10 điểm thì tổng cộng sẽ có 10 viên vào vòng 8 điểm và 2 viên vào vòng 10 điểm (loại vì không có viên nào bắn vào vòng 9 điểm).

Vậy sẽ có 1 viên không bắn vào vòng 8 điểm mà bắn vào vòng 9 điểm, tức là có 9 viên vào vòng 8 điểm, 2 viên vào vòng 9 điểm và 1 viên vào vòng 10 điểm.

Bài 99: Ai xem ca nhạc?

Một gia đình có năm người: bà nội, bố, mẹ và hai bạn Chi, Bảo. Một hôm gia đình được tặng 2 vé mời xem ca nhạc. Năm ý kiến của năm người như sau:

- a) “Bà nội và mẹ đi”
- b) “Bố và mẹ đi”
- c) “Bố và bà nội đi”
- d) “Bà nội và Chi đi”
- e) “Bố và Bảo đi”

Sau cùng, mọi người theo ý kiến của bà nội và như vậy trong ý kiến của mọi người khác đều có một phần đúng.

Bà nội đã nói câu nào?

Bài giải: Một bài toán logic cơ bản và khó, sau đây là lời giải.

Ta ký hiệu theo thứ tự “đi xem” ca nhạc: n (Bà nội), m (mẹ), b (Bố), C (Chi) và B (Bảo) và năm người trên khi họ “không đi” là n, m, b, C và B.

Như vậy theo ý kiến của năm người là:

- a) n và m
- b) b và m
- c) b và n
- d) n và C
- e) b và B.

Có lẽ cần phải nhấn mạnh rằng: Mỗi trong năm ý trên đều có một phần đúng và một phần sai (trừ ý của bà!).

Câu mà bà nội nói là đúng với cả năm ý trên.

- Nếu chọn câu a) thì không có e tức b và B.

- Nếu chọn câu b) thì không có d tức n và C.

- Nếu chọn câu c) thì các ý kiến khác có một phần đúng. Bà nội đã nói câu c)

Nếu học sinh thích thú logic Toán thì còn tìm thêm được nhiều cách giải khác.

Bài 100: Chơi bốc diêm

Trên mặt bàn có 18 que diêm. Hai người tham gia cuộc chơi: Mỗi người lần lượt đến phiên mình lấy ra một số que diêm. Mỗi lần, mỗi người lấy ra không quá 4 que. Người nào lấy được số que cuối cùng thì người đó thắng. Nếu bạn được bốc trước, bạn có chắc chắn thắng được không?

Bài giải: Giả sử rằng A và B tham gia cuộc chơi mà A lấy diêm trước. Để chắc thắng thì trước lần cuối cùng A phải để lại 5 que diêm, trước đó A phải để lại 10 que diêm và lần bốc đầu tiên A để lại 15 que diêm, khi đó dù B có bốc bao nhiêu que thì vẫn còn lại số que để A chỉ cần bốc một lần là hết. Muốn vậy thì lần trước đó A phải để lại 10 que diêm, khi đó dù B bốc bao nhiêu que vẫn còn lại số que mà A có thể bốc để còn lại 5 que. Tương tự như thế thì lần bốc đầu tiên A phải để lại 15 que diêm. Với "chiến lược" này bao giờ A cũng là người thắng cuộc.