

CỤM CHUYÊN MÔN 5 – SỞ GD&ĐT TP.HCM

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là 6 cm và diện tích hình tròn đáy bằng $\frac{3}{5}$ diện tích xung quanh của hình nón. Tính thể tích V khối nón.

A. $V = 48\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = 288\pi(\text{cm}^3)$.

C. $V = 96\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 64\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\cot 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = 2\cot 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = -2\cot 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cot 2x + C$.

Câu 3: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$.

A. $S = [5; +\infty)$. B. $S = (1; 5]$.

C. $S = [1; 5]$. D. $S = (-\infty; 5]$.

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^x$.

A. $\int f(x)dx = (x-1)e^x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^2e^x + C$.

C. $\int f(x)dx = xe^x + C$.

D. $\int f(x)dx = (x+1)e^x + C$.

Câu 5: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục AB .

A. $S_{xq} = 2a^2$. B. $S_{xq} = 4\pi a^2$.

C. $S_{xq} = 4a^2$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 6: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. B. $\ln(a+b) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. D. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$.

A. $(\alpha): 4x + 4y - 2z - 22 = 0$.

B. $(\alpha): 2x + 2y + z - 17 = 0$.

C. $(\alpha): 2x + 4y + z - 25 = 0$.

D. $(\alpha): x + y + z - 10 = 0$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

B. $y = \frac{3x+4}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{3x-1}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 3-t \end{cases}$ và

$(d'): \begin{cases} x = 1+2t' \\ y = -1+2t' \\ z = 2-2t' \end{cases}$. Khi đó:

A. d song song d' . B. d và d' chéo nhau.

C. d cắt d' . D. d trùng d' .

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = |z+3i|$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z .

A. Một elip.

B. Một đường tròn.

C. Một hyperbol.

D. Một đường thẳng.

Câu 11: Tìm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 10$.

A. 5.

B. -1.

C. 110.

D. 2.

Câu 12: Xác định phần ảo của số phức $z = 12 - 18i$

A. -18.

B. -18i.

C. 12.

D. 18.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB .

A. $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

B. $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$.

C. $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

D. $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 7 = 0$.

Câu 14: Cho biểu thức $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < 1$. B. $a > 2$.

C. $1 < a < 2$. D. $a > 1$.

Câu 15: Trong các kết luận sau, kết luận nào là sai?

A. Môđun của số phức z là một số thực không âm.

B. Môđun của số phức $z = 0$ là 0.

C. Môđun của số phức z là một số ảo.

D. Môđun của số phức $z \neq 0$ là một số thực dương.

Câu 16: Phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{5}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

C. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 18: Cho z số phức thỏa mãn $z + (1-2i)\bar{z} = 2-4i$. Tìm môđun của số phức z .

A. $|z| = 3$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{3}$. D. $|z| = 5$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M(2;1;0)$. B. $M(1;2;0)$.

C. $M(0;2;1)$. D. $M(2;0;1)$.

Câu 20: Cho $I = \int_0^a \frac{dx}{a^2 + x^2}$ ($a > 0$) và đặt $x = a \tan t$.

Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{a} dt$. B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{a} dt$.

C. $a^2 + x^2 = a^2(1 + \tan^2 t)$. D. $dx = a(1 + \tan^2 t)dt$.

Câu 21: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{20}{9}}$. B. $P = x^{\frac{25}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{21}{12}}$. D. $P = x^{\frac{23}{12}}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB và SC . Tính thể tích của khối chóp $S.AHK$ theo V .

A. $V_{S.AHK} = \frac{1}{12}V$. B. $V_{S.AHK} = \frac{V}{6}$.

C. $V_{S.AHK} = \frac{1}{2}V$. D. $V_{S.AHK} = \frac{1}{4}V$.

Câu 23: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 3t^2 + t$ (m/s^2). Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s). Hỏi vận tốc của vật là bao nhiêu sau khi chuyển động với gia tốc đó được $2s$.

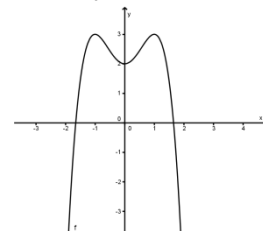
A. $12 m/s$. B. $16 m/s$. C. $10 m/s$. D. $8 m/s$.

Câu 24: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2017}(x^2 - 3x + 2)$.

A. $D = (1; 2)$. B. $D = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

C. $D = [1; 2]$. D. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 26: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$.

A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27: Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x < 1$.

A. $x = \log_{\frac{2}{3}} 2$. B. $x < \log_{\frac{2}{3}} 2$.
C. $x > \log_{\frac{2}{3}} 2$. D. $x < \log_2 \frac{2}{3}$.

Câu 28: Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx$.

A. $I = \frac{3+2\ln 2}{16}$. B. $I = \frac{3-2\ln 2}{16}$.
C. $I = \frac{2+\ln 2}{16}$. D. $I = \frac{2-\ln 2}{16}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = a$. Cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V khối chóp $S.ABD$ theo a .

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $V = 2a^3\sqrt{15}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{15}$.

Câu 30: Giải bất phương trình $(2,5)^{5x-7} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

A. $x = 1$. B. $x < 1$. C. $x \geq 1$. D. $x > 1$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 8m + 37 = 0$$

là phương trình của một mặt cầu.

A. $m < -4$ hay $m > -2$. B. $m < -2$ hay $m > 4$.
C. $m \leq -2$ hay $m \geq 4$. D. $m < -4$ hay $m > 2$.

Câu 32: Tìm số nghiệm của phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2016^x + 2017^x = 2016 - x$

A. 2017 B. 0 C. 2016 D. 1

Câu 33: Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x+1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các

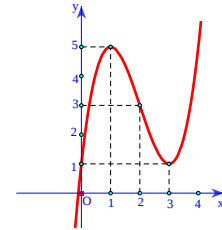
số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

A. $S = 10$. B. $S = 5$. C. $S = 2$. D. $S = -2$.

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để số phức $z = \frac{m+i}{m-i}$ có phần thực dương.

A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $m > 1$.
C. $-1 < m < 1$. D. $m > 0$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt đều có hoành độ lớn hơn 2.

A. $1 \leq m \leq 3$. B. $1 < m < 3$.
C. $1 < m \leq 3$. D. $1 \leq m < 3$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

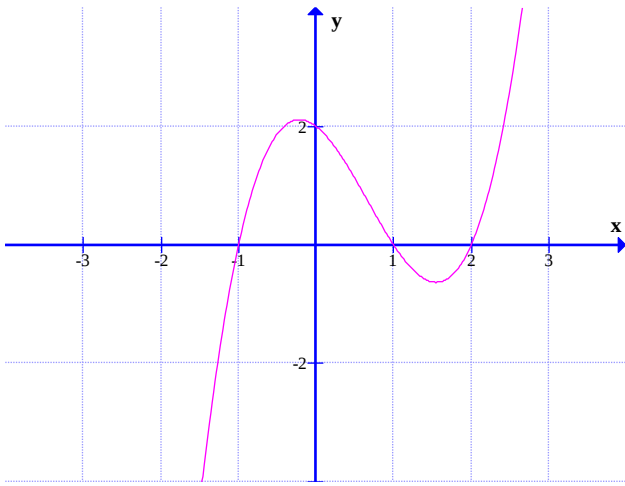
Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d) .

A. $A'(2; -3; 1)$. B. $A'(2; 3; 1)$.
C. $A'(-2; 3; 1)$. D. $A'(-2; -3; -1)$.

Câu 37: Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log x_1 + \log x_2$.

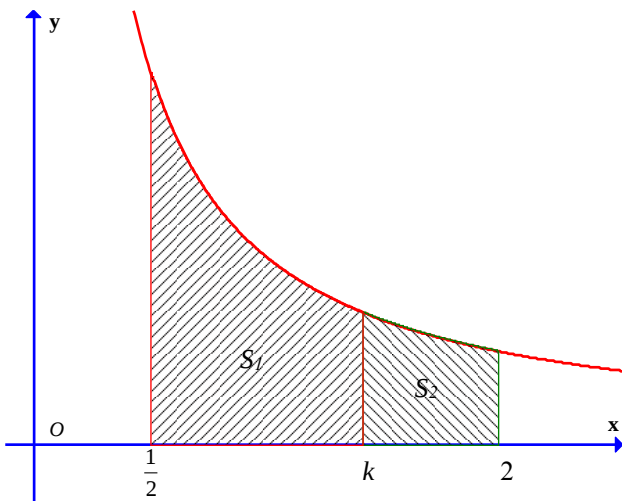
A. $A = 4$. B. $A = 3$. C. $A = -3$. D. $A = -2$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 39: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k$ ($\frac{1}{2} < k < 2$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả giá trị thực của k để $S_1 = 3S_2$.



- A. $k = \frac{7}{5}$. B. $k = \sqrt{3}$. C. $k = 1$. D. $k = \sqrt{2}$.

Câu 40: Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho $\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$
 A. 2019. B. 2017. C. 2016. D. 2018.

Câu 41: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 9$.

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) \cdot \cos 3x \cdot dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 9$.

Câu 42: Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là 15cm , đường kính đáy là 6cm , lượng nước ban đầu trong cốc cao 10cm . Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là 2cm . Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $4,25\text{cm}$. B. $4,81\text{cm}$.
 C. $3,52\text{cm}$. D. $4,26\text{cm}$.

Câu 43: Với các số thực dương a, b bất kì, $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$.
 B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b$.
 C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b$.
 D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $(P): -\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.
 C. $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $(P): \frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = t' \\ z = 0 \end{cases}$

Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$.
 B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$.

C. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Câu 46: Một Bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 3200cm^3 , tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. 1200cm^2 .

B. 120cm^2 .

C. 1600cm^2 .

D. 160cm^2 .

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng đó.

A. $S = 8\pi$.

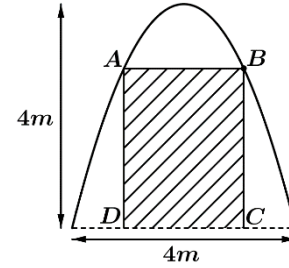
B. $S = 16\pi$.

C. $S = 4\pi$.

D. $S = 25\pi$.

Câu 48: Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 100.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi

phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?



A. 616.000 (đồng).

B. 450.000 (đồng).

C. 451.000 (đồng).

D. 615.000 (đồng).

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; -2)$, và điểm M thay đổi trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tìm giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$.

A. $\sqrt{14}$.

B. $\sqrt{12}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{6}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $CA = a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \frac{a}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = a\sqrt{2}$.

ĐÁP ÁN

1C	2D	3B	4A	5B	6C	7B	8B	9A	10D
11D	12A	13A	14B	15C	16C	17C	18C	19A	20A
21C	22D	23A	24D	25D	26A	27C	28B	29C	30D
31B	32D	33C	34A	35B	36A	37C	38A	39D	40C
41A	42D	43C	44C	45C	46D	47B	48C	49D	50C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

Diện tích hình tròn đáy của hình nón là $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi (cm^2)$.

Từ giả thiết, ta có $S_{\text{đáy}} = \frac{3}{5} S_{\text{xq}} \Leftrightarrow S_{\text{xq}} = \frac{5S_{\text{đáy}}}{3} = 60\pi (cm^2) = \pi r l = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

$$\Leftrightarrow r \sqrt{h^2 + r^2} = 60 \Leftrightarrow 6 \sqrt{h^2 + 36} = 60 \Leftrightarrow h = 8 (cm).$$

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi (cm^3)$.

Câu 23: Đáp án A.

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{t^2}{2} + C$.

Theo giả thiết, ta có $v(0) = 2 \Rightarrow C = 2$. Khi đó $v(t) = t^3 + \frac{t^2}{2} + 2$.

Sau khi chuyển động với gia tốc $a(t)$ được 2s, vận tốc của vật là $v(2) = 12 (m/s)$.

Câu 32: Đáp án D.

Xét hàm số $f(x) = 2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2016^x + 2017^x + x - 2016$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có

$$f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 + 3^x \cdot \ln 3 + 4^x \cdot \ln 4 + \dots + 2016^x \cdot \ln 2016 + 2017^x \cdot \ln 2017 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, hay phương trình $f(x) = 0$ có không quá một nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $f(0) = 0$ nên $x = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Câu 33: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = \int_3^5 \frac{x(x+1) + 1}{x + 1} dx = \int_3^5 \left(x + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x+1| \right) \Big|_3^5 = 8 + \ln \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } a = 8, b = 3 \Rightarrow S = a - 2b = 2.$$

Câu 34: Đáp án A.

$$\text{Ta có } z = \frac{m+i}{m-i} = \frac{(m+i)^2}{(m-i)(m+i)} = \frac{m^2 - 1 + 2mi}{m^2 + 1} = \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} + \frac{2m}{m^2 + 1}i$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$$

Câu 37: Đáp án C.

$$\text{Phương trình } \log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x + \frac{\log x}{\log 3} \cdot \log 3^3 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log x - 4 = 0 \Leftrightarrow (\log x - 1)(\log x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x_1 = 1 \\ \log x_2 = -4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A = \log x_1 + \log x_2 = 1 - 4 = -3.$$

Câu 38: Đáp án A.

Dễ thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; 2)$ (hình vẽ).

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	-	+
$f(x)$			CT		

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 1)$ và $(2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 2)$. Vậy chỉ có phương án A đúng.

Câu 39: Đáp án D.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_{\frac{1}{2}}^k \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_{\frac{1}{2}}^k = \ln k + \ln 2 \text{ và } S_2 = \int_k^2 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_k^2 = \ln 2 - \ln k.$$

$$\text{Để } S_1 = 3S_2 \text{ thì } \ln k + \ln 2 = 3(\ln 2 - \ln k) \Leftrightarrow \ln k^2 = \ln 2 \Leftrightarrow k = \sqrt{2}.$$

Câu 40: Đáp án C.

Công thức cần nhớ: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2.$

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \cdot 2017^2 \cdot \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow \log_a 2019 + 2^3 \log_a 2019 + 3^3 \log_a 2019 + \dots + n^3 \log_a 2019 = 1008^2 \cdot 2017^2 \cdot \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 1008^2 \cdot 2017^2 \Leftrightarrow (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = 1008^2 \cdot 2017^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 1008^2 \cdot 2017^2 \Leftrightarrow n(n+1) = 2 \cdot 1008 \cdot 2017 = 2016(2016+1)$$

$$\Leftrightarrow n = 2016.$$

Câu 41: Đáp án A.

Đặt $\sin 3x = t \Rightarrow 3 \cos 3x dx = dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) \cdot \cos 3x dx = \frac{1}{3} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = 3.$$

Câu 42: Đáp án D.

Ban đầu, thể tích lượng nước trong cốc là $V_1 = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi (cm^3)$.

Sau khi thả 5 viên bi hình cầu bán kính $1 (cm)$ vào cốc nước, thì thể tích mới là:

$$V' = V_1 + V_2 = 90\pi + 5 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{290}{3} \pi (cm^3).$$

Giả sử lúc này, mực nước trong cốc

cách đáy cốc một đoạn bằng h , thì ta có: $V' = \pi \cdot 3^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V'}{9\pi} = \frac{290}{27} (cm).$

Vậy sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc một đoạn bằng

$$15 - \frac{290}{27} \approx 4,26 (cm).$$

Câu 46: Đáp án D.

Gọi chiều cao của hố ga là $h (cm)$, chiều dài và chiều rộng đáy lần lượt là $x (cm), y (cm)$.

$$\text{Từ giả thiết, ta có } \begin{cases} xyh = 3200 (cm^3) \\ \frac{h}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy^2 = 1600 \\ h = 2y \end{cases}$$

Để khi xây tiết kiệm nguyên liệu nhất, thì diện tích xây hố S phải nhỏ nhất.

$$\text{Mà } S = 2xh + 2yh + xy = \frac{16000}{h} + h^2 = \frac{8000}{h} + \frac{8000}{h} + h^2 \geq 3\sqrt{\frac{8000}{h} \cdot \frac{8000}{h} \cdot h^2} = 1200$$

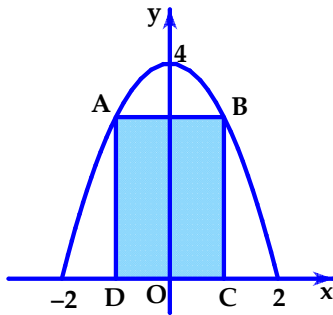
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{8000}{h} = h^2 \Leftrightarrow h = 20 (cm), y = 10 (cm), x = 16 (cm)$. Khi đó diện tích của đáy hố ga là $S_{\text{đáy}} = xy = 160 (cm^2)$.

Câu 48: Đáp án C.

Gắn vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Pano trưng bày ảnh có dạng một Parabol $(P): ax^2 + bx + c, (a < 0)$.

Ta thấy, (P) đi qua ba điểm $(-2; 0), (2; 0), (0; 4)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): y = 4 - x^2.$$



$$\text{Diện tích của pano là } S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3} (m^2).$$

$$\text{Giả sử } C(x_0; 0), (0 < x_0 < 2) \Rightarrow D(-x_0; 0), A(-x_0; 4 - x_0^2), B(x_0; 4 - x_0^2).$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật } ABCD \text{ là: } S_1 = AB \cdot BC = 2x_0 (4 - x_0^2) (m^2).$$

$$\text{Diện tích phần còn lại (phần dán hoa văn) là: } S_2 = S - S_1 = \frac{32}{3} - 8x_0 + 2x_0^3 (m^2).$$

Để chi phí dán hoa văn trên pano là thấp nhất thì S_2 đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Xét hàm số } f(x_0) = \frac{32}{3} - 8x_0 + 2x_0^3 \text{ trên } (0; 2).$$

$$\text{Ta có } f'(x_0) = 6x_0^2 - 8; f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \in (0; 2). \text{ Lập bảng biến thiên của}$$

$$\text{hàm số } f(x_0) \text{ trên } (0; 2), \text{ ta được } \min f(x_0) = f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}.$$

Vậy $\min S_2 = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} (m^2)$ và chi phí thấp nhất cần dùng cho việc hoàn tất dán hoa văn trên pano là $T = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \cdot 100000 \approx 451000$ (đồng).

Câu 49: Đáp án D.

Phương trình mặt phẳng $(Oxy): z = 0$. Đặt $f(x; y; z) = z$.

Ta thấy $f(1; -1; 1) \cdot f(0; 1; -2) = 1 \cdot (-2) = -2 < 0$ nên hai điểm A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Đường thẳng d qua A , vuông góc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình

$$\text{tham số là: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}). \text{ Gọi } I = d \cap (Oxy) \Rightarrow I(1; -1; 0).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) , khi đó I là trung điểm của AA' và $A'(1; -1; -1)$.

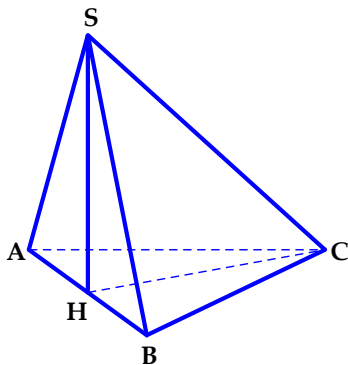
Với mọi điểm $M \in (Oxy)$, ta có $MA = MA'$.

Suy ra $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B = \sqrt{6}$. Vậy $|MA - MB|_{\max} = \sqrt{6}$ khi và chỉ khi ba điểm M, A', B thẳng hàng.

Câu 50: Đáp án C.

Công thức tính nhanh bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có mặt bên vuông góc với đáy: Gọi h là chiều cao của hình chóp, R_b, R_d lần lượt là bán kính của đường tròn ngoại tiếp mặt bên và mặt đáy, x là độ dài giao tuyến của mặt bên và mặt đáy thì:

$$R = \sqrt{R_b^2 + R_d^2 - \frac{x^2}{4}}.$$



Ta có ΔSAB vuông cân tại S , gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp (ABC)$ và SH là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB .

ΔABC vuông cân tại C , $CA = a \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$. Do H là trung điểm AB nên CH là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Do đó: $SH = CH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Áp dụng công thức, ta tính được bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$$\text{là: } R = \sqrt{SH^2 + CH^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$