

Họ, tên:.....Số báo danh:.....

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3(3x) + 7 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a .

- A. $\frac{3a}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 3: Cho các số dương a, b, c . Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{2017} \frac{a}{b} + \log_{2017} \frac{b}{c} + \log_{2017} \frac{c}{a}$.

- A. 0. B. -1. C. 1. D. 2017.

Câu 4: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + my + 3z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(Q): nx + y + z + 7 = 0$ song song với nhau khi

- A. $m = n = 1$. B. $m = 3; n = \frac{1}{3}$. C. $m = 2; n = \frac{1}{3}$. D. $m = 3; n = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Đặt $a = \ln 2$, $b = \ln 3$. Hãy biểu diễn $\ln 36$ theo a và b .

- A. $\ln 36 = 2a - 2b$. B. $\ln 36 = 2a + 2b$. C. $\ln 36 = a + b$. D. $\ln 36 = a - b$.

Câu 7: Cho các số phức $z_1 = 3i$, $z_2 = -1 - 3i$, $z_3 = m - 2i$. Tập giá trị tham số m để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho là

- A. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$. B. $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.
C. $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$. D. $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.

Câu 8: Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log \frac{b}{a} = \log b - \log a$. B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.
C. $\log(a + b) = \log a + \log b$. D. $\log a \cdot \log b = \log(a + b)$.

Câu 9: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x - 1$.

- A. $y = -2x + 7$. B. $\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$. C. $y = -2x + 73$. D. $\begin{cases} y = -2x - 1 \\ y = -2x + 7 \end{cases}$.

Câu 10: Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x + \cos x + C$.

- Câu 20:** Cho hình nón đỉnh S và đường tròn đáy có tâm là O . điểm A thuộc đường tròn đáy. Tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích đáy là 2. Số đo của góc SAO là
A. 60° . **B.** 30° . **C.** 120° . **D.** 45° .
- Câu 21:** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% năm và lãi hàng tháng được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số vốn ban đầu?
A. 7 năm. **B.** 15 năm **C.** 6 năm. **D.** 9 năm.
- Câu 22:** Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3(2+3i) - 4(2i-1)$.
A. $\bar{z} = 2-i$. **B.** $\bar{z} = 10+3i$. **C.** $\bar{z} = 10+i$. **D.** $\bar{z} = 10-i$.
- Câu 23:** Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-5i|=6$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:
A. $I(-2;5), R=6$. **B.** $I(2;-5), R=36$. **C.** $I(2;-5), R=6$. **D.** $I(-2;5), R=36$.
- Câu 24:** Hai điểm M và M' phân biệt và đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oxy). Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. Hai điểm M và M' có cùng tung độ và cao độ.
B. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và cao độ.
C. Hai điểm M và M' có hoành độ đối nhau.
D. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và tung độ.
- Câu 25:** Cho biết $\int_{\frac{1}{2}}^1 xf(x)dx = \frac{1}{2}$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2xf(\sin x)dx$.
A. $I = 2$. **B.** $I = \frac{\pi}{3}$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = 1$.
- Câu 26:** Tìm m để hàm số $y = mx^3 + 3x^2 + 12x + 2$ đạt cực đại tại $x = 2$.
A. $m = -1$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = -2$.
- Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .
A. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$. **B.** $\vec{u} = (1; 2; 1)$. **C.** $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. **D.** $\vec{u} = (-1; -2; 1)$.
- Câu 28:** Tính môđun của số phức $z = 4-3i$.
A. $|z| = \sqrt{7}$. **B.** $|z| = 7$. **C.** $|z| = 25$. **D.** $|z| = 5$.
- Câu 29:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$. **B.** $y = \sin x - 2x$. **C.** $y = \frac{2x}{x+1}$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$.
- Câu 30:** Tập xác định D của hàm số $y = \ln x^2$ là
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (-\infty; 0)$. **C.** $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.
- Câu 31:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 32:** Cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-10=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là
A. $2x+2y-z+10=0$. **B.** $2x+2y-z=0$.

C. $2x+2y-z-20=0$.

D. $2x+2y-z+20=0$.

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ trên $(0; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

B. $y' = \frac{x}{\ln 3}$.

C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$.

D. $x \ln 3$.

Câu 34: Cho $a < b < c$, $\int_a^b f(x)dx = 5$ và $\int_c^b f(x)dx = 2$. Tính $\int_a^c f(x)dx$.

A. $\int_a^c f(x)dx = -2$.

B. $\int_a^c f(x)dx = 3$.

C. $\int_a^c f(x)dx = 7$.

D. $\int_a^c f(x)dx = 1$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{2}$. Tính cạnh bên SA .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 36: Cho $z = -5+12i$. Một căn bậc hai của z là

A. $-2+3i$.

B. $2+3i$.

C. $4+3i$.

D. $3+2i$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ Ox , Oy , Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+5z-30=0$.

B. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

C. $x+y+z-8=0$.

D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.

Câu 38: Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $3^a = 5^b = 15^{-c}$. Giá trị của tổng $S = ab + bc + ca$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 39: Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và điểm $M(2; -1; -3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua M và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là ba đường tròn. Tổng bình phương của ba bán kính ba đường tròn tương ứng là

A. 4.

B. 1.

C. 10.

D. 11.

Câu 40: Cho số phức thỏa mãn $|z-2+2i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là.

A. $4\sqrt{2}-2$.

B. $2\sqrt{2}+1$.

C. $2+\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2}+1$.

Câu 41: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a$, $BC=3a$. Gọi E, F lần lượt là các điểm trên các cạnh AB, BC sao cho $EA=2ED$, $FB=2FC$. Khi quay quanh AB các đường gấp khúc $AEFB, ADCB$ sinh ra hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2 . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12}{21}$.

B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{9}$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{15}$.

Câu 42: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^3$ và trục hoành trên $[0;2]$. Tìm m để đường thẳng $y=mx$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau

A. $m=4-2\sqrt{2}$.

B. $m=-3+4\sqrt{2}$.

C. $m=4-3\sqrt{2}$.

D. $m=4+\sqrt{2}$.

Câu 43: Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{(1-m)x^2+3x-1}}$ có tiệm cận ngang thì điều kiện của m là

A. $m > 1$.

B. $m \neq 1$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 1$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a . Tính thể tích V khối lăng trụ theo a ?

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 45: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó tích ab bằng

- A. -8 . B. -6 . C. 4 . D. -4 .

Câu 46: Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất khi điều kiện của m là

- A. $m < -2$. B. $m > -1$. C. $m < 1$. D. $m > 1$.

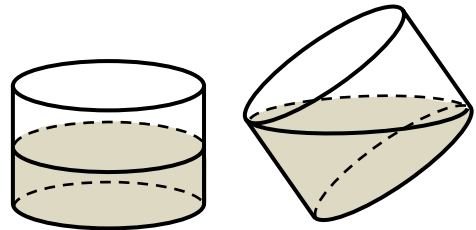
Câu 47: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+2y) + \log_4(x-2y) = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $f(x, y) = |x| - |y|$ bằng

- A. 0 . B. 1 . C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x + 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên đồ thị (C) đến các đường tiệm cận của nó bằng

- A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 49: Đổ nước vào một thùng hình trụ có bán kính đáy 20cm . Nghiêng thùng sao cho mặt nước chạm vào miệng cốc và đáy cốc như hình vẽ thì mặt nước tạo với đáy cốc một góc 45° . Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu cm^3 ?



- A. 12000π . B. 8000π . C. 6000π . D. 16000π .

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm

$A(3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $M(7; 13; 5)$. B. $M(3; 4; 3)$. C. $M(-1; -2; 1)$. D. $M(-3; -5; -1)$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	A	C	B	B	D	A	A	A	C	B	A	C	A	B	C	B	D	A	D	D	A	D	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	A	C	C	D	A	B	D	B	A	D	D	B	D	A	C	B	A	C	C	B	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Số nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3(3x) + 7 = 0$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{pt} \Leftrightarrow \log_3^2 x - 4(1 + \log_3 x) + 7 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 27 \end{cases} \text{ (t/m).}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a .

A. $\frac{3a}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Gọi H là trung điểm AB , ta có $SH \perp (ABCD)$.

+ Gọi $O = AC \cap BD$, E là trung điểm BO ; khi đó $HE \perp BO$.

+ Lại có $SH \perp BO$ ($SH \perp (ABCD)$) nên

$$BO \perp (SHE) \Rightarrow (SHE) \perp (SBD)$$

$$\text{Hạ } HK \perp SE \Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow d(H, (SBD)) = HK.$$

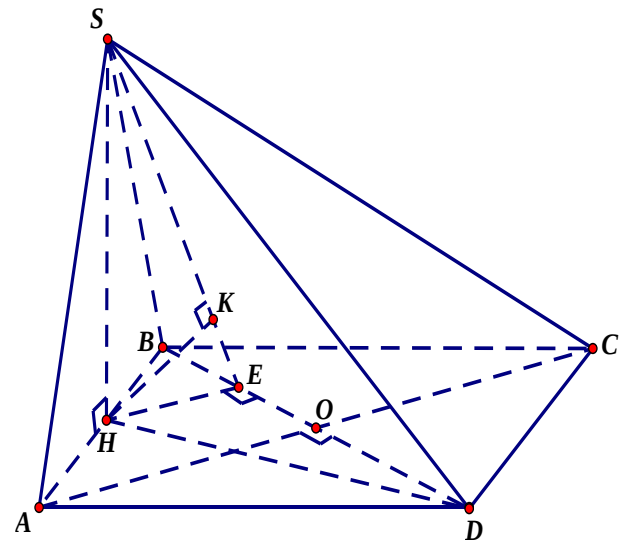
$$+ \text{Xét } \triangle AHD: HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$+ \text{Xét } \triangle SHD: SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = a\sqrt{3}.$$

$$HK = \frac{1}{2} AO = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$+ \text{Xét } \triangle SHK: HK = \frac{HE \cdot HS}{\sqrt{HE^2 + HS^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}.$$

Vậy chiều cao của khối chóp $H.SBD$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.



Câu 3. Cho các số dương a, b, c . Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{2017} \frac{a}{b} + \log_{2017} \frac{b}{c} + \log_{2017} \frac{c}{a}$.

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. 2017.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } T = \log_{2017} \frac{a}{b} + \log_{2017} \frac{b}{c} + \log_{2017} \frac{c}{a} = \log_{2017} \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} \right) = \log_{2017} 1 = 0.$$

Câu 4. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{x^2 - mx + m}{x - 1} \right)' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$ là $A(0; -m)$ và $B(2; 4 - m)$.

$$\text{Suy ra } AB = \sqrt{(2 - 0)^2 + (4 - m + m)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + my + 3z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(Q): nx + y + z + 7 = 0$ song song với nhau khi

A. $m = n = 1$.

B. $m = 3; n = \frac{1}{3}$.

C. $m = 2; n = \frac{1}{3}$.

D. $m = 3; n = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ song song với mặt phẳng } (Q) \text{ khi } \begin{cases} m \neq 0, n \neq 0 \\ \frac{1}{n} = \frac{m}{1} = \frac{3}{1} \neq \frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Câu 6. Đặt $a = \ln 2$, $b = \ln 3$. Hãy biểu diễn $\ln 36$ theo a và b .

A. $\ln 36 = 2a - 2b$.

B. $\ln 36 = 2a + 2b$.

C. $\ln 36 = a + b$.

D. $\ln 36 = a - b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \ln 36 = \ln(2^2 \cdot 3^2) = \ln 2^2 + \ln 3^2 = 2\ln 2 + 2\ln 3 = 2a + 2b.$$

Câu 7. Cho các số phức $z_1 = 3i$, $z_2 = -1 - 3i$, $z_3 = m - 2i$. Tập giá trị tham số m để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho là

A. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.

B. $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.

C. $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

D. $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\checkmark \text{ Ta có: } |z_1| = 3, |z_2| = \sqrt{10}, |z_3| = \sqrt{m^2 + 4}.$$

$$\checkmark \text{ Để số phức } z_3 \text{ có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho thì } \sqrt{m^2 + 4} < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}.$$

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log \frac{b}{a} = \log b - \log a$.

B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

C. $\log(a + b) = \log a + \log b$.

D. $\log a \cdot \log b = \log(a + b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Mệnh đề đúng là } \log \frac{b}{a} = \log b - \log a.$$

Câu 9. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x - 1$.

A. $y = -2x + 7.$

B. $\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}.$

C. $y = -2x + 73.$

D. $\begin{cases} y = -2x - 1 \\ y = -2x + 7 \end{cases}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

☑ Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}.$

☑ Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của $\frac{-2}{(x-1)^2} = -2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-1 \\ y=3 \end{cases}.$

☑ Với $x=0, y=-1, y'(0)=-2$ ta được tiếp tuyến $y=-2(x-0)-1 \Leftrightarrow y=-2x-1$ (loại).

☑ Với $x=2, y=3, y'(0)=-2$ ta được tiếp tuyến $y=-2(x-2)+3 \Leftrightarrow y=-2x+7.$

Câu 10. Phát biểu nào sau đây đúng ?

A. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x + \cos x + C.$

B. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x - \cos x + C.$

C. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x + 2 \cos x + C.$

D. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \frac{1}{3} \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^3 + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \int \left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \right) dx = \int (1 - \sin x) dx = x + \cos x + C$

Câu 11. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 1 = 0$. Tính tích phân $I = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x}}.$

A. $I = 2.$

B. $I = 1.$

C. $I = -2.$

D. $I = \frac{1}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $I = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_a^b x^{-\frac{1}{2}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_a^b = 2(\sqrt{b} - \sqrt{a})$ (1)

Mà $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = -1$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow I = -2.$

Câu 12. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 4x.$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 4x + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} \cos 4x + C.$

C. $\int f(x) dx = 4 \cos 4x + C.$

D. $\int f(x) dx = -4 \cos 4x + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int \sin 4x dx = -\frac{1}{4} \cos 4x + C.$

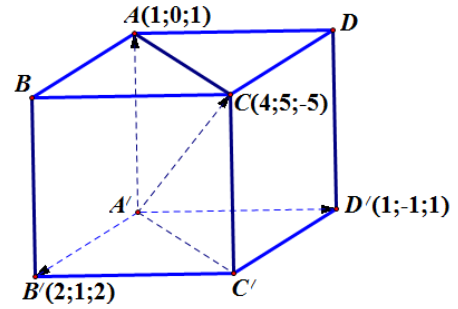
- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;0;1)$, $B'(2;1;2)$, $D'(1;-1;1)$, $C(4;5;-5)$. Gọi tọa độ của đỉnh $A'(a;b;c)$. Khi đó $2a+b+c$ bằng
- A. 3. B. 7. C. 2. D. 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{A'D'} = (1-a; -1-b; 1-c) \\ \overrightarrow{A'B'} = (2-a; 1-b; 2-c) \\ \overrightarrow{A'A} = (1-a; -b; 1-c) \\ \overrightarrow{A'C} = (4-a; 5-b; -5-c) \end{cases}$$



Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}$

$$\Leftrightarrow (4-a; 5-b; -5-c) = (4-3a; 2-3b; 3-3c)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-a = 4-3a \\ 5-b = 2-3b \\ -5-c = 3-3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy $2a+b+c=3$.

- Câu 14.** Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ là

- A. 1. B. 2. C. 6. D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập BBT $\Rightarrow y_{\text{CD}} = 6$.

- Câu 15.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = 8a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = 24a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

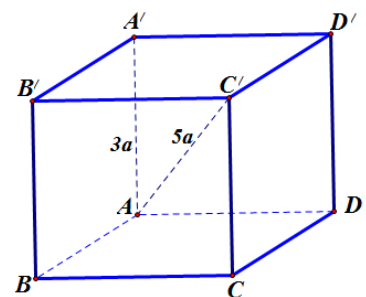
Trong $\triangle AA'C$ vuông tại A' , ta có

$$A'C' = \sqrt{AC'^2 - AA'^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a \Rightarrow AC = 4a$$

Vì $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC^2 = 2AB^2$

$$\Leftrightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot (2a\sqrt{2})^2 = 8a^3.$$



- Câu 16.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x-2}$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x-2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x-2} = -\infty$$

Suy ra đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Lại có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{2}{x}}}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{2}{x}}}{1-\frac{2}{x}} = 1$

và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}}}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1+\frac{2}{x}}}{1-\frac{2}{x}} = -1$

Suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 17. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 2) > \log_3(2x - 1)$ (*). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < -(2x - 1) \\ 2x - 1 < 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}$

B. (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 2x - 1 \end{cases}$

C. (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < \frac{1}{2x - 1} \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}$

D. (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > \frac{1}{2x - 1} \\ 2x - 1 > 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

A. sai vì $2x - 1 < 0$ thì hàm số $\log_3(2x - 1)$ sẽ không xác định

B. Sai vì hai biểu thức log không cùng cơ số.

C. đúng vì (*) $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 2) > \log_{\frac{1}{3}}(2x - 1)^{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < \frac{1}{2x - 1} \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}$ nên C đúng.

Câu 18. Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ với trục Oy . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm M là

A. $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

C. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

D. $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ với trục Oy

Suy ra $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}$

$y = \frac{2x-1}{x-2} \Rightarrow y' = -\frac{3}{(x-2)^2} \Rightarrow y'(0) = -\frac{3}{4}$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ là: $y - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}(x - 0) \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

Câu 19. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s^2). Vận tốc ban đầu của vật là $6m/s$. Tính vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. $v=10(m/s)$.

B. $v=8(m/s)$.

C. $v=15(m/s)$.

D. $v=13(m/s)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$v = v_0 + \int_0^{10} \frac{3}{t+1} dt \approx 6 + 7,19 \approx 13,19$$

Câu 20. Cho hình nón đỉnh S và đường tròn đáy có tâm là O . điểm A thuộc đường tròn đáy. Tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích đáy là 2. Số đo của góc SAO là:

A. 60° .

B. 30° .

C. 120° .

D. 45° .

Hướng dẫn giải:

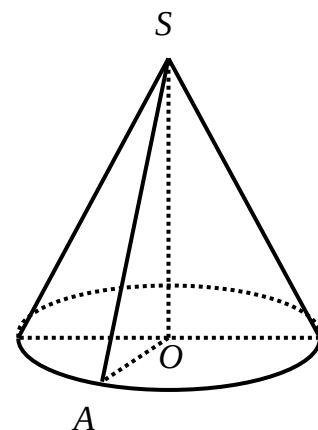
Chọn A.

Ta có: diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi.OA.SA$

Và diện tích đáy của hình nón là $S' = \pi OA^2$

$$\text{Khi đó: } \frac{S}{S'} = \frac{SA}{OA} = 2 \Rightarrow \frac{OA}{SA} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mà tam giác } SAO \text{ vuông tại } O \text{ nên } \cos SAO = \frac{OA}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow SAO = 60^\circ$$



Câu 21. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% năm và lãi hàng tháng được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số vốn ban đầu?

A. 7 năm.

B. 15 năm.

C. 6 năm.

D. 9 năm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $P_n = P(1+r)^n$ trong đó P_n là số tiền nhận được sau n năm, P là số tiền ban đầu, r là lãi suất theo năm.

Yêu cầu bài toán: $2P = P(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1+r} 2 = \log_{1,084} 2 = 8,5936... \text{ do } n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n = 9$

Câu 22. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3(2+3i) - 4(2i-1)$:

A. $\bar{z} = 2 - i$.

B. $\bar{z} = 10 + 3i$.

C. $\bar{z} = 10 + i$.

D. $\bar{z} = 10 - i$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } z = 3(2+3i) - 4(2i-1) = 6+9i-8i+4 = 10+i \Rightarrow \bar{z} = 10-i$$

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-5i| = 6$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(-2;5), R=6$.

B. $I(2;-5), R=36$.

C. $I(2;-5), R=6$.

D. $I(-2;5), R=36$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Giả sử } z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$$

Khi đó

$$|z+2-5i| = 6 \Leftrightarrow |x+2+(y-5)i| = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-5)^2} = 6 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-5)^2 = 36$$

Đường tròn có tâm $I(-2;5), R=6$

Câu 24. Hai điểm M và M' phân biệt và đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oxy). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm M và M' có cùng tung độ và cao độ.

B. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và cao độ.

D. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và tung độ.

Chọn D.

A. $I = 2$.

B. $I = \frac{\pi}{3}$.

C. $I = \frac{1}{2}$.

D. $I = 1$.

Chọn D.

$$\text{Nên } I = 2 \int_{-\frac{1}{2}}^1 tf(t)dt = 2 \int_{-\frac{1}{2}}^1 xf(x)dx = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

A. $m = -1$.

B. $m = -3$.

C. $m = 0$.

D. $m = -2$.

Chọn B.

Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ thì điều kiện cần là $y'(2)=0 \Leftrightarrow 12m+24=0 \Leftrightarrow m=-2$.

$$y' = -6x^2 + 6x + 12, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2.$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			-2			

A. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u} = (-1; -2; 1)$.

Chọn C.

Đường thẳng Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

$$[\vec{u}_\Delta, \vec{n}] = (-1; 2; 1).$$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ nên d nhận $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$ làm vector chỉ phương.

Câu 28. Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = \sqrt{7}$.

B. $|z| = 7$.

C. $|z| = 25$.

D. $|z| = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$.

B. $y = \sin x - 2x$.

C. $y = \frac{2x}{x+1}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Nên hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30. Tập xác định D của hàm số $y = \ln x^2$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (-\infty; 0)$.

C. $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

D. $D = (0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Câu 31. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn C.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{1}{2}AC' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2 + (3a)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 32. Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 10 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là

A. $2x + 2y - z + 10 = 0$.

B. $2x + 2y - z = 0$.

C. $2x + 2y - z - 20 = 0$.

D. $2x + 2y - z + 20 = 0$.

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng (Q) có dạng $(Q): 2x + 2y - z + d = 0$.

Do (Q) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (Q)) = R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + d|}{3} = 5 \Leftrightarrow |d - 5| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 20 \\ d = -10 \end{cases}.$$

Câu 33. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ trên $(0; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}.$

B. $y' = \frac{x}{\ln 3}.$

C. $y' = \frac{\ln 3}{x}.$

D. $x \ln 3.$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn A.

$$y' = \frac{1}{x \ln 3}.$$

Câu 34. Cho $a < b < c$, $\int_a^b f(x) dx = 5$ và $\int_c^b f(x) dx = 2$. Tính $\int_a^c f(x) dx$.

A. $\int_a^c f(x) dx = -2.$

B. $\int_a^c f(x) dx = 3.$

C. $\int_a^c f(x) dx = 7.$

D. $\int_a^c f(x) dx = 1.$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn B.

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = 3.$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{2}$. Tính cạnh bên SA .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

B. $a\sqrt{3}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

D. $2a\sqrt{3}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn D.

$$\text{Ta có } SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{3a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = 2a\sqrt{3}$$

Câu 36. Cho $z = -5 + 12i$. Một căn bậc hai của z là.

A. $-2 + 3i.$

B. $2 + 3i.$

C. $4 + 3i.$

D. $3 + 2i.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}.$

$$\text{Ta có } z = -5 + 12i \Leftrightarrow (x + yi)^2 = -5 + 12i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = -5 + 12i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \frac{36}{x^2} = -5 \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 5x^2 - 36 = 0 \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ xy = 6 \end{cases}.$$

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là.

A. $x + 2y + 5z - 30 = 0.$ **B.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$ **C.** $x + y + z - 8 = 0.$ **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1:

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (ABC)$ nên ta có phương trình $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1$ (1).

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1-a; 2; 5)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$, $\overrightarrow{BM} = (1; 2-b; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + 5c = 0 \\ -a + 5c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5c}{2} \\ a = 5c \end{cases}$ (2).

Thế (2) vào (1) ta được $\frac{1}{5c} + \frac{4}{5c} + \frac{5}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 6 \Rightarrow a = 30; b = 15$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{30} + \frac{y}{15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0$.

Cách 2:

Ta có chứng minh được $OM \perp (ABC)$.

(ABC) đi qua M nhận $\overrightarrow{OM}$ làm VTPT.

$(ABC): 1(x-1) + 2(y-2) + 5(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0$.

Câu 38. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $3^a = 5^b = 15^{-c}$. Giá trị của tổng $S = ab + bc + ca$ bằng.

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $3^a = 5^b = 15^{-c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^a = 5^b \\ 3^a = 15^{-c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \log_5 3 \\ c = -a \log_{15} 3 \end{cases}$.

Suy ra $S = ab + bc + ca = a \cdot a \log_5 3 - a \log_5 3 \cdot a \log_{15} 3 - a \cdot a \log_{15} 3$

$= a^2 (\log_5 3 - \log_5 3 \cdot \log_{15} 3 - \log_{15} 3)$

$= a^2 \log_5 3 \left(1 - \frac{\log_5 3}{\log_5 15} - \frac{1}{\log_5 15} \right)$

$= a^2 \log_5 3 \left(1 - \frac{\log_5 3}{1 + \log_5 3} - \frac{1}{1 + \log_5 3} \right) = 0$.

Câu 39. Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và điểm $M(2; -1; -3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua M và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là ba đường tròn.

Tổng bình phương của ba bán kính ba đường tròn tương ứng là.

A. 4.

B. 1.

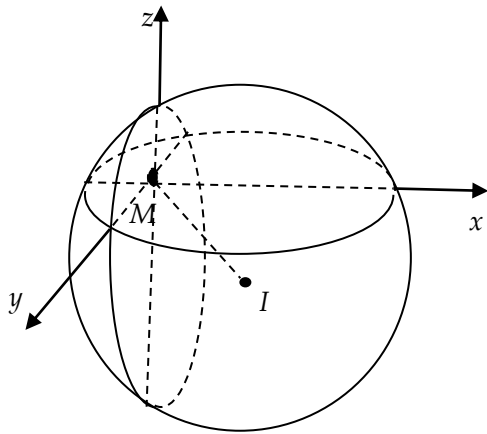
C. 10.

D. 11.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1:



Ta có mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

Tính tiền hệ trục tọa độ lấy M là gốc và trong tọa độ này $I(a; b; c)$

Khi đó $1 = IM \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Khoảng cách từ I đến ba mặt đôi 1 vuông góc là $|a|, |b|, |c|$.

Do đó tổng bình phương của ba bán kính ba đường tròn tương ứng là

$$R^2 - |a|^2 + R^2 - |b|^2 + R^2 - |c|^2 = 3R^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = 11.$$

Cách 2:

Gọi α là mặt phẳng đi qua M, I , khi đó α và (S) cắt nhau tạo thành đường tròn bán kính:

$$r_\alpha = \sqrt{R_s^2 - IM^2} = \sqrt{3}.$$

Gọi β là mặt phẳng đi qua MI và vuông góc với α , khi đó β và (S) cắt nhau tạo thành đường tròn bán kính: $r_\beta = R_s = \sqrt{4} = 2$.

Gọi γ là mặt phẳng đi qua MI và γ vuông góc với α , γ vuông góc với β , khi đó γ và (S) cắt nhau tạo thành đường tròn bán kính: $r_\gamma = R_s = \sqrt{4} = 2$.

Vậy tổng bình phương các bán kính của ba đường tròn: $r_\alpha^2 + r_\beta^2 + r_\gamma^2 = 11$.

Câu 40. Cho số phức thỏa mãn $|z - 2 + 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là.

A. $4\sqrt{2} - 2$.

B. $2\sqrt{2} + 1$.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2} + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1:

Đặt $z = x + yi$ khi đó ta có $|z - 2 + 2i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2; -2)$ bán kính $r = 1$

Phương trình đường thẳng OI : $y = -x$

Hoành độ giao điểm của OI và đường tròn tâm $I(2; -2)$ là nghiệm phương trình tương giao:

$$(x-2)^2 + (-x+2)^2 = 1 \Leftrightarrow x = 2 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ta có hai tọa độ giao điểm là $M\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}; -2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $M'\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}; -2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Ta thấy $OM = 2\sqrt{2} + 1; OM' = 2\sqrt{2} - 1$

Vậy tại giá trị lớn nhất của $|z| = 2\sqrt{2} + 1$.

Cách 2: Casio

Quy tắc tính đối với bài toán tổng quát như sau

Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = r$. Tìm GTLN, GTNN của $P = |z - z_2|$

Bước 1: Tính $a = |z_1 - z_2|$

Bước 2: GTLN của $P = a + r$, GTNN của $P = a - r$

Áp dụng đối với bài này ta có $r = 1; z_1 = 2 - 2i, z_2 = 0 \Rightarrow a = |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$

Vậy GTLN của $|z| = 2\sqrt{2} + 1$

Cách 3:

Xét $|z - 2 + 2i| = 1 \Leftrightarrow 1 = |z - (2 - 2i)| \geq |z| - |2 - 2i| = |z| - 2\sqrt{2}$

Vậy $|z| \leq 1 + 2\sqrt{2}$, GTLN của $|z| = 1 + 2\sqrt{2}$

Câu 41. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$. Gọi E, F lần lượt là các điểm trên các cạnh AB, BC sao cho $EA = 2ED$, $FB = 2FC$. Khi quay quanh AB các đường gấp khúc $AEFB$, $ADCB$ sinh ra hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2 . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12}{21}$.

B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{9}$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $EA = 2ED = 2a$, $FB = 2FC = 2a$, $EF = AB = 2a$.

Khi quay quanh AB đường gấp khúc $AEFB$ sinh ra hình trụ có bán kính đáy $R_1 = EA = 2a$, chiều cao $h = 2a \Rightarrow$ Diện tích toàn phần của khối trụ này là:
 $S_1 = 2\pi \cdot 2a \cdot 2a + 2\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Khi quay quanh AB đường gấp khúc $ADCB$ sinh ra hình trụ có bán kính đáy $R_2 = AD = 3a$, chiều cao $h = 2a \Rightarrow$ diện tích toàn phần của khối trụ này là:
 $S_2 = 2\pi \cdot 2a \cdot 3a + 2\pi(3a)^2 = 30\pi a^2$.

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{15}.$$

Câu 42. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^3$ và trục hoành trên $[0; 2]$. Tìm m để đường thẳng $y = mx$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau

A. $m = 4 - 2\sqrt{2}$.

B. $m = -3 + 4\sqrt{2}$.

C. $m = 4 - 3\sqrt{2}$.

D. $m = 4 + \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có diện tích hình phẳng (H) là: $S = \int_0^2 (4x - x^3) dx = \left(2x^2 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = 4$.

Xét pt hoành độ giao điểm: $mx = 4x - x^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 - m(1) \end{cases}$

Để đường thẳng $y = mx$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau $\Rightarrow$ pt (1) có nghiệm $x \neq 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4-m}$.

Vậy để thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có:

$$\int_0^{\sqrt{4-m}} (4x - x^3 - mx) dx = 2 \Leftrightarrow \left(2x^2 - \frac{x^4}{4} - \frac{mx^2}{2} \right) \Big|_0^{\sqrt{4-m}} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2(4-m) - \frac{1}{4}(4-m)^2 - \frac{m}{2}(4-m) = 2 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 - 2\sqrt{2} \\ m = 4 + 2\sqrt{2} \end{cases} (l)$$

Vậy $m = 4 - 2\sqrt{2}$.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{(1-m)x^2+3x-1}}$ có tiệm cận ngang thì điều kiện của m là

A. $m > 1$.

B. $m \neq 1$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0 \Leftrightarrow 1-m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a . Tính thể tích V khối lăng trụ theo a

A. $V = a^3$.

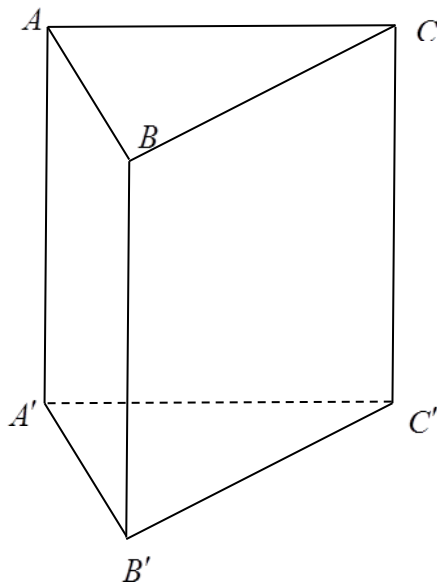
B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$\begin{cases} CA \perp AB \\ CA \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CA \perp (ABB'A').$$

Ta có $CC' \parallel AA' \Rightarrow d(CC', AB') = d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A')) = CA = a$.

Mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông $\Rightarrow BB' = BC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó tích ab bằng

A. -8.

B. -6.

C. 4.

D. -4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do $y'_{CT} = 0 \Rightarrow y = 2x - 4$ là đường thẳng nối hai điểm cực trị.

Vậy $a = 2, b = -4 \Rightarrow ab = -8$.

Câu 46. Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất khi điều kiện của m là:

A. $m < -2$.

B. $m > -1$.

C. $m < 1$.

D. $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $x^3 - 3mx + 2 = 0 \Leftrightarrow 3mx = x^3 + 2, (*)$

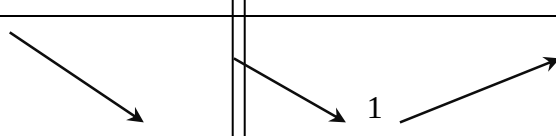
Ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Lúc này $(*) \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + 2}{3x}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 2}{3x}$ có $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3x}\right)' = \frac{2x}{3} - \frac{2}{3x^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(x^3 - 1)}{x^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		-	-	0	+
y					

Để phương trình đã cho có duy nhất 1 nghiệm thì đường thẳng $y = m$ (cùng phương với trục Ox) thì $m < 1$.

Câu 47. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x + 2y) + \log_4(x - 2y) = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $f(x, y) = |x| - |y|$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 2y$.

Ta có $\log_4(x + 2y) + \log_4(x - 2y) = 1$

$\Leftrightarrow \log_4[(x + 2y)(x - 2y)] = \log_4 4$

$\Leftrightarrow x^2 - 4y^2 = 4$

$\Leftrightarrow 4y^2 = x^2 - 4 \Leftrightarrow y^2 = \frac{x^2 - 4}{4}$

Ta có $f(x, y) = \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} = \sqrt{x^2} - \sqrt{\frac{x^2 - 4}{4}} = g(x)$

Xét hàm số $g(x) = \sqrt{x^2} - \sqrt{\frac{x^2 - 4}{4}}$ trên $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$

$$g(2)=2; g(-2)=2; g\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)=\sqrt{3}=g\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right). \text{ Vậy giá trị nhỏ nhất của } f(x,y) \text{ là } \sqrt{3}.$$

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x + 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên đồ thị (C) đến các đường tiệm cận của nó bằng:

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

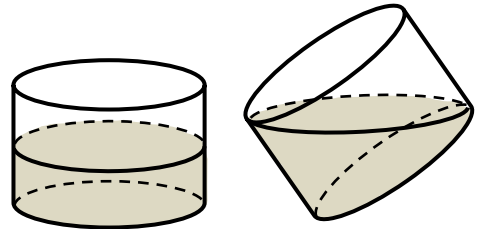
Chọn B.

Ta thấy $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ và $-2^2 + 4 \cdot 2 + 3 \neq 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$ (d_1).

Ta có $y = -x + 2 + \frac{7}{x - 2}$ nên $y = -x + 2$ (d_2) là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) .

$$\text{Lấy } I\left(0; -\frac{3}{2}\right) \in (C). \text{ Ta có } d(I; (d_1)) \cdot d(I; (d_2)) = \frac{|-2|}{1} \cdot \frac{\left|-\frac{3}{2} - 2\right|}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Câu 49. Đổ nước vào một thùng hình trụ có bán kính đáy 20cm. Nghiêng thùng sao cho mặt nước chạm vào miệng cốc và đáy cốc như hình vẽ thì mặt nước tạo với đáy cốc một góc 45° . Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu cm^3 ?



A. 12000π .

B. 8000π .

C. 6000π .

D. 16000π .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ giả thiết ta suy ra $h = 2R = 40$

$$\text{Vậy } V = B \cdot h = \pi \cdot 20^2 \cdot 40 = 16000\pi (cm^3)$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(7; 13; 5)$.

B. $M(3; 4; 3)$.

C. $M(-1; -2; 1)$.

D. $M(-3; -5; -1)$.

Hướng dẫn giải

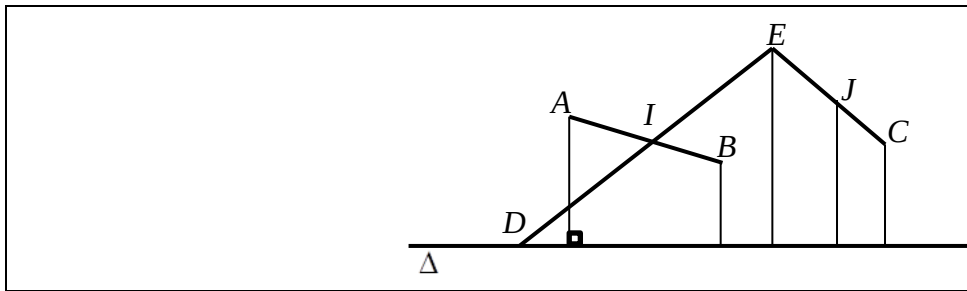
Chọn D.

Nhận thấy A, B, C, D đồng phẳng, cùng thuộc mặt phẳng $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1$.

Trường hợp 1: A, B, C cùng phía với đường thẳng Δ qua $d: I\left(\frac{3}{2}; 1; 0\right)$ là trung điểm của AB .

$\Rightarrow d_{(A; \Delta)} + d_{(B; \Delta)} + d_{(C; \Delta)} = 2d_{(I; \Delta)} + d_{(C; \Delta)} = d_{(E; \Delta)} + d_{(C; \Delta)} = 2d_{(J; \Delta)}$ với E là điểm đối xứng của D qua I ; J là trung điểm của EC .

$$\text{Lúc này ta có } E(2; 1; -1); J\left(1; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{DJ} = \left(0; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$



Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $d_{(J;\Delta)} \max$ và Δ đi qua D . Tức là đường thẳng Δ qua $D(1;1;1)$ và vuông góc với DJ .

Ta lần lượt thử các trường hợp xem $\overrightarrow{DM} \perp \overrightarrow{DJ}$ hay không thì ta thấy A, D thỏa mãn. Lúc này thử A, D thì tổng khoảng cách từ A, B, C đến Δ là lớn nhất. Vậy ta chọn D .

Câu 50 này giải kỳ quá!

Cách khác

Chọn D

Đề dạng có phương trình mp(ABC) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + z - 6 = 0$ và có $D \in (ABC)$.

Do $d(A, \Delta) \leq AD$; $d(B, \Delta) \leq BD$; $d(C, \Delta) \leq CD$; và dấu bằng của 3 bất đẳng thức đạt được khi $\Delta \perp (ABC)$.

Vậy vtcp của Δ là vtpt của mp(ABC) là $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$.

Vậy $M(-3;-5;-1) \in \Delta$.