

CỤM CHUYÊN MÔN 4 – SỞ GD&ĐT TP. HCM

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$?

- A. $m = 2$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.

Câu 2: Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng (d): $y = 2x - 1$ cắt nhau tại hai điểm A và B, khi đó độ dài đoạn AB bằng:

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 3: Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 5x - 1$ là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- A. $m > \frac{1}{2}$. B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$.
C. $m > -\frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là:

- A. $(1; -2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; 0)$.

Câu 7: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

1000cm^3 . Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

- A. $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$. B. $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$. C. $\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$. D. $\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và tiệm cận đứng là $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và không có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 9: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 + 2x - 3$ đồng biến trên đoạn $[0; 2]$ là:

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{2}$. C. $m \geq \frac{3}{2}$. D. $m \leq \frac{3}{2}$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ cắt đường thẳng (d): $y = 2m - 7$ tại bốn điểm phân biệt.

- A. $-3 < m < 5$. B. $-6 < m < 10$.
C. $m = 5$. D. $m > -3$.

Câu 11: Tìm a, b, c sao cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ qua O và có một điểm cực tiểu $A(\sqrt{3}; -9)$.

- A. $a = -1; b = 6; c = 0$. B. $a = 1; b = 6; c = 0$.
C. $a = -1; b = 0; c = 0$. D. $a = 1; b = -6; c = 0$.

Câu 12: Cho $a > 0, a \neq 1$, khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\log_a a^2 = 2$. B. $\log_a a = \frac{1}{2}$.
C. $\log_a 2a = 2$. D. $\log_a 2a = 1 + \log_a 2$.

Câu 13: Giải phương trình $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$.

- A. $x = \frac{6}{7}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{7}{6}$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1$ là:

- A. $[\sqrt{2}; +\infty)$. B. $[-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$.
C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. D. $(0; \sqrt{2}]$.

Câu 15: Rút gọn biểu thức: $\frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} (a > 0)$.

- A. a^4 . B. a . C. a^5 . D. a^3 .

Câu 16: Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$. Rút

gọn biểu thức: $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$.

- A. $P = |\log_a b|$. B. $P = |\log_a b - 1|$.
C. $P = |\log_a b + 1|$. D. $P = 0$.

Câu 17: Một tờ “siêu giấy” dày $0,1mm$ có thể gấp được vô hạn lần. Hỏi sau bao nhiêu lần gấp thì tờ giấy này đựng mặt trăng. Biết khoảng cách từ trái đất đến mặt trăng là $384000km$.

- A. 41. B. 42. C. 1003. D. 119.

Câu 18: Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của

hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $\frac{1}{e}; e$. B. $0; \frac{1}{e}$. C. $0; e$. D. $1; e$.

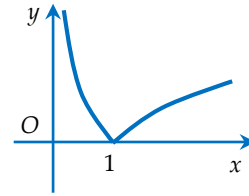
Câu 19: Hàm số $y = x^2 e^x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -2)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 20: Dân số thế giới được tính theo công thức $S = Ae^{mr}$, trong đó A là dân số của năm làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam vào thời điểm giữa năm 2016 là 90,5 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 1,06% năm. Nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì sau bao nhiêu năm dân số Việt Nam có khoảng 100 triệu người?

- A. 8,5. B. 9,4. C. 12,2. D. 15.

Câu 21: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đây là hàm số nào?



A. $y = \ln|x+1| - \ln 2$. B. $y = \ln|x|$.

C. $y = |\ln(x+1)| - \ln 2$. D. $y = |\ln x|$.

Câu 22: Hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$.

B. $f(x) = -2\cos x + 3\sin x$.

C. $f(x) = -2\cos x - 3\sin x$.

D. $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$.

Câu 23: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + \frac{b\sqrt{2}}{10}$ (a, b là các số nguyên). Tính $S = a + b$.

- A. $S = -2$. B. $S = -3$. C. $S = 2$. D. $S = 3$.

Câu 24: Họ các nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là:

A. $\frac{x^2}{2} \ln x + \frac{1}{4} x^2 + C$. B. $x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + C$.

C. $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$. D. $x \ln x + \frac{1}{2} x + C$.

Câu 25: Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$.

A. $a = -1; b = 1; c = -1$. B. $a = -1; b = -5; c = -7$.

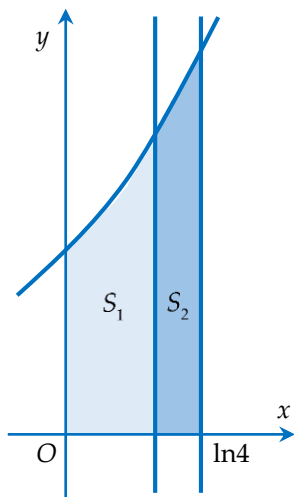
C. $a = 1; b = -3; c = 2$. D. $a = 1; b = -1; c = 1$.

Câu 26: Giá trị của $I = \int_0^{\sqrt{e}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$ được viết dưới

dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương). Khi đó giá trị của $a - 7b$ bằng:

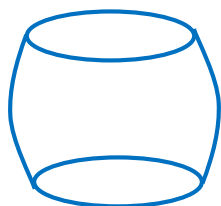
- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 27: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 và như hình vẽ bên dưới. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



- A. $k = \ln \frac{8}{3}$. B. $k = \ln 2$.
C. $k = \ln 3$. D. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

Câu 28: Người thợ gốm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính $5dm$ bằng cách cắt bỏ hai chòm cầu đối nhau. Tính thể tích của cái chum biết chiều cao của nó bằng $6dm$ (quy tròn 2 chữ số thập phân).



- A. $414,69dm^3$. B. $428,74dm^3$.
C. $104,67dm^3$. D. $135,02dm^3$.

Câu 29: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .
D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3 .

Câu 30: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

- A. 9. B. 12. C. 5. D. 13.

Câu 31: Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z\bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 12 - 2018i$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = \sqrt{2017}$.
C. $|z| = 4$. D. $|z| = \sqrt{2018}$.

Câu 32: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$.

Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó:

- A. $w = -2^{51}i$. B. $w = -2^{51}$.
C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Câu 33: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 2i$. Tìm môđun của số phức $w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$.

- A. $|w| = 5$. B. $|w| = \sqrt{3}$.
C. $|w| = 3$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 - i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = 4$.
C. $r = \sqrt{2}$. D. $r = 2$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 36: Hình bát diện đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt tương ứng là:

- A. 12; 8; 6. B. 12; 6; 8. C. 6; 12; 8. D. 8; 6; 12.

Câu 37: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. B. $\frac{a^3}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. D. $\frac{a^3}{48}$.

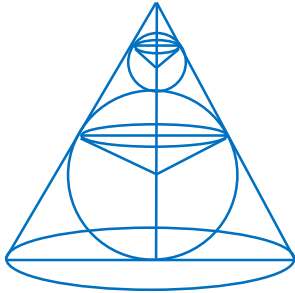
Câu 38: Cho biết thể tích của một khối hộp chữ nhật là V , đáy là hình vuông cạnh a . Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng:

- A. $2\left(\frac{2V}{a} + a^2\right)$. B. $2\left(\frac{V}{a} + a^2\right)$.
C. $2\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$. D. $4\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$.

Câu 39: Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a .

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $2a$.

Câu 40: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9cm . Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.



- A. $\frac{112}{3}\pi(\text{cm}^3)$. B. $\frac{40}{3}\pi(\text{cm}^3)$.
C. $\frac{25}{3}\pi(\text{cm}^3)$. D. $\frac{10}{3}\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 41: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30° . Gọi H là trung điểm của AB . Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 42: Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\text{m} \times 8\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$.
C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \pi$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, thể tích khối tứ diện $ABCD$ được cho bởi công thức:

- A. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}] \cdot \overrightarrow{AB}|$.
B. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{BC}|$.
C. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{AC}|$.
D. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}] \cdot \overrightarrow{DC}|$.

Câu 44: Cho 2 đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{1}$ và $(d'): \frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng (d) và (d') .

- A. (d) và (d') cắt nhau.
B. (d) và (d') chéo nhau.
C. (d) song song với (d') .
D. (d) vuông góc với (d') .

Câu 45: Cho hai điểm $A(-1; 3; 1); B(3; -1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $2x - 2y - z = 0$. B. $2x + 2y - z = 0$.
C. $2x + 2y + z = 0$. D. $2x - 2y - z + 1 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 6y - 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7$.
B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49$.
D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}$.

Câu 47: Cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm $M \in (\Delta)$ mà $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $(1;-2;0)$. B. $(0;-1;2)$.
C. $(2;-3;-2)$. D. $(-1;0;4)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z + 8 = 0$ và đường

thẳng $(d): \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -7 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm phương trình

đường thẳng (Δ) đối xứng với đường thẳng (d) qua mặt phẳng (P) .

- A. $(\Delta): \begin{cases} x = -17 + 5t \\ y = 33 + t \\ z = 66 - 5t \end{cases}$. B. $(\Delta): \begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = 23 + t \\ z = 32 - 5t \end{cases}$.

- C. $(\Delta): \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$. D. $(\Delta): \begin{cases} x = 13 + 5t \\ y = -17 + t \\ z = -104 - 5t \end{cases}$.

Câu 49: Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;4), B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là:

- A. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$.
B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$.
C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$.
D. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

Câu 50: Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z - 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất là:

- A. $6x - y + 5z = 0$. B. $6x - y - 5z = 0$.
C. $-4x + 11y + 7z = 0$. D. $4x - 11y + 7z = 0$.

ĐÁP ÁN ĐỀ CỤM CHUYÊN MÔN 4 – SỞ GD&ĐT THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

1.A	2.B	3.D	4.D	5.B	6.C	7.A	8.D	9.C	10.A
11.D	12.C	13.A	14.B	15.C	16.A	17.B	18.C	19.D	20.B
21.D	22.C	23.D	24.C	25.A	26.B	27.C	28.A	29.B	30.C
31.A	32.B	33.D	34.A	35.B	36.C	37.D	38.A	39.C	40.A
41.D	42.B	43.D	44.A	45.A	46.B	47.D	48.C	49.D	50.C

ĐÁP ÁN

1A	2B	3D	4D	5B	6C	7A	8D	9C	10A
11D	12C	13A	14B	15C	16A	17B	18C	19D	20B
21D	22C	23D	24C	25A	26B	27C	28A	29B	30C
31A	32B	33–	34A	35B	36C	37D	38A	39C	40A
41D	42B	43D	44A	45A	46B	47D	48C	49D	50C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 7: Đáp án A.

Gọi $r(cm)$, $h(cm)$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của thùng sơn hình trụ.

$$\text{Từ giả thiết, ta có } V = \pi r^2 h = 1000 (cm^3) \Leftrightarrow rh = \frac{1000}{\pi r}.$$

Nhà sản xuất tiết kiệm được ít nguyên liệu nhất, khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hình trụ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi \cdot \frac{1000}{\pi r} = 2\pi r^2 + \frac{1000}{r} + \frac{1000}{r} \stackrel{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{2\pi r^2 \cdot \frac{1000}{r} \cdot \frac{1000}{r}}$$

$$\Rightarrow S_{tp} \geq 300\sqrt[3]{2\pi}. \text{ Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow 2\pi r^2 = \frac{1000}{r} \Leftrightarrow r = \frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}} (cm).$$

Câu 9: Đáp án C.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 2(m+1)x + 2.$$

Hàm số đồng biến trên $[0; 2]$ khi $y' \geq 0, \forall x \in [0; 2]$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 2(m+1)x + 2 \geq 0, \forall x \in [0; 2] \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}x - 1 - \frac{1}{x}, \forall x \in (0; 2] \quad (1)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{3}{2}x - 1 - \frac{1}{x}$. Ta có $f'(x) = \frac{3}{2} + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in (0; 2] \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; 2]$.

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; 2]} f(x) = f(2) = \frac{3}{2}.$$

Câu 17: Đáp án B.

Sau 1 lần gấp, tờ “siêu giấy” dày $0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 = 10^{-7} \cdot 2 (km)$.

Sau 2 lần gấp, tờ “siêu giấy” dày $10^{-7} \cdot 2^2 (km)$.

STUDY TIP

Ta có:

$$A(m) \geq f(x), \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow A(m) \geq \max_{x \in D} f(x)$$

$$A(m) \leq f(x), \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow A(m) \leq \min_{x \in D} f(x)$$

Tương tự, sau n lần gấp, tờ “siêu giấy” dày $10^{-7} \cdot 2^n$ (km).

Theo giả thiết, ta có sau n lần gấp thì tờ siêu giấy đó đựng mặt trăng, có nghĩa là $10^{-7} \cdot 2^n = 384000$ (km) $\Leftrightarrow 2^n = 3,84 \cdot 10^{12} \Leftrightarrow n = \log_2(3,84 \cdot 10^{12}) \approx 42$ (lần).

Câu 20: Đáp án B.

Ta chọn năm 2016 là năm làm mốc. Giả sử sau n năm kể từ năm 2016 thì dân số của Việt Nam là 100 triệu người.

Áp dụng công thức $S = Ae^{nr}$, với $S = 100$ (triệu người), $A = 90,5$ (triệu người), $r = 1,06\% = 0,0106$ ta có:

$$100 = 90,5e^{0,0106n} \Leftrightarrow e^{0,0106n} = \frac{200}{181} \Leftrightarrow n = \frac{1}{0,0106} \ln\left(\frac{200}{181}\right) \approx 9,4.$$

Câu 23: Đáp án D.

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \cos 5x) dx = \frac{1}{2} \left(\sin x - \frac{1}{5} \sin 5x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}.$$

$$\text{Vậy } a=0, b=3 \Rightarrow S=a+b=3.$$

Câu 25: Đáp án A.

$$\text{Ta có } F'(x) = (2ax+b)e^{-x} - (ax^2+bx+c)e^{-x} = [-ax^2 + (2a-b)x + b-c]e^{-x}.$$

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, suy ra $F'(x) = f(x)$

$$\Leftrightarrow [-ax^2 + (2a-b)x + b-c]e^{-x} = (x^2 - 3x + 2)e^{-x} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ 2a-b = -3 \\ b-c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

Câu 26: Đáp án B.

$$\text{Đặt } \sqrt[3]{1+x^2} = t \Rightarrow 1+x^2 = t^3 \Rightarrow xdx = \frac{3}{2}t^2 dt. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=\sqrt{7} \Rightarrow t=2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}} = \frac{3}{2} \int_1^2 \frac{(t^3-1)t^2 dt}{t} = \frac{3}{2} \int_1^2 (t^4 - t) dt = \frac{3}{2} \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{141}{20}.$$

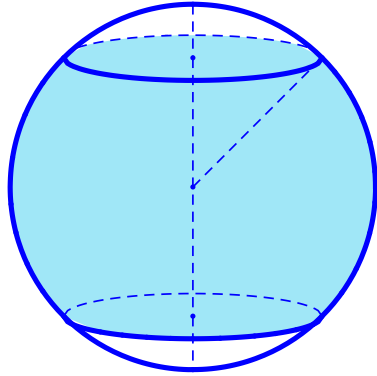
$$\text{Vậy } a=141, b=20 \Rightarrow a-7b=1.$$

Câu 27: Đáp án C.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_0^k e^x dx = e^x \Big|_0^k = e^k - 1 \text{ và } S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx = e^x \Big|_k^{\ln 4} = e^{\ln 4} - e^k = 4 - e^k.$$

$$\text{Đề } S_1 = 2S_2 \Leftrightarrow e^k - 1 = 2(4 - e^k) \Leftrightarrow e^k = 3 \Leftrightarrow k = \ln 3.$$

Câu 28: Đáp án A.



Thể tích của cái chum (hình bên) được tính bởi $V = V_1 - 2V_2$. Trong đó:

– V_1 là thể tích của khối cầu bán kính $R = 5(dm)$. Ta có $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi}{3}(dm^3)$

– V_2 là thể tích chỏm cầu có bán kính $R = 5(dm)$, chiều cao $h = 5 - 3 = 2(dm)$.

$$\text{Suy ra } V_2 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \pi \cdot 2^2 \left(5 - \frac{2}{3} \right) = \frac{52\pi}{3}(dm^3).$$

$$\text{Vậy } V = V_1 - 2V_2 = \frac{500\pi}{3} - 2 \cdot \frac{52\pi}{3} = 132\pi(dm^3) \approx 414,69(dm^3).$$

Câu 32: Đáp án B.

$$\text{Ta có } z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 - i \\ z_2 = -2 + i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100} = (1 + i)^{100} + (1 - i)^{100} = \left[(1 + i)^2 \right]^{50} + \left[(1 - i)^2 \right]^{50}$$

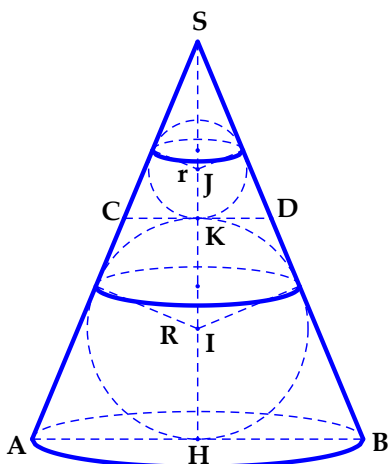
$$\Rightarrow w = (2i)^{50} + (-2i)^{50} = 2^{51} \cdot i^{50} = 2^{51} (i^2)^{25} = -2^{51}.$$

Câu 33:

$$\text{Ta có } w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}} = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{2016} \cdot \frac{1}{z_2} = \left(\frac{2+i}{1-2i} \right)^{2016} \cdot \frac{1}{1-2i} = i^{2016} \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \right) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i.$$

$$\text{Vậy } |w| = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 40: Đáp án A.



Từ giả thiết, ta có $ASB = 2\beta = 60^\circ \Rightarrow \triangle SAB, \triangle SCD$ đều. Gọi R, r lần lượt là bán kính của quả cầu lớn và quả cầu nhỏ. I, J lần lượt là tâm của hai quả cầu.

Suy ra R, r lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle SAB$ và $\triangle SCD$.

$$SH = 9(cm) = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6\sqrt{3}(cm) = SA = SB; S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}SH \cdot AB = 27\sqrt{3}(cm^2)$$

$$\text{Từ } S_{\triangle SAB} = pR = \frac{SA + SB + AB}{2} \cdot R \Leftrightarrow R = \frac{2S_{\triangle SAB}}{SA + SB + AB} = \frac{2 \cdot 27\sqrt{3}}{3 \cdot 6\sqrt{3}} = 3(cm)$$

$$\text{Suy ra } SK = SH - 2R = 9 - 2.3 = 3(\text{cm}) = \frac{CD\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CD = 2\sqrt{3}(\text{cm}) = SC = SD;$$

$$S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2}SK.CD = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2).$$

$$\text{Từ } S_{\Delta SCD} = \frac{SC + SD + CD}{2}.r \Leftrightarrow r = \frac{2S_{\Delta SCD}}{SC + SD + CD} = \frac{2.3\sqrt{3}}{3.2\sqrt{3}} = 1(\text{cm}).$$

$$\text{Vậy tổng thể tích của hai khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi(R^3 + r^3) = \frac{112}{3}\pi(\text{cm}^3).$$

Câu 41: Đáp án D.

Công thức tính nhanh bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy: Gọi h là chiều cao hình chóp và R_d là bán kính của đáy thì:

$$R = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$$

Ta có H là trung điểm của AB , ΔABC đều nên $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (ABB'A')$.

$$\text{Suy ra } (A'C, (ABB'A')) = (A'C, A'H) = CA'H = 30^\circ.$$

$$\text{Lại có } CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R_d = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } A'H = CH \cdot \cot 30^\circ = \frac{3a}{2}$$

$$\Rightarrow A'A = \sqrt{A'H^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}.$$

Hình chóp $A'ABC$ có $A'A \perp (ABC)$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

$$\text{là: } R = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{A'A}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

Câu 42: Đáp án B.

– Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, với chiều cao là $h = 1,5(m)$ và chu vi đáy bằng $8(m)$. Gọi x là độ dài cạnh đáy, do đáy là hình vuông nên $4x = 8 \Leftrightarrow x = 2(m)$. Suy ra $V_1 = x^2h = 6(m^3)$.

– Tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy, với chiều cao là $h = 1,5(m)$ và chu vi đáy bằng $8(m)$. Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình

$$\text{trụ thì } 2\pi r = 8 \Leftrightarrow r = \frac{4}{\pi}(m). \text{ Suy ra } V_2 = \pi r^2 h = \frac{24}{\pi}(m^3).$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = 6 : \frac{24}{\pi} = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 50: Đáp án C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$, bán kính $R = 5$.

Đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$. Do mặt phẳng (P) cần tìm chứa đường thẳng d nên $O \in (P)$ và $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$. Ta loại ngay được B và D.

– Với phương án A: Ta thấy tâm $I(2; -3; -3)$ thuộc mặt phẳng $6x - y + 5z = 0$, nên mặt phẳng này sẽ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $R = 5$.

– Với phương án C: Nếu mặt phẳng (P) có phương trình $-4x + 11y + 7z = 0$, ta có

$$d(I; (P)) = \frac{|-4 \cdot 2 + 11 \cdot (-3) + 7 \cdot (-3)|}{\sqrt{(-4)^2 + 11^2 + 7^2}} = \frac{\sqrt{186}}{3} < R, \text{ nên mặt phẳng này sẽ cắt mặt cầu}$$

$$(S) \text{ theo đường tròn có bán kính } r = \sqrt{R^2 - d^2(I; (P))} = \frac{\sqrt{39}}{3}.$$

So sánh bán kính của hai đường tròn tìm được ở A và C thì ta chọn phương án

$$C \text{ có kết quả bán kính là nhỏ nhất } \left(r = \frac{\sqrt{39}}{3} \right).$$