

BÀI TOÁN CHỮ SỐ VÀ TRANG SÁCH

Giới thiệu:

Từ lâu rồi, con số đã gắn liền với trang sách. Bởi sách nào chẳng có số trang! Những bài toán về số trang sách cũng rất nhiều cho các loại trình độ khác nhau. Dưới đây giới thiệu một số bài toán theo trình độ HSG tiểu học và THCS sát với thực tế đời sống. Ngoài ra còn cung cấp các qui tắc tổng quát giúp HS giải nhanh nếu thi toán trên mạng.

I. Bài mẫu

Đề: Một cuốn tài liệu có 200 trang, giáo viên nhờ 1 học sinh lật giở từng trang và đánh số trang liên tục từ 1 đến 200. Hỏi học sinh đó phải đánh tất cả bao nhiêu chữ số?

Nhận xét: Loại bài này có nhiều cách giải. Chẳng hạn tính số chữ số từ trang 1-10; từ trang 11 – 20;.....91 – 100; 101 - 200, cộng lại sẽ được đáp số. Tuy nhiên đây là cách “thủ công” và mất nhiều thời gian nhất. Nên áp dụng một cách giải “thông minh” hơn.

Giải:

Giả sử cả 200 trang đó đều phải đánh đủ 3 chữ số cho mỗi trang thì tổng số chữ là: $3 \times 200 = 600$ (chữ số).

Nhưng thực tế theo cách ghi được chấp nhận thì 9 chữ số đầu từ 1 – 9 không cần “00” đứng đầu. Nghĩa là bớt được $2 \times 9 = 18$ chữ số. Các trang sách từ 10 – 200 thì chỉ có từ 10 đến 99 không phải đánh số “0”; nghĩa là bớt được 90 chữ số. Suy ra số chữ số “0” bớt được là $18 + 90 = 108$ (chữ số).

Vậy tổng số chữ số HS cần đánh vào các trang Tài liệu là

$$600 - 108 = 492 \text{ (chữ số).} \quad \text{ĐSPT}$$

Tổng quát: Cách làm trên NBS trình bày đủ để HS hiểu. Thực tế khi đã nắm được qui tắc thì tính rất nhanh theo công thức sau:

Giả sử

- Số trang sách cần đánh số là số chia hết cho 100 (số trang = $n \times 100$ [với $n \leq 9$] thì số chữ số cần là

$$N_1 = 300 \times n - 108$$

- Số trang sách là số bất kỳ $m \leq 999$ thì dùng công thức

$$N_2 = 3 \times m - 108 \quad [*]$$

II. Bài thực hành

Bài 1

Một cuốn sách có 150 trang, 3 học sinh chia nhau đánh số trang liên tục từ 1 đến hết. Hỏi:

- a/ 3 HS đó phải đánh tất cả bao nhiêu chữ số?
- b/ Làm thế nào để chia đều các trang sách trên cho 3 HS để số chữ số mỗi người phải đánh như nhau?

Bài 2

Nhờ máy đếm, người ta ghi được: các trang sách của 1 quyển sách cần tất cả 1392 chữ số ghi trang. Hỏi quyển sách có tất cả bao nhiêu trang?

Bài 3

Một cuốn sách bị rơi mất một mảng. Trang bị rơi thứ nhất có số 387, còn trang cuối cũng gồm 3 chữ số 3, 8, 7 nhưng được viết theo một thứ tự khác.

Hỏi có bao nhiêu trang sách bị rơi ra?

Gợi ý - Lời giải

Bài 1:

- a/ Áp dụng công thức (quá dễ)
- b/ Trước tiên khẳng định số chữ số trên trang sách chia hết cho 3; sau đó chia sao cho hợp lý

Bài 2

Ta suy luận: Nếu đánh số quyển sách bằng các số 001, 002, 003,..., 009, 010, ta phải dùng thêm 108 chữ số “0”. Với cách đánh số mới này, ta phải cần tới

$1392 + 108 = 1500$ chữ số. Vì mỗi số có đúng 3 chữ số nên có tất cả $1500:3=500$ số, bắt đầu từ 001. Vậy quyển sách có 500 trang.

Nếu áp dụng công thức [*]

$$N = 3 \times m - 108 \longrightarrow m = (N + 108) : 3 \quad \text{thay vào ta có } m = 500 - \text{ĐS}$$

Bài 3

Nếu trang bị rơi đầu tiên đánh số 387 thì trang cuối cùng sẽ phải là số lớn hơn và phải là số chẵn. Điều kiện này đề bài không cho nhưng suy luận được

Do vậy trang cuối cùng phải là 738.

Như vậy, có $738 - 378 + 1 = 361$ trang sách (176 tờ) bị rơi.

Ngoài ra nếu ai tìm hiểu kỹ về kỹ thuật đóng sách sẽ biết phỏng đoán: Mảng sách rơi trên là do lỗi nơi đóng sách. Vì số tờ sách rơi ra chia hết cho 4.