

PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGƯỢC TỪ CUỐI

Có một số bài toán cho biết kết quả sau khi thực hiện liên tiếp một số phép tính đối với số phải tìm. Khi giải các bài toán dạng này, ta thường dùng phương pháp tính ngược từ cuối (đôi khi còn gọi là phương pháp suy ngược từ cuối)

Khi giải toán bằng phương pháp tính ngược từ cuối, ta thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong đề bài. Kết quả tìm được trong bước trước chính là thành phần đã biết của phép tính liền sau đó. Sau khi thực hiện hết dãy các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong đề bài, ta nhận được kết quả cần tìm.

Những bài toán giải được bằng phương pháp tính ngược từ cuối thường cũng giải được bằng phương pháp đại số hoặc phương pháp ứng dụng đồ thị (xem các số tiếp theo).

Ví dụ 1: Tìm một số, biết rằng tăng số đó gấp đôi, sau đó cộng với 16 rồi bớt đi 4 và cuối cùng chia cho 3 ta được kết quả bằng 12.

Phân tích: Trong bài này ta đã thực hiện liên tiếp đối với dãy số cần tìm dãy các phép tính dưới đây:

$\times 2, + 16, - 4, : 3$ cho kết quả cuối cùng bằng 12.

- Ta có thể xác định được số trước khi chia cho 3 được kết quả là 12 (Tìm số bị chia khi biết số chia và thương số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 1, ta tìm được số trước khi bớt đi 4 (Tìm số bị trừ khi biết số trừ và hiệu số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 2, ta tìm được số trước khi cộng với 16 (Tìm số hạng chưa biết khi biết số hạng kia và tổng số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 3, ta tìm được số trước khi nhân với 2, chính là số cần tìm (Tìm thừa số chưa biết khi biết tích và thừa số kia).

Từ phân tích trên ta đi đến lời giải như sau:

Số trước khi chia cho 3 là:

$$12 \times 3 = 36$$

Số trước khi bớt đi 4 là:

$$36 + 4 = 40$$

Số trước khi cộng với 16 là:

$$40 - 16 = 24$$

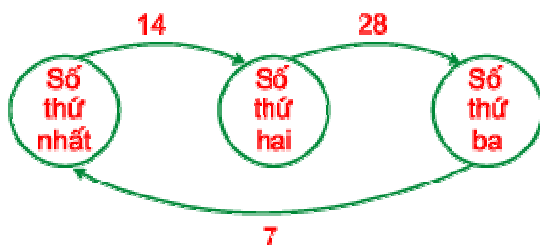
Số cần tìm là:

$$24 : 2 = 12$$

Trả lời: Số cần tìm là 12.

Ví dụ 2: Tìm ba số, biết rằng sau khi chuyển 14 đơn vị từ số thứ nhất sang số thứ hai, chuyển 28 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ ba rồi chuyển 7 đơn vị từ số thứ ba sang số thứ nhất ta được ba số đều bằng 45.

Phân tích: Ta có thể minh họa các thao tác trong đề bài bằng sơ đồ sau:



Ta có:

Số thứ nhất: - 14; + 7 cho kết quả là 45

Số thứ hai: + 14; - 28 cho kết quả là 45

Số thứ ba: + 28; - 7 cho kết quả là 45

Từ phân tích trên ta đi đến lời giải của bài toán như sau:

Số thứ nhất là: $45 - 7 + 14 = 52$.

Số thứ hai là: $45 + 28 - 14 = 49$.

Số thứ ba là: $45 + 7 - 28 = 24$.

Trả lời: Ba số cần tìm là: 52; 49 và 24.

Lời giải bài toán trên có thể thể hiện trong bảng sau:

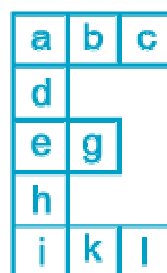
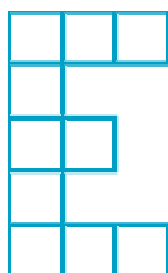
Trả lời: Ba số cần tìm là: 52; 49 và 24.

MỘT SỐ BÀI TOÁN TÍNH NGƯỢC TỪ CUỐI

Bài 1: Căn phòng có 4 bức tường, trên mỗi bức tường treo 3 lá cờ mà khoảng cách giữa 3 lá cờ trên một bức tường là như nhau. Bạn có biết căn phòng treo mấy lá cờ không?

Bài 2: Lọ Lem chia một quả dưa (dưa đỏ) thành 9 phần cho 9 cụ già. Nhưng khi các cụ ăn xong, Lọ Lem thấy có 10 miếng vỏ dưa. Lọ Lem chia dưa kiểu gì ấy nhỉ?

Bài 3: Bạn hãy điền đủ các số từ 1 đến 10 vào các ô vuông sao cho tổng các số ở nét dọc (1 nét) cũng như ở nét ngang (3 nét) đều là 16.



Bài 4: Trong một cuộc thi tài Toán Tuổi thơ có 51 bạn tham dự. Luật cho điểm như sau:

+ Mỗi bài làm đúng được 4 điểm.

+ Mỗi bài làm sai hoặc không làm sẽ bị trừ 1 điểm.

Bạn chứng tỏ rằng tìm được 11 bạn có số điểm bằng nhau.

Bài 5:

Vũ Hữu cùng với Lương Thế Vinh

Hai nhà toán học, một năm sinh

Thực hành, tính toán đều thông thạo

Vẻ vang dân tộc nước non mình

Năm sinh của hai ông là một số có bốn chữ số, tổng các chữ số bằng 10. Nếu viết năm sinh theo thứ tự ngược lại thì năm sinh không đổi. Bạn đã biết năm sinh của hai ông chưa?

Bài 6: Một viên quan mang lễ vật đến dâng vua và được vua ban thưởng cho một quả cam trong vườn thượng uyển, nhưng phải tự vào vườn hái. Đường vào vườn

thượng uyển phải qua ba cổng có lính canh. Viên quan đến cổng thứ nhất, người lính canh giao hẹn: “Ta cho ông vào nhưng lúc ra ông phải biếu ta một nửa số cam, thêm nửa quả”. Qua cổng thứ hai rồi thứ ba lính canh cũng đều giao hẹn như vậy. Hỏi để có một quả cam mang về thì viên quan đó phải hái bao nhiêu cam trong vườn?

Bài 7: Có một giống bèo cứ mỗi ngày lại nở tăng gấp đôi. Nếu ngày đầu cho vào mặt hồ một cây bèo thì 10 ngày sau bèo lan phủ kín mặt hồ. Vậy nếu ban đầu cho vào 16 cây bèo thì mấy ngày sau bèo phủ kín mặt hồ?

Bài 8: Tìm một số biết số đó chia cho 3, được bao nhiêu cộng với 5, rồi nhân với 4 thì được 60.

Bài 9: Một đội xe chở kẹo, mỗi xe chở 28 thùng kẹo, mỗi thùng kẹo chứa 24 hộp kẹo, mỗi hộp kẹo chứa 32 viên kẹo. Biết rằng cả đội xe chở được 107520 viên kẹo. Hỏi đội xe có bao nhiêu chiếc xe?

Bài 10: Bình đi chợ đem theo một số tiền, Bình mua sách hết $\frac{2}{3}$ số tiền mang theo, mua vở hết $\frac{3}{4}$ số tiền còn lại, cuối cùng mua một cây bút giá 3000 đồng thì hết số tiền. Hỏi Bình đem theo bao nhiêu tiền?

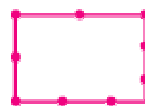
HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài giải Bài 1

Để đơn giản, ta sẽ treo tất cả các lá cờ ở độ cao ngang nhau trên cả 4 bức tường. Khi đó cách treo cờ sẽ giống như bài toán trồng cây. Ta có 5 cách trồng ứng với số lá cờ là 8, 9, 10, 11, 12 lá cờ như sau (coi mỗi lá cờ là một điểm chấm tròn):



8 lá cờ



9 lá cờ



10 lá cờ

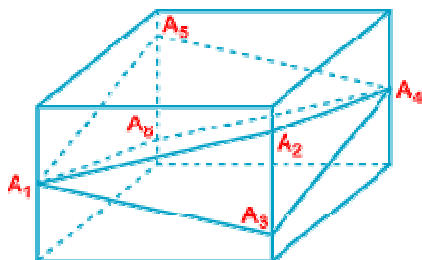


11 lá cờ

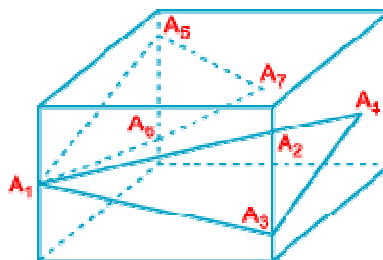


12 lá cờ

Nếu các lá cờ được treo ở độ cao khác nhau trên mỗi bức tường thì vị trí 3 lá cờ trên một bức tường sẽ tạo thành 3 đỉnh của một hình tam giác đều. Khi đó ta sẽ có các cách treo khác ứng với số lá cờ là 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 lá cờ. Xin nêu ra 2 cách treo ứng với số lá cờ là 6 lá và 7 lá như sau:



6 lá cờ



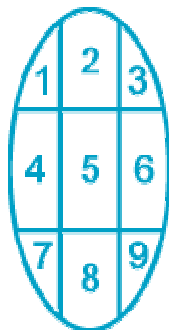
7 lá cờ

Vậy số lá cờ trong căn phòng có thể từ 6 đến 12 lá cờ.

Bài giải Bài 2:

Có nhiều cách bỏ dưa, Lọ Lem đã bỏ dưa như sau:

Cắt ngang quả dưa làm 3 phần, sau đó lại bỏ dọc quả dưa làm 3 phần sẽ được 9 miếng dưa (*như hình vẽ*) chia cho 9 cụ, sau khi ăn xong sẽ có 10 miếng vỏ dưa. Vì riêng miếng số 5 có vỏ ở 2 đầu, nên khi ăn xong sẽ có 2 miếng vỏ.



Bài giải Bài 3

Tất cả các bạn đều nhận ra một phương án điền số: $a = 1$; $b = 9$; $c = 5$; $d = 4$; $e = 6$; $g = 10$; $h = 3$; $i = 1$; $k = 8$; $l = 7$. Từ đó sẽ có các phương án khác bằng cách:

- 1) Đổi các ô b và c.
- 2) Đổi các ô k và l.
- 3) Đổi các ô d và h.
- 4) Đổi đồng thời cả 3 ô a, b, c cho 3 ô i, k, l.

Như vậy các bạn sẽ có 16 cách điền số khác nhau.

Bài giải Bài 4

Thi tài giải Toán Tuổi thơ có 5 bài. Số điểm của 51 bạn thi có thể xếp theo 5 loại điểm sau đây:

+ Làm đúng 5 bài được:

$$4 \times 5 = 20 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 4 bài được:

$$4 \times 4 - 1 \times 1 = 15 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 3 bài được:

$$4 \times 3 - 1 \times 2 = 10 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 2 bài được:

$$4 \times 2 - 1 \times 3 = 5 \text{ (điểm).}$$

+ Làm đúng 1 bài được:

$$4 \times 1 - 1 \times 4 = 0 \text{ (điểm).}$$

Vì $51 : 5 = 10$ (dư 1) nên phải có ít nhất 11 bạn có số điểm bằng nhau.

Bài giải Bài 5

Gọi năm sinh của hai ông là abba ($a \neq 0, a < 3, b < 10$).

Ta có: $a + b + b + a = 10$ hay $(a + b) \times 2 = 10$. Do đó $a + b = 5$.

Vì $a \neq 0$ và $a < 3$ nên $a = 1$ hoặc 2.

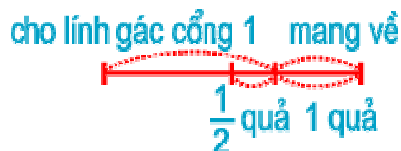
* Nếu $a = 1$ thì $b = 5 - 1 = 4$. Khi đó năm sinh của hai ông là 1441 (đúng).

* Nếu $a = 2$ thì $b = 5 - 2 = 3$. Khi đó năm sinh của hai ông là 2332 (loại).

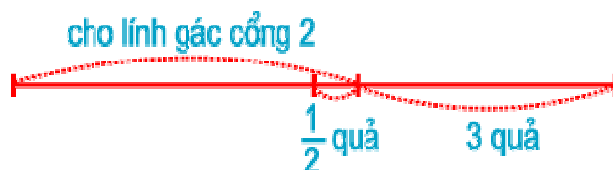
Vậy hai ông Vũ Hữu và Lương Thế Vinh sinh năm 1441.

Bài giải Bài 6

Số cam viên quan còn lại sau khi cho lính gác cổng thứ hai (cổng giữa) là:



Số cam viên quan còn lại sau khi cho lính gác cổng thứ ba (cổng trong cùng) là:



Số cam viên quan phải hái trong vườn là:



Vậy để có được một quả cam mang về thì viên quan phải hái 15 quả trong vườn.

Đáp số: 15 quả cam

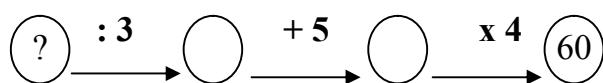
Bài giải bài 7

Ta có bảng sau biểu diễn số cây bèo trên mặt hồ:

Ngày thứ	Số cây bèo
1	1
2	2
3	4
4	8
5 (1)	16
6 (2)	32
7 (3)	64
8 (4)	128
9 (5)	256
10 (6)	512
11 (7)	1024

Nhìn vào bảng trên ta thấy: Nếu ngày đầu cho vào mặt hồ 16 cây bèo thì 6 ngày sau bèo sẽ lan phủ kín mặt hồ.

Bài giải Bài 8



Kết quả các phép tính trước khi nhân với 4 là:

$$60 : 4 = 15$$

Kết quả phép tính trước khi cộng với 5 là:

$$15 - 5 = 10$$

Số cần tìm là:

$$10 \times 3 = 30.$$

Đáp số: 30

Bài giải Bài 9

Số hộp kẹo là:

$$107520 : 32 = 3360 \text{ (hộp kẹo)}$$

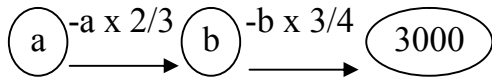
Số thùng kẹo là:

$$3360 : 24 = 140 \text{ (thùng kẹo)}$$

Số xe của đội là:

$$140 : 28 = 5 \text{ (xe)}$$

Đáp số: 5 xe.

Bài giải Bài 10

3000 đồng so với số tiền còn lại sau khi mua sách thì bằng:

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ (b)}$$

Số tiền còn lại sau khi mua sách:

$$b = 3000 \times 4 = 12000 \text{ (đồng)}$$

12000 đồng so với số tiền Bình mang theo bằng:

$$\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (a)}$$

Số tiền mang theo của Bình là:

$$a = 12000 \times 3 = 36000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 36000 đồng.