

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

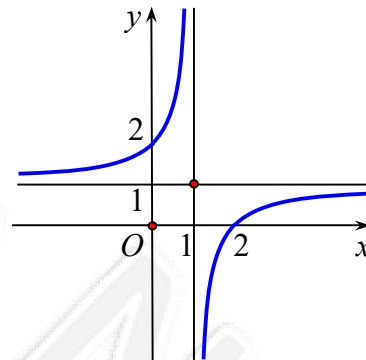
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $y = 2$.

D. $y = 1$.



Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+		-	
y	$+\infty$				1		$-\infty$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và giá trị lớn nhất bằng 1 .

Câu 3: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ là

A. $(1; -3)$.

B. $(-1; -3)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. -3 .

B. 1 .

C. -4 .

D. -7 .

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 2m - 3$ tại ba điểm phân biệt?

A. $0 < m < 4$.

B. $0 < m \leq 2$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $0 < m < 2$.

Câu 6: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ tại $M(3; 5)$ là

A. $y = 3x - 4$.

B. $y = -3x + 4$.

C. $y = 3x - 14$.

D. $y = -3x + 14$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - (m^2 - 1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương?

A. $|m| > 1$.

B. $\sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2}$.

C. $-1 < m < 1$.

D. $-\sqrt{3} < m < -1$.

Câu 8: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ là:

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 0 .

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

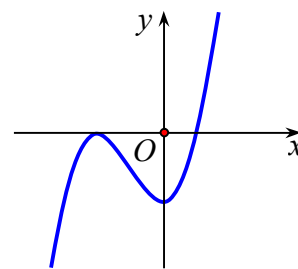
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.



Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có đúng một cực trị.

A. $m \in [1; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0]$.

D. $m \in [0; 1]$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$.

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

B. $m \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

C. $m \in (-\infty; 1)$.

D. $m \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 12: Cho $a, b > 0$; $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a^\alpha b = \alpha \log_a b$.

B. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

C. $\log_a b^\alpha = \alpha$.

D. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Câu 13: Viết biểu thức $P = a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

A. $P = a^{\frac{5}{3}}$.

B. $P = a^{\frac{5}{6}}$.

C. $P = a^{\frac{11}{6}}$.

D. $P = a^2$.

Câu 14: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b < 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$ là

A. $x = -3$.

B. $x = 4$.

C. $x = -2$.

D. $x = 5$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (1-x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $[-1; 1]$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

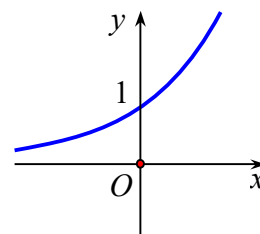
Câu 17: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

B. $y = 2^x$.

C. $y = \log_2 x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



Câu 18: Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_4 x$.

A. $P = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $P = 2\sqrt{2}$.

D. $P = \frac{4-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 19: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x + \log_2 2x - 3 > 0$

A. $S = \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 20: Tập tất cả các giá trị m để phương trình $4^x + m \cdot 2^{x+1} + m^2 - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 3$ là

A. $m < 0$.

B. $m > 3$.

C. $m < -3$.

D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Câu 21: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

A. 2020.

B. 2022.

C. 2026.

D. 2025.

Câu 22: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$.

B. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$.

C. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 23: Nguyên hàm của hàm số $y = (x+1)\cos x$ là

A. $F(x) = (x+1)\sin x - \cos x + C$.

B. $F(x) = (x+1)\sin x + \cos x + C$.

C. $F(x) = -(x+1)\sin x - \cos x + C$.

D. $F(x) = -(x+1)\sin x + \cos x + C$.

Câu 24: Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx = a \ln 2 + b \ln 3$. Khi đó giá trị của ab là

A. 2.

B. -2.

C. -4.

D. 3.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên đoạn $[1; 2]$, $F(2) = 1$ và $\int_1^2 F(x) dx = 5$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 (x-1)f(x) dx$

A. $I = -3$.

B. $I = 6$.

C. $I = -4$.

D. $I = 1$.

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y^2 = x$ và $y = x$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = -3x + 10$ và $y = 1$ nằm trong góc phần tư thứ nhất.

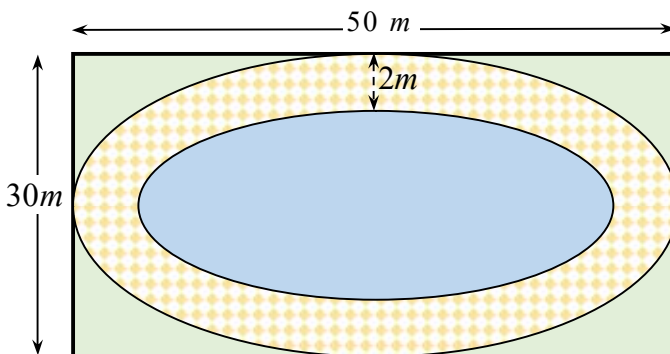
A. 60π .

B. $\frac{56\pi}{5}$.

C. $\frac{8\pi}{5}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 28: Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $50m$ và chiều rộng là $30m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí để làm mỗi m^2 làm đường 500.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



- A. 119000000. B. 152000000. C. 119320000. D. 125520000.

Câu 29: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 5i$ là

- A. $z = 5 - i$. B. $z = 1 + 5i$. C. $z = 1 - 5i$. D. $z = -1 - 5i$.

Câu 30: Phần thực của số phức $z = (2 - i)^2$ là

- A. 3. B. -1. C. 2. D. 5.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)(z - 1) - 5 + 2i = 0$.

- A. $z = \frac{12}{5} - \frac{6}{5}i$. B. $z = \frac{6}{5} + \frac{12}{5}i$. C. $z = \frac{6}{5} - \frac{12}{5}i$. D. $z = \frac{1}{5} - \frac{12}{5}i$.

Câu 32: Tính mô đun của số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (3 - i)\bar{z} = 2 - 6i$.

- A. $|z| = \sqrt{13}$. B. $|z| = \sqrt{15}$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = \sqrt{3}$.

Câu 33: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = \sqrt{5}$ và điểm biểu diễn của z thuộc đường thẳng $d: 3x - y + 1 = 0$.

- A. $z = 1 - 4i$. B. $z = 1 + 4i; z = -\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$.
C. $z = -\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$. D. $z = -1 - 2i; z = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}|$ là

- A. $\sqrt{5}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 35: Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối lập phương đó là

- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = 2a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = a^3$.

Câu 36: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AC = a\sqrt{3}$, $BC = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 3HA$, góc giữa SB và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 38: Một hình cầu có bán kính R . Diện tích của mặt cầu đó là

- A. $S = 4\pi R^2$. B. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $S = \pi R^2$. D. $S = 2\pi R^2$.

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{18}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{9}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AC = 2a$, $SA = AB = a$, $\widehat{ASC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{12}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{28\pi a^3 \sqrt{7}}{9}$. B. $V = \frac{28\pi a^3 \sqrt{21}}{27}$.
C. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{21}}{27}$. D. $V = \frac{16\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.

Câu 42: Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón và thể tích của khối cầu nội tiếp hình nón. Giá trị bé nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 3. D. 2.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y - 2z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 0)$. B. $\vec{n}_1 = (0; 1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 0; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -2; 4)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $Q(1; 0; 2)$. B. $N(1; -2; 0)$. C. $P(1; -1; 3)$. D. $M(-1; 2; 0)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3z + 10 = 0$ và điểm $M(2; -2; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $2x - y - 3z + 3 = 0$. B. $2x - y - 3z - 3 = 0$.
C. $2x - 2y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - 2y + 3z - 15 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 11 = 0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- A. $(3; 6; 1)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;-1;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc (α) có phương trình là

- A. $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 3$. B. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = \sqrt{3}$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 3$. D. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 1$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d và d' lần lượt có phương trình là $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng d, d' .

- A. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-1}$. B. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(0;1;5)$, $C(2;0;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ là

- A. 36. B. 24. C. 30. D. 29.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$, mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 18 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là

- A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

-----HẾT-----

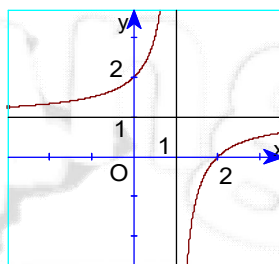
ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	C	B	D	A	B	C	A	B	A	D	C	A	A	D	B	D	A	C	C	D	B	B	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	D	A	C	A	B	D	B	C	D	A	C	A	B	D	B	D	A	B	C	D	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $y = 2$.

D. $y = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+		-	
y	$+\infty$				1		
			-1				$-\infty$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và giá trị lớn nhất bằng 1 .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Loại A vì hàm số đồng biến trên $(1, 3)$.

Loại B vì hàm số có hai cực trị.

Loại D vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên hàm số không thể có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên tập xác định được.

Câu 3: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ là

A. $(1; -3)$.

B. $(-1; -3)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì là hàm trùng phương, lại có hệ số a, b trái dấu và $a > 0$ nên đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. -3 . B. 1 . C. -4 . D. -7 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 12x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1, 1] \\ x = 2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\text{Mà } y(0) = 1, y(-1) = -7, y(1) = -3$$

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 2m - 3$ tại ba điểm phân biệt ?

- A. $0 < m < 4$. B. $0 < m \leq 2$. C. $-3 < m < 1$. D. $0 < m < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt khi chỉ khi $-3 < 2m - 3 < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

Câu 6: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ tại $M(3; 5)$ là

- A. $y = 3x - 4$. B. $y = -3x + 4$. C. $y = 3x - 14$. D. $y = -3x + 14$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có : } y' = \frac{-3}{(x-2)^2} \Rightarrow y'(3) = -3$$

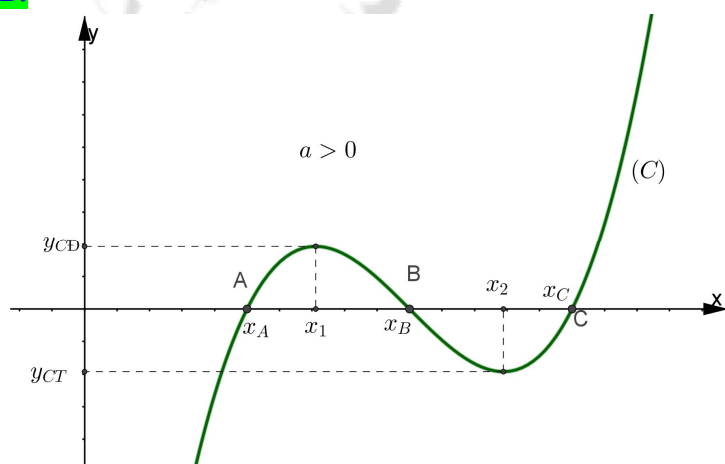
$$\text{Phương trình tiếp tuyến tại } M(3; 5): y = -3(x - 3) + 5 \Rightarrow y = -3x + 14$$

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - (m^2 - 1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương?

- A. $|m| > 1$. B. $\sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2}$. C. $-1 < m < 1$. D. $-\sqrt{3} < m < -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 1 \\ x - m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + m \\ x = -1 + m \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương $\Rightarrow$ đồ thị hàm số (C) có 2 điểm cực trị hoành độ dương phân biệt đồng thời $y_{CD} \cdot y_{CT} < 0$ và $y(0) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m > 0 \\ -1 + m > 0 \\ (m^3 - m^2 - 3m - 1)(m^3 - m^2 - 3m + 3) < 0 \\ 1 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 1)(m^2 - 3)(m^2 - 2m - 1) < 0 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ m > 1 \\ (m^2 - 3)(m^2 - 2m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2}$$

Câu 8: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ là :

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = -\infty$$

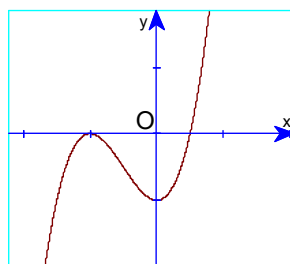
$\Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số

$$\text{Mặt khác : } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = 0$$

$\Rightarrow y = 1; y = 0$ là hai đường tiệm cận ngang của hàm số

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$. Hàm số có điểm cực tiểu thuộc $Oy \Rightarrow y' = 0$ có một nghiệm bằng 0 $\Rightarrow c = 0$

Hàm số có điểm cực đại nằm bên trái $Oy \Rightarrow y' = 0$ có nghiệm âm $\Rightarrow \frac{-2b}{3a} < 0 \Rightarrow b > 0$

Hàm số có điểm cực tiểu thuộc Oy có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có đúng một cực trị

A. $m \in [1; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0]$.

D. $m \in [0; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Khi $m = 0 \Rightarrow y = -x^2 + 1$: là parabol nên luôn có một cực trị

Khi $m \neq 0 : y' = 4mx^3 + 2(m-1)x = 2x[2mx^2 + m-1]$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{1-m}{2m} \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số có đúng một cực trị $\Rightarrow \frac{1-m}{2m} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

Vậy đồ thị hàm số có đúng một cực trị : $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

B. $m \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

C. $m \in (-\infty; 1)$.

D. $m \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{3x^4} + \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3x}$$

Xét $f(x) = -\frac{1}{3x^4} + \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3x}$ với $x \geq 1$

Khi đó: $f'(x) = \frac{2x^6 - 2x^3 + 4}{3x^5} = \frac{2x^3(x^3 - 1) + 4}{3x^5} > 0$ với mọi $x \geq 1$.

Lập BBT, dựa vào BBT suy ra $m < \frac{2}{3}$.

Cách khác:

$$-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{3x^4} + \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3x}.$$

$$\text{Xét } f(x) = -\frac{1}{3x^4} + \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3x} \text{ với } x \geq 1$$

$$\text{Khi đó: } f'(x) = \frac{2x^6 - 2x^3 + 4}{x^5} = \frac{2x^3(x^3 - 1) + 4}{x^5} > 0 \text{ với mọi } x \geq 1.$$

$$\Rightarrow f(x) \text{ đồng biến trên } [1; +\infty) \Rightarrow \text{Giá trị nhỏ nhất của } f(x) \text{ trên } [1; +\infty) \text{ là } f(1) = \frac{2}{3}$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$$

Câu 12: Cho $a, b > 0$; $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $\log_a^\alpha b = \alpha \log_a b$. **B.** $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. **C.** $\log_a b^\alpha = \alpha$. **D.** $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Theo lý thuyết $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

Câu 13: Viết biểu thức $P = a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$ ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

- A.** $P = a^{\frac{5}{3}}$. **B.** $P = a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $P = a^{\frac{11}{6}}$. **D.** $P = a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } P = a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} = a \cdot \left(a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a \cdot \left(a^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a \cdot a^{\frac{5}{6}} = a^{\frac{11}{6}}$$

Câu 14: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b < 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_a b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$$

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$ là

- A.** $x = -3$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $x < 1$.

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 1 - x = 2^2 \Leftrightarrow x = -3$$

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (1-x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

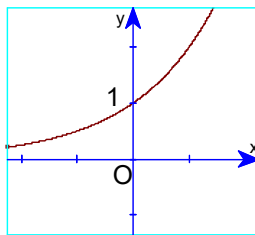
- A.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **B.** $[-1; 1]$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

Câu 17: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

B. $y = 2^x$.

C. $y = \log_2 x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và đi qua điểm $A(0;1)$.

Câu 18: Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_4 x$.

A. $P = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $P = 2\sqrt{2}$.

D. $P = \frac{4 - \sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $P = \log_2^2 x - \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x$

$$P = (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} \sqrt{2} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4 - \sqrt{2}}{2}.$$

Câu 19: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x + \log_2 2x - 3 > 0$

A. $S = \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện : $x > 0$. Với điều kiện trên bất phương trình tương đương

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x + 1 + \log_2 x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < -2 \\ \log_2 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{4} \\ x > 2 \end{cases}$$

Câu 20: Tập tất cả các giá trị m để phương trình $4^x + m \cdot 2^{x+1} + m^2 - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 3$ là

A. $m < 0$.

B. $m > 3$.

C. $m < -3$.

D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$4^x + m \cdot 2^{x+1} + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 4^x + 2m \cdot 2^x + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (2^x - m)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -m + 1 \\ 2^x = -m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Pt có 2 nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 1 > 0 \\ -m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \quad (1). \text{ Khi đó giả sử } 2^{x_1} = -m + 1 \text{ và } 2^{x_2} = -m - 1$$

$$\text{Có : } x_1 + x_2 > 3 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} > 8 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} > 8 \Leftrightarrow (-m+1)(-m-1) > 8 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$$

Kết hợp đk (1), suy ra $m < -3$ là giá trị cần tìm.

Câu 21: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%.

Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

A. 2020.

B. 2022.

C. 2026.

D. 2025.

Hướng dẫn giải

Chọn nC.

$$\text{Ta có } S = A \cdot e^{Nr} \Leftrightarrow N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}.$$

Để dân số nước ta ở mức 120 triệu người thì cần số năm

$$N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A} = \frac{100}{1,7} \cdot \ln \frac{120000000}{78685800} \approx 25 \text{ (năm)}.$$

Vậy thì đến năm 2026 dân số nước ta ở mức 120 triệu người

Câu 22: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C.$

B. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$

C. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn nD.

Đáp án D sai vì khẳng định đó chỉ đúng khi có thêm điều kiện: a là số thực dương khác 1.

Câu 23: Nguyên hàm của hàm số $y = (x+1)\cos x$ là

A. $F(x) = (x+1)\sin x - \cos x + C.$

B. $F(x) = (x+1)\sin x + \cos x + C.$

C. $F(x) = -(x+1)\sin x - \cos x + C.$

D. $F(x) = -(x+1)\sin x + \cos x + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn nB.

$$\text{Ta tính } F(x) = \int (x+1)\cos x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+1 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } F(x) = (x+1)\sin x - \int \sin x dx = (x+1)\sin x + \cos x + C.$$

Câu 24: Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx = a \ln 2 + b \ln 3$. Khi đó giá trị của a, b là

A. 2.

B. -2.

C. -4.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn nB.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x + 1)'}{\sin x + 1} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + 1} d(\sin x + 1) \\ &= \ln |\sin x + 1| \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = 2 \ln 2 - \ln 3. \end{aligned}$$

Khi đó $a = 2; b = -1$. Vậy $ab = -2$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên đoạn $[1; 2]$, $F(2) = 1$ và $\int_1^2 F(x) dx = 5$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 (x-1)f(x) dx$

A. $I = -3$.

B. $I = 6$.

C. $I = -4$.

D. $I = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn nC.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-1 \\ dv = f(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = F(x) \end{cases}$$

Ta có:

$$I = (x-1)F(x) \Big|_1^2 - \int_1^2 F(x) dx = F(2) - 5 = 1 - 5 = -4.$$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong $y^2 = x$ và $y = x$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình tung độ giao điểm của hai đường cong: $y^2 = y \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

$$\text{Diện tích cần tính là } S = \int_0^1 |y^2 - y| dy = \left| \int_0^1 (y^2 - y) dx \right| = \frac{1}{6}$$

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = -3x + 10$ và $y = 1$ nằm trong góc phần tư thứ nhất.

A. 60π .

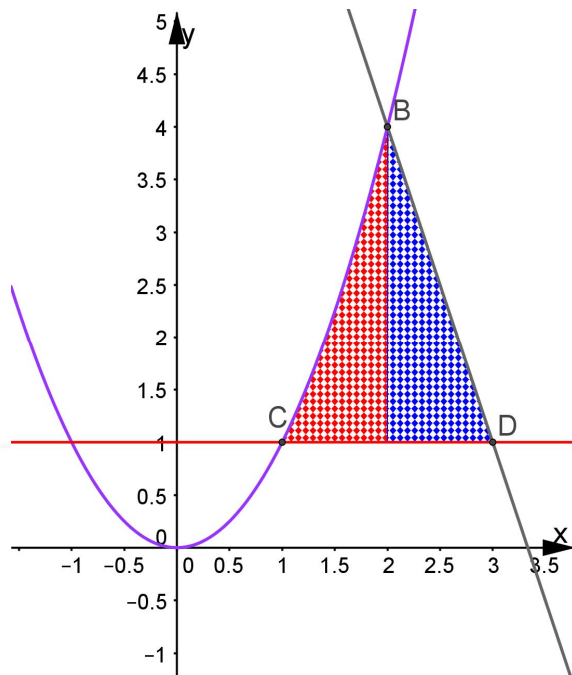
B. $\frac{56\pi}{5}$.

C. $\frac{8\pi}{5}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Hướng dẫn giải

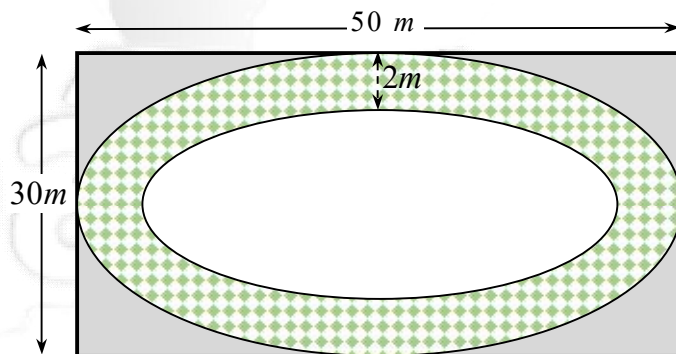
Chọn B.



$$V = \pi \int_1^2 (x^4 - 1) dx + \pi \int_2^{3.5} (-3x + 10)^2 - 1 dx = \pi \int_1^2 (x^4 - 1) dx + \pi \int_2^3 [(-3x + 10)^2 - 1] dx$$

$$= \frac{26\pi}{5} + 6\pi = \frac{56}{5}\pi$$

Câu 28: Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $50m$ và chiều rộng là $30m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí để làm mỗi m^2 làm đường 500.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



A. 119000000.

B. 152000000.

C. 119320000.

D. 125520000.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi S là diện tích của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ta có $S = \pi ab$.

$$\text{Chứng minh } S = \int_{-a}^a b \left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right) dx = \pi ab$$

Xét hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục hoành và trục tung lần lượt là các trục đối xứng của hình chữ nhật trong đó trục hoành dọc theo chiều dài của hình chữ nhật.

Gọi (E_1) là elip lớn, (E_2) là elip nhỏ ta có:

$$(E_1): \frac{x^2}{25^2} + \frac{y^2}{15^2} = 1 \Rightarrow \text{Diện tích của nó là } S_1 = \pi \cdot 25 \cdot 15 = 375\pi.$$

$$(E_2): \frac{x^2}{23^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1 \Rightarrow \text{Diện tích của nó là } S_2 = \pi \cdot 23 \cdot 13 = 299\pi.$$

Diện tích con đường là $375\pi - 299\pi = 76\pi$.

Do đó số tiền đầu tư là $76\pi \cdot 500.000 \approx 119320000$

Câu 29: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 5i$ là

- A. $z = 5 - i$. B. $z = 1 + 5i$. C. $z = 1 - 5i$. D. $z = -1 - 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 5i$ là $\bar{z} = -1 - 5i$

Câu 30: Phần thực của số phức $z = (2 - i)^2$ là

- A. 3. B. -1. C. 2. D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z = (2 - i)^2 = 3 - 4i$. Vậy phần thực của z là : 3.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)(z - 1) - 5 + 2i = 0$.

- A. $z = \frac{12}{5} - \frac{6}{5}i$. B. $z = \frac{6}{5} + \frac{12}{5}i$. C. $z = \frac{6}{5} - \frac{12}{5}i$. D. $z = \frac{1}{5} - \frac{12}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } (1 + 2i)(z - 1) - 5 + 2i = 0 \Leftrightarrow (1 + 2i)z - 6 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{6}{1 + 2i} \Leftrightarrow z = \frac{6}{5} - \frac{12}{5}i$$

Câu 32: Tính mô đun của số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (3 - i)\bar{z} = 2 - 6i$.

- A. $|z| = \sqrt{13}$. B. $|z| = \sqrt{15}$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$, ta có: $(1 + i)(a + bi) + (3 - i)(a - bi) = 2 - 6i$

$$\text{Thu gọn và áp dụng tính chất 2 số phức bằng nhau ta có: } \begin{cases} a - b + 3a - b = 2 \\ a + b - 3b - a = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = |2 + 3i| = \sqrt{13}$$

Câu 33: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = \sqrt{5}$ và điểm biểu diễn của z thuộc đường thẳng $d: 3x - y + 1 = 0$.

- A. $z = 1 - 4i$. B. $z = 1 + 4i; z = -\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$.
C. $z = -\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$. D. $z = -1 - 2i; z = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số phức z có dạng $z = x + (3x+1)i$, ($x \in \mathbb{R}$). Thay vào $|z - 2i| = \sqrt{5}$, ta có:

$$|x + (3x+1)i - 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (3x-1)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 10x^2 - 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Vậy số phức z thỏa yêu cầu đề bài là $z = 1 + 4i$ hoặc $z = -\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}|$ là

A. $\sqrt{5}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $|z^2 - i| \geq |z^2| - |i| = |z|^2 - 1$. Do đó, $|z|^2 - 1 \leq 1 \Leftrightarrow |z|^2 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq |z| \leq \sqrt{2}$

Với $z = 1 + i$, ta có $|z^2 - i| = |i| = 1$ và $|\bar{z}| = \sqrt{2}$.

Vậy $|\bar{z}|_{\max} = |z|_{\max} = \sqrt{2}$.

Câu 35: Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối lập phương đó là

A. $V = a^3\sqrt{2}$.

B. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật ta có: $V = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AC = a\sqrt{3}$, $BC = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

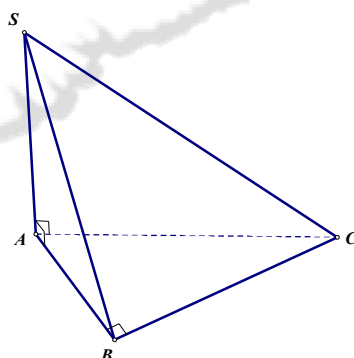
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt)}$$

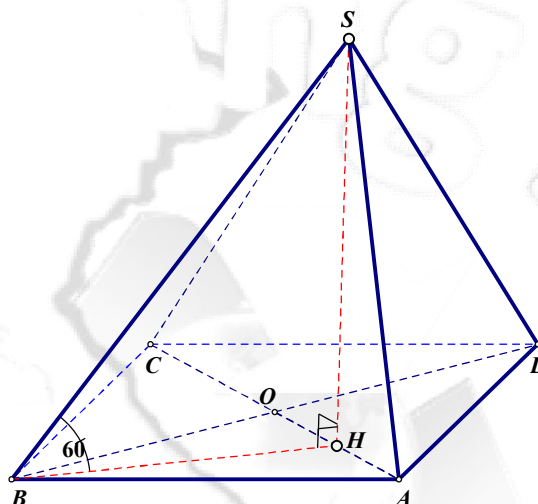
$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 3HA$, góc giữa SB và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên $AC = 2a$.

$$HC = 3HA \Rightarrow AH = \frac{1}{4} AC = \frac{a}{2}$$

$$BH = \sqrt{AB^2 + AH^2 - 2AB \cdot AH \cdot \cos BAH} = \sqrt{AB^2 + AH^2 - 2AB \cdot AH \cdot \frac{AB}{AC}}$$

$$= \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2a}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\widehat{SBA} = (\widehat{SB, (ABCD)}) = 60^\circ$$

$$SH = BH \cdot \tan SHB = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 38: Một hình cầu có bán kính R . Diện tích của mặt cầu đó là

A. $S = 4\pi R^2$. **B.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S = \pi R^2$. **D.** $S = 2\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Công thức tính diện tích mặt cầu có bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{6}$.

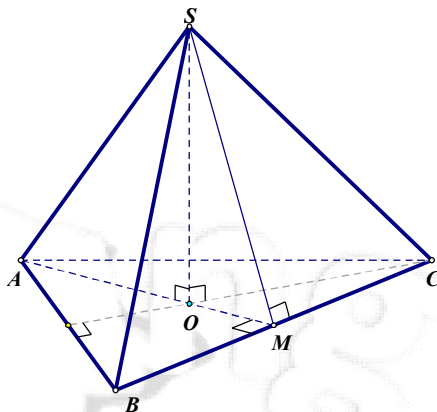
B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{18}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , M là trung điểm cạnh BC .

Ta có $BC \perp (SAM)$ nên góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

$$OM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R = OM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khối nón có đỉnh S và có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính đáy $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

và chiều cao $SO = \frac{a}{2}$.

$$\text{Khối nón } S \text{ có thể tích bằng } V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{18}.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AC = 2a$, $SA = AB = a$, $\widehat{ASC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

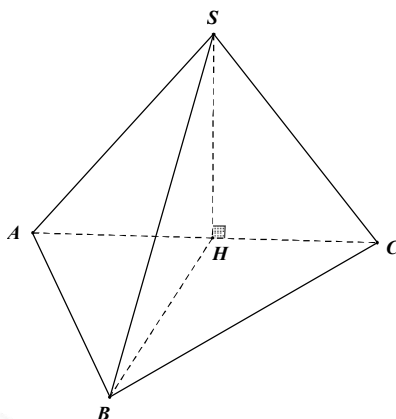
B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{12}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Dựng $SH \perp AC$ ($H \in AC$) $\Rightarrow SH \perp (ABC)$; $SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

$SH.AC = SA.SC \Rightarrow SH = \frac{SA.SC}{AC} = \frac{a.a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.BC = \frac{1}{2} .a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (đvdt).

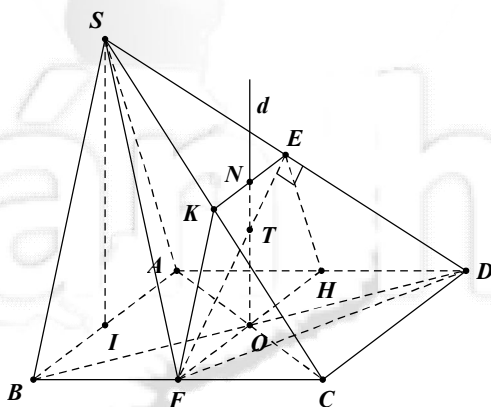
$V = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} . \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$ (đvtt).

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{28\pi a^3 \sqrt{7}}{9}$. B. $V = \frac{28\pi a^3 \sqrt{21}}{27}$. C. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{21}}{27}$. D. $V = \frac{16\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Qua O ta dựng đường thẳng d vuông góc với mặt đáy. Gọi E, K, F, H, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SD, SC, BC, AD, EK .

Ta có tam giác SDF là tam giác cân tại F . Vì $FD = FS = a\sqrt{5}$. (độc giả tự chứng minh)

Suy ra $FE \perp SD$.

Mặt khác, ta có $KE \parallel FH$ (vì cùng song song với CD). Nên 4 điểm K, E, F, H đồng phẳng.

Trong mặt phẳng $(KEFH)$, gọi T là giao điểm của FE và ON .

Ta có T là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có tam giác EKO là tam giác đều cạnh a . (Độc giả tự chứng minh)

$$\text{Nên } OT = \frac{2}{3}ON = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = TD = \sqrt{OT^2 + OD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Thể tích là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3 \cdot 21 \cdot \sqrt{21}}{27} = \frac{28\sqrt{21}a^3}{27}.$$

Câu 42: Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón và thể tích của khối cầu nội tiếp hình nón. Giá trị bé nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{5}{4}$.

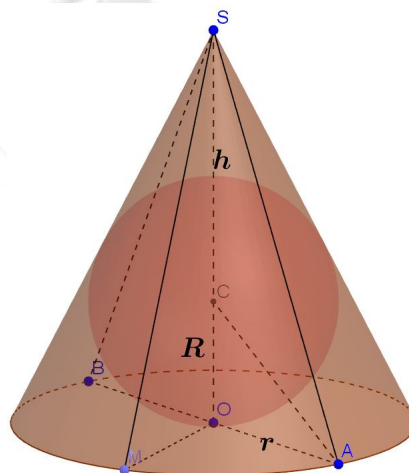
B. $\frac{4}{3}$.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có: Thể tích khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Xét mặt cắt qua tâm SAB , kẻ tia phân giác của góc $\widehat{SBO}$, cắt SO tại I .

$$\text{Ta có: } \frac{IO}{IS} = \frac{OB}{SB} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \Rightarrow IS = IO \cdot \frac{\sqrt{r^2 + h^2}}{r}$$

$$\text{Mặt khác: } IO + IS = h$$

$$\text{Do đó ta có bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp là } R = IO = \frac{rh}{r + \sqrt{h^2 + r^2}}$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{r^3 h^3}{\left(r + \sqrt{h^2 + r^2}\right)^3}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\left(r + \sqrt{r^2 + h^2}\right)^3}{4rh^2} = \frac{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2}}\right)^3}{4\frac{h^2}{r^2}}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2}} \quad (t \geq 1) \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{(1+t)^3}{4(t^2-1)} = \frac{(t+1)^2}{4(t-1)}$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{(t+1)^2}{t-1}, \text{ Điều kiện: } t \geq 1, f'(t) = \frac{t^2 - 2t - 3}{(t-1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3, f(3) = 8$$

$$\text{BBT} \Rightarrow f(t) \geq 8 \forall t \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} \geq 2$$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y - 2z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 0)$. B. $\vec{n}_1 = (0; 1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 0; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -2; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Chú ý rằng mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ thì có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $Q(1; 0; 2)$. B. $N(1; -2; 0)$. C. $P(1; -1; 3)$. D. $M(-1; 2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d .

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3z + 10 = 0$ và điểm $M(2; -2; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $2x - y - 3z + 3 = 0$. B. $2x - y - 3z - 3 = 0$.
C. $2x - 2y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - 2y + 3z - 15 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng $(P) \parallel (\alpha): 2x - y - 3z + 10 = 0$ nên phương trình (P) có dạng: $2x - y - 3z + D = 0$.

Điểm $M(2; -2; 3) \in (P)$ nên ta có: $2 \cdot 2 - (-2) - 3 \cdot 3 + D = 0 \Leftrightarrow D = 3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $2x - y - 3z + 3 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 11 = 0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- A. $(3; 6; 1)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng d có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \\ x + 2y + 2z + 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = -3 \\ t = -2 \end{cases} \text{ . Vậy } d \text{ và } (P) \text{ cắt nhau tại } M(-1; -2; -3)$$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc (α) có phương trình là

- A. $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 3$. B. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = \sqrt{3}$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 3$. D. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có bán kính mặt cầu là: $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2+1+5-5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}} = \sqrt{3}$.

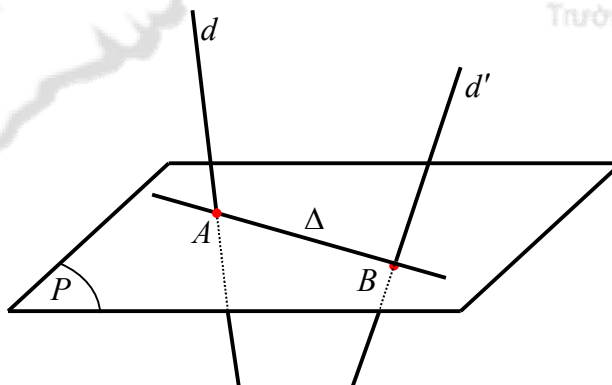
Mặt cầu (S) tâm $I(2; -1; 5)$, bán kính $R = \sqrt{3}$ có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 3$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d và d' lần lượt có phương trình là $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng d, d' .

- A. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-1}$. B. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d và d' với mặt phẳng (P)

Khi đó đường thẳng cần lập Δ qua hai điểm A, B .

Tọa độ điểm A là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} \\ \frac{x+1}{2} = \frac{z-1}{1} \\ x-y-2z+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ x-2z=-3 \\ x-y-2z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow A(1;0;2)$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} \\ \frac{x-1}{1} = \frac{z+1}{2} \\ x-y-2z+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-1 \\ 2x-z=3 \\ x-y-2z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow B(2;3;1)$$

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1;3;-1)$.

Suy ra đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(0;1;5)$, $C(2;0;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng $(P): x+2y-z-7=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ là

A. 36.

B. 24.

C. 30.

D. 29.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(1;1;2)$.

Với mọi điểm M ta có:

$$\begin{aligned} P = MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3\overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2 \\ &= GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3MG^2 \end{aligned}$$

Do $M \in (P) \Rightarrow MG \geq d(G, (P))$.

Từ đó suy ra $P \geq GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3[d(G, (P))]^2$

Lại có $GA = \sqrt{5}; GB = \sqrt{10}; GC = \sqrt{3}; d(G, (P)) = \sqrt{6}$

Vậy $P \geq GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3[d(G, (P))]^2 = 36$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

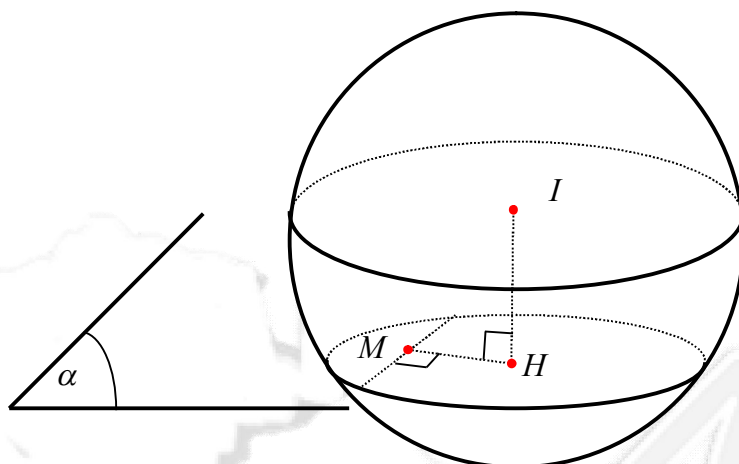
B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;4)$ và bán kính $R=4 \Rightarrow d(I,(\alpha))=2\sqrt{3} < R$. Suy ra mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo một đường tròn.

Ta có điểm $M \in (\alpha)$, $IM = \sqrt{14} < R$ nên điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow H(1;1;2)$

Để đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất thì $\Delta \perp MH$

Từ đó suy ra Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{\alpha}, \vec{MH}] = (1; -2; 1)$

Vậy $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.