

**TRƯỜNG TH CAO NGUYÊN – ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN LẦN 2**

- Câu 1.** Trong mặt phẳng phức gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $z_1 = (1-i)(2+i)$ ,  $z_2 = 1+3i$ ,  $z_3 = -1-3i$ . Tam giác  $ABC$  là:
- A. Một tam giác vuông (không cân).  
B. Một tam giác cân (không đều, không vuông).  
C. Một tam giác vuông cân.  
D. Một tam giác đều.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $A(3; -1)$ ;  $B(1; 3)$ ;  $C(-1; -3)$ .

$\overrightarrow{AB}(-2; 4)$ ;  $\overrightarrow{AC}(-4; -2)$ ;  $\overrightarrow{BC}(-2; -6)$ .

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-4; -2) \cdot (-2; 4) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ ;  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .

Vậy tam giác  $ABC$  vuông cân đỉnh  $A$ .

- Câu 2.** Hàm số  $y = x^3 + mx + 2$  có cả cực đại và cực tiểu khi.

A.  $m < 0$ .

B.  $m > 0$ .

C.  $m \geq 0$ .

D.  $m \leq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$y' = 3x^2 + m$ . Hàm số  $y = x^3 + mx + 2$  có cả cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt. Vậy  $m < 0$ .

- Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ ,  $(\beta): x + 2y - z + 2 = 0$ . Tính góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ .

A.  $\varphi = 120^\circ$ .

B.  $\varphi = 30^\circ$ .

C.  $\varphi = 90^\circ$ .

D.  $\varphi = 60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2)$ ;  $\vec{n}_{(\beta)} = (1; 2; -1)$ .

Góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  tính thông qua góc giữa hai véc tơ  $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2)$ ;  $\vec{n}_{(\beta)} = (1; 2; -1)$ .

Vậy  $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)}|}{|\vec{n}_{(\alpha)}| \cdot |\vec{n}_{(\beta)}|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$ .

- Câu 4.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log 2x$ .

A.  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ .

B.  $y' = \frac{1}{2x \ln 10}$ .

C.  $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ .

D.  $y' = \frac{\ln 10}{x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$y' = (\log 2x)' = \frac{1}{x \log 10}$ .

- Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 1)$ ,  $C(2; 1; 1)$ . Diện tích  $S$  của tam giác  $ABC$  bằng bao nhiêu?

A.  $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

B.  $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$ .

D.  $S = \sqrt{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\overrightarrow{AB}(-1; 0; 1)$ ,  $\overrightarrow{AC}(1; 1; 1)$

$$\text{Vậy: } S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai véc tơ  $\vec{u}(2;3;-1)$  và  $\vec{v}(5;-4;m)$ . Tìm  $m$  để  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

A.  $m=0$ .

B.  $m=2$ .

C.  $m=4$ .

D.  $m=-2$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 10 - 12 - m = 0 \Leftrightarrow -2 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$ .

**Câu 7.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu  $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a;b)$  thì hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(a;b)$ .

B.

Nếu  $f'(x) > 0 \forall x \in (a;b)$  thì hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(a;b)$ .

C. Hàm số

$y = f(x)$  đồng biến trên  $(a;b)$  khi và chỉ khi  $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a;b)$ .

D. Hàm số

$y = f(x)$  đồng biến trên  $(a;b)$  khi và chỉ khi  $f'(x) > 0 \forall x \in (a;b)$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(a;b)$  khi và chỉ khi  $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a;b)$ , trong đó  $f'(x) = 0$  tại hữu hạn điểm thuộc  $(a;b)$ . Do đó phương án A, C, D sai.

**Câu 8.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+1)^2}, x > 0$  là

A.  $-\frac{1}{2(2\sqrt{x}+1)} + C$ .

B.  $\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} + C$ .

C.  $\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + C$ .

D.  $-\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $I = \int \frac{1}{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+1)^2} dx$

Đặt  $t = 2\sqrt{x} + 1 \Rightarrow dt = \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ .

Suy ra  $I = \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{t} + C$ .

Vậy  $I = -\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + C$ .

**Câu 9.** Tập hợp giá trị của  $m$  để hàm số  $y = mx^3 + mx^2 + (m+1)x - 3$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  là

A.  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$ .

B.  $\left[-\frac{3}{2}; 0\right)$ .

C.  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (0; +\infty)$ .

D.  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup (0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hàm số có đạo hàm  $y' = 3mx^2 + 2mx + (m+1)$ .

- $m = 0: y' = 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Suy ra loại  $m = 0$ .
- $m \neq 0$ :

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2m^2 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -\frac{3}{2} \vee m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}.$$

Vậy tập hợp các giá trị  $m$  thỏa ycbt là  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$ .

**Câu 10.** Cho  $i$  là đơn vị ảo. Với  $a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 > 0$  thì số phức  $a + bi$  có nghịch đảo là

- A.  $\frac{1}{a+b}i$ .      B.  $\frac{a-bi}{a+b}$ .      C.  $\frac{a-bi}{a^2+b^2}$ .      D.  $\frac{a+bi}{a^2+b^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Số phức  $z = a + bi$  có nghịch đảo là  $z^{-1} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$ .

**Câu 11.** Với các số thực  $a, b$  khác không. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $\ln|ab| = \ln|a| \cdot \ln|b|$ .      B.  $\ln|ab| = \ln|a| + \ln|b|$ .  
C.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .      D.  $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì  $a, b$  khác không nên mệnh đề đúng là  $\ln|ab| = \ln|a| + \ln|b|$

**Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$ . Khi đó tính giá trị của  $b - a$ .

- A.  $b - a = 2$ .      B.  $b - a = \frac{3}{2}$ .      C.  $b - a = \frac{5}{2}$ .      D.  $b - a = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đặt  $t = 3^x > 0$ , ta được  $3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$ .

Với  $\frac{1}{3} \leq t \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ . Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = [-1; 1]$ .

Do đó  $a = -1, b = 1 \Rightarrow b - a = 2$ .

**Câu 13.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tam giác  $SAC$  đều cạnh  $a$ . Bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

- A.  $R = a$ .      B.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      D.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

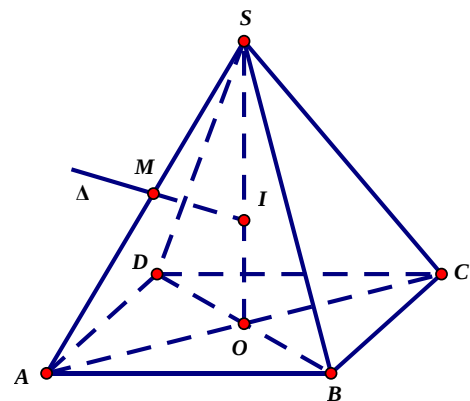
Gọi  $O = AC \cap BD$ . Khi đó  $SO$  là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$ .

Gọi  $\Delta$  là đường trung trực của cạnh  $SA$  và  $I = \Delta \cap SO$  thì  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình  $S.ABCD$ .

Ta có  $\triangle SMI$  và  $\triangle SOA$  đồng dạng nên  $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ .

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp

$$R = IA = \sqrt{AO^2 + IO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



chóp

**Câu 14.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 1$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = 2$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}$ .      B.  $\frac{7}{2}$ .      C. 3.      D.  $\frac{9}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Xét phương trình  $x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

$$\text{Diện tích } S = \int_0^2 |x^3 - 1| dx = \int_0^1 |x^3 - 1| dx + \int_1^2 |x^3 - 1| dx = \left| \int_0^1 (x^3 - 1) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 1) dx \right| = \dots = \frac{7}{2}.$$

**Câu 15.** Biết  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$ . Tính  $\log 15$  theo  $a$  và  $b$ .

A.  $6a + b$ .

B.  $b + a + 1$ .

C.  $b - a + 1$ .

D.  $a - b + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có } \log 15 = \log \frac{30}{2} = \log 30 - \log 2 = \log(3 \cdot 10) - \log 2 = \log 3 + \log 10 - \log 2 = b + 1 - a$$

**Câu 16.** Cho  $i$  là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức  $z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20}$  là

A.  $-1024i$ .

B.  $-1024$ .

C.  $1024$ .

D.  $1024i$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có } z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20} = (1 + i)^{20} = (2i)^{10} = -1024.$$

**Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  có diện tích  $16\text{cm}^2$ , diện tích một mặt bên là  $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$ .

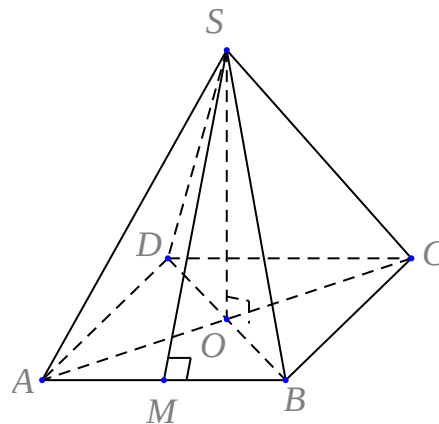
B.  $V = \frac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$ .

C.  $V = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$ .

D.  $V = \frac{32\sqrt{15}}{3}\text{cm}^3$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**



$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AB^2 = 16\text{cm}^2 \Rightarrow AB = 4\text{cm} \Rightarrow AO = 2\sqrt{2}\text{cm}.$$

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khi đó  $SM \perp AB$ .

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} SM \cdot AB = 8\sqrt{3}\text{cm}^2 \Rightarrow SM = 4\sqrt{3}\text{cm}.$$

$$SA = \sqrt{SM^2 + AM^2} = 2\sqrt{13}\text{cm}. \quad SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 2\sqrt{11}\text{cm}.$$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 2\sqrt{11} = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3.$$

**Câu 18.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$ .

Xác định tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu đó.

A.  $I(1; -2; 3), R = 2$ .

B.  $I(-1; 2; -3), R = 2$ .

C.  $I(-1; 2; -3), R = 4$ .

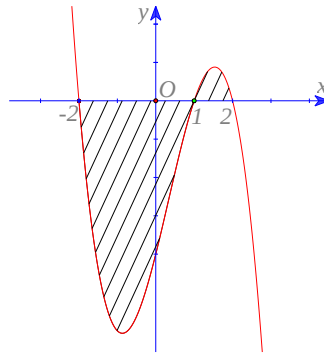
D.  $I(1; -2; 3), R = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } a = 1, b = -2, c = 3, d = 10 \text{ nên } I(1; -2; 3), R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 2.$$

**Câu 19.** Cho đồ thị  $y = f(x)$  như hình vẽ sau đây. Diện tích  $S$  của hình phẳng (phần gạch chéo) được xác định bởi



A.  $S = \int_{-2}^2 f(x) dx.$

B.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

C.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

D.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Câu 20.** Cho bất phương trình  $\frac{1}{2} \log_2 (x^2 + 4x - 5) > \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{x+7} \right)$  có tập nghiệm là

A.  $\left[ -\frac{27}{5}; +\infty \right).$

B.  $(-\infty; -7].$

C.  $\left( -7; -\frac{27}{5} \right).$

D.  $\left[ -7; -\frac{27}{5} \right].$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Điều kiện  $\begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -7 < x < -5 \end{cases}.$

Ta có  $\frac{1}{2} \log_2 (x^2 + 4x - 5) > \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{x+7} \right) \Leftrightarrow \log_2 (x^2 + 4x - 5)^{\frac{1}{2}} > \log_2 \left( \frac{1}{x+7} \right)^{-1}$

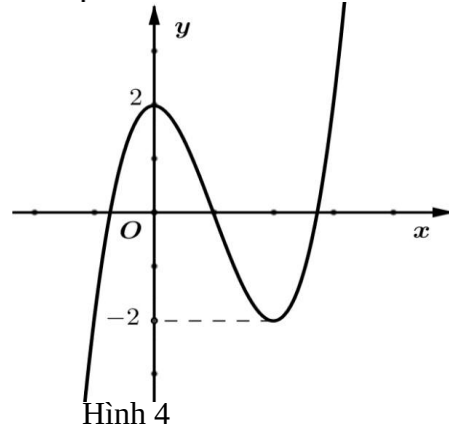
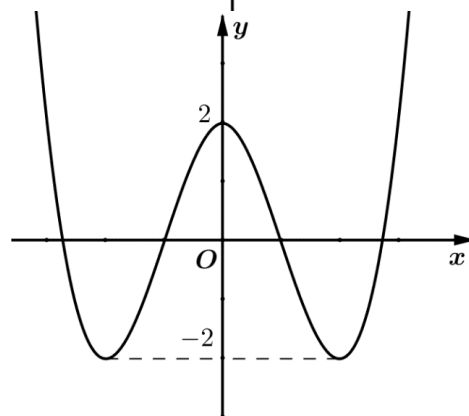
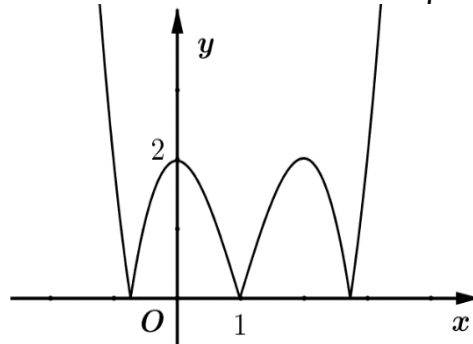
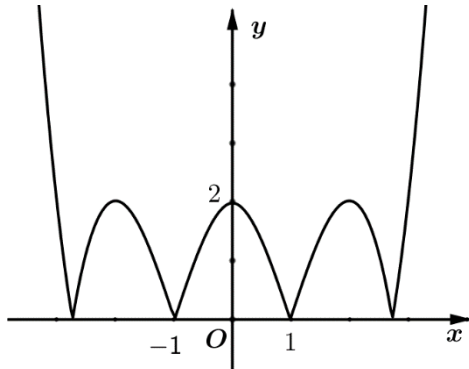
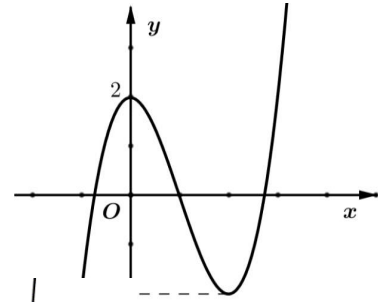
$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 4x - 5} > x + 7 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 > x^2 + 14x + 49 \Leftrightarrow x < -\frac{27}{5}.$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là  $-7 < x < -\frac{27}{5}.$

**Câu 21.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ bên.

Đồ thị trong phương án nào sau đây là đồ thị hàm số

$$y = |f(x)|?$$



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đề vẽ hàm số  $y = |f(x)|$ .

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  lấy phần  $y \geq 0$ .

Bước 2: Lấy đối xứng phần  $y < 0$  qua  $Ox$ .

**Câu 22.** Tập hợp các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{x-3}{mx-1}$  **không** có tiệm cận đứng là

A.  $\{0\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $\left\{0; \frac{1}{3}\right\}$ .

D.  $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đề hàm số không có tiệm cận đứng  $\Leftrightarrow mx - 1 = 0$  vô nghiệm hoặc có nghiệm  $x = 3$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 3m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{3} \end{cases}$$

**Câu 23.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , xét đường thẳng  $d$  xác định bởi  $\begin{cases} x = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$  và đường thẳng  $d'$  xác định bởi  $\begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases}$ . Tính bán kính nhỏ nhất  $R$  của mặt cầu tiếp xúc cả hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ .

A.  $R = 1$ .

B.  $R = \frac{1}{2}$ .

C.  $R = 2$ .

D.  $R = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng  $d$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$
 đi qua điểm  $M(1; 0; 2)$  có véc-tơ

chỉ phương  $\vec{u}_d = (0; 1; -1)$ .

Đường thẳng  $d'$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t' \\ z = t' \end{cases}, (t' \in \mathbb{R})$$
 đi qua điểm  $O(0; 0; 0)$  có véc-tơ chỉ

phương  $\vec{u}_{d'} = (0; 1; 1)$ .

$$[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (2; 0; 0) \Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{OM} = 2.$$

$$\text{Suy ra } d(d, d') = \frac{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{OM}|}{\|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]\|} = \frac{2}{2} = 1.$$

Vì  $d$  và  $d'$  chéo nhau nên bán kính nhỏ nhất  $R$  của mặt cầu tiếp xúc cả hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  bằng  $R = \frac{d(d, d')}{2} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 24.** Cho các số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn 2 điều kiện  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017$  và  $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$ . Tính

$$P = \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right|.$$

A.  $P = 2017$ .

B.  $P = 1008,5$ .

C.  $P = 2017^2$ .

D.  $P = 6051$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017 \Rightarrow \begin{cases} z_1 \bar{z}_1 = 2017^2 \\ z_2 \bar{z}_2 = 2017^2 \\ z_3 \bar{z}_3 = 2017^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{z}_1 = \frac{2017^2}{z_1} \\ \bar{z}_2 = \frac{2017^2}{z_2} \\ \bar{z}_3 = \frac{2017^2}{z_3} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } P^2 = \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right|^2 = \left( \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right) \left( \frac{\bar{z}_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_2 \bar{z}_3 + \bar{z}_3 \bar{z}_1}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3} \right)$$

$$= \left( \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right) \left( \frac{\frac{2017^2}{z_1} \cdot \frac{2017^2}{z_2} + \frac{2017^2}{z_2} \cdot \frac{2017^2}{z_3} + \frac{2017^2}{z_3} \cdot \frac{2017^2}{z_1}}{\frac{2017^2}{z_1} + \frac{2017^2}{z_2} + \frac{2017^2}{z_3}} \right) = 2017^2.$$

$$\Rightarrow P = 2017.$$

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = x + m(\sin x + \cos x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $|m| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $m \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $|m| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$y = x + m(\sin x + \cos x) = x + \sqrt{2}m \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$y' = 1 + \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\text{Đề hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 + \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left| \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}|m| \leq 1 \Leftrightarrow |m| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 26.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 \sin x + \cos x} = a\pi + b \ln 2$  thì  $a + b$  bằng:

A. 1.

B. 2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 \sin x + \cos x} = \frac{1}{5} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2(2 \sin x - \cos x) - (2 \cos x - \sin x)}{2 \sin x + \cos x} dx \\ &= \frac{1}{5} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos x - \sin x}{2 \sin x + \cos x} dx \right) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = 2 \sin x + \cos x \Rightarrow dt = (2 \cos x - \sin x) dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2.$$

$$I = \frac{1}{5} \left( 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_1^2 \frac{dt}{t} \right) = \frac{1}{5} \left( \pi - \ln |t| \Big|_1^2 \right) = \frac{1}{5} \pi - \frac{1}{5} \ln 2. \Rightarrow a = \frac{1}{5}, b = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy } a + b = 0.$$

**Câu 27.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \ln 2x$  là:

A.  $\frac{x^2}{2} \ln 2x - x^2 + C.$     B.  $x^2 \ln 2x - \frac{x^2}{2} + C.$     C.  $\frac{x^2}{2} (\ln 2x - 1) + C.$     D.  $\frac{x^2}{2} \left( \ln 2x - \frac{1}{2} \right) + C.$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln 2x \\ dv = x dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$F(x) = \int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \ln 2x - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln 2x - \frac{x^2}{4} + C = \frac{x^2}{2} \left( \ln 2x - \frac{1}{2} \right) + C.$$

**Câu 28.** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(4x+11) < \log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+8)$  là:

A.  $S = (-2; 1).$

B.  $S = (-\infty; 1).$

C.  $S = (-1; 2).$

D.  $S = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty).$

**Lời giải**

**Chọn A.**



Điều kiện:  $\begin{cases} 4x+11 > 0 \\ x^2+6x+8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > -2.$

$$\log_{\frac{1}{2}}(4x+11) < \log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+8) \Leftrightarrow 4x+11 > x^2+6x+8 \Leftrightarrow x^2+2x-3 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1.$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm bất phương trình đã cho là:  $S = (-2; 1).$

**Câu 29.** Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là  $(O; R)$  và  $(O'; R)$ ,  $OO' = h$ . Gọi  $AB$  là một đường kính của đường tròn  $(O; R)$ . Biết rằng tam giác  $O'AB$  đều. Tỉ số  $\frac{h}{R}$  bằng:

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

B.  $\sqrt{3}.$

C. 1.

D.  $4\sqrt{3}.$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$AB = 2R. \text{ Tam giác } O'AB \text{ đều. } \Rightarrow h = OO' = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \sqrt{3}R$$

$$\text{Vậy } \frac{h}{R} = \frac{\sqrt{3}R}{R} = \sqrt{3}.$$

**Câu 30.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|2+z| = |1-i|$ . Chọn phát biểu đúng:

A. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức  $z$  là một đường thẳng.

B. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức  $z$  là một đường Parabol.

C. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức  $z$  là một đường tròn.

D. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức  $z$  là một đường Elip.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đặt  $z = x + yi$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } |2+z| = |1-i| \Leftrightarrow |x+2+yi| = |1-i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = 2.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn tâm  $I(-2; 0)$  bán kính  $R = \sqrt{2}$ .

**Câu 31.** Gọi  $V(a)$  là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  và  $x = a$  ( $a > 1$ ). Tìm  $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a)$ .

A.  $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi^2.$

B.  $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi.$

C.  $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 3\pi.$

D.  $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi.$

**LỜI GIẢI**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có } V(a) = \pi \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \pi \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \text{ nên } \lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi.$$

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ , cạnh  $BC = a\sqrt{2}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, mặt bên  $(SBC)$  tạo với đáy một góc bằng  $45^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

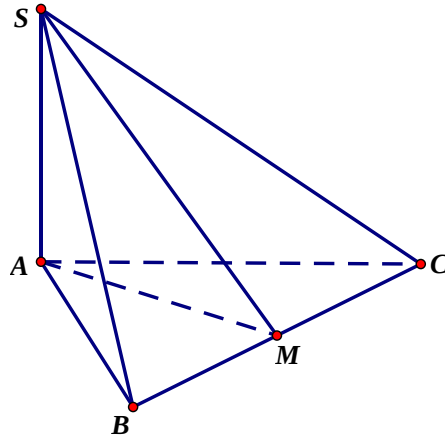
B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$

D.  $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{4}.$

**LỜI GIẢI**

**Chọn B.**



Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  khi đó  $((SBC);(ABCD)) = SMA = 45^\circ$ .

Nên  $SA = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ,  $AB = a$ . Suy ra  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ . Hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trung điểm cạnh  $AB$ . Biết rằng  $SC = a\sqrt{5}$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$

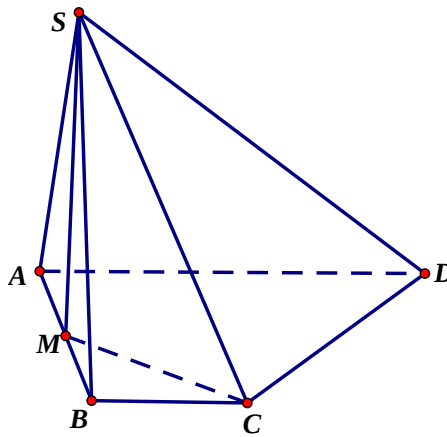
B.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ .

D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$ .

**LỜI GIẢI**

Chọn C.



Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ . Ta có:  $MC = \sqrt{BC^2 + MB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$  suy ra  $SM = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ .

Nên  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{(a+2a)a}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ .

**Câu 34.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - m \cdot 3^{x+2} + 9m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 3$ .

A.  $m = 3$ .

B.  $m = 4$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m = \frac{5}{2}$ .

**LỜI GIẢI**

Chọn A.

Ta có  $3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 3^{x_1+x_2} = 3^3 = 9m \Rightarrow m = 3$ .

**Câu 35.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(-1;4;1)$ , đường chéo

$$BD: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}, \text{ đỉnh } C \text{ thuộc mặt phẳng } (\alpha): x+2y+z-4=0. \text{ Tìm tọa độ điểm } C.$$

- A.  $C(1;3;-3)$ .      B.  $C(-1;3;-1)$ .      C.  $C(3;2;-3)$ .      D.  $C(-2;3;0)$ .

### LỜI GIẢI

Chọn C.

Giả sử  $BD \cap AC = I$  suy ra  $I(2+t; 2-t; -3-2t)$ . Suy ra  $C(5+2t; -2t; -7-4t)$ .

Do  $C \in (\alpha) \Leftrightarrow 5+2t-4t-7-4t-4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow C(3;2;-3)$ .

**Câu 36.** Tìm  $m$  để bất phương trình  $\sqrt{\log_2 x + 2m - 1} \geq \log_4 x$  có nghiệm.

- A.  $m \leq -1$ .      B.  $m \in \mathbb{R}$ .      C.  $m \geq 0$ .      D.  $m \geq -1$ .

### Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x + 2m - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x, \text{ ta có bất phương trình: } \sqrt{t+2m-1} \geq \frac{1}{2}t \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t+2m-1 \geq \frac{1}{4}t^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ 2m \geq \frac{1}{4}t^2 - t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ 2m \geq \left(\frac{1}{2}t - 1\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t < 0 \\ t \geq 1 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t < 0 \\ t \geq 1 - 2m \end{cases}$$

$$\text{Do đó bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} m \geq 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0$$

**Câu 37.** Tập hợp giá trị  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + (m-2)x + 11$  có hai điểm cực trị trái dấu là

- A.  $(-\infty; 2]$ .      B.  $(2; 38)$ .      C.  $(-\infty; 38)$ .      D.  $(-\infty; 2)$ .

### Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 12x + m - 2$$

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu  $\Leftrightarrow$  phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$

**Câu 38.** Một người vay 100 triệu đồng, trả góp theo tháng trong vòng 36 tháng, lãi suất là 0,75% mỗi tháng. Số tiền người đó phải trả hàng tháng ( trả tiền vào cuối tháng, số tiền làm tròn đến hàng nghìn) là

- A. 8099000.      B. 75000000.      C. 3179000.      D. 3180000.

### Lời giải

Chọn D.

$$\text{Số tiền phải trả hàng tháng là: } x = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}, \text{ với } A=100 \text{ triệu đồng; } r=0,75\% \text{ và } n=36.$$

Ta được kết quả:  $x \approx 3179973.266$  được làm tròn thành kết quả: 3180000.

**Câu 39.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\left|iz + \frac{2}{1-i}\right| + \left|iz + \frac{2}{i-1}\right| = 4$ . Gọi  $M$  và  $n$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $|z|$ . Tính  $M.n$ .

A.  $M.n = 2$ .

B.  $M.n = 1$ .

C.  $M.n = 2\sqrt{2}$ .

D.  $M.n = 2\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\left|iz + \frac{2}{1-i}\right| + \left|iz + \frac{2}{i-1}\right| = 4 \Leftrightarrow |z+1-i| + |z-1+i| = 4.$$

Đặt  $F_1(-1;1)$ ,  $F_2(1;-1) \Rightarrow F_1F_2 = 2\sqrt{2} < 4$ . Suy ra quỹ tích điểm biểu diễn số phức  $z$  là elíp có tiêu điểm  $F_1(-1;1)$ ,  $F_2(1;-1)$  và độ dài trục lớn là  $2a = 4$  và tiêu cự  $2c = F_1F_2 = 2\sqrt{2}$ .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} M = \max|z| = a = 2 \\ n = \min|z| = b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow M.n = 2\sqrt{2}.$$

**Câu 40.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $(d): y = -3x + m$ . Tìm  $m$  để  $(d)$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh phải của  $(C)$ .

A.  $m > 11$ .

B.  $m < -1$ .

C.  $m < -1$  hoặc  $m > 11$ .

D.  $m > 5$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có phương trình:  $\frac{2x+1}{x-1} = -3x + m \Leftrightarrow 3x^2 - (m+1)x + m+1 = 0$  (1) (vì  $x=1$  không là nghiệm của phương trình)

$(d)$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh phải của  $(C) \Leftrightarrow (1)$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$$\text{sao cho: } 1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{S}{2} > 1 \\ f(1) > 0 \end{cases}, \text{ với } f(x) = 3x^2 - (m+1)x + m+1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - 12(m+1) > 0 \\ \frac{m+1}{6} > 1 \\ 3 - (m+1) + m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m - 11 > 0 \\ m+1 > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -1) \cup (11; +\infty) \\ m > 5 \end{cases} \Leftrightarrow m > 11.$$

**Câu 41.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm trên  $(C)$  những điểm  $M$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  của  $(C)$  cắt hai tiệm cận của  $(C)$  tại  $A, B$  sao cho  $AB$  ngắn nhất.

A.  $\left(0; \frac{3}{2}\right); (1; -1)$ .

B.  $\left(-1; \frac{5}{3}\right); (3; 3)$ .

C.  $(3; 3); (1; 1)$ .

D.  $\left(4; \frac{5}{2}\right); (3; 3)$ .

**Giải**

**Chọn C.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{x-2} = 2$  nên  $y = 2$  là tiệm cận đứng;

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$  nên  $x = 2$  là tiệm cận đứng.

Lấy  $M\left(x_0; \frac{2x_0-3}{x_0-2}\right) \in (C)$  với  $(C)$  là đồ thị hàm số.

Phương trình tiếp tuyến tại  $M$  là:  $y = y'_{(x_0)}(x - x_0) + y_0$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-1}{(x_0 - 2)^2} \cdot (x - x_0) + \frac{2x_0 - 3}{x_0 - 2}.$$

Tiếp tuyến tại  $M$  cắt tiệm cận đứng tại  $A\left(2; \frac{2x_0 - 2}{x_0 - 2}\right)$ ; cắt tiệm cận ngang tại  $B(2x_0 - 2; 2)$ .

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{-2}{x_0 - 2}\right)^2} = \sqrt{4\left[(x_0 - 2)^2 + \left(\frac{1}{x_0 - 2}\right)^2\right]} \geq 2 \text{ (Theo bất đẳng thức Cô-si).}$$

Dấu = xảy ra khi  $(x_0 - 2)^2 = \left(\frac{1}{x_0 - 2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$ . Vậy  $M(1;1)$  hoặc  $M(3;3)$ .

**Câu 42.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng  $\frac{4a\sqrt{3}}{2}$ .

Tính theo  $a$  thể tích khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .

**A.**  $V = 8a^3$ .

**B.**  $V = 3\sqrt{3}a^3$ .

**C.**  $V = 8\sqrt{3}a^3$ .

**D.**  $V = 216a^2$ .

**Giải**

Chọn **A**.

**Cách 1:** Gọi  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Trong mặt phẳng  $(ACC'A')$ ;  $AC'$  cắt  $A'I$  tại  $G$ .

Do  $AI$  song song  $AC'$  và  $AI = \frac{1}{2}AC'$  nên  $IG = \frac{1}{2}GA$ .

Suy ra  $G$  là trọng tâm tam giác  $A'BD$ , mà tam giác  $A'BD$  đều (có các cạnh là các đường chéo của những hình vuông bằng nhau) nên  $GA' = GB = GD$  và  $AA' = AB = AD$  suy ra  $AG \perp (A'BD)$ .

Do đó khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  là  $C'G$ .

$$\text{Mặt khác } C'G = \frac{2}{3}AC' = \frac{2}{3}AB\sqrt{3} = \frac{4a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 3a. \text{ Vậy } V = 27a^3.$$

Theo tôi muốn đáp án là  $V = 8a^3$ . thì khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 43.** Cho tứ diện đều cạnh  $a$ . Một hình nón có đỉnh là một trong bốn đỉnh của tứ diện, đường tròn đáy ngoại tiếp một mặt của tứ diện đối diện với đỉnh đó. Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối nón đó.

**A.**  $V = \frac{\sqrt{6}\pi a^3}{9}$ .

**B.**  $V = \frac{\sqrt{6}\pi a^3}{27}$ .

**C.**  $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ .

**D.**  $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{27}$ .

**Giải**

Chọn **A**.

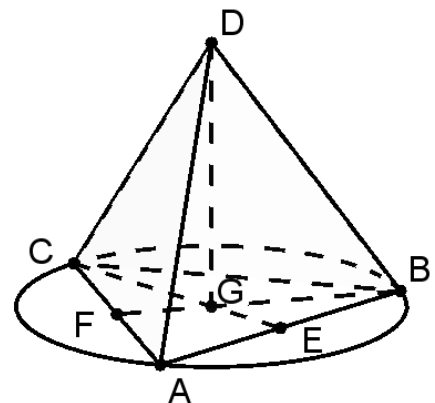
Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Ta có

$$BF = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BF = \frac{a\sqrt{3}}{3};$$

$DG$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ;

$$\Rightarrow DG = \sqrt{DB^2 - BG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot BG^2 \cdot DG = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}\pi a^3}{9}.$$



**Câu 44.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , xét các mặt phẳng  $(\alpha)$  thay đổi có phương trình

$ax+by-(a+b)z=0$ , trong đó hai số  $a$  và  $b$  không đồng thời bằng 0. Tìm khoảng cách  $h$  lớn nhất từ điểm  $A(2;1;3)$  tới các mặt phẳng  $(\alpha)$ .

- A.  $h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $h = 3\sqrt{2}$ .      C.  $h = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .      D.  $h = \sqrt{2}$ .

**Giải**

Chọn D.

Dễ thấy mặt phẳng  $(\alpha)$  luôn qua  $O(0;0;0)$  và  $B(1;1;1)$ . Nên khoảng cách  $h$  lớn nhất từ điểm  $A(2;1;3)$  tới các mặt phẳng  $(\alpha)$  chính là khoảng cách từ điểm  $A(2;1;3)$  đến đường thẳng  $OB$ .

$$\text{Suy ra } h = \frac{[\overline{OA}; \overline{OB}]}{|\overline{OB}|} = \sqrt{2}.$$

**Câu 45.** Thể tích khối chòm cầu bán kính  $R$ , chiều cao  $h = \frac{R}{3}$ , bằng

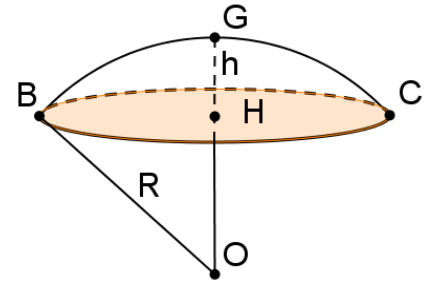
- A.  $h = \frac{8}{81}\pi R^3$ .      B.  $h = \frac{4}{3}\pi R^3$ .      C.  $h = \frac{8}{9}\pi R^3$ .      D.  $h = \frac{8}{27}\pi R^3$ .

**Giải**

Chọn A.

Ta có công thức

$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right) = \pi \left( \frac{R}{3} \right)^2 \cdot \left( R - \frac{R}{9} \right) = \frac{8}{81}\pi R^3.$$



**Câu 46.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -1+a-b+c > 0 \\ 8+4a+2b+c < 0 \end{cases}$ . Số

giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$  là:

- A. 0.      B. 2.      C. 1.      D. 3.

**Lời giải**

Chọn D.

Hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$  là nghiệm của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  có nhiều nhất ba nghiệm trên  $\mathbb{R}$  (1).

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( 1 + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^3} \right) \right] = -\infty$  và  $y(-1) = -1 + a - b + c > 0$ , nên tồn tại điểm

$x_1 \in (-\infty; -1)$  sao cho  $y(x_1) = 0$  (2).

Lại có  $\begin{cases} y(-1) = -1 + a - b + c > 0 \\ y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$  nên  $y(-1) \cdot y(2) < 0$ .

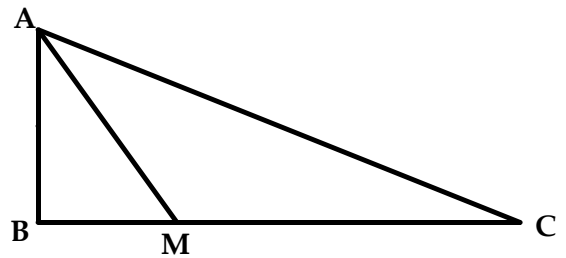
Khi đó tồn tại điểm  $x_2 \in (-1; 2)$  sao cho  $y(x_2) = 0$  (3).

Và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x^3 \left( 1 + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^3} \right) \right] = +\infty$ ,  $y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0$  nên tồn tại điểm

$x_3 \in (2; +\infty)$  sao cho  $y(x_3) = 0$  (4).

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  có ba nghiệm phân biệt  $x_1 \in (-\infty; -1)$ ,  $x_2 \in (-1; 2)$  và  $x_3 \in (2; +\infty)$  hay đồ thị hàm số đã cho cắt  $Ox$  tại ba điểm phân biệt.

**Câu 47.** Nhà của ba bạn  $A, B, C$  nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác vuông tại  $B$  (như hình vẽ),  $AB = 10(\text{km})$ ,  $BC = 25(\text{km})$  và ba bạn tổ chức họp mặt ở nhà bạn  $C$ . Bạn  $B$  hẹn chờ bạn  $A$  tại vị trí  $M$  trên đoạn đường  $BC$ . Từ nhà, bạn  $A$  đi xe buýt đến điểm hẹn  $M$  với tốc độ  $30(\text{km/h})$  và từ  $M$  hai bạn  $A, B$  di chuyển đến nhà bạn  $C$  bằng xe máy với vận tốc  $50(\text{km/h})$ . Hỏi



$3BM + MC$  bằng bao nhiêu km để bạn  $A$  đến nhà bạn  $C$  nhanh nhất?

- A.  $35(\text{km})$ .                      B.  $40(\text{km})$ .                      C.  $45(\text{km})$ .                      D.  $50(\text{km})$ .

**Lời giải**

Chọn B.

Đặt  $BM = x(\text{km})$ ,  $(0 < x < 25)$  thì ta có:

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{x^2 + 100}(\text{km}), \quad MC = BC - BM = 25 - x(\text{km}).$$

Thời gian bạn  $A$  đi xe buýt từ nhà đến điểm hẹn  $M$  là:  $t_A = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{30}(h)$ .

Thời gian hai bạn  $A, B$  đi xe máy từ điểm hẹn  $M$  đến nhà bạn  $C$  là:  $t_{AB} = \frac{25 - x}{50}(h)$ .

Suy ra thời gian mà bạn  $A$  đi từ nhà đến nhà bạn  $C$  là  $t(x) = t_A + t_{AB} = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{30} + \frac{25 - x}{50}(h)$ .

Để bạn  $A$  đến nhà bạn  $C$  nhanh nhất thì hàm số  $t(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất, với  $x \in (0; 25)$ .

Ta có  $t'(x) = \frac{x}{30\sqrt{x^2 + 100}} - \frac{1}{50}$ ;  $t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2}$ . Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số  $t(x)$  đạt

giá trị nhỏ nhất bằng  $t\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{23}{30}(h)$  khi  $x = \frac{15}{2}(\text{km}) = BM \Rightarrow MC = 25 - x = \frac{35}{2}(\text{km})$ . Khi đó

$$3BM + MC = 40(\text{km}).$$

**Câu 48.** Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất  $2,1\%$  một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất  $0,73\%$  một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là 27507768,13 (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

- A. 180 triệu và 140 triệu.                      B. 140 triệu và 180 triệu.  
C. 120 triệu và 200 triệu.                      D. 200 triệu và 120 triệu.

Chọn B.

**Lời giải**

Gọi số tiền mà ông Năm gửi ở ngân hàng X là  $x$  (đồng). Suy ra số tiền mà ông gửi ở ngân hàng Y là  $320.10^6 - x$  (đồng).

Sau 15 tháng (tức 5 quý), số tiền ông Năm nhận được từ ngân hàng X là  $x(1 + 2,1\%)^5$  (đồng). Khi đó lợi tức mà ông đạt được ở ngân hàng này là  $x(1 + 2,1\%)^5 - x = x(1,021^5 - 1)$  (đồng).

Sau 9 tháng, số tiền mà ông Năm nhận được từ ngân hàng Y là  $(320.10^6 - x)(1 + 0,73\%)^9$  (đồng).

Khi đó lợi tức mà ông đạt được ở ngân hàng này là

$$(320.10^6 - x)(1 + 0,73\%)^9 - (320.10^6 - x) = (320.10^6 - x)(1,0073^9 - 1) \text{ (đồng)}.$$

Từ giả thiết, ta có  $x(1,021^5 - 1) + (320.10^6 - x)(1,0073^9 - 1) = 27507768,13$ .

$$\Leftrightarrow x(1,021^5 - 1) + 320.10^6(1,0073^9 - 1) - (1,0073^9 - 1)x = 27507768,13 \Leftrightarrow x = 140000000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy số tiền mà ông Năm gửi ở ngân hàng X là 140 triệu đồng và ngân hàng Y là 180 triệu đồng.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$  và đường thẳng  $d: x-2=y=-z$ . Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  chứa  $d$ , tiếp xúc với  $(S)$  tại  $P$  và  $Q$ . Tìm tọa độ trung điểm  $H$  của đoạn thẳng  $PQ$

- A.  $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{7}{6}; -\frac{7}{6}\right)$ .      B.  $H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; -\frac{5}{6}\right)$ .      C.  $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{5}{6}; \frac{5}{6}\right)$ .      D.  $H\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; -\frac{6}{7}\right)$ .

Chọn B.

**Lời giải**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0;1;-1)$ , bán kính  $R=1$ . Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_d = (1;1;-1)$ .

Từ giả thiết, ta có  $IP \perp (P)$  tại  $P$  và  $IQ \perp (Q)$  tại  $Q$ . Do  $d \subset (P), d \subset (Q)$  nên đường thẳng  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

Suy ra  $IP \perp d, IQ \perp d \Rightarrow d \perp (IPQ)$ . Suy ra phương trình mặt phẳng  $(IPQ)$  là  $x+y-z-2=0$ .

Nếu  $H$  là trung điểm của  $PQ$  thì  $H \in (IPQ)$ . Chỉ có phương án B thỏa mãn.

**Câu 50.** Giả sử viên phấn viết bảng có dạng hình trụ tròn xoay, bán kính đáy bằng 0,5cm, chiều cao bằng 10cm. Người ta làm các hộp đựng phấn có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước  $5\text{cm} \times 9\text{cm} \times 10\text{cm}$ . Khi xếp 500 viên phấn vào 11 hộp ta được kết quả nào trong các khả năng sau:

- A. Có thể xếp thêm trên 5 viên.      B. Có thể xếp thêm 5 viên.  
C. Thừa 5 viên.      D. Vừa đủ.

Chọn C.

**Lời giải**

Đường kính đáy của hình trụ là  $d = 0,5 \times 2 = 1(\text{cm})$ . Ta thấy hộp đựng phấn có chiều dài đáy, chiều rộng đáy và chiều cao lần lượt là  $9(\text{cm}), 5(\text{cm}), 10(\text{cm})$ . Nên mỗi hộp có thể xếp được 5 hàng phấn, mỗi hàng phấn gồm 9 viên (hình vẽ), khi đó số viên phấn ở mỗi hộp là  $5 \times 9 = 45$  viên.

Vậy 11 hộp phấn có tất cả  $45 \times 11 = 495$  viên. Khi xếp 500 viên phấn vào 11 hộp thì sẽ thừa ra 5

