

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN 9

Ngày kiểm tra: 18/04/2018

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I. (2 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{1+3\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{4}{9}$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Cho $P = B : A$. Tìm x để $P < 3$.

Câu II. (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai công nhân cùng làm chung một công việc thì trong 8 giờ xong việc. Nếu mỗi người làm một mình, để hoàn thành công việc đó thì người thứ nhất cần nhiều hơn người thứ hai là 12 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc đó?

Câu III. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{2x-1} + \frac{4}{y} = 3 \\ \frac{3}{2x-1} - \frac{2}{y+5} = -5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

a. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b. Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 . Tìm giá trị của m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{12}$.

Câu IV. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi H là điểm nằm giữa O và B. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Trên cung nhỏ AC, lấy điểm E bất kỳ (E khác A và C). Kẻ CK vuông góc với AE tại K. Đường thẳng DE cắt CK tại F.

-
- 1) Chứng minh tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.
 - 2) Chứng minh KH song song với ED và tam giác ACF là tam giác cân.
 - 3) Tìm vị trí của điểm E để diện tích tam giác ADF lớn nhất.

Câu V. (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$.

-----Hết-----

Lưu ý: Cán bộ kiểm tra không giải thích gì thêm.

Hướng dẫn giải:

Câu I. (2 điểm)

Thay $x = \frac{4}{9}$ vào A ta được: $A = \frac{\sqrt{\frac{4}{9}}}{1 + 3\sqrt{\frac{4}{9}}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}$

1) $B = \frac{x + 3 + 2(\sqrt{x} - 3) + (\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x + 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$.

2) $P = B : A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} : \frac{\sqrt{x}}{1 + 3\sqrt{x}} = \frac{1 + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$

Ta có: $P < 3 \Leftrightarrow \frac{1 + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} < 3 \Leftrightarrow \frac{1 + 3\sqrt{x} - 3(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} - 3} < 0 \Leftrightarrow \frac{10}{\sqrt{x} - 3} < 0$

Vì $10 > 0$ nên $\sqrt{x} - 3 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9$

Vậy khi $0 < x < 9$ thì $P < 3$.

Câu II. (2 điểm)

Gọi thời gian để người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc là x (giờ) ($x > 0$)

+) Nếu mỗi người làm một mình, để hoàn thành công việc đó thì người thứ nhất cần nhiều hơn người thứ 2 là 12 giờ. Nên thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc một mình là $x + 12$ (giờ)

+) Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được số phần công việc là $\frac{1}{x + 12}$

+) Trong 1 giờ, người thứ hai làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$

Do hai công nhân cùng làm chung một công việc thì trong 8 giờ xong việc nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x+12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{x+x+12}{x(x+12)} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 8(2x+12) = x(x+12)$$

$$\Leftrightarrow 16x+96 = x^2+12x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=12(TM) \\ x=-8(L) \end{cases}.$$

Vậy thời gian để người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc là 24 giờ.

Thời gian để người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc là 12 giờ.

Câu III. (2,5 điểm)

1) Giải HPT $\begin{cases} \frac{1}{2x-1} + \frac{4}{5} = 3 \\ \frac{3}{2x-1} - \frac{2}{y+5} = -5 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} a = \frac{1}{2x-1} \\ b = \frac{1}{2x-1} \end{cases}$. Khi đó, HPT tương đương: $\begin{cases} a + 4b = 3 \\ 3a - 2b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} \frac{1}{2x-1} = -1 \\ \frac{1}{2x-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là (0;1).

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

a. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - 2m = m^2 + 1 > 0, \forall m$.

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b. Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 . Tìm giá trị của m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{12}$.

Theo Vi-et, có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$.

x_1, x_2 là độ dài 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{12}$.

Khi đó ta có: $\begin{cases} x_1 > 0; x_2 > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 12 \end{cases}$

+) Xét: $\begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m+1) > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$

+) Xét: $x_1^2 + x_2^2 = 12 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 12$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 4m = 12$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 1$.

Câu IV. (3,0 điểm)

1) Chứng minh tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.

Xét (O) có $CH \perp AB(gt) \Rightarrow \angle CHA = 90^\circ$

$$CK \perp AK(gt) \Rightarrow \angle AKC = 90^\circ$$

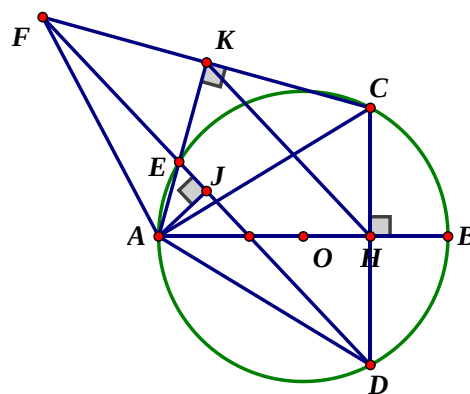
Xét tứ giác $AHCK$ có $\angle CHA + \angle CKA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà 2 góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow AHCK$ nội tiếp (dnhb)

2) Chứng minh $KH \parallel ED$ và $\triangle ACF$ là tam giác cân.

+) Chứng minh: $KH \parallel ED$



Xét (O) có $CDE = CAE$ (cùng chắn EC)

Xét tứ giác nội tiếp AHCK có $CAK = CHK$ (t/c)

$\Rightarrow CHK = CDE$ mà 2 góc này nằm ở vị trí đồng vị

Suy ra $KH // ED$ (dnhb)

+) Chứng minh: ΔAFC cân

Xét (O) có $CH \perp AB$ (gt)

Mà AB là đường kính $\Rightarrow H$ là trung điểm của CD (tính chất)

Xét ΔCDF có: H là trung điểm của CD và $KH // DF$

Theo hệ quả định lý về đường trung bình trong tam giác CDF suy ra K là trung điểm của FC.

Xét ΔAFC có: $AKC = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow AK \perp CF \Rightarrow AK$ là đường cao của ΔAFC .

Mà K là trung điểm của CF (cmt) $\Rightarrow AK$ là trung tuyến của ΔAFC .

Do đó ΔAFC cân tại A (dnhb).

3) Tìm vị trí của điểm E để diện tích tam giác ADF lớn nhất.

Xét (O) có $AB \perp CD$ (gt)

$\Rightarrow AC = AD$ (t/c) $\Rightarrow AC = AD$ (t/c)

Mà $AC = AF$ $AC = AF$ (ΔAFC cân)

$\Rightarrow AD = AF \Rightarrow AFD$ cân tại A (dnhb)

Kẻ $AJ \perp FD \Rightarrow J$ là trung điểm của FD.

Dễ dàng chứng minh $\Delta AJF = \Delta AJD$

$\Rightarrow S_{\Delta AJF} = S_{\Delta AJD} \Rightarrow S_{\Delta AFD} = 2S_{\Delta AJD}$

Xét ΔAJD có: $S_{\Delta AJD} = \frac{AJ \cdot JD}{2}$

Áp dụng BĐT Cô-si cho AJ và JD ta có:

$$AJ^2 + JD^2 \geq 2\sqrt{AJ \cdot JD} = 2AJ \cdot JD \Rightarrow AJ \cdot JD \leq \frac{AJ^2 + JD^2}{2} = \frac{AD^2}{2} \Rightarrow \frac{AJ \cdot JD}{2} \leq \frac{AD^2}{4}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow AJ = JD$ nên ΔAJD vuông cân suy ra $\angle ADJ = 45^\circ$ hay $\angle ADE = 45^\circ$.

Vậy diện tích tam giác ADF lớn nhất khi điểm E nằm vị trí sao cho $\angle ADE = 45^\circ$.

Câu 5: (0,5 điểm) Giải $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} 5x^2 + 4x \geq 0 \\ x^2 - 3x - 18 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(5x + 4) \geq 0 \\ (x - 6)(x + 3) \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 6 \quad (*)$$

$$\text{Khi đó phương trình } \Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 4x = x^2 + 22x - 18 + 10\sqrt{x(x^2 - 3x - 18)}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x(x - 6)(x + 3)} = 2x^2 - 9x + 9$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{(x^2 - 6x)(x + 3)} = 2(x^2 - 6x) + 3(x + 3) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x^2 - 6x} \geq 0 \\ b = \sqrt{x + 3} \geq 3 \end{cases} \text{ Khi đó (1) trở thành: } 2a^2 + 3b^2 - 5ab = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)(2a - 3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2a = 3b \end{cases}$$

$$+) \text{ Trường hợp } a = b \Leftrightarrow x^2 - 6x = x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \text{ (TM *)} \\ x = \frac{7 - \sqrt{61}}{2} \text{ (KTM *)} \end{cases}$$

$$+) \text{ Trường hợp } 2a = 3b \Leftrightarrow 4(x^2 - 6x) = 9(x + 3) \Leftrightarrow 4x^2 - 33x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \text{ (TM *)} \\ x = \frac{-3}{4} \text{ (KTM *)} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2}$ hoặc $x = 9$.
