

PHIẾU HỌC TẬP TOÁN 8 TUẦN 22

Đại số 8 : Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức**Hình học 8: Tính chất đường phân giác của tam giác****Bài 1: Giải các phương trình sau**

a) $\frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2} = -3$

b) $3x - \frac{1}{x-2} = \frac{x-1}{2-x}$

c) $\frac{x+4}{x^2-3x+2} + \frac{x+1}{x^2-4x+3} = \frac{2x+5}{x^2-4x+3}$

d) $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$

e) $\frac{4x}{x^2+4x+3} - 1 = 6\left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{2x+2}\right)$

f) $\frac{3}{4(x-5)} + \frac{15}{50-2x^2} = \frac{7}{6x+30}$

g) $\frac{1}{x-1} + \frac{2x^2-5}{x^3-1} = \frac{4}{x^2+x+1}$

h) $\frac{12x+1}{6x-2} - \frac{9x-5}{3x+1} = \frac{108x-36x^2-9}{4(9x^2-1)}$

i) $x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2}$

j) $\frac{1}{x} + 2 = \left(\frac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 2)$

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, đường phân giác trong AD , đường phân giác ngoài AE .a) Tính DB, DC, EB .b) Đường phân giác CF của $\triangle ABC$ cắt AD ở I . Tính tỉ số diện tích $\triangle DIF$ và diện tích $\triangle ABC$.**Bài 3:** Cho tam giác ABC cân ở A , phân giác trong BD , $BC = 10\text{cm}$, $AB = 15\text{cm}$.Tính AD, DC .**Bài 4:** Cho tam giác ABC có 3 phân giác trong AM, BN, CP cắt nhau tại I .

Chứng minh a) $\frac{AP}{BP} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CN}{NA} = 1$

b) $\frac{MI}{MA} + \frac{NI}{NB} + \frac{PI}{PC} = 1$

- Hết -

PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

$$a) \frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2} = -3 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Mẫu chung: $(x-1)(x-2)$

Phương trình (1) trở thành

$$\frac{4(x-2)}{(x-1)(x-2)} - \frac{5(x-1)}{(x-2)(x-1)} = \frac{-3(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow 4(x-2) - 5(x-1) = -3(x-1)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 - 5x + 5 = -3(x^2 - 3x + 2)$$

$$\Leftrightarrow -x - 3 = -3x^2 + 9x - 6$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 9x - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x-3) - (x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(3x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ 3x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1}{3}; 3 \right\}$$

b)

$$3x - \frac{1}{x-2} = \frac{x-1}{2-x} \quad (2)$$

$$\text{Điều kiện: } x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

Mẫu chung: $x-2$

Phương trình (2) trở thành

$$\frac{3x(x-2)}{x-2} - \frac{1}{x-2} = \frac{-(x-1)}{x-2}$$

$$\Rightarrow 3x(x-2) - 1 = -(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 1 + x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x-2) + (x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(3x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{matrix} (l) \\ (t/m) \end{matrix}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

$$c) \frac{x+4}{x^2-3x+2} + \frac{x+1}{x^2-4x+3} = \frac{2x+5}{x^2-4x+3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+4}{(x-1)(x-2)} + \frac{x+1}{(x-1)(x-3)} = \frac{2x+5}{(x-1)(x-3)} \quad (3)$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Phương trình (3) trở thành

$$\frac{(x+4)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)} + \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x-3)(x-2)} = \frac{(2x+5)(x-2)}{(x-1)(x-3)(x-2)}$$

$$\Rightarrow (x+4)(x-3) + (x+1)(x-2) = (2x+5)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 12 + x^2 - x - 2 = 2x^2 + x - 10$$

$$\Leftrightarrow -x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \quad (\text{nhận})$$

$$\text{Vậy } S = \{-4\}$$

$$\text{d)} \quad \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0 \quad (4)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{Mẫu chung: } x(x+2)(x-2)$$

Phương trình (4) trở thành

$$\frac{2x}{(x-2)(x+2)x} - \frac{1(x+2)}{x(x-2)(x+2)} + \frac{(x-4)(x-2)}{x(x+2)(x-2)} = 0$$

$$\Rightarrow 2x - (x+2) + (x-4)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - x - 2 + x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-2) - 3(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{3\}$$

e)

$$\frac{4x}{x^2+4x+3} - 1 = 6 \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{2x+2} \right) \Leftrightarrow \frac{4x}{(x+1)(x+3)} - 1 = 6 \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{2(x+1)} \right) \quad (5)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$\text{Mẫu chung: } 2(x+1)(x+3)$$

Phương trình (5) trở thành

$$\frac{4.2x}{2(x+1)(x+3)} - \frac{2(x+1)(x+3)}{2(x+1)(x+3)} = 6 \left(\frac{1(x+1).2}{(x+3)(x+1).2} - \frac{1(x+3)}{2(x+1)(x+3)} \right)$$

$$\Rightarrow 4.2x - 2(x+1)(x+3) = 6(2(x+1) - (x+3))$$

$$\Leftrightarrow 8x - 2(x^2 + 4x + 3) = 6(2x + 2 - x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 8x - 2x^2 - 8x - 6 = 6(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{t/m}) \\ x = -3 & (\text{k.t/m}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{0\}$$

$$\text{f) } \frac{3}{4(x-5)} + \frac{15}{50-2x^2} = \frac{7}{6x+30} \Leftrightarrow \frac{3}{4(x-5)} - \frac{15}{2(x^2-25)} = \frac{7}{6(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4(x-5)} - \frac{15}{2(x-5)(x+5)} = \frac{7}{6(x+5)} \quad (6)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+5 \neq 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$\text{Mẫu chung: } 12(x+5)(x-5)$$

Phương trình (6) trở thành

$$\frac{3.3(x+5)}{4.3(x+5)(x-5)} - \frac{15.6}{2(x-5)(x+5)} = \frac{7.2(x-5)}{6(x+5).2(x-5)}$$

$$\Rightarrow 9(x+5) - 15.6 = 14(x-5)$$

$$\Leftrightarrow 9x + 45 - 90 = 14x - 70$$

$$\Leftrightarrow -5x = -25$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (loại)}$$

$$\text{Vậy } S = \{\emptyset\}$$

$$\text{g) } \frac{1}{x-1} + \frac{2x^2-5}{x^3-1} = \frac{4}{x^2+x+1} \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{2x^2-5}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{4}{x^2+x+1} \quad (7)$$

$$\text{Điều kiện: } x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ vì } x^2+x+1 > 0 \forall x$$

$$\text{Mẫu chung: } (x-1)(x^2+x+1)$$

Phương trình (7) trở thành

$$\frac{1(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{2x^2-5}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{4(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)}$$

$$\Rightarrow x^2 + x + 1 + 2x^2 - 5 = 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \begin{matrix} \text{(nhận)} \\ \text{(loại)} \end{matrix}$$

$$\text{Vậy } S = \{0\}$$

$$\text{h) } \frac{12x+1}{6x-2} - \frac{9x-5}{3x+1} = \frac{108x-36x^2-9}{4(9x^2-1)} \Leftrightarrow \frac{12x+1}{2(3x-1)} - \frac{9x-5}{3x+1} = \frac{108x-36x^2-9}{4(3x-1)(3x+1)} \quad (8)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x-1 \neq 0 \\ 3x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{3} \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Mẫu chung: } 4(3x+1)(3x-1)$$

Phương trình (8) trở thành

$$\frac{2(12x+1)(3x+1)}{2 \cdot 2(3x+1)(3x-1)} - \frac{4(9x-5)(3x-1)}{4(3x+1)(3x-1)} = \frac{108x-36x^2-9}{4(3x-1)(3x+1)}$$

$$\Rightarrow 2(12x+1)(3x+1) - 4(9x-5)(3x-1) = 108x - 36x^2 - 9$$

$$\Leftrightarrow 2(36x^2 + 15x + 1) - 4(27x^2 - 24x + 5) - 108x + 36x^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 72x^2 + 30x + 2 - 108x^2 + 96x - 20 - 108x + 36x^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 18x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{18} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{i) } x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0 \quad (9)$$

Điều kiện: $x \neq 0$

Đặt $x + \frac{1}{x} = t$, phương trình (9) trở thành

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + t - 2t - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t+1) - 2(t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-2=0 \\ t+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-1 \end{cases}$$

Với $t = 2$, ta có $x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ (nhận)}$$

Với $t = -1$, ta có $x + \frac{1}{x} = -1 \Rightarrow x^2 + 1 = -x \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

$$\text{vì } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \forall x$$

$$\text{Vậy } S = \{1\}$$

$$\text{j) } \frac{1}{x} + 2 = \left(\frac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 2) \Leftrightarrow \frac{1}{x} + 2 - \left(\frac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 2) = 0 \text{ Điều kiện: } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} + 2\right) - \left(\frac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} + 2\right)(1 - x^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} + 2\right)(-x^2 - 1) = 0$$

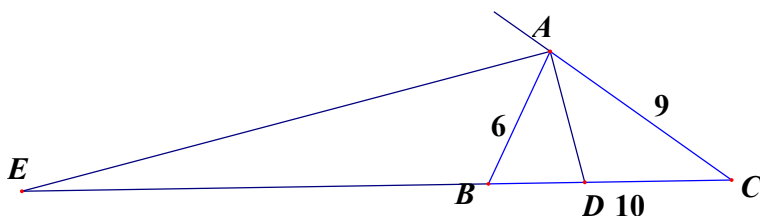
$$\Leftrightarrow -\left(\frac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + 2 = 0 \text{ vì } (x^2 + 1) > 0 \forall x$$

$$\Rightarrow 1 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$$

Bài 2:



Ta có: $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ (do AD là phân giác trong của $\triangle ABC$)

$$\Rightarrow BD = \frac{2}{3} \cdot DC$$

Mà $BD + DC = BC = 10$ (do D nằm giữa B và C)

$$\Rightarrow \frac{2}{3}DC + DC = 10 \Rightarrow \frac{5}{3}DC = 10 \Rightarrow DC = 6\text{cm} \Rightarrow BD = 4\text{cm}$$

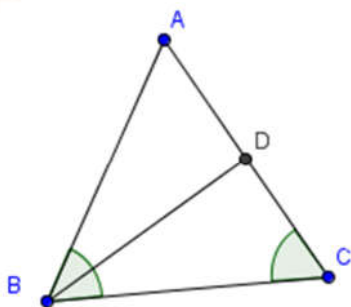
Ta có: $CE = BE + BC = BE + 10$ (do B nằm giữa E và C)

Và $\frac{BE}{CE} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ (do AE là phân giác ngoài của $\triangle ABC$)

$$\Rightarrow \frac{BE}{BE + 10} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3BE = 2(BE + 10) \Rightarrow BE = 20\text{cm}$$

Vậy $BD = 4\text{cm}, DC = 6\text{cm}, BE = 20\text{cm}$

Bài 3:



BD là phân giác trong của góc B nên

$$\Rightarrow \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC}$$

Theo tính chất của tỉ lệ thức, ta có

$$\frac{DA+DC}{DC} = \frac{BA+BC}{BC} \Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{15+10}{10}$$

$$\Rightarrow DC = \frac{10 \cdot AC}{25} = \frac{10 \cdot 15}{25} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{Ta có } DA + DC = AC \Rightarrow AD = AC - DC = 15 - 6 = 9 \text{ (cm)}$$

Bài 4:

a) Ta có AM là phân giác của góc A

Theo tính chất đường phân giác trong tam giác, ta có

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC}$$

Tương tự đối với các đường phân giác BN, CP ta có

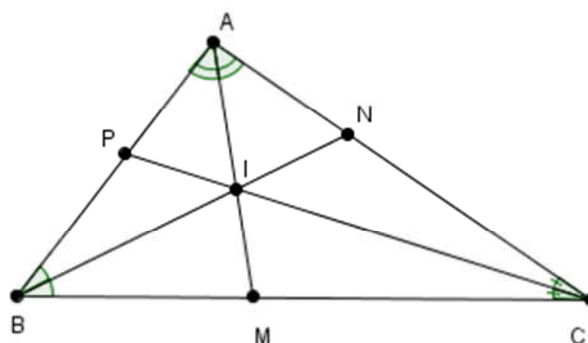
$$\frac{NC}{NA} = \frac{BC}{BA}; \frac{PA}{PB} = \frac{CA}{CB}$$

$$\text{Do đó } \frac{MB}{MC} \cdot \frac{NC}{NA} \cdot \frac{PA}{PB} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BC}{BA} \cdot \frac{CA}{CB} = 1$$

$$\text{Vậy } \frac{AP}{BP} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CN}{NA} = 1$$

b) Gọi a, b, c lần lượt là độ dài của các cạnh BC, CA, AB

Trong $\triangle ABM$ thì BI là phân giác ứng với cạnh AM nên



$$\frac{MI}{IA} = \frac{BM}{BA} = \frac{BM}{c} \Rightarrow \frac{MI}{MI + IA} = \frac{BM}{BM + c} \Rightarrow \frac{MI}{MA} = \frac{BM}{BM + c} \quad (1)$$

Trong $\triangle ACM$ thì CI là phân giác ứng với cạnh AM nên

$$\frac{MI}{IA} = \frac{CM}{CA} = \frac{CM}{b} \Rightarrow \frac{MI}{MI + IA} = \frac{CM}{CM + b} \Rightarrow \frac{MI}{MA} = \frac{CM}{CM + b}$$

Mà $CM = BC - BM = a - BM$. Nên $\frac{MI}{MA} = \frac{a - BM}{a - BM + b} \quad (2)$

So sánh (1) và (2) ta có $\frac{MI}{MA} = \frac{BM}{BM + c} = \frac{a - BM}{a - BM + b} = \frac{BM + a - BM}{BM + c + a - BM + b}$

$$\Rightarrow \frac{MI}{MA} = \frac{a}{a + b + c}$$

Chứng minh tương tự ta có $\frac{NI}{BN} = \frac{b}{a + b + c}$

$$\frac{PI}{CP} = \frac{c}{a + b + c}$$

Suy ra $\frac{MI}{MA} + \frac{NI}{BN} + \frac{PI}{CP} = \frac{a}{a + b + c} + \frac{b}{a + b + c} + \frac{c}{a + b + c} = \frac{a + b + c}{a + b + c} = 1$

Vậy $\frac{MI}{MA} + \frac{NI}{NB} + \frac{PI}{PC} = 1$

- Hết -