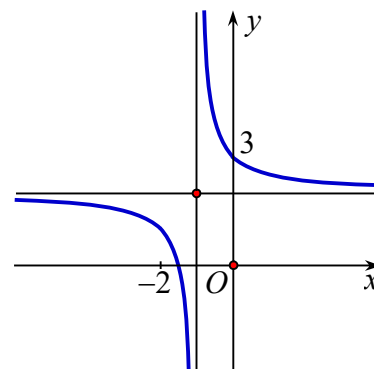


Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là

- A. $x=1$ và $y=2$.
C. $x=-1$ và $y=-2$.
B. $x=-1$ và $y=2$.
D. $x=1$ và $y=-2$.



Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$ $	$-$	
y	$+\infty$				1		$-\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points: from $+\infty$ at $x=-\infty$ to 0 at $x=-1$, from 0 at $x=-1$ to 1 at $x=0$, and from 1 at $x=0$ to $-\infty$ at $x=+\infty$.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
B. Hàm số có đúng một cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$.
D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1 .

Câu 3: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

- A. $y=2x^4+4x^2+1$. B. $y=x^4-2x^2-1$. C. $y=-x^4-2x^2-1$. D. $y=x^4+2x^2-1$.

Câu 4: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó tổng $M+m$ bằng:

- A. 16. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại ba điểm phân biệt

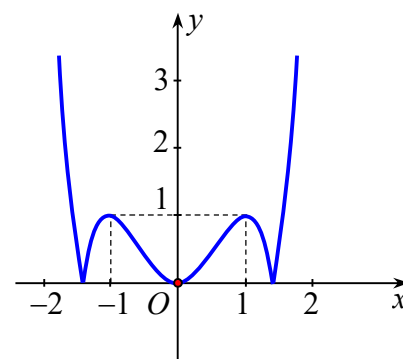
- A. $1 \leq m < 5$. B. $1 < m < 5$. C. $1 < m \leq 5$. D. $0 < m < 4$.

Câu 6: Phương trình tiếp tuyến đồ thị hàm số $y=x^3-x-1$ tại $M(0;-1)$ là

- A. $y=-x+1$. B. $y=-x-1$.
C. $y=2x+2$. D. $y=2x-1$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=|x^4-2x^2|$ tại 6 điểm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$.
B. $-1 < m < 0$.
C. $-1 < m < 1$.
D. $-1 \leq m \leq 1$.



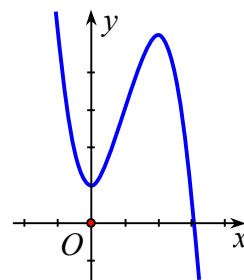
Câu 8: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x^4 + mx^2 + 2017$ (1) có đúng một cực tiểu.

- A. $m \in [0; 1]$. B. $m \in [1; +\infty)$. C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^3 - 3x + 4 \geq m(\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1)$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$.

- A. $m \in (-\infty; 0)$. B. $m \in (-\infty; 0]$. C. $m \in (-\infty; -1]$. D. $m \in (-\infty; 1]$.

Câu 12: Cho $\log_a b = \alpha$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $b = \alpha^a$. B. $b = a^\alpha$. C. $b = \alpha.a$. D. $a = b^\alpha$.

Câu 13: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $P = x^{\frac{1}{12}}$. B. $P = x^{\frac{5}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

Câu 14: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b < 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$. C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$. D. $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

- A. $[0; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -2) \cup [0; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_2(1-x)$. B. $y = 2017^{2-x}$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{x+1}$.

Câu 18: Cho số thực thỏa mãn $\alpha = \log_a x$; $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ được tính theo α, β bằng

- A. $\frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha + 2\beta}$. B. $\frac{2}{2\alpha + \beta}$. C. $\frac{\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$. D. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$.

Câu 19: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x-4)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4\left(\log_2 \sqrt{x}\right)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- A. $m \in (-\infty; 0]$. B. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$. C. $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

Câu 21: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

- A. 3 giờ 20 phút. B. 3 giờ 9 phút.
C. 3 giờ 40 phút. D. 3 giờ 2 phút.

Câu 22: Công thức nào sau đây sai?

- A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$. B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. D. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 23: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ và $F(-3) = 1$. Tính $F(0)$.

- A. $F(0) = \ln 2 + 1$. B. $F(0) = \ln 2 - 1$. C. $F(0) = \ln 2$. D. $F(0) = \ln 2 - 3$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;10]$, thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính giá

trị biểu thức $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$.

- A. $P = 4$. B. $P = 2$. C. $P = 10$. D. $P = 3$.

Câu 25: Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì I là

- A. $I = \int_1^2 (t^2 + t) dt$. B. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$.
C. $I = \int_1^2 (t^2 - t) dt$. D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.

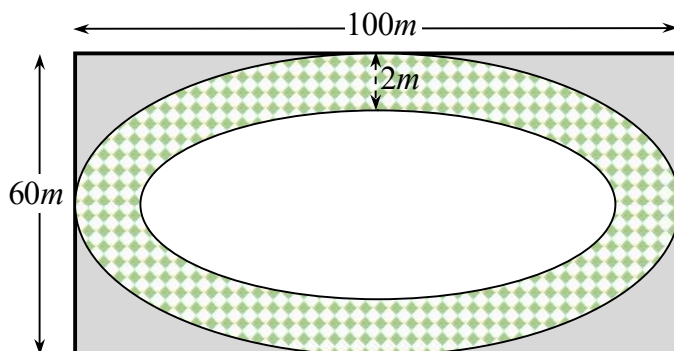
Câu 26: Kết quả của phép tính tích phân $\int_0^1 \ln(2x+1) dx$ được biểu diễn dạng $a \ln 3 + b$, khi đó giá trị của tích ab^3 bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$; $y = 2-x$ và $y = 0$.

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 28: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 và chiều rộng là 60m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2m. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 293904000. B. 283904000. C. 293804000. D. 283604000.

Câu 29: Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 25$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = \sqrt{7}$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 3i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2$ là

- A. 1. B. -1. C. -7. D. 7.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0$.

- A. $z = 4 + 3i$. B. $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$. C. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $z = 4 - 3i$.

Câu 32: Tìm số phức z thỏa mãn $zi + 2\bar{z} = 4 - 4i$.

- A. $z = 4 - 4i$. B. $z = 3 - 4i$. C. $z = 3 + 4i$. D. $z = 4 + 4i$.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

- A. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(\bar{z})[(3 + 4i)|z| - 4 + 3i] - 5\sqrt{2} = 0$. Giá trị của $|\bar{z}|$ là

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 1.

Câu 35: Khối hộp chữ nhật có ba cạnh xuất phát từ một đỉnh lần lượt có độ dài a, b, c . Thể tích khối hộp chữ nhật là

- A. $V = abc$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = \frac{1}{6}abc$. D. $V = \frac{4}{3}abc$.

Câu 36: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 37: Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{43\pi}{4}$. B. $\frac{43\pi}{36}$. C. $\frac{43\pi}{12}$. D. $\frac{4\pi a^3}{16}$.

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD , $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

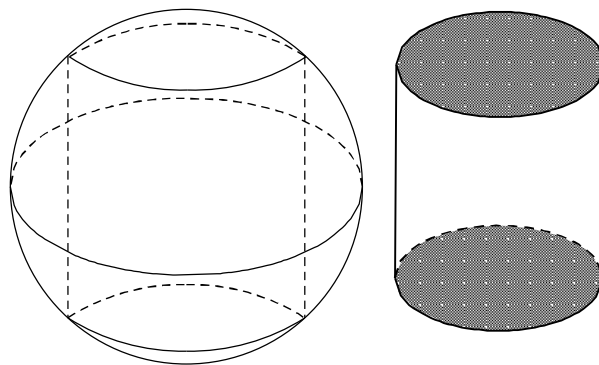
- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. B. $\frac{16\pi a^2}{9}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

Câu 41: Một công ty dự kiến làm một đường ống thoát nước thải hình trụ dài $1km$, đường kính trong của ống (không kể lớp bê tông) bằng $1m$; độ dày của lớp bê tông bằng $10cm$. Biết rằng cứ một khối bê tông phải dùng 10 bao xi măng. Số bao xi măng công ty phải dùng để xây dựng đường ống thoát nước gần đúng với số nào nhất?

- A. 3456 bao. B. 3450 bao. C. 4000 bao. D. 3000 bao.

Câu 42: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R , người thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.

- A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$. D. $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$.



Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 0; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 2; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 2)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(2; 1; 0)$. B. $N(0; -1; -2)$. C. $P(3; 1; 1)$. D. $Q(3; 2; 2)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(3; 2; -3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y - 2z - 5 = 0$. B. $2x + y - z - 5 = 0$. C. $x + y - 2z - 1$. D. $2x + y - z - 1$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P): x + my + (m^2 - 1)z - 7 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 10 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc (α) có phương trình là

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 1$. B. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

- A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$. B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{3}$ mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ O đến (α) đạt giá trị lớn nhất. Khi đó góc giữa mặt phẳng (α) và trục Ox là φ thỏa mãn:

- A. $\sin \varphi = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. B. $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sin \varphi = \frac{2}{3\sqrt{3}}$. D. $\sin \varphi = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 18 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là:

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

-----HẾT-----

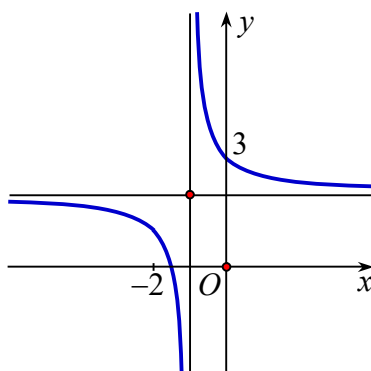
ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	B	C	B	B	A	C	A	B	D	B	B	A	A	A	C	D	D	D	B	A	A	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	A	C	A	B	D	C	D	A	A	A	C	A	D	A	B	B	C	A	A	B	C	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là



- A. $x=1$ và $y=2$. C. $x=-1$ và $y=-2$. B. $x=-1$ và $y=2$. D. $x=1$ và $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Nhìn vào đồ thị ta suy ra ngay tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng $x=-1$; $y=2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	$ $	$-$
y	$+\infty$		0	1		$-\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
 B. Hàm số có đúng một cực trị.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$.
 D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy chỉ có phát biểu C là đúng.

Câu 3: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

- A. $y=2x^4+4x^2+1$. B. $y=x^4-2x^2-1$. C. $y=-x^4-2x^2-1$. D. $y=x^4+2x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét đáp án A: ta có $y'=8x^3+8x=8x(x^2+1)$ (loại vì $y'=0$ chỉ có 1 nghiệm).

Xét đáp án B: ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$. Ở đây $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi đi qua các nghiệm đó nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Xét đáp án C: $y' = -4x^3 - 4x$ (loại vì $y' = 0$ chỉ có 1 nghiệm)

Xét đáp án D $y' = 4x^3 + 4x$ (loại vì $y' = 0$ chỉ có 1 nghiệm)

Cách khác: Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$ (chọn C).

Câu 4: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng:

A. 16.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Lúc đó $y(0) = 2$; $y(1) = 0$; $y(2) = 4$ nên $M = 4$; $m = 0$.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt

A. $1 \leq m < 5$.

B. $1 < m < 5$.

C. $1 < m \leq 5$.

D. $0 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét hàm $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 6: Phương trình tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 - x - 1$ tại $M(0; -1)$ là

A. $y = -x + 1$.

B. $y = -x - 1$.

C. $y = 2x + 2$.

D. $y = 2x - 1$.

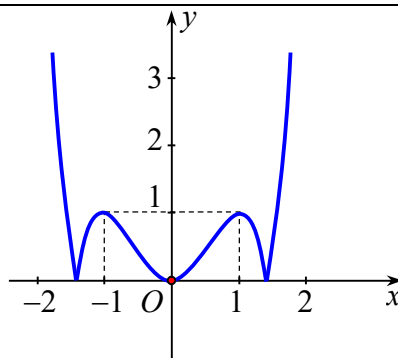
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 - 1 \Rightarrow y'(0) = -1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y = y'(0).(x - 0) - 1 = -x - 1$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2x^2|$ tại 6 điểm phân biệt.



- A. $0 < m < 1$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 < m < 1$. D. $-1 \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $|x^4 - 2x^2| = m$.

Dựa vào đồ thị ta có để đường thẳng cắt đồ thị tại 6 điểm phân biệt khi $0 < m < 1$.

Câu 8: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

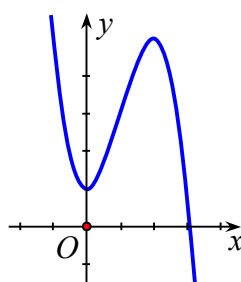
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 - \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} \right) = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1 \right) = +\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$. B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$. D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$$

Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 0 < x_2 \Rightarrow c = 0, b > 0$.

$$y(0) > 0 \Rightarrow d > 0.$$

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x^4 + mx^2 + 2017$ (1) có đúng một cực tiểu.

- A. $m \in [0; 1]$. B. $m \in [1; +\infty)$. C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

TH $a = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = x^2 + 2017$ có 1 cực tiểu.

TH $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. Hàm số có đúng 1 cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^3 - 3x + 4 \geq m(\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1)$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$.

- A. $m \in (-\infty; 0)$. B. $m \in (-\infty; 0]$. C. $m \in (-\infty; -1]$. D. $m \in (-\infty; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Nhận xét: $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1 > 0 \forall x \geq 1$,

$$\begin{aligned} x^3 - 3x + 4 &= x^3 + 1 + 1 - 3x + 2 \geq 3\sqrt[3]{1 \cdot 1 \cdot x^3} - 3x + 2 \geq 2 > 0 \forall x \geq 1, \\ 3x^2 - 3 &\geq 0 \forall x \geq 1. \end{aligned}$$

Ta có: $x^3 - 3x + 4 \geq m(\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1) \Leftrightarrow \frac{x^3 - 3x + 4}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1} \geq m$

Xét hàm số $y = \frac{x^3 - 3x + 4}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1}$ trên $[1, +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3x^2 - 3}{-\sqrt{x-1} + \sqrt{x} + 1} + \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(x^3 - 3x + 4)}{(-\sqrt{x-1} + \sqrt{x} + 1)^2} > 0, \forall x \geq 1$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1, +\infty)$ và $\min_{[1, +\infty)} y = y(1) = 1$

Do đó, bất phương trình $x^3 - 3x + 4 \geq m(\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 1)$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$ khi chỉ khi $m \leq 1$

Câu 12: Cho $\log_a b = \alpha$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $b = \alpha^a$. B. $b = a^\alpha$. C. $b = \alpha.a$. D. $a = b^\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Định nghĩa logarit trang 62 SGK 12.

Câu 13: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $P = x^{\frac{1}{12}}$. B. $P = x^{\frac{5}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } P = \left(x \cdot x^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}$$

Câu 14: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b < 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$ B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$ C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$ D. $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \log_a x$ (hình 33, 34) trang 76, ta suy ra được tính chất này.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -1$$

Câu 16: Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

- A. $[0; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -2) \cup [0; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2} \geq 0 \\ \frac{2-x}{x+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-x}{x+2} \leq 1 \\ \frac{2-x}{x+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty) \\ x \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0; 2)$$

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_2(1-x)$. B. $y = 2017^{2-x}$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)$ có TXĐ $D = (-\infty; 3)$

$$\text{Ta có } y' = \frac{(3-x)'}{(3-x) \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{-1}{(3-x) \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)} > 0, \forall x < 3$$

Câu 18: Cho số thực thỏa mãn $\alpha = \log_a x$; $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ được tính theo α, β bằng

- A. $\frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha + 2\beta}$. B. $\frac{2}{2\alpha + \beta}$. C. $\frac{\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$. D. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_{ab^2} x^2 = 2 \cdot \log_{ab^2} x$$

$$= \frac{2}{\log_x ab^2} = \frac{2}{\log_x a + \log_x b^2} = \frac{2}{\log_x a + 2\log_x b} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{2}{\log_b x}} = \frac{2}{\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$$

Câu 19: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x-4)$.

- A.** $S = (2; +\infty)$. **B.** $S = (1; +\infty)$. **C.** $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ $D = (1; +\infty)$

Ta có $\ln x^2 > \ln(4x-4) \Leftrightarrow x^2 > 4x-4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

Vậy tập nghiệm S của bất phương trình là $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A.** $m \in (-\infty; 0]$. **B.** $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$. **C.** $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Ta có $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m = 0$

Đặt $t = \log_2 x$, bài toán trở thành tìm m sao cho $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = -m$ có ít nhất một nghiệm $t < 0$

Đặt $f(t) = t^2 + t \Rightarrow f'(t) = 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$		$-$	0
		$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Để pt $t^2 + t = -m$ có ít nhất một nghiệm $t < 0$ thì $-m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$

Câu 21: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

- A.** 3 giờ 20 phút. **B.** 3 giờ 9 phút. **C.** 3 giờ 40 phút. **D.** 3 giờ 2 phút.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có : } 300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$$

Gọi thời gian cần tìm là t .

$$\text{Theo yêu cầu bài toán, ta có : } 200 = 100.e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{5 \cdot \ln 2}{\ln 3} \approx 3,15(h)$$

Vậy $t = 3$ giờ 9 phút

Câu 22: Công thức nào sau đây sai?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C.$

B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

D. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 23: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ và $F(-3) = 1$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = \ln 2 + 1.$

B. $F(0) = \ln 2 - 1.$

C. $F(0) = \ln 2.$

D. $F(0) = \ln 2 - 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn: không có đáp án đúng

$$F(x) = \int \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2| + C$$

$$\text{Có : } F(-3) = 1 \Leftrightarrow 1 = C \text{ hay } F(x) = \ln|x+2| + 1$$

Nhận xét: Hàm $f(x) = \frac{1}{x+2}$ không liên tục trên đoạn $[-3; 0]$ nên không tồn tại nguyên hàm trên đoạn đó.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$, thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính giá

trị biểu thức $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$

A. $P = 4.$

B. $P = 2.$

C. $P = 10.$

D. $P = 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Có: } \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$$

$$\text{Vậy } P = 7 - 3 = 4$$

Câu 25: Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì I là

A. $I = \int_1^2 (t^2 + t) dt.$

B. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt.$

C. $I = \int_1^2 (t^2 - t) dt.$

D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow x = t^2 - 1$$

Suy ra : $dx = 2t dt$

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 3 \Rightarrow t = 2$

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 \frac{t^2 - 1}{t + 1} 2t dt = \int_1^2 (t - 1) 2t dt = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt.$$

Câu 26: Kết quả của phép tính tích phân $\int_0^1 \ln(2x+1) dx$ được biểu diễn dạng $a \ln 3 + b$, khi đó giá trị của tích ab^3 bằng

A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 1.

D. $-\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_0^1 \ln(2x+1) dx = x \ln(2x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2x}{2x+1} dx = \ln 3 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right) dx \\ &= \ln 3 - \left(x - \frac{1}{2} \ln|2x+1|\right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - 1. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } a = \frac{3}{2}; b = -1. \text{ Vậy } ab^3 = -\frac{3}{2}.$$

Cách khác:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = x + \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 \ln(2x+1) dx = \left(\frac{2x+1}{2}\right) \ln(2x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 dx = \frac{3}{2} \ln 3 - x \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - 1$$

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$; $y = 2 - x$ và $y = 0$.

A. $\frac{2\pi}{3}$.

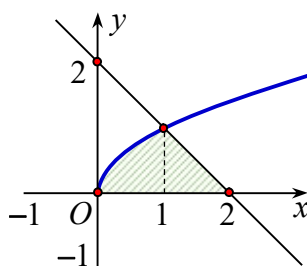
B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

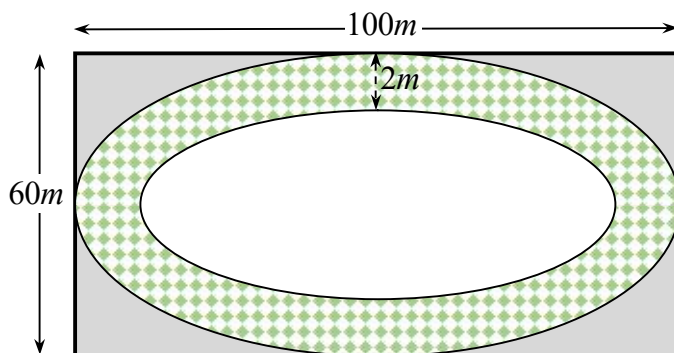


Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = \sqrt{x}$ và $y = 2 - x$ ta có

$$\sqrt{x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x = 1 \Rightarrow x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } V = \pi \int_0^1 x dx + \pi \int_1^2 (2 - x)^2 dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + \pi \frac{(2 - x)^3}{-3} \Big|_1^2 = \frac{5\pi}{6}.$$

Câu 28: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 và chiều rộng là 60m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2m. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 293904000.

B. 283904000.

C. 293804000.

D. 283604000.

Hướng dẫn giải

Chọ nA.

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ O vào tâm của hình Elip.

Phương trình Elip của đường viền ngoài của con đường là $(E_1): \frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{30^2} = 1$. Phần đồ thị của

(E_1) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} = f_1(x)$.

Phương trình Elip của đường viền trong của con đường là $(E_2): \frac{x^2}{48^2} + \frac{y^2}{28^2} = 1$. Phần đồ thị của

(E_2) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} = f_2(x)$.

Gọi S_1 là diện tích của (E_1) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y = f_1(x)$. Gọi S_2 là diện tích của (E_2) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y = f_2(x)$.

Gọi S là diện tích con đường. Khi đó

$$S = S_1 - S_2 = 2 \int_{-50}^{50} 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} dx - 2 \int_{-48}^{48} 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} dx.$$

$$\text{Tính tích phân } I = 2 \int_{-a}^a b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx, (a, b \in \mathbb{R}^+).$$

$$\text{Đặt } x = a \sin t, \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = a \cos t dt.$$

Đổi cận $x = -a \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } I &= 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} b \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot a \cos t \, dt = 2ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t \, dt = ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) \, dt \\ &= ab \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = ab\pi. \end{aligned}$$

Do đó $S = S_1 - S_2 = 50.30\pi - 48.28\pi = 156\pi$.

Vậy tổng số tiền làm con đường đó là $600000.S = 600000.156\pi \approx 294053000$ (đồng).

Câu 29: Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 25$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = \sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 3i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2$ là

- A. 1. B. -1. C. -7. D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $w = z_1 + 2z_2 = (3 - 3i) + 2(-1 + 2i) = 1 + i$.

Vậy phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2$ là 1.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0$.

- A. $z = 4 + 3i$. B. $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$. C. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $z = 4 - 3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow z + 1 - 2i = \frac{3 - 2i}{1 - i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \Leftrightarrow z = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i - 1 + 2i = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

Câu 32: Tìm số phức z thỏa mãn $zi + 2\bar{z} = 4 - 4i$.

- A. $z = 4 - 4i$. B. $z = 3 - 4i$. C. $z = 3 + 4i$. D. $z = 4 + 4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Khi đó $zi + 2\bar{z} = 4 - 4i \Leftrightarrow (a - 2b)i + 2a - b = 4 - 4i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = -4 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}$$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

- A. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Khi đó $|z - 1| = |z - i| \Leftrightarrow |a - 1 + bi| = |a + (b - 1)i|$

$$\Leftrightarrow (a - 1)^2 + b^2 = a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow a - b = 0.$$

Khi đó $w = 2z + 2 - i = 2(a + bi) + 2 - i = (2a + 2) + i(a - 1)$.

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{(2a + 2)^2 + (a - 1)^2} = \sqrt{8a^2 + 4a + 5} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy mô đun nhỏ nhất của số phức w là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(\bar{z})[(3 + 4i)|z| - 4 + 3i] - 5\sqrt{2} = 0$. Giá trị của $|\bar{z}|$ là

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Khi đó $(\bar{z})[(3 + 4i)|z| - 4 + 3i] - 5\sqrt{2} = 0$

$$\Leftrightarrow (3|z| - 4) + (4|z| + 3)i = \frac{5\sqrt{2}}{\bar{z}} \Rightarrow |(3|z| - 4) + (4|z| + 3)i| = \frac{5\sqrt{2}}{|z|} \text{ (lấy mô đun hai vế)}$$

$$\Rightarrow (3|z| - 4)^2 + (4|z| + 3)^2 = \frac{50}{|z|^2} \Leftrightarrow 25|z|^2 + 25 = \frac{50}{|z|^2} \Leftrightarrow |z|^4 + |z|^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow |z|^2 = 1$$

$$\Rightarrow |z| = 1 \Rightarrow |\bar{z}| = 1.$$

Câu 35: Khối hộp chữ nhật có 3 cạnh xuất phát từ một đỉnh lần lượt có độ dài a, b, c . Thể tích khối hộp chữ nhật là

- A. $V = abc$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = \frac{1}{6}abc$. D. $V = \frac{4}{3}abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 36: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

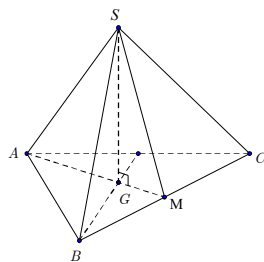
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 37: Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm $\triangle ABC$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; \quad GM = \frac{1}{3} \frac{AB \sqrt{3}}{2} = \frac{a \sqrt{3}}{6}.$$

Ta có: góc giữa mặt đáy và mặt bên bằng 60° suy ra $\widehat{SMG} = 60^\circ$. Xét tam giác vuông SGM :

$$\tan \widehat{SMG} = \frac{SG}{GM}. \text{ Suy ra: } SG = GM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a \sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{43\pi}{4}$.

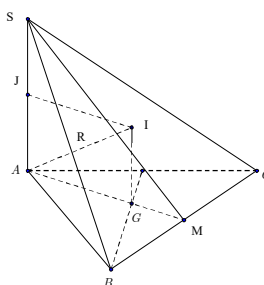
B. $\frac{43\pi}{36}$.

C. $\frac{43\pi}{12}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



$$\text{Ta có: } AM = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad AG = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Dựng đường thẳng Δ qua G và vuông góc mặt phẳng (ABC) . Suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi J là trung điểm SA . Trong mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng SA và Δ kẻ đường thẳng trung trực của đoạn SA cắt Δ tại I . I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$$\left((SBC), (ABC) \right) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

$$\text{Tam giác } SAM \text{ vuông tại } A: \tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}.$$

$$JA = \frac{SA}{2} = \frac{3}{4}.$$

$$\triangle IAG \text{ vuông tại } J: R = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{JA^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{129}}{12}$$

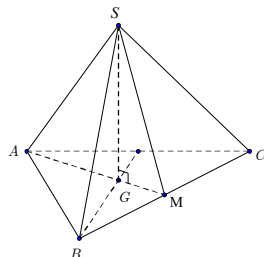
$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{129}{144} = \frac{43\pi}{12}.$$

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



$$GM = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}; \quad AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Ta có: $\widehat{SMG} = 60^\circ$. Xét tam giác vuông SGM : $\tan \widehat{SMG} = \frac{SG}{GM}$.

$$\text{Suy ra: } SG = GM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAG: SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

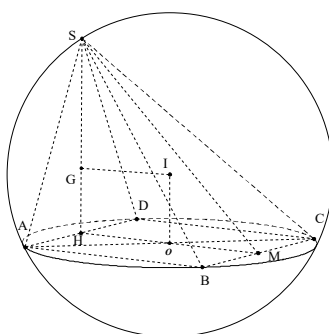
$$S_{xq} = \pi AG \cdot SA = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \pi \frac{a^2 \sqrt{7}}{6}.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD , $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{16\pi a^2}{9}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{16\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



$$\text{Ta có: } HD = \frac{a}{2}, \quad SA = SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = a.$$

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Dựng đường thẳng Δ qua O và vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Tam giác SAD đều cạnh bằng a .

Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Dựng trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAD cắt Δ tại I .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$. $SG = \frac{2}{3}SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $IG = HO = a$.

$$R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$$

$$\text{Vậy } S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3} \right)^2 = \frac{16\pi a^2}{3}$$

Câu 41: Một công ty dự kiến làm một đường ống thoát nước thải hình trụ dài $1km$, đường kính trong của ống (không kể lớp bê tông) bằng $1m$; độ dày của lớp bê tông bằng $10cm$. Biết rằng cứ một khối bê tông phải dùng 10 bao xi măng. Số bao xi măng công ty phải dùng để xây dựng đường ống thoát nước gần đúng với số nào nhất?

A. 3456 bao.

B. 3450 bao.

C. 4000 bao.

D. 3000 bao.

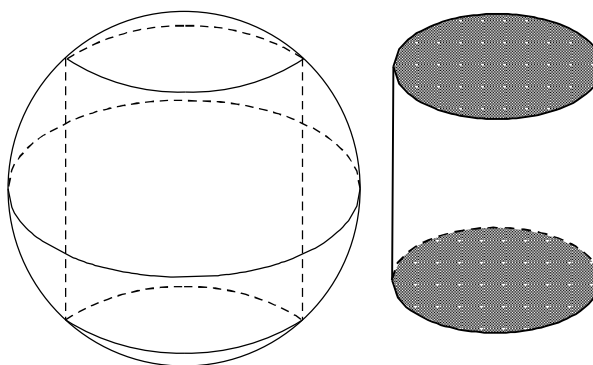
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thể tích khối bê tông cần làm đường ống là: $V = \pi 1000(0,6^2 - 0,5^2) = 110\pi \text{ m}^3$

Số bao xi măng phải dùng là: $110\pi \cdot 10 \approx 3456$ bao.

Câu 42: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R , người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.



A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$

B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$

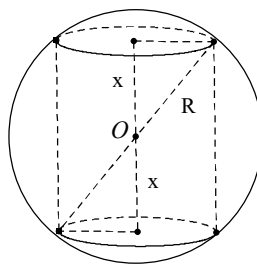
C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$

D. $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giả sử $2x$ là chiều cao hình trụ ($0 < x < R$) (xem hình vẽ)



Bán kính của khối trụ là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$. Thể tích khối trụ là: $V = \pi(R^2 - x^2)2x$.

Xét hàm số $V(x) = \pi(R^2 - x^2)2x$, $0 < x < R$, có $V'(x) = 2\pi(R^2 - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{R\sqrt{3}}{3}$	R
$V'(x)$		0	
$V(x)$	0	$\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$	0

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$;

$$V_{\max} = \frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 0; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 2; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn nB.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Điểm nào sau đây thuộc được thẳng d ?

- A. $M(2; 1; 0)$. B. $N(0; -1; -2)$. C. $P(3; 1; 1)$. D. $Q(3; 2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn nC.

Thay trực tiếp tọa độ các điểm trên vào đường thẳng d ta thấy chỉ có điểm $P(3; 1; 1)$ thỏa mãn

$$\left(\frac{3-1}{2} = \frac{2}{1} = \frac{1+1}{2} = 1 \right).$$

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(3; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

- A. $x + y - 2z - 5 = 0$. B. $2x + y - z - 5 = 0$. C. $x + y - 2z - 1$. D. $2x + y - z - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn nA.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I(2;1;-1)$ của đoạn AB đồng thời nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (2;2;-4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x-2) + 2(y-1) - 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z - 5 = 0$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P): x + my + (m^2 - 1)z - 7 = 0$, với m là tham số thực.

Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng d có một VTCP $\vec{u} = (1;1;-1)$

Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n} = (1;m;m^2 - 1)$

$$d \parallel (P) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1 + m - (m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\text{Thử lại, ta chọn } A(2;1;1) \in d, A \notin (P) \Leftrightarrow 2 + m + m^2 - 1 - 7 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -3 \end{cases}$$

Vậy: $m = -1$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 10 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc (α) có phương trình là

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 1$. B. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bán kính của mặt cầu (S) tiếp xúc $mp(\alpha)$ là: $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2-1-2+10|}{\sqrt{9}} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;-1;1)$, bán kính $R = 3$ là:

$$(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9.$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

- A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$. B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $d \cap d_2 = M \Rightarrow M(2+t; -1-t; 1+t)$

$\overrightarrow{AM} = (1+t; -t; t-2)$

d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 4; -2)$.

$d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 1+t-4t-2(t-2)=0 \Leftrightarrow -5t+5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; -1; -1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; -1; 3)$ có VTCP $\overrightarrow{AM} = (2; -1; -1)$ có phương trình là:

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{3}$ mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ O đến (α) đạt giá trị lớn nhất. Khi đó góc giữa mặt phẳng (α) và trục Ox là φ thỏa mãn:

A. $\sin \varphi = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. B. $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sin \varphi = \frac{2}{3\sqrt{3}}$. D. $\sin \varphi = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (1; 2; 3)$

Gọi H là hình chiếu của O lên d , K là hình chiếu của O lên (α) ta có:

$d(O, (\alpha)) = OK \leq OH \Rightarrow d(O, (\alpha))$ lớn nhất bằng OH khi $K \equiv H$. Khi đó (α) chứa d và nhận $\vec{n} = \overrightarrow{OH}$ làm VTPT.

$H \in d \Rightarrow H(4+t; 5+2t; 3t) \Rightarrow \overrightarrow{OH} = (4+t; 5+2t; 3t)$

Vì $OH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4+t+2(5+2t)+3.3t=0 \Leftrightarrow 14t+14=0 \Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow H(3; 3; -3), \overrightarrow{OH} = (3; 3; -3)$.

Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1; 0; 0)$

$\sin \varphi = \frac{|\vec{i} \cdot \vec{n}|}{|\vec{i}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|3|}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 3; 4)$ và có bán kính $R=4$.

$IM = \sqrt{(3-2)^2 + (3-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{14} < R$

$\Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu (S) , nên mọi đường thẳng Δ qua M đều cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Để AB nhỏ nhất thì khoảng cách từ I đến Δ lớn nhất, khoảng cách này lớn nhất khi $IM \perp \Delta$.

Gọi VTCP của Δ là $\vec{u}$ ta có:
$$\begin{cases} \Delta \subset (\alpha) \\ \Delta \perp MI \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{u} \perp \vec{MI} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \vec{MI}] = (1; -2; 1)$$

Đường thẳng Δ qua $M(2; 1; 1)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -2; 1)$ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Cách khác: $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \Rightarrow$ chỉ có đáp án A thỏa.