

PHIẾU HỌC TẬP TOÁN 8 TUẦN 27

Hình học 8: Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông



Bài 1: Cho tam giác nhọn ABC có đường cao CK. Dựng ra phía ngoài tam giác ABC hai tam giác CAE và CBF tương ứng vuông góc tại E ; F và thỏa mãn $\widehat{ACE} = \widehat{CBA}$; $\widehat{BCF} = \widehat{CAB}$.

Chứng minh rằng: $CK^2 = AE.BF$.

Bài 2: Cho hình bình hành ABCD ($AC > BD$) vẽ CE vuông góc với AB tại E, vẽ CF vuông góc với AD tại F. Chứng minh rằng $AB.AE + AD.AF = AC^2$.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy một điểm M bất kỳ trên cạnh AC. Từ C vẽ một đường thẳng vuông góc với tia BM, đường thẳng này cắt tia BM tại D, cắt tia BA tại E.

a) Chứng minh: $EA.EB = ED.EC$.

b) Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên cạnh AC thì tổng $BM.BD + CM.CA$ có giá trị không đổi.

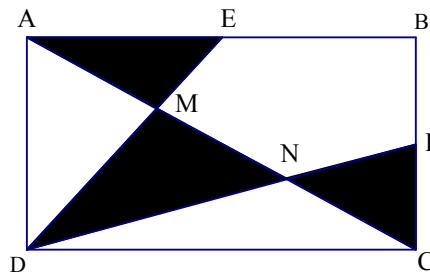
c) Kẻ $DH \perp BC$, ($H \in BC$). Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BH, DH. Chứng minh $CQ \perp PD$.

Bài 4: Cho tam giác ABC có hai góc B và C thỏa mãn điều kiện $\widehat{B} - \widehat{C} = 90^\circ$. Kẻ đường cao AH. Chứng minh rằng: $AH^2 = BH.CH$

Bài 5 : Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{A} < 90^\circ$), đường cao AD, trực tâm H. Chứng minh hệ thức

$$CD^2 = DH.DA$$

Bài 6: Cho hình chữ nhật ABCD có diện tích 150cm^2 (như hình vẽ). Gọi E, F là trung điểm AB và BC. Gọi M, N là giao điểm của DE, DF với AC. Tính tổng diện tích phần tô đậm.



- Hết -

PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

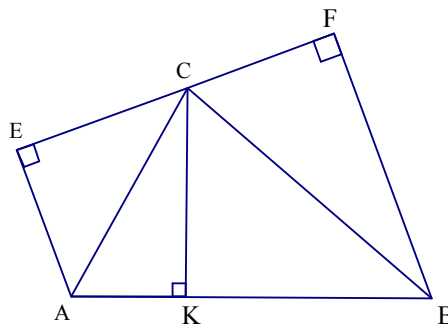
$\triangle ACK$ và $\triangle CBF$ có : $\widehat{CKA} = \widehat{BFC} = 90^\circ$; $\widehat{CAK} = \widehat{BCF} \Rightarrow$

$$\triangle ACK \sim \triangle CBF \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CK}{CA} = \frac{BF}{BC} \quad (1).$$

Tương tự ta có $\triangle BCK \sim \triangle CAE \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CK}{CB} = \frac{AE}{AC} \quad (2)$

Nhân từng vế của (1) và (2) ta được:

$$\Rightarrow \frac{CK}{CA} \cdot \frac{CK}{CB} = \frac{BF}{BC} \cdot \frac{AE}{AC} \Rightarrow CK^2 = AE \cdot BF.$$



Bài 2:

Vẽ $BH \perp AC$ ($H \in AC$)

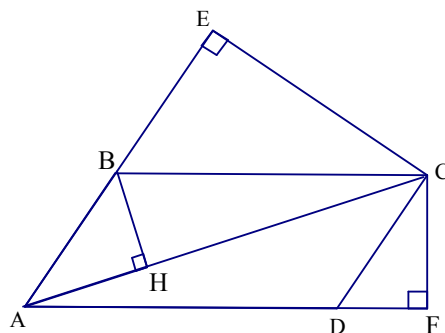
Xét $\triangle ABH$ và $\triangle ACE$ có $\widehat{AHB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$; $\widehat{BAC}$ chung. Suy ra $\triangle ABH \sim \triangle ACE$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AE} \Rightarrow AB \cdot AE = AC \cdot AH \quad (1)$$

Xét $\triangle CBH$ và $\triangle ACF$ có $\widehat{BCH} = \widehat{CAF}$ (so le trong)
 $\widehat{CHB} = \widehat{CFA} (= 90^\circ)$

Suy ra $\triangle CBH \sim \triangle ACF$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{CH}{AF} \Rightarrow BC \cdot AF = AC \cdot CH \quad (2)$$



Cộng vế theo vế (1) và (2) ta được:

$$AB \cdot AE + BC \cdot AF = AC \cdot AH + AC \cdot CH \Rightarrow AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC (AH + CH) = AC^2.$$

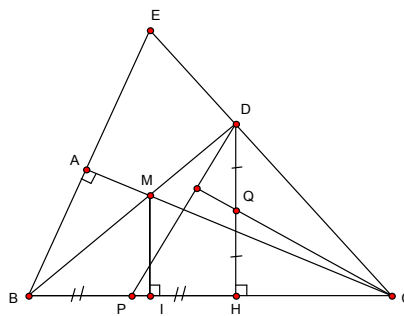
Bài 3:

a) Chứng minh $EA \cdot EB = ED \cdot EC$

Xét $\triangle EBD$ và $\triangle ECA$ có: $\widehat{EDB} = \widehat{EAC} = 90^\circ$, $\widehat{BEC}$ chung nên $\triangle EBD \sim \triangle ECA$ (g-g)

Từ đó suy ra

$$\frac{EB}{EC} = \frac{ED}{EA} \Rightarrow EA \cdot EB = ED \cdot EC$$



b) Kẻ MI vuông góc với BC ($I \in BC$). Ta có $\triangle BIM$ và $\triangle BDC$ có $\widehat{BIM} = \widehat{BDC} = 90^\circ$, $\widehat{MBC}$ chung, nên $\triangle BIM \sim \triangle BDC$ (g-g) $\Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BI}{BD} \Rightarrow BM \cdot BD = BC \cdot BI$ (1)

Tương tự: $\triangle ACB \sim \triangle ICM$ (g-g) $\Rightarrow \frac{CM}{BC} = \frac{CI}{CA}$

$$\Rightarrow CM \cdot CA = BC \cdot CI \quad (2)$$

Từ (1) và (2) cộng vế với vế, suy ra $BM \cdot BD + CM \cdot CA = BI \cdot BC + CI \cdot BC = BC(BI + CI) = BC^2$ (không đổi)

c) Xét $\triangle BHD \sim \triangle DHC$ (g-g) $\Rightarrow \frac{BH}{DH} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{2 \cdot HP}{2 \cdot HQ} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{HP}{HQ} = \frac{HD}{HC}$

$\Rightarrow \triangle HPD \sim \triangle HQC$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{PDH} = \widehat{QCH}$ mà $\widehat{HDP} + \widehat{DPC} = 90^\circ$

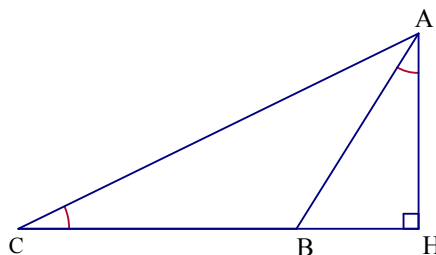
$$\Rightarrow \widehat{HCQ} + \widehat{DPC} = 90^\circ \Rightarrow CQ \perp PD$$

Bài 4:

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{BAH} + \widehat{AHB} = \widehat{BAH} + 90^\circ$ mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} + 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACH} = \widehat{BAH}$.

Từ đó suy ra: $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$



Bài 5: Ta có: $\widehat{BAD} = \widehat{BCH} (= 90^\circ - \widehat{ABC})$ và $\widehat{CDH} = \widehat{ADB} = 90^\circ$

Suy ra: $\triangle CDH \sim \triangle ADB$ (g.g) nên $\frac{CD}{AD} = \frac{DH}{DB}$.

Ta lại có $CD = DB$ nên $CD^2 = DA \cdot DH$.

Bài 6: Ta có: $\triangle AME \sim \triangle CMD$

$$\Rightarrow \frac{EM}{DM} = \frac{AE}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DM = 2 \cdot EM$$

$$\text{Đặt } S_{AEM} = x \text{ Ta có } \frac{S_{ABM}}{S_{ADM}} = \frac{EM}{DM} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{AMM} = 2x$$

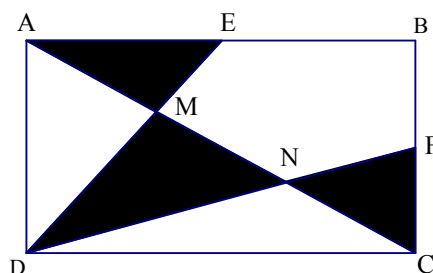
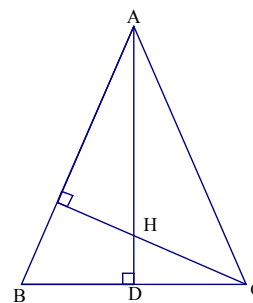
$$\text{Ta có: } S_{AEM} + S_{ADM} = S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABD} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow x + 2x = 37,5 \Leftrightarrow x = 12,5 \Rightarrow S_{AMD} = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Tương tự ta có: } S_{CNE} = 12,5 \text{ cm}^2; S_{CND} = 25 \text{ cm}^2$$

$$S_{DMN} = S_{ACD} - S_{AMD} - S_{CND} = 75 - 25 - 25 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \text{diện tích phần tô đậm là: } 12,5 + 12,5 + 25 = 50 \text{ cm}^2.$$



- Hết -