

Bài toán “KIM ĐỒNG HỒ”

I - Bài toán: Kim phút và kim giờ tạo với nhau góc 180 độ?

Đề ra của bài toán như sau:

Nếu kim phút và kim giờ của một chiếc đồng hồ, kim nằm trên hai tia đối nhau thì ta nói rằng chúng tạo với nhau một góc 180^0 , thời điểm đúng 6h là một thời điểm như vậy.

Câu hỏi là: Trong khoảng thời gian 12 giờ bất kì, có bao nhiêu lần kim phút và kim giờ tạo với nhau một góc 180^0 ? Và đó là những thời điểm nào? Coi thời điểm bắt đầu là 00h và thời điểm kết thúc là 12h 00.

Giải:

Bản chất đây là 1 bài toán chuyển động nên phải biết tốc độ của kim giờ, tốc độ kim phút và khoảng cách của chúng sau mỗi giờ.

Nếu ta coi mỗi lần chúng tạo ra góc 180 độ là lúc kim phút trùng/gặp tia đối của kim giờ thì biết được khoảng cách mỗi lần đuổi nhau.

a/ Số lần kim phút và kim giờ tạo với nhau một góc 180^0 **11 lần**

- Từ 0 h đến 6h hai kim tạo ra góc 180 độ **đúng 6 lần**
- Từ 6 h đến 7h hai kim không tạo ra góc 180 độ (phải quá 7h)
- Từ 7 h đến 12h hai kim tạo ra góc 180 độ 5 lần

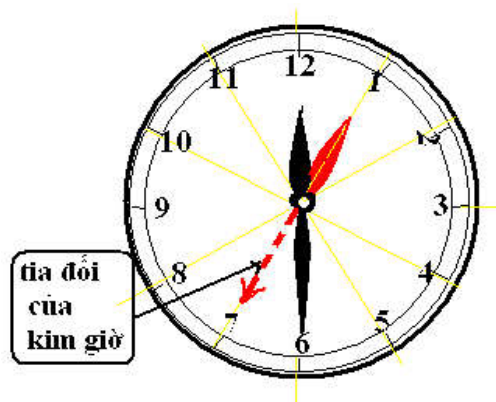
b/ Lấy mặt đồng hồ có 60 vạch, quy tốc độ (theo phút) mỗi kim như sau:

- Tốc độ kim phút là: 1 vạch/ phút

- Tốc độ kim giờ là: $1/12$ vạch/phút

→ Mỗi phút kim phút nhanh hơn kim giờ là $11/12$ vạch

- Từ 0h đến 1h muốn nối thẳng nhau kim phút phải qua khoảng cách 30 vạch
→ thời gian hết là $30: 11/12 = 32' 43''$. Lúc đó là **0h 32' 43''**
- Từ 1h đến 2h muốn nối thẳng nhau kim phút phải qua khoảng cách 35 vạch
→ thời gian hết là $35: 11/12 = 38' 10''$. Lúc đó là **1h 38' 10''**
- Từ 2h đến 3h muốn nối thẳng nhau kim phút phải qua khoảng cách 40 vạch
→ thời gian hết là $40: 11/12 = 43' 49''$. Lúc đó là **2h 43' 49''**
- Từ 3h đến 4h muốn nối thẳng nhau kim phút phải qua khoảng cách 45 vạch
→ thời gian hết là $45: 11/12 = 49' 05''$. Lúc đó là **3h 49' 05''**



* Tương tự :

- 4h – 5h khoảng cách 50 vạch $\rightarrow 50:11/12 = 49' 05''$. Lúc đó là **4h 54' 32''**
- 5h – 6h khoảng cách 55 vạch $\rightarrow 55:11/12 = 60' 00''$. Lúc đó là **6h đúng**
- 6h – 7h khoảng cách 00 vạch $\rightarrow 00:11/12 = 00$ (không có 180 độ)
- 7h – 8h khoảng cách 05 vạch $\rightarrow 05:11/12 = 05' 27''$. Lúc đó là **7h 05' 27''**
- 8h – 9h khoảng cách 10 vạch $\rightarrow 10:11/12 = 10' 54''$. Lúc đó là **8h 10' 54''**
- 9h – 10h khoảng cách 15 vạch $\rightarrow 15:11/12 = 16' 21''$. Lúc đó là **9h 16' 21''**
- 10h – 11h khoảng cách 20 vạch $\rightarrow 20:11/12 = 21' 32''$. Lúc đó là **10h 21' 32''**
- 11h – 12h khoảng cách 25 vạch $\rightarrow 25:11/12 = 16' 21''$. Lúc đó là **11h 27' 16''**

II - Bàn luận:

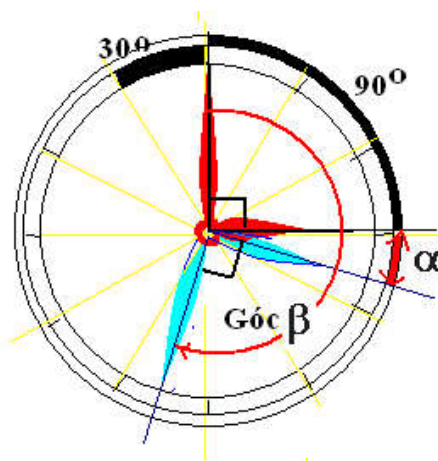
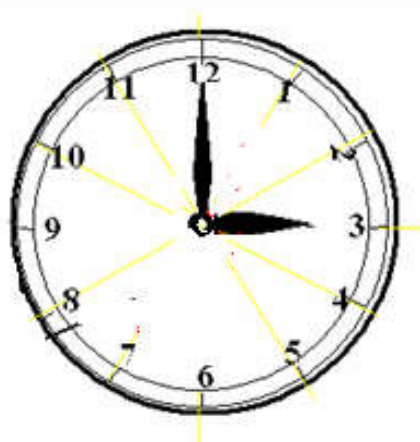
a/ Bài toán này tương tự bài toán tính số lần (và thời điểm) kim phút gặp kim giờ trong 12 tiếng đồng hồ. Trường hợp này nếu tính từ 00h đến 12h thì cũng chỉ có 11 lần 2 kim gặp nhau (trùng nhau), vì từ 11h đến 12h hai kim đã gặp nhau lúc 12h đúng, sau đó từ 12h đến 1h chúng không gặp nhau.

Rất nhiều bạn tưởng nhầm là 12 lần gặp nhau. Cũng như đề trên tại báo Dân Trí có $>2/3$ số người trả lời ĐA = 12

b/ **Mở rộng:** Mời tham khảo Bài toán phát triển sau:

Hãy tính xem từ 3 h đến 7 h kim giờ và kim phút bao nhiêu lần tạo với nhau thành góc vuông (90°) ? Đó là những thời điểm nào ?

HD giải:



Trường hợp này nên giải theo góc và độ thuận tiện hơn:

Biết:

- Tốc độ của kim phút là 6 độ/phút
- Tốc độ của kim giờ là $30/60 = 1/2$ độ/phút

Gọi : β là góc của kim phút $\perp$ kim giờ sau thời gian t (phút)

α là góc của kim giờ khi nó $\perp$ kim phút sau thời gian t (phút)

φ là góc của kim giờ và kim phút tại thời điểm gốc

(thí dụ lúc 3h có góc $\varphi = 90^0$)

t là thời gian (Quy ra phút) để 2 kim vuông góc sau điểm gốc

Sau thời điểm gốc thì $\beta - [\alpha + \varphi] = 90$

Ta có $\beta = 6.t$; $\alpha = 1/2.t$ (theo công thức chuyển động đều)

$$\Rightarrow \boxed{6t - 1/2t - \varphi = 90} \Rightarrow \boxed{t = [(90 + \varphi).2]:11}$$

Tính được:

- Từ 3h – 4h, Với $\varphi = 90^0 \Rightarrow t_3 \times 11/2 = 180 \Rightarrow t_3 = 32' 44''$
- Từ 4 h – 5 h, Với $\varphi = 120^0 \Rightarrow t_4 \times 11/2 = 210 \Rightarrow t_4 = 38' 11''$
- Từ 5h – 6h, Với $\varphi = 150^0 \Rightarrow t_5 \times 11/2 = 240 \Rightarrow t_5 = 43' 38''$
- Từ 6h – 7h, Với $\varphi = 180^0 \Rightarrow t_6 \times 11/2 = 270 \Rightarrow t_6 = 49' 55''$