

CỤM CHUYÊN MÔN 6 – SỞ GD&ĐT TP.HCM

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^2$ B. $y = \frac{1}{x}$
C. $y = x^3 - 3x$ D. $y = x^3 - x^2 + x$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d: $\frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy

- A. $\begin{cases} x = 3 - 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 11 + 9t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 3: Tìm các căn bậc hai của -12 trong tập số phức $\mathbb{C}$

- A. $\pm 4\sqrt{3}i$ B. $\pm 2\sqrt{3}i$ C. $\pm 2\sqrt{2}i$ D. $\pm 3\sqrt{2}i$

Câu 4: Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây đúng

- A. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$ B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$
C. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$ D. $I = \int u^5 du$

Câu 5: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$; $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó

- A. $R = 3$ B. $R = 2$ C. $R = 4$ D. $R = 5$

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2x+3}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. $y = -\frac{3}{2}$ B. $y = \frac{2}{3}$ C. $y = \frac{3}{2}$ D. $y = -\frac{3}{2}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + x - y + z - 1 = 0$ cắt mặt phẳng Oxy theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn này.

- A. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{3}$

- C. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $I(-1; 1; 0), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến

- A. $-2x + 4y + z - 12 = 0$ B. $2x - 4y - z - 12 = 0$
C. $2x - 4y - z + 10 = 0$ D. $-2x + 4y + z + 11 = 0$

Câu 9: Cho $\int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \ln 2$. Khi đó giá trị của m là:

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = 2$
C. $m = 4$ D. $m = 0, m = 4$

Câu 10: Cho $\log_{ab} a = 4$. Tính $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$

- A. $\frac{17}{6}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{15}{2}$ D. $\frac{13}{3}$

Câu 11: Cho $\log_3(\log_2 a) = 0$. Tính a

- A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ C. 2 D. 3

Câu 12: Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 5$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(-\infty; -3)$ D. $(-1; 5)$

Câu 13: Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (T)

- A. $4\pi R^2$ B. πR^2 C. $2\pi R^2$ D. $\frac{4\pi R^2}{3}$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $3x + y - 3 = 0$, (Q): $2x + y + z - 3 = 0$

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 15: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB=3, AD=4, AA'=5$.

- A. 12 B. 20 C. 10 D. 60

Câu 16: Cho $a^{2b}=5$. Tính $2.a^{6b}$

- A. 120 B. 250 C. 15 D. 125

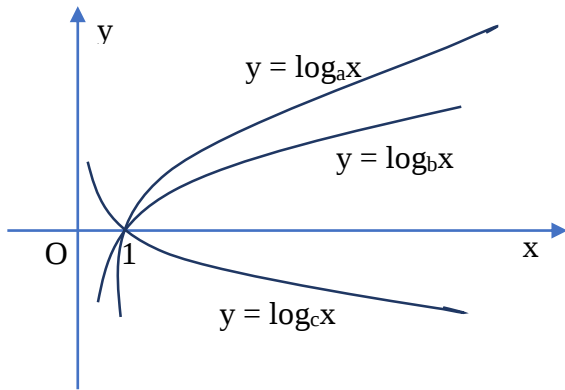
Câu 17: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABC), (A'BC)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C'

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 18: Tính tích phân $\int_1^e (x+1)\ln x dx$

- A. $\frac{e^2+5}{4}$ B. $\frac{e^2-5}{2}$ C. $\frac{e^2+5}{2}$ D. $\frac{e^2-5}{4}$

Câu 19: Từ các đồ thị $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ đã cho ở hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng



- A. $0 < a < b < 1 < c$ B. $0 < c < 1 < a < b$
C. $0 < c < a < 1 < b$ D. $0 < c < 1 < b < a$

Câu 20: Cho các số phức $z_1=2-3i, z_2=1+4i$.

Tìm số phức liên hợp với số phức $z_1 z_2$

- A. $-14-5i$ B. $-10-5i$
C. $-10+5i$ D. $14-5i$

Câu 21: Giải bất phương trình $\log_3(2x-3) > 2$.

- A. $x > \frac{3}{2}$ B. $x > 6$
C. $3 < x < 6$ D. $\frac{3}{2} < x < 6$

Câu 22: Tính tổng các nghiệm của phương trình

$$2^{\log_8(x^2-6x+9)} = 3^{2\log_x \sqrt{x}-1}$$

- A. 9 B. 6 C. 8 D. 3

Câu 23: Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số

$$f(x) = e^x(1-3e^{-2x})$$

- A. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C$ B. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C$
C. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C$ D. $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C$

Câu 24: Phương trình $\log_5(x+10) = \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \frac{1}{5}$ có

nghiệm $x=a$. Khi đó đường thẳng $y=ax+1$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. (4;-1) B. (2;3) C. (-1;-14) D. (-3;5)

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=2|z|$ và $\text{Max}|z-1+2i|=a+b\sqrt{2}$. Tính $a+b$.

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 3 D. $\frac{4}{3}$

Câu 26: Gọi F(x) là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \cos 5x \cos x \text{ thỏa mãn } F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0. \text{ Tính}$$

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$ B. 0 C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$

$$\text{và đường thẳng } (d): \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Đường thẳng}$$

(d) cắt (S) tại hai điểm phân biệt A và B. Tính độ dài đoạn AB?

- A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$ B. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$ C. $\frac{\sqrt{29}}{29}$ D. $\frac{2\sqrt{17}}{17}$

Câu 28: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên R?

A. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{\pi}{2e}\right)^x$

C. $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$

Câu 29: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

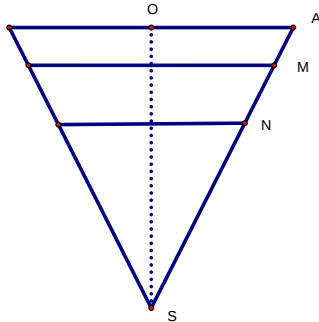
Câu 30: Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 31: Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh S phía dưới (hình vẽ), đường sinh $SA = 27$ mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm

vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh S. Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm M thuộc SA thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm N thuộc SA thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn MN.

(Hình vẽ 4: Thiết diện qua trục của hình nón nước)



- A. $27(\sqrt[3]{2}-1)m$ B. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{4}-1)m$
C. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{2}-1)m$ D. $9\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{2}-1)m$

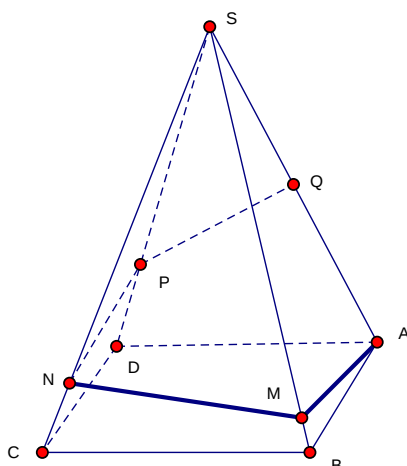
Câu 32: Cho $\log_3 a = \log_4 b = \log_{12} c = \log_{13} (a+b+c)$.

Hỏi $\log_{abc} 144$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $\left\{\frac{7}{8}; \frac{8}{9}; \frac{9}{10}\right\}$ B. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right\}$
C. $\left\{\frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}\right\}$ D. $\{1; 2; 3\}$

Câu 33: Bên cạnh con đường trước khi vào thành phố người ta xây một ngọn tháp đèn lồng lấy. Ngọn tháp hình tứ giác đều S.ABCD cạnh bên SA = 600 mét, $\angle ASB = 15^\circ$. Do có sự cố đường dây điện tại điểm Q (là trung điểm của SA) bị hỏng, người ta tạo ra một con đường từ A đến Q gồm bốn đoạn thẳng: AM, MN, NP, PQ (hình vẽ). Để tiết kiệm kinh phí, kỹ sư đã nghiên cứu và có được chiều dài con đường từ A đến Q ngắn nhất.

Tính tỷ số $k = \frac{AM+MN}{NP+PQ}$.



- A. $k = \frac{3}{2}$ B. $k = \frac{4}{3}$ C. $k = \frac{5}{3}$ D. $k = 2$

Câu 34: Cho hình chóp SABC, $SA = 4, SB = 5, SC = 6; \angle ASB = \angle BSC = 45^\circ, \angle CSA = 60^\circ$. Các điểm M, N, P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BN}; \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp S.MNP

- A. $\frac{128\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{35}{8}$ C. $\frac{245}{32}$ D. $\frac{35\sqrt{2}}{8}$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 36: Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$. Tính $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

- A. 244 B. 247 C. 245 D. 246

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1), B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$

- A. $S = -2$ B. $S = 2$ C. $S = -4$ D. $S = -12$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, $A(0;-1;2)$ và $B(1;0;-2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a;b;c)$ trên $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x - y - 2z - 6 = 0$. Tính $S = a + b + c$

- A. $3 + \sqrt{2}$ B. $5 + \sqrt{3}$ C. 0 D. $4 + \sqrt{3}$

Câu 39: Cho số phức $z = x + yi; x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$. Tính $T = (z-2)^2 + (4-z)^2$

- A. 2 B. 4 C. 0 D. 1

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ

- A. $m = 2$
B. $m = -2$ hoặc $m = 2$
C. Không có giá trị m nào
D. $m = -2$

Câu 41: Cho n là số tự nhiên sao cho

$$\int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = -\frac{1}{20}.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx$$

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{20}$

Câu 42: Tính tổng các hoành độ của những điểm thuộc đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cách đều hai điểm $A(12;1), B(-6;3)$

- A. 2 B. 0 C. 4 D. 3

Câu 43: Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 3x - 1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $yy'' + (y')^2 = 0$ B. $yy'' + (y')^2 = 2$
C. $yy'' + (y')^2 = 1$ D. $yy'' + (y')^2 = 4$

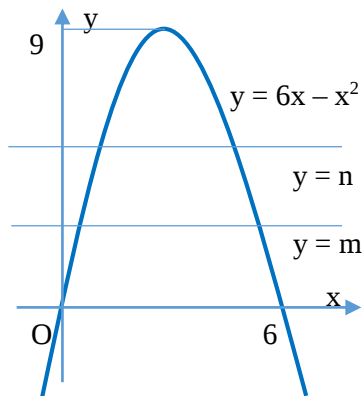
Câu 44: Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $\sqrt{2}|z_1| = \sqrt{2}|z_2| = |z_1 - z_2| = 6\sqrt{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$

- A. $6\sqrt{2+\sqrt{2}}$ B. $3\sqrt{2+\sqrt{3}}$
C. $6\sqrt{2+\sqrt{3}}$ D. $\frac{9}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) qua hai điểm $M(1;8;0), C(0;0;3)$ cắt các nửa trục dương Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho OG nhỏ nhất (G là trọng tâm tam giác ABC). Biết $G(a;b;c)$, tính $P = a + b + c$

- A. 12 B. 6 C. 7 D. 3

Câu 46: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) của hàm số $y = 6x - x^2$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m, y = n$ chia hình (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $P = (9 - m)^3 + (9 - n)^3$



- A. $P = 405$ B. $P = 409$ C. $P = 407$ D. $P = 403$

Câu 47: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = BB' = a; BAC = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABC), (AB'I)$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{12}$ D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$

Câu 48: Ông A vay ngân hàng T (triệu đồng) với lãi suất 12% năm. Ông A thỏa thuận với ngân hàng cách thức trả nợ như sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng. Nhưng cuối tháng thứ ba kể từ lúc vay ông A mới hoàn nợ lần thứ nhất, cuối tháng thứ tư ông A hoàn nợ lần thứ hai, cuối tháng thứ năm ông A hoàn nợ lần thứ ba (hoàn hết nợ). Biết rằng số tiền hoàn nợ lần thứ hai gấp đôi số tiền hoàn nợ lần thứ nhất và số tiền hoàn nợ lần thứ ba bằng tổng số tiền hoàn nợ của hai lần trước. Tính số tiền ông A đã hoàn nợ ngân hàng lần thứ nhất

- A. $\frac{T(1+0.01)^5}{(2.01)^2 + 2}$ B. $\frac{T(1+0.01)^5}{(1.01)^2 + 5}$
C. $\frac{T(1+0.01)^5}{6}$ D. $\frac{T(1+\frac{5}{100})}{6}$

Câu 49: Cho số phức z có $|z| = 4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

- A. 4 B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. $4\sqrt{2}$

Câu 50: Cho hàm số:

$$y = x^3 - 3(m^2 + 3m + 3)x^2 + 3(m^2 + 1)^2x + m + 2.$$

Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $(-1; +\infty)$ D. $(-3; 2)$

ĐÁP ÁN

1.D	6.C	11.C	16.B	21.B	26.C	31.C	36.D	41.A	46.A
2.D	7.A	12.A	17.A	22.B	27.B	32.B	37.D	42.B	47.D
3.B	8.B	13.A	18.A	23.B	28.C	33.D	38.C	43.B	48.A
4.C	9.C	14.D	19.B	24.C	29.D	34.B	39.C	44.C	49.A
5.C	10.A	15.D	20.D	25.A	30.D	35.C	40.D	45.B	50.A

ĐÁP ÁN

1D	2D	3B	4C	5C	6C	7A	8B	9C	10A
11C	12A	13A	14D	15D	16B	17A	18A	19B	20D
21B	22B	23B	24C	25A	26C	27B	28C	29D	30D
31C	32B	33D	34B	35C	36D	37D	38C	39C	40D
41A	42B	43B	44C	45B	46A	47D	48A	49A	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

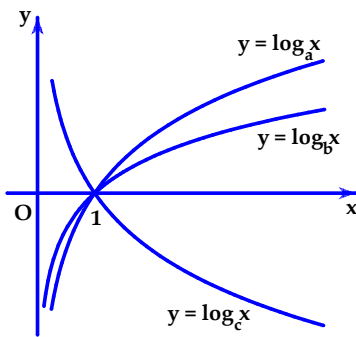
Câu 9: Đáp án C.

Đặt $e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=\ln m \Rightarrow t=m \end{cases}$

$$\text{Ta có } \int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \int_1^m \frac{dt}{t+2} = \ln|t+2| \Big|_1^m = \ln|m+2| - \ln 3.$$

$$\text{Từ giả thiết: } \int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \ln 2 \Leftrightarrow \ln|m+2| - \ln 3 = \ln 2 \Leftrightarrow \ln|m+2| = \ln 6 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 19: Đáp án B.



Quan sát hình bên, ta thấy:

– Hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, khi đó $a, b > 1$.

– Hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $0 < c < 1$.

Như vậy $0 < c < 1 < a, b$. Ta loại ngay được A và C.

– Với mọi điểm $x_0 > 1$, thì ta có:

$$\log_a x_0 > \log_b x_0 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_{x_0} a} > \frac{1}{\log_{x_0} b} \Leftrightarrow \log_{x_0} a < \log_{x_0} b \Leftrightarrow a < b.$$

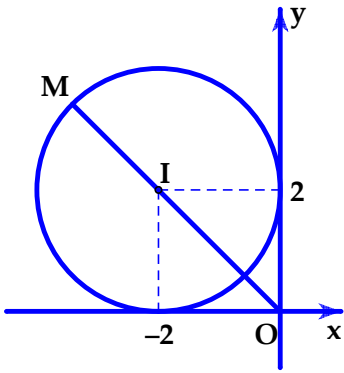
Vậy $0 < c < 1 < a < b$.

Câu 22: Đáp án B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ 0 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

$$\text{Phương trình } 2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{\log_x x - 1} = 1 \Leftrightarrow \log_8(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } x_1 + x_2 = 6.$$



Câu 25: Đáp án A.

Đặt $w = z - 1 + 2i$. Khi đó $|z - 3| = 2|z| \Leftrightarrow |w - 2 - 2i| = 2|w + 1 - 2i|$ (1)

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ thì (1) $\Leftrightarrow |(x - 2) + (y - 2)i| = 2|(x + 1) + (y - 2)i|$

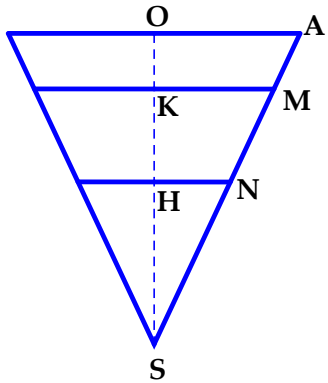
$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4(x + 1)^2 + 4(y - 2)^2 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Suy ra tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $I(-2; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có $|w| = |z - 1 + 2i| = \sqrt{x^2 + y^2} = OM$, khi đó $|w|_{\max} = OM_{\max} = OI + R = 2 + 2\sqrt{2}$.

Vậy $a = b = 2 \Rightarrow a + b = 4$.

Câu 31: Đáp án C.



Gọi thể tích nước trong bể khi đầy là $V(m^3)$.

Sau lần xả thứ nhất, thể tích nước còn lại trong bể là:

$V_1 = \frac{2}{3}V \Leftrightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{2}{3} = \frac{\pi \cdot KM^2 \cdot SK}{\pi \cdot OA^2 \cdot SO} = \left(\frac{SM}{SA}\right)^3, \left(\text{do } \frac{KM}{OA} = \frac{SK}{SO} = \frac{SM}{SA}\right)$

Suy ra $\frac{SM}{SA} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \Rightarrow SM = 27\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = 9\sqrt[3]{18}(m)$.

Sau lần xả thứ hai, thể tích nước còn lại trong bể là:

$V_2 = \frac{1}{3}V \Leftrightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{1}{3} = \frac{\pi \cdot HN^2 \cdot SH}{\pi \cdot OA^2 \cdot SO} = \left(\frac{SN}{SA}\right)^3, \left(\text{do } \frac{HN}{OA} = \frac{SH}{SO} = \frac{SN}{SA}\right)$.

Suy ra $\frac{SN}{SA} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \Rightarrow SN = \frac{27}{\sqrt[3]{3}} = 9\sqrt[3]{9}(m)$.

Vậy $MN = SM - SN = 9\sqrt[3]{18} - 9\sqrt[3]{9} = 9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{2} - 1)(m)$.

Câu 32: Đáp án B.

Đặt $\log_3 a = \log_4 b = \log_{12} c = \log_{13}(a + b + c) = t$ thì $\begin{cases} a = 3^t \\ b = 4^t \\ c = 12^t \\ a + b + c = 13^t \end{cases}$

Suy ra $3^t + 4^t + 12^t = 13^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{13}\right)^t + \left(\frac{4}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t = 1$ (1)

Xét hàm số $f(t) = \left(\frac{3}{13}\right)^t + \left(\frac{4}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t$ trên $\mathbb{R}$.

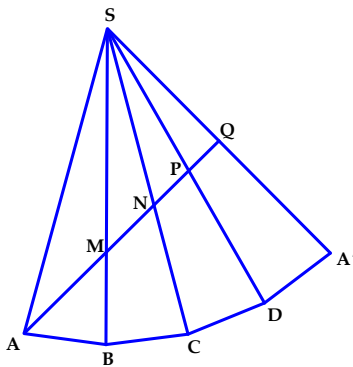
Ta có $f'(t) = \left(\frac{3}{13}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{3}{13}\right) + \left(\frac{4}{13}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{4}{13}\right) + \left(\frac{12}{13}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{12}{13}\right) < 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó phương trình $f(t) = 1$ có không quá một nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $f(2) = 1$ nên phương trình (1) có đúng một nghiệm $t = 2$.

Với $t = 2$ thì $a = 9, b = 16, c = 144$. Vậy $\log_{abc} 144 = \frac{1}{2}$.

Câu 33: Đáp án D.

Dàn bốn mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ ra mặt phẳng, ta được hình bên.



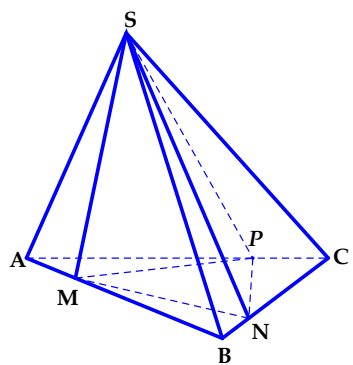
Từ giả thiết, ta có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSD} = \widehat{DSA'} = 15^\circ$ (trong đó A' trùng với A trong không gian). Suy ra $\widehat{ASA'} = 60^\circ$ và $\widehat{ASC} = \widehat{CSA'} = 30^\circ \Rightarrow SN$ là đường phân giác của $\widehat{SAQ}$. Suy ra $\frac{NA}{NQ} = \frac{SA}{SQ} = \frac{SA'}{SQ} = 2$.

Con đường từ A đến Q là ngắn nhất khi và chỉ khi năm điểm A, M, N, P, Q thẳng hàng (trong mặt phẳng). Khi đó $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ} = \frac{AN}{NQ} = 2$.

Câu 34: Đáp án B.

Công thức tính nhanh thể tích khối chóp tam giác: Hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ và $\widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma$ thì ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma} \quad (1)$$



$$\text{Ta có } \frac{S_{\triangle AMP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AM \cdot AP \cdot \sin A}{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AP}{AC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \Rightarrow S_{\triangle AMP} = \frac{3}{16} S_{\triangle ABC}.$$

$$\text{Tương tự, ta cũng có } S_{\triangle BMN} = \frac{3}{16} S_{\triangle ABC}, S_{\triangle CNP} = \frac{3}{16} S_{\triangle ABC}.$$

$$\text{Suy ra } S_{\triangle MNP} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMP} - S_{\triangle BMN} - S_{\triangle CNP} = S_{\triangle ABC} - 3 \cdot \frac{3}{16} S_{\triangle ABC} = \frac{7}{16} S_{\triangle ABC}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{7}{16} V_{S.ABC}.$$

Áp dụng công thức (1), ta tính được:

$$V_{S.ABC} = \frac{4.5.6}{6} \sqrt{1 - \cos^2 45^\circ - \cos^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ + 2 \cos 45^\circ \cdot \cos 45^\circ \cdot \cos 60^\circ} = 10.$$

$$\text{Vậy } V_{S.MNP} = \frac{7}{16} V_{S.ABC} = \frac{7}{16} \cdot 10 = \frac{35}{8} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 36: Đáp án D.

$$\text{Ta có } F'(x) = (3ax^2 + 2bx + c)e^x + (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$$

$$\Rightarrow F'(x) = [ax^3 + (3a + b)x^2 + (2b + c)x + c + d]e^x.$$

$$\text{Do } \int f(x)dx = F(x) \text{ nên } F'(x) = f(x)$$

$$\Leftrightarrow [ax^3 + (3a + b)x^2 + (2b + c)x + c + d]e^x = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 3a + b = 9 \\ 2b + c = -2 \\ c + d = 5 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } a = 2, b = 3, c = -8, d = 13. \text{ Vậy } a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 246.$$

Câu 39: Đáp án C.

$$\text{Ta có } z^3 = (x + yi)^3 = x^3 + 3x^2yi + 3x(yi)^2 + (yi)^3 = (x^3 - 3xy^2) + (3x^2y - y^3)i$$

$$\text{Từ giả thiết, suy ra: } (x^3 - 3xy^2) + (3x^2y - y^3)i = 18 + 26i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases} (1)$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - 3xy^2}{3x^2y - y^3} = \frac{18}{26} = \frac{9}{13} \Leftrightarrow 13x^3 - 27x^2y - 39xy^2 + 9y^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3y)(13x^2 + 12xy - 3y^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ x = \frac{-6 \pm 5\sqrt{3}}{13} \end{cases}$$

Với $x = 3y$ thay vào phương trình, ta được:

$$3(3y)^2y - y^3 = 26 \Leftrightarrow y^3 = 1 \Leftrightarrow y = 1, x = 3. \text{ Khi đó } T = (z - 2)^2 + (4 - z)^2 = 0. \text{ Ta chọn ngay phương án C có kết quả thỏa mãn.}$$

Câu 41: Đáp án A.

$$\text{Đặt } x^2 - 1 = t \Rightarrow x^2 = t + 1 \Rightarrow 2xdx = dt. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = -1 \\ x = 1 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 t^n dt = \frac{t^{n+1}}{2(n+1)} \Big|_{-1}^0 = -\frac{(-1)^{n+1}}{2(n+1)}.$$

$$\text{Từ giả thiết, ta có } -\frac{(-1)^{n+1}}{2(n+1)} = -\frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{(-1)^{n+1}}{2(n+1)} = \frac{1}{20} \Leftrightarrow n = 9.$$

$$\text{Khi đó } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x \cos x dx = \frac{1}{10}.$$

Câu 44: Đáp án C.

Chọn $z_1 = 6, z_2 = 6i$. Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } P = |z| + |z - z_1| + |z - z_2| = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - 6)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y - 6)^2}$$

STUDY TIP

Bất đẳng thức Minkowski bậc 2: Cho các số thực không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$ và $b_1, b_2, \dots, b_n$. Ta có:

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2} \geq \sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 + \dots + (a_n + b_n)^2}$$

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 + y^2} \geq \frac{x + y}{\sqrt{2}} \text{ và } \sqrt{(x - 6)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y - 6)^2} \geq \sqrt{(x + y - 12)^2 + (x + y)^2}$$

$$\text{Suy ra } P \geq \frac{x + y}{\sqrt{2}} + \sqrt{(x + y - 12)^2 + (x + y)^2}. \text{ Đặt } t = x + y.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t}{\sqrt{2}} + \sqrt{(t - 12)^2 + t^2};$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2t - 12}{\sqrt{(t - 12)^2 + t^2}}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6 - 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Lập bảng biến thiên, ta được } f(t) \geq f(6 - 2\sqrt{3}) = 3(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 6\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } \min P = 6\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$$

Câu 45: Đáp án B.

Giả sử $A(m; 0; 0), B(0; n; 0) (m, n > 0)$. Suy ra $G\left(\frac{m}{3}; \frac{n}{3}; 1\right)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (ABC): \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{3} = 1.$$

$$\text{Do } M(1; 8; 0) \in (ABC) \text{ nên ta có } \frac{1}{m} + \frac{8}{n} = 1 \Leftrightarrow n = \frac{8m}{m - 1} > 0 \Rightarrow m > 1.$$

$$\text{Khi đó } OG = \sqrt{\frac{m^2}{9} + \frac{n^2}{9} + 1} = \frac{1}{3} \sqrt{m^2 + \left(\frac{8m}{m - 1}\right)^2 + 9}$$

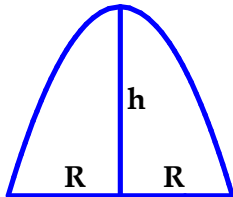
Xét hàm số $f(x) = x^2 + \left(\frac{8x}{x-1}\right)^2$ trên $(1; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 2x - \frac{128x}{(x-1)^3}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$. Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 5$. Hay $f(x) \geq f(5) = 125$.

$$\text{Vậy } OG = \frac{1}{3} \sqrt{m^2 + \left(\frac{8m}{m-1}\right)^2} + 9 \geq \frac{1}{3} \sqrt{125 + 9} = \frac{\sqrt{134}}{3}.$$

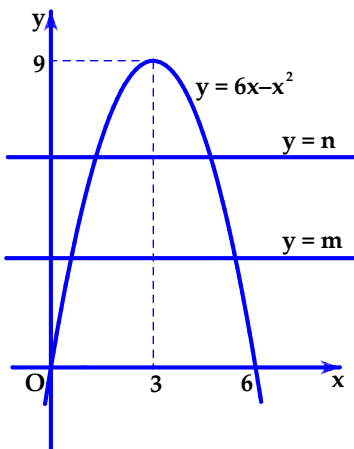
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = 5, n = \frac{8.5}{5-1} = 10$, hay $G\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}; 1\right)$.

Khi đó $a = \frac{5}{3}; b = \frac{10}{3}; c = 1 \Rightarrow a + b + c = 6$.



Câu 46: Đáp án A.

Công thức tính diện tích của hình Parabol có độ dài cạnh đáy là $2R$ và chiều cao h (hình vẽ): $S = \frac{4}{3}Rh$ (*)



Áp dụng công thức (*), diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = 6x - x^2$ và trục Ox là $S = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 9 = 36$.

* Xét phương trình $6x - x^2 = n \Leftrightarrow x^2 - 6x + n = 0$ (1). Do đường thẳng $y = n$ cắt đồ thị hàm số $y = 6x - x^2$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta'_{(1)} = 9 - n > 0 \Leftrightarrow n < 9$. Khi đó $x_1 = 3 - \sqrt{9 - n}$ và $x_2 = 3 + \sqrt{9 - n}$.

Áp dụng công thức (*), diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = n$ và $y = 6x - x^2$ là: $S_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} \cdot (9 - n) = \frac{4}{3} (9 - n) \sqrt{9 - n} = \frac{S}{3} = 12 \Leftrightarrow (9 - n)^3 = 81$.

* Tương tự như trên thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = m$ và $y = 6x - x^2$ là: $S_2 = \frac{4}{3} (9 - m) \sqrt{9 - m} = \frac{2S}{3} = 24 \Leftrightarrow (9 - m)^3 = 324$.

Vậy $P = (9 - m)^3 + (9 - n)^3 = 324 + 81 = 405$.

Câu 48: Đáp án A.

Từ giả thiết, lãi suất hàng tháng mà ông A vay ngân hàng là 1%.

Đến cuối tháng thứ ba, ông A nợ ngân hàng $T(1,01)^3$ (triệu đồng).

Do cuối tháng thứ 3 kể từ ngày vay, ông A mới bắt đầu hoàn nợ X triệu đồng. Như vậy, ông còn nợ ngân hàng $T(1,01)^3 - X$ (triệu đồng).

Cuối tháng thứ tư, ông A nợ ngân hàng $(T(1,01)^3 - X) \times 1,01 = T(1,01)^4 - 1,01X$ (triệu đồng). Hoàn nợ lần 2 là $2X$ triệu đồng nên số tiền ông còn nợ là:

$$T(1,01)^4 - 1,01X - 2X.$$

Tương tự, đến cuối tháng thứ năm, ông A hoàn nợ lần 3 với $3X$ triệu đồng nên số tiền còn nợ ngân hàng là: $T(1,01)^5 - (1,01)^2 X - 2X.1,01 - 3X$ (triệu đồng).

Từ giả thiết, ta có $T(1,01)^4 - (1,01)^2 X - 2X.1,01 - 3X = 0$

$$\Leftrightarrow X = \frac{T(1,01)^5}{(1,01)^2 + 2.1,01 + 3} = \frac{T(1+0,01)^5}{(2,01)^2 + 2} \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 49: Đáp án A.

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Từ $w = \bar{z} + 3i \Leftrightarrow \bar{z} = w - 3i = x + (y - 3)i$

Suy ra $z = x - (y - 3)i$ và $|z| = 4 \Leftrightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 16$. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(0;3)$, bán kính $R = 4$.

Câu 50: Đáp án A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m^2 + 3m + 3)x + 3(m^2 + 1)^2$. Đây là một tam thức bậc hai có biệt số $\Delta' = 9(m^2 + 3m + 3)^2 - 9(m^2 + 1)^2 = 9(3m + 2)(2m^2 + 3m + 4)$.

– Nếu $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{2}{3}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên hiển nhiên rằng hàm số cũng đồng biến trên $[1; +\infty)$.

– Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3} (*)$, thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_1 = \frac{3 - \sqrt{\Delta'}}{3}; x_2 = \frac{3 + \sqrt{\Delta'}}{3}$, với $\sqrt{\Delta'} = 3\sqrt{(3m + 2)(2m^2 + 3m + 4)}$.

Khi đó, $y' > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; x_1)$ và $(x_2; +\infty)$.

Để hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì $[1; +\infty) \subset (x_2; +\infty)$, hay $x_2 \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{3 + \sqrt{\Delta'}}{3} \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta'} \leq 0 : \text{mâu thuẫn với } (*).$$

Vậy các giá trị của m cần tìm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \subset (-\infty; 0)$