

THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI
 Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 LẦN 4

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Giá trị $y'(0)$ bằng:

- A. 1 B. 0 C. -3 D. 2

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + ax + b$ có cực tiểu $A(2; -2)$. Tính tổng $a + b$.

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 3: Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có 2 điểm cực trị khi m bằng:

- A. $0 < m < 2$ B. $m < 0$ hoặc $m > 2$
 C. $-2 < m < 0$ D. $m < -2$ hoặc $m > 0$

Câu 4: Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm nào sau đây?

- A. $x = 3, x = 1$ B. $x = -3, x = -1$
 C. $x = 3, x = -1$ D. $x = 3, x = \frac{1}{3}$

Câu 5: Phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

- A. $1 < m < 2$ B. $-2 < m < 1$
 C. $m < 1$ hoặc $m > 2$ D. $m < -2$ hoặc $m > 1$

Câu 6: Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

- A. $-2 < m < -1$ B. $-2 \leq m < 1$
 C. $-2 \leq m \leq -1$ D. $-2 < m \leq -1$

Câu 7: Cho đường cong:

$$(C_m): y = x^3 - (2m+1)x^2 + (3m+1)x - (m+1).$$

Có bao nhiêu giá trị của m để (C_m) cắt Ox tại 2 điểm phân biệt.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8: Đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ khi:

- A. $0 \leq m \leq 4$ B. $-4 < m < 0$
 C. $m > 4$ D. $0 < m < 4$

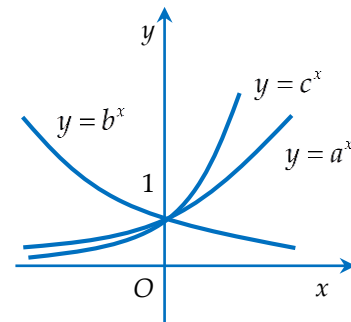
Câu 9: Tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x + 2}$ có 3 tiệm cận.

- A. $m > 0$ B. $-2 < m < -1$
 C. $m \leq 0$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

Câu 10: Cho 2 số thực x, y thỏa mãn $\log_4(x+2y) + \log_4(x-2y) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x| - |y|$.

- A. $2\sqrt{3}$ B. $4 - \sqrt{3}$ C. $1 + \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 11: Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x; a, b, c > 0$ như hình vẽ. Khẳng định nào đúng?



- A. $b > a > c$ B. $c > a > b$
 C. $b > c > a$ D. $a > b > c$

Câu 12: Phương trình $4^{(x^2-x)} + 2^{(x^2-x+1)} = 3$ có hiệu giữa nghiệm lớn và nghiệm nhỏ là:

- A. -2. B. 2 C. 1 D. -3

Câu 13: Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 8) = x - 1$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$.

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 1

Câu 14: Số nghiệm của phương trình $3^x \cdot 2x = 3^x + 2x + 1$ là:

- A. 2 B. 1
 C. 3 D. đáp số khác

Câu 15: Nghiệm của bất phương trình $3^{|2x-2|} > 9$ là:

- A. $x > 2$ B. $x > 2$ hoặc $x < 0$
 C. $x < 0$ D. $0 < x < 2$

Câu 16: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x+2) \cdot e^{3x}$ trên đoạn $[-3; 0]$ bằng:

- A. 2 B. $-\frac{1}{3e^7}$ C. $-\frac{1}{e^9}$ D. 0

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt[4]{\log_2 x} + \sqrt[4]{2 - \log_2 x}$ là:

- A. $D = (1; 4)$ B. $D = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$
 C. $D = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ D. $D = [1; 4]$

Câu 18: Một người đem gửi tiết kiệm ở ngân hàng với lãi suất 12% năm. Biết rằng cứ sau mỗi quý (ba tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền (bao gồm cả gốc lẫn lãi) gấp ba lần số tiền ban đầu?

- A. 10 năm rưỡi B. 9 năm
C. 9 năm rưỡi D. 10 năm

Câu 19: Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^{\sqrt{2}} + \log_{\frac{1}{2}} 2x^2 - \log_4 x$.

- A. $\frac{2-5\sqrt{2}}{2}$ B. $1-2\sqrt{2}$
C. $2+\sqrt{2}$ D. $1+3\sqrt{2}$

Câu 20: Họ các nguyên hàm của hàm số $y = x \sin x$ là:

- A. $-x \cos x + \sin x + C$ B. $x \cos x + \sin x + C$
C. $x \cos x - \sin x + C$ D. $x \sin x + \cos x + C$

Câu 21: Diện tích phần hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - 1$ và đường thẳng $y = 3x + 1$ bằng:

- A. $\frac{39}{2}$ B. $\frac{121}{3}$ C. $\frac{27}{4}$ D. 21

Câu 22: Cho $I = \int_0^a \cos^2 x dx$; $J = \int_0^a \sin^2 x dx$ với a là số thực dương. Biết rằng $I > J$. Khi đó a nhận giá trị nào trong các giá trị sau:

- A. $0 < a < \pi$ B. $0 < a < \frac{\pi}{2}$
C. $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ D. $a > \pi$

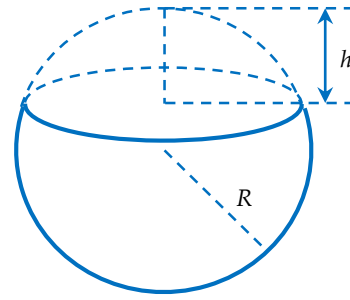
Câu 23: Biết rằng $\int_{-a}^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx}{1+2^x} = m$ (với a là số thực dương). Khi đó $\int_0^a \sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx$ bằng:

- A. m B. $-m$ C. 0 D. $\frac{m}{2}$

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của a để $\int_0^a x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx > 4$

- A. $a = 1$ B. $a < 1$ C. $a > 2$ D. $0 < a < 2$

Câu 25: Cắt một mặt cầu bán kính $R = 10$ bởi một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 5. Tính thể tích phần còn lại của khối cầu sau khi cắt đi phần chỏm cầu nói trên.



- A. 1100π B. 1125π C. 1175π D. 1150π

Câu 26: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Các điểm biểu diễn số phức z có phần thực là số dương nằm phía trên trục hoành.
B. Các điểm biểu diễn số phức z có phần ảo là số âm nằm bên trái trục tung.
C. Các điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z - 2i + 1| = |iz + i + 1|$ là một đường thẳng.
D. Mô đun của tổng 2 số phức luôn lớn hơn tổng các mô đun của chúng.

Câu 27: Nghiệm của phương trình $x^4 + 4 = 0$ trong tập hợp số phức là:

- A. $\pm(1-i)$ B. $\pm(1+i)$
C. $\pm\sqrt{2}i$ D. Cả A, B đều đúng

Câu 28: Cho $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = (z_1 + 1)^{2017} + (z_2 + 1)^{2017}$ bằng:

- A. -2^{1009} B. $-2^{1009}i$ C. 2^{1009} D. $2^{1009}i$

Câu 29: Cho phương trình $\left(\frac{i-z}{i+z}\right)^4 = 1$

- A. Phương trình có nghiệm thuần ảo
B. Phương trình có toàn các nghiệm thực
C. Phương trình không có nghiệm thực
D. Phương trình có 2 nghiệm phức

Câu 30: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z - 3| < |z - 2 - i|$ là:

- A. Một đường tròn B. Một hình tròn
C. Một nửa mặt phẳng D. Một đường thẳng

Câu 31: Số phức z thoả mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Đặt $w = z + 1 + i$. Khi đó w có mô đun lớn nhất bằng:

- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{15}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{6}$

Câu 32: Cho khối chóp có đáy là n -giác. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$.

- B. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.
 C. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n + 1$.
 D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Câu 33: Chọn khẳng định *sai*. Trong một khối đa diện:

- A. Hai mặt bất kỳ luôn có ít nhất một điểm chung
 B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt
 C. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh
 D. Mỗi cạnh của một khối đa diện cũng là cạnh chung của đúng 2 mặt

Câu 34: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Trên $(A'B'C')$ lấy M bất kỳ. Thể tích khối chóp $M.ABC$ tính theo V bằng:

- A. $\frac{V}{2}$ B. $\frac{2V}{3}$ C. $\frac{V}{3}$ D. $\frac{3V}{4}$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 4a$, $AD = 3a$, các cạnh bên có độ dài bằng $5a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $9a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $10a^3\sqrt{3}$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. M là trung điểm của SB , biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a}{\sqrt{5}}$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. a^3 B. $\frac{2a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa 2 mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC . Thể tích khối chóp $S.ADNM$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{16}$

Câu 38: Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , $AB = a$. Thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V , E là trung điểm CC' và F nằm trên cạnh

DD' sao cho $DF = 2FD'$. Tỉ số thể tích của hai khối chóp $EABD$ và $BCDEF$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 40: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có SA vuông góc với mp (ABC) và có $SA = a$, $AB = b$, $AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính r bằng:

- A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$ B. $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
 C. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ D. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Câu 41: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r . Gọi O, O' là tâm của hai đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' đồng thời tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ. Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề nào sai?

- A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.
 B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.
 C. Thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.
 D. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' khi quay xung quanh trục AA' . Giá trị của S là:

- A. πa^2 B. $\pi a^2\sqrt{3}$ C. $\pi a^2\sqrt{2}$ D. $\pi a^2\sqrt{6}$

Câu 43: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(2;2;2)$, $C(5;2;1)$, $D(4;3;-2)$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{11}{3}$ C. 4 D. 5

Câu 44: Mặt cầu tâm $I(0;1;2)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ có phương trình:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 2 = 0$
 B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z + 1 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z + 2 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 4 = 0$

Câu 45: Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và

vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$

có phương trình:

A. $2x + y - z - 4 = 0$ B. $2x + y - z + 1 = 0$

C. $x + 2y - z + 4 = 0$ D. $2x + y - z + 4 = 0$

Câu 46: Đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;1)$ và

vuông góc với 2 đường thẳng

$(d_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}; (d_2): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ có vec tơ chỉ

phương là:

A. $\vec{u} = (-4; 2; -1)$ B. $\vec{u} = (-4; 2; 1)$

C. $\vec{u} = (-4; -2; 1)$ D. $\vec{u} = (4; 2; 1)$

Câu 47: Viết phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất và tiếp xúc với 2 đường thẳng

$(d_1): \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}; (d_2): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

A. $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 20$

B. $(x+5)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 21$

C. $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 21$

D. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 20$

Câu 48: Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ và

đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 + 3t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$. Mệnh đề nào sau

đây là đúng?

A. d vuông góc (P)

B. $d // (P)$

C. d chứa trong (P)

D. d tạo với (P) một góc nhọn.

Câu 49: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho

2 đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2};$

$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ cắt nhau và cùng nằm

trong mặt phẳng (P) . Lập phương trình đường phân giác d của góc tù tạo bởi $d_1; d_2$ và nằm trong mặt phẳng (P) .

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$

Câu 50: Người ta muốn làm một chiếc điều hình quạt có chu vi bằng $10m$. Hỏi bán kính của quạt và độ dài cung tròn bằng bao nhiêu để diện tích quạt lớn nhất?

A. $R = 2,5m$ và $l = 5m$

B. $R = 2,6m$ và $l = 4,8m$

C. $R = 2,4m$ và $l = 5,2m$

D. $R = 2m$ và $l = 6m$

ĐÁP ÁN

1.C	6.D	11.B	16.B	21.C	26.C	31.A	36.B	41.C	46.B
2.A	7.C	12.C	17.D	22.B	27.D	32.D	37.D	42.D	47.C
3.B	8.C	13.B	18.C	23.A	28.C	33.A	38.A	43.A	48.B
4.D	9.A	14.A	19.A	24.C	29.B	34.C	39.B	44.C	49.C
5.B	10.D	15.B	20.A	25.B	30.C	35.D	40.C	45.A	50.A

ĐÁP ÁN

1.C	6.D	11.B	16.B	21.C	26.C	31.A	36.B	41.C	46.B
2.A	7.C	12.C	17.D	22.B	27.D	32.D	37.D	42.D	47.C
3.B	8.C	13.B	18.C	23.A	28.C	33.A	38.A	43.A	48.B
4.D	9.A	14.A	19.A	24.C	29.B	34.C	39.B	44.C	49.C
5.B	10.D	15.B	20.A	25.B	30.C	35.D	40.C	45.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$ nên $y'(0) = -3$.

Câu 2: Đáp án A

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + a$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + ax + b$ có cực tiểu

$A(2; -2)$ nên ta có

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 0; b = 2.$$

Câu 3: Đáp án B

$$y' = 3x^2 - 6mx + 6m = 3(x^2 - 2mx + 2m).$$

Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có 2 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\text{Khi đó } \Delta' = m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 4: Đáp án D

$y' = 3x^2 - 10x + 3$, phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm $x = 3, x = \frac{1}{3}$ nên hàm số đạt cực trị tại 2

điểm $x = 3, x = \frac{1}{3}$.

Câu 5: Đáp án B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$ có:

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm $x = \pm 1$ và giá trị cực trị của hàm số là $y(1) = -2; y(-1) = 2$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Câu 6: Đáp án D

$$f'(x) = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2} \text{ nên để hàm số } f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$$

ngịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì

$$\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Câu 7: Đáp án C

Xét phương trình:

$$y = x^3 - (2m+1)x^2 + (3m+1)x - (m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2mx + m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2mx + m+1 = 0(1) \end{cases}$$

Để (C_m) cắt Ox tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt. Khi đó xảy ra 1 trong 2 khả năng sau:

i) Phương trình (2) có nghiệm kép khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ \frac{s}{2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 1 = 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ii) (2) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm

$$= 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 - 2m + m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2, m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ thì (C_m) cắt Ox tại 2 điểm phân biệt.

Câu 8: Đáp án C

Hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$,

$y_{CT} = 2$ và đạt cực đại tại $x = \pm 1; y_{CD} = 4$

Đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số

$y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ khi $m > 4$.

Câu 9: Đáp án A

Ta thấy đồ thị hàm số luôn nhận $x = -2$ làm tiệm cận đứng.

$$\text{Với } m > 0 \text{ ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \sqrt{m}; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\sqrt{m}$$

Vậy với $m > 0$ đồ thị hàm số luôn có 3 đường tiệm cận.

Câu 10: Đáp án D

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x > \pm 2y \\ x^2 - 4y^2 = 4 \Rightarrow |x| = 2\sqrt{y^2 + 1} \end{cases}$$

Vậy $A = 2\sqrt{y^2 + 1} - |y| = 2\sqrt{t^2 + 1} - t$, với $t = |y|$

Xét hàm số $f(t) = 2\sqrt{t^2 + 1} - t, t \geq 0$.

Ta có $f'(t) = \frac{2t}{\sqrt{t^2 + 1}} - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Vậy $\min A = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3}$.

Câu 11: Đáp án B

Ta thấy $b < 1$ vì đồ thị hàm số $y = b^x$ là đường đi xuống còn $a, c > 1$ vì đồ thị hàm số $y = a^x; y = c^x$ là đường đi lên. Cho $x = 1$, ta được 2 điểm $A(1; a)$ và $C(1; c)$ tương ứng thuộc 2 đồ thị $y = a^x; y = c^x$. Ta thấy điểm A nằm dưới điểm C nên $a < c$.

Câu 12: Đáp án C

Đặt $2^{x^2-x} = t, t > 0$. Ta có phương trình:

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

Với $t = 1$, ta có $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Câu 13: Đáp án B

$$\log_4(3 \cdot 2^x - 8) = x - 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 8 = 4^{x-1}.$$

Đặt $2^x = t, t > 0$ ta có:

$$\frac{1}{4}t^2 - 3t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 14: Đáp án A

$$3^x \cdot 2x = 3^x + 2x + 1 \Leftrightarrow 3^x = \frac{2x+1}{2x-1}$$

Hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ còn hàm số

$$y = \frac{2x+1}{2x-1} \text{ nghịch biến trên từng khoảng xác định}$$

nên phương trình $3^x = \frac{2x+1}{2x-1}$ có nhiều nhất 1

nghiệm trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta thấy trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$, phương trình có

nghiệm $x = -1$, trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ phương

trình có nghiệm $x = 1$.

Vậy phương trình có đúng 2 nghiệm.

Câu 15: Đáp án B

$$3^{|2x-2|} > 9 \Leftrightarrow |2x-2| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 > 2 \\ 2x-2 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$$

Câu 16: Đáp án B

$$y' = e^{3x}(3x+7) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}.$$

Ta tính được $y(-3) = \frac{-1}{e^9}; y(0) = 2, y\left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{-1}{3e^7}$

Vậy $\min y = \frac{-1}{3e^7}$.

Câu 17: Đáp án D

Điều kiện để hàm số có nghĩa là:

$$\begin{cases} \log_2 x \geq 0 \\ \log_2 x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$$

Câu 18: Đáp án C

Ta đổi: Lãi suất $3\% = 0,03 = r$ / quý. Giả sử số tiền ban đầu là T , sau 1 quý số tiền thu được là $T(1+r)$, sau n quý số tiền thu được là $T(1+r)^n$.

Để thu được số tiền gấp ba số tiền ban đầu ta phải

$$\text{có } T(1+r)^n = 3T \Leftrightarrow (1+r)^n = 3$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1,03} 3 = 37,16 \text{ quý} = 9,29 \text{ năm}.$$

Câu 19: Đáp án A

$$A = \log_2 x^{\sqrt{2}} + \log_{\frac{1}{2}} 2x^2 - \log_4 x$$

$$= \sqrt{2} \log_2 x - \log_2(2x^2) - \frac{1}{2} \log_2 x$$

$$= \sqrt{2} \log_2 x - \log_2 2 - 2 \log_2 x - \frac{1}{2} \log_2 x$$

$$= \frac{2\sqrt{2}-5}{2} \log_2 x - 1 = \frac{2-5\sqrt{2}}{2}$$

Câu 20: Đáp án A

Câu 21: Đáp án C

$$S = \int_{-1}^2 (3x+1-(x^3-1))dx = \frac{27}{4}.$$

Câu 22: Đáp án B

Xét hiệu:

$$I - J = \int_0^a (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int_0^a \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2a.$$

Vì $I > J$ nên $\sin 2a > 0$.

Câu 23: Đáp án A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_{-a}^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx}{1+2^x} \\ = \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx}{1+2^x} + \int_0^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx}{1+2^x} \end{aligned}$$

Đặt $x = -t$, ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{t^2+1} \cos t \cdot (-dt)}{1+2^{-t}} = \int_0^a \frac{\sqrt{t^2+1} \cos t \cdot 2^t dt}{1+2^t} \\ &= \int_0^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x \cdot 2^x dx}{1+2^x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } \int_{-a}^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx}{1+2^x} \\ = \int_0^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x \cdot 2^x dx}{1+2^x} + \int_0^a \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx}{1+2^x} \\ = \int_0^a \sqrt{x^2+1} \cdot \cos x dx \end{aligned}$$

Câu 24: Đáp án C

Bằng phương pháp tích phân từng phần ta tính

$$\text{được } \int_0^a x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx = e^{\frac{a}{2}} \cdot (2a-4) + 4$$

$$\text{Để } \int_0^a x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx > 4 \text{ thì } e^{\frac{a}{2}} \cdot (2a-4) + 4 > 4 \Leftrightarrow a > 2.$$

Câu 25: Đáp án B

Cắt một mặt cầu bởi một mặt phẳng ta được một chỏm cầu. Ta coi chỏm cầu này là một mặt tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{100-x^2}$, đường thẳng $x=5$ và trục hoành quay xung quanh trục hoành

$$\begin{aligned} V_{cc} &= \pi \int_5^{10} (100-x^2) dx = \frac{625\pi}{3} \\ \Rightarrow V_{can \text{ tính}} &= V_{cau} - V_{cc} = 1125\pi \end{aligned}$$

Câu 26: Đáp án C

Câu 27: Đáp án D

$$\begin{aligned} x^4 + 4 = 0 &\Leftrightarrow (x^2)^2 = -4 = (2i)^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2i = (i+1)^2 \\ x^2 = -2i = (i-1)^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm(i+1) \\ x = \pm(i-1) \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 28: Đáp án A

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (z_1 + 1)^2 = (i-1)^2 = -2i$$

$$\Rightarrow (z_1 + 1)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008}$$

$$\Rightarrow (z_1 + 1)^{2017} = 2^{1008} (i-1).$$

$$\text{Tương tự } (z_2 + 1)^{2017} = 2^{1008} (-i-1)$$

$$\text{Vậy } P = (z_1 + 1)^{2017} + (z_2 + 1)^{2017} = -2^{1009}.$$

Câu 29: Đáp án B

$$\left(\frac{i-z}{i+z} \right)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{i-z}{i+z} = 1 \Leftrightarrow z = 0 \\ \frac{i-z}{i+z} = -1 \text{ (vn)} \\ \frac{i-z}{i+z} = i \Leftrightarrow z = 1 \\ \frac{i-z}{i+z} = -i \Leftrightarrow z = -1 \end{cases}$$

Câu 30: Đáp án C

$$\text{Đặt } z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Ta có } |z-3| < |z-2-i|$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + b^2 < (a-2)^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow a-b-2 < 0$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn M của z là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $x-y-2=0$.

Câu 31: Đáp án A

$$\text{Đặt } z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Ta có } |z-1+2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+2)^2 = 5$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn M của z là đường tròn (C) tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$

Ta có $|w| = \sqrt{(a+1)^2 + (b+1)^2} = AM$ với $A(-1;-1)$ thuộc đường tròn (C) . Do đó AM lớn nhất khi nó trở thành đường kính của (C) tức là $|w| = 2\sqrt{5}$.

Câu 32: Đáp án D

Câu 33: Đáp án A

Câu 34: Đáp án C

Khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ và khối chóp $M.ABC$ có chung đáy và chiều cao bằng nhau nên

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}.$$

Câu 35: Đáp án D

$$S_{\text{đáy}} = 12a^2; h = \frac{5a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = 10a^3\sqrt{3}.$$

Câu 36: Đáp án B

$$\text{Ta có } d(M, (SCD)) = \frac{1}{2}d(b, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD)).$$

Chứng minh được $(SCD) \perp (SAD)$. Kẻ $AH \perp SD$ thì $AH = d(A, (SCD))$.

$$\text{Vậy ta có } AH = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow SA = 2a \Rightarrow V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 37: Đáp án D

$$\frac{V_{SMAN}}{V_{SABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SMAN} = \frac{1}{4}V_{SABC} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD};$$

$$\frac{V_{SAND}}{V_{SACD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SAND} = \frac{1}{2}V_{SACD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ADNM} = V_{SMAN} + V_{SAND} = \frac{3}{8}V_{S.ABCD}$$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \angle SOA = 60^\circ \Rightarrow SA = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ADNM} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$$

Câu 38: Đáp án A

Gọi H là trung điểm của BC thì AH là đường cao của hình chóp $A.BCC'B'$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \angle AHA' = 60^\circ$$

$$\Rightarrow AA' = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{A.BCC'B'} = \frac{1}{3}BB' \cdot BC \cdot AH = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 39: Đáp án B

$$\begin{aligned} V_{EABD} &= \frac{1}{3}S_{ABD} \cdot d(E, (ABD)) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2}d(C', (ABCD)) = \frac{1}{12}V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{BCDEF} &= \frac{1}{3}S_{CDEF} \cdot d(B, (CDEF)) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{12}S_{CDD'C'} \cdot d(B, (CDD'C')) = \frac{7}{36}V \end{aligned}$$

Câu 40: Đáp án C

AS, AB, AC đôi một vuông góc nên từ 3 cạnh này ta dựng được một hình hộp chữ nhật. Mặt cầu

ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó cũng chính là mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S . Bán kính của mặt cầu $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 41: Đáp án C

Diện tích hình cầu bằng $4\pi r^2$, thể tích khối cầu bằng $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $4\pi r^2$, diện tích toàn phần của hình trụ bằng $6\pi r^2$, thể tích khối trụ bằng $2\pi r^3$. Chỉ có C sai.

Câu 42: Đáp án D

Hình nón tạo thành có chiều cao $AA' = a$, bán kính đáy $A'C' = a\sqrt{2}$, độ dài đường sinh $AC' = a\sqrt{3}$.

$$\text{Do đó } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \pi a^2\sqrt{6}.$$

Câu 43: Đáp án A

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2), \overrightarrow{AC} = (4; 2; 1), \overrightarrow{AD} = (3; 3; -2),$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; 7; -6)$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{9}{2}.$$

Câu 44: Đáp án C

$$R = d(I, (P)) = \sqrt{3}.$$

Câu 45: Đáp án A

VTPT $\vec{n} = (2; 1; -1)$, phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-1) + (y-2) - z = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 4 = 0$.

Câu 46: Đáp án B

Đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông

$$\text{góc với 2 đường thẳng } (d_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t, \\ z = -2t \end{cases}$$

$$(d_2): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 \end{cases} \text{ có vectơ chỉ phương là}$$

$$\vec{u}_1 = (-1; 1; -2), \vec{u}_2 = (1; -2; 0)$$

$$\Rightarrow \vec{u} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-4; -2; 1).$$

Câu 47: Đáp án C

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất và tiếp xúc với 2 đường thẳng chính là mặt cầu có đường kính là

đường vuông góc chung của 2 đường thẳng đã cho.

Giả sử $A(7+t; 3+3t; 9-t) \in (d_1)$,

$B(3-t'; 1+2t'; 1+3t') \in (d_2)$

$\overrightarrow{AB}$ vuông góc với $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (-7; 2; 3)$

khi $t = t' = 0$. Vậy $A(7; 3; 9)$, $B(3; 1; 1)$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(5; 2; 5)$, bán kính $R = \sqrt{21}$.

Câu 48: Đáp án B

(P) có VTPT $\vec{n} = (1; -2; 3)$, (d) có VTCP $\vec{u} = (0; 3; 2)$. Dễ thấy $\vec{n} \perp \vec{u}$ nên d song song hoặc nằm trong (P). Nhưng điểm $A(1; 5; 4)$ thuộc (d) nhưng không thuộc (P). Vậy $(d) \parallel (P)$.

Câu 49: Đáp án C

Điểm $I(1; 1; 1)$ là giao điểm của 2 đường thẳng trên. Điểm $B(0; -1; 3)$ thuộc (d_2) và có $IB = 3$.

Ta cần chọn điểm A thuộc (d_1) sao cho $IA = IB$, $(\overrightarrow{IA}; \overrightarrow{IB}) > 90^\circ$.

Gọi $A(1+t; 1+2t; 1+2t)$. Để $IA = 3$ thì $t = \pm 1$

Với $t = 1$, ta có $\overrightarrow{IA} = (1; 2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = -1 < 0$ nên $(\overrightarrow{IA}; \overrightarrow{IB}) > 90^\circ$.

Vẽ hình thoi $IAMB$ thì IM chính là đường phân giác của $AIB > 90^\circ$

$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM} = (0; 0; 4)$ là VTCP của đường phân giác d của góc tù tạo bởi $d_1; d_2$ và nằm trong mặt phẳng (P).

Câu 50: Đáp án A

Ta có $2R + l = 10m$.

$$\frac{S_{\text{quat}}}{S_{\text{hình tròn}}} = \frac{l}{2\pi R}$$

$$\Rightarrow S_{\text{quat}} = \frac{l}{2\pi R} \cdot \pi R^2 = \frac{lR}{2} = \frac{l \cdot 2R}{4} \leq \frac{(l+2R)^2}{16} = \frac{100}{16}$$

Đẳng thức xảy ra khi $l = 2R$.