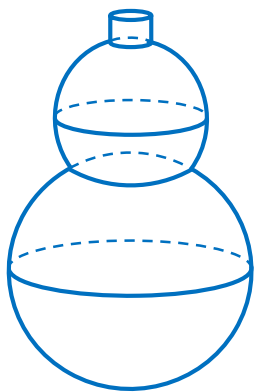


THPT CHUYÊN HẠ LONG – QUẢNG NINH

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Người ta cắt hai hình cầu bán kính lần lượt là $R = 13\text{cm}$ và $r = \sqrt{41}\text{cm}$ để làm hồ lô đựng rượu như hình vẽ bên. Biết đường tròn giao của hai hình cầu có bán kính bằng $r' = 5\text{cm}$ và nút uống là một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}\text{cm}$, chiều cao bằng 4cm . Hỏi hồ lô có đựng được bao nhiêu lít rượu. Kết quả được làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy?



- A. 9,5 B. 10,2 C. 8,2 D. 11,4

Câu 2: Đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x^2} + x}{(3x-5)(x+1)^2}$ có

bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có điểm cực trị?

- A. $y = \frac{x^2 + 3x - 9}{x + 2}$ B. $y = x^4 + x^2 - 5$
C. $y = \frac{5x + 1}{x - 1}$ D. $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9 + 1$

Câu 4: Giả sử đồ thị (C) của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $M(-1; 7)$ $N(5; -7)$. Gọi $x_1; x_2; x_3$ là hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành. Khi đó $x_1 + x_2 + x_3$ bằng

- A. 2 B. 6 C. 4 D. 3

Câu 5: Một hình hộp chữ nhật có tổng các cạnh bằng 104 và nội tiếp trong một hình cầu có bán kính bằng 9. Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật đó là

- A. $S = 100$ B. $S = 384$ C. $S = 352$ D. $S = 400$

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 LẦN 3

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} \right) > 1$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{13}{13} \right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; 2 \right)$
C. $(-\infty; -1)$ D. $\left(\frac{13}{14}; +\infty \right)$

Câu 7: Cho các số dương a và b. Bất đẳng thức $\log_{\frac{2}{a}} \left(\frac{b}{3} \right) > 0$ đúng khi và chỉ khi

- A. $(a-2)(b-3) < 0$ B. $(a-3)(b-2) > 0$
C. $(a-3)(b-2) < 0$ D. $(a-3)(b-2) < 0$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ tạo với mặt phẳng (Oxy), (Oyz), có một góc bằng 45° ?

- A. 4 B. Vô số C. 2 D. 1

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $S(2; 4; 6)$ trên các mặt phẳng (Oyz), (Ozx), (Oxy). Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC

- A. 60π B. 14π C. 36π D. 56π

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), cho điểm $A(1; 0; 0)$. Với α là tham số thực, gọi d_α là giao điểm của hai mặt phẳng $(P_\alpha): \sin \alpha \cdot x + \sin \alpha \cos \alpha \cdot y + \cos^2 \alpha \cdot z + \cos \alpha = 0$ và $(Q_\alpha): \cos \alpha \cdot x + \sin^2 \alpha \cdot y - \sin \alpha \cos \alpha \cdot z - \sin \alpha = 0$.

Tính khoảng cách từ A đến d_α

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

Câu 11: Cho $0 < a, b, c \neq 1$. Công thức nào dưới đây sai?

- A. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$ B. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_b a$
C. $\log_a c = \log_b a \cdot \log_c b$ D. $\log_b c = \log_a c \cdot \log_b a$

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc

$$\left[0; 2017\right) \text{ của } m \text{ để } \int_0^m \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx \neq 0$$

- A. 16 B. 8 C. 1008 D. 1009

Câu 13: Cho các số dương a, b khác 1 sao cho

$$\log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[2]{b} = \log_b 2. \text{ Tính giá trị của } \frac{b}{a^2}$$

- A. 16 B. 8 C. 2 D. 4

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình

$$\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \geq 1 \text{ là}$$

- A. $(-\infty; 0) \cup \left(\log_{\frac{3}{2}} 3; +\infty\right)$ B. $(-\infty; 0)$

- C. $\left(\log_{\frac{3}{2}} 3; +\infty\right)$ D. $\left(0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right)$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ sao

cho $f'(x) > 0; \forall x > 0$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(e) + f(\pi) < f(3) + f(4)$
 B. $f(e) - f(\pi) \geq 0$
 C. $f(e) + f(\pi) < 2f(2)$
 D. $f(1) + f(2) = 2f(3)$

Câu 16: Giá trị m của hàm số

$$f(x) = m(1 + \sqrt{1+x}) - x \text{ có giá trị lớn nhất trên đoạn } [0; 3] \text{ bằng } 2 \text{ là}$$

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. 3

Câu 17: Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm phức của

$$z^2 - 3z + 5 = 0. \text{ Dạng đại số của số phức } w = z_1^2 + z_2^2 + iz_1 z_2 \text{ là}$$

- A. $w = 1 + 5i$ B. $w = -1 - 5i$
 C. $w = 1 - 5i$ D. $w = -1 + 5i$

Câu 18: Hàm số $y = \ln(\sqrt{5x-1} + x - 5)$ có tập xác

định là

- A. $(2; 2017)$ B. $(1; +\infty)$
 C. $(2; +\infty)$ D. $[2; +\infty)$

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Tìm

$$\text{giá trị lớn nhất của } M = |z - 2| + |z + 2 - 2i|$$

- A. $8\sqrt{2}$ B. 4 C. 8 D. 6

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là 12. Tính thể tích của tứ diện $AB'CD'$

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Câu 21: Tập hợp các giá trị của m để phương trình $m \cdot \ln(1 - 2^x) - x = m$ có nghiệm thuộc $(-\infty; 0)$ là

- A. $(\ln 2; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$
 C. $(1; e)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc. Tính diện tích tam giác ABC , biết $SA = 4; SB = 2; SC = 3$

- A. $\sqrt{61}$ B. 8 C. $5\sqrt{3}$ D. $\sqrt{141}$

Câu 23: Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

- A. 5 B. 3 C. 7 D. 9

Câu 24: Cho đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây không đúng?

- A. Nếu $\sin(\vec{n}; \vec{u}) = 1$, thì $d \subset (P)$
 B. Nếu $\vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0$ thì d và (P) cắt nhau
 C. Nếu $d \subset (P)$, thì $\cos(\vec{n}; \vec{u}) = 0$
 D. Nếu $d \perp (P)$ thì $\sin(\vec{n}; \vec{u}) = 0$

Câu 25: Đường thẳng nào dưới đây không phải là tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x^2-1}$

- A. $x = 1$ B. $y = 0$ C. $y = 5$ D. $x = -1$

Câu 26: Thể tích của một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích xung quanh bằng 16π là

- A. 2π B. 8π C. 16π D. 4π

Câu 27: Tập giá trị của hàm số $y = x + 1 + \sqrt{x^2 + 1}$ là

- A. $(-\infty; 1]$ B. $[1; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 28: Tổng các nghiệm của phương trình $4^{x^4-5x^2} = 0,25$ bằng

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 29: Cho $c \in (a; b)$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ sao cho $f(a) \cdot f(b) < 0$. Hỏi công thức nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b |f(x)|dx = \left| \int_a^c f(x)dx \right| + \left| \int_c^b f(x)dx \right|$
- B. $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = \left| \int_a^c f(x)dx \right| + \left| \int_c^b f(x)dx \right|$
- C. $\int_a^b |f(x)|dx = \int_a^c |f(x)|dx + \int_c^b |f(x)|dx$
- D. $\int_a^b |f(x)|dx = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), cho điểm $S(4;2;6)$. Gọi A, B, C lần lượt là 3 điểm thuộc Ox, Oy, Oz sao cho SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Hỏi mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1;3;-2)$ B. $M(2;1;3)$
- C. $N(2;-1;3)$ D. $P(3;2;1)$

Câu 31: Cho $x > 1$ và các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn điều kiện $\log_a x > 0 > \log_b x > \log_c x$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $b > c > a$ B. $b > a > c$
- C. $a > c > b$ D. $a > b > c$

Câu 32: Giải phương trình $2^{1+2x} = 0,125$ được nghiệm là

- A. $x = -1$ B. $x = 3$ C. $x = 1$ D. $x = -2$

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = |x^2 - 3x - 1|$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Tồn tại $\max_{[-1;4]} f(x)$ B. Tồn tại $\min_{[1;5]} f(x)$
- C. $\min_{[0;3]} f(x) = 1$ D. $\max_{[0;3]} f(x) = 17$

Câu 34: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do quản lý kém, một số kẻ gian lấy trộm bán lậu nên từ năm thứ 2 trở đi, mức tiêu thụ tăng thêm 4% mỗi năm so với năm liền trước. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết

- A. 45 B. 39 C. 41 D. 42

Câu 35: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 4x + 5$ tại giao điểm của nó với trục hoành có phương trình là

- A. $y = 7x + 7$ B. $y = 6x + 6$
- C. $y = 6x + 7$ D. $y = 7x - 7$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)|z| = \frac{2\sqrt{10}}{z} - 1 + i$. Hỏi phần thực của số phức $w = \frac{1}{2+z}$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $(f(2x)dx)' = \frac{1}{2}f(2x)$
- B. $(f(2x)dx)' = f(2x)$
- C. $(f(2x)dx)' = 2f(2x)$
- D. $(f(2x)dx)' = f'(2x)$

Câu 38: Cho số phức $z \neq 0$ có điểm biểu diễn là M. Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục tung. Hỏi N là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $-\bar{z}$ B. $\bar{z}$ C. $i\bar{z}$ D. $-z$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 4z - 11 = 0$ và mặt phẳng $2x + 2y + z + 2 = 0$ cắt nhau theo hình tròn (C). Tính diện tích toàn phần của hình nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là hình tròn (C).

- A. $V = 36\pi$ B. $V = 24\pi$
- C. $V = 25\pi$ D. $V = 49\pi$

Câu 40: Cho m là một tham số thực. Hỏi đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - x$ và đồ thị của hàm số $y = x^3 + mx^2 - m$ cắt nhau tại nhiều nhất mấy điểm?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), gọi I là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 7 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M \in d$ đến (P), biết $IM = 9$

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{15}$ D. 8

Câu 42: Hàm số nào dưới đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + x}$?

A. $y = \ln \frac{x^2 + 1}{|x|}$

B. $y = \ln \frac{2x^2 + 1}{|x|}$

C. $y = \ln \frac{2x^2 + 2}{|x|}$

D. $y = \ln \frac{x^2 + 1}{2|x|}$

Câu 43: Một học sinh tính tích phân $I = \int_{-1}^1 x \cdot \sqrt[5]{x} dx$

như sau:

Bước 1: Biến đổi $x \cdot \sqrt[5]{x} = x \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{6}{5}}$

Bước 2: Tính $I = \int_{-1}^1 x^{\frac{6}{5}} dx = \frac{5}{11} x^{\frac{11}{5}} \Big|_{-1}^1$

Bước 3: Thay cận, được đáp số $I = \frac{5}{11}$

Hỏi cách giải của học sinh trên là đúng hay sai?

Nếu là sai, thì sai bắt đầu ở bước nào?

A. Sai ở bước 2

B. Sai ở bước 1

C. Sai ở bước 3

D. Đúng

Câu 44: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân, cạnh bên bằng 2, góc ở đỉnh bằng 120° . Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{8}$

C. π

D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{8}$

Câu 45: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà mà nó tiếp xúc lần lượt bằng 1, 2, 4. Hãy tính tổng độ dài đường kính của hai quả bóng đó

A. 12

B. 10

C. 6

D. 14

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \int_{-x}^x t \sin 2t dt$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

A. $-\pi$

B. 0

C. π

D. 2π

Câu 47: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

B. $y = x^3 - x^2 + 2x - 5$

C. $y = x^3 - 4x^2 + x + 2$

D. $y = x^4 + x^2 - 6$

Câu 48: Gọi V_t là thể tích của khối trụ có diện tích toàn phần S và V_c là thể tích của khối cầu có diện tích là S. Khi đó, giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_t}{V_c}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 49: Cho số phức $z = 4 + 3i$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. z có phần thực là 4, phần ảo là -3

B. $M(4;3)$ là điểm biểu diễn của z

C. $\bar{z} = 4 - 3i$ là số phức liên hợp của z

D. $|z| = 5$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), mặt phẳng cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(1;0;0); B(0;-2;0); C(0;0;3)$ có vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (6; -3; 2)$

B. $\vec{n} = (6; 3; -2)$

C. $\vec{n} = (-6; -3; 2)$

D. $\vec{n} = (6; -3; -2)$

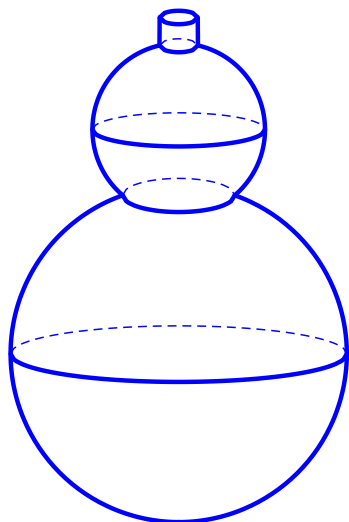
ĐÁP ÁN

1B	2A	3B	4B	5C	6A	7A	8C	9D	10D
11C	12D	13D	14A	15A	16C	17D	18C	19D	20D
21B	22A	23D	24A	25C	26C	27D	28A	29C	30B
31C	32D	33C	34C	35A	36C	37B	38A	39B	40B
41D	42B	43B	44C	45D	46B	47B	48C	49A	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Gọi V_1, V_2 là thể tích của hai khối cầu bán kính $R = 13(cm)$ và $r = \sqrt{41}(cm)$; V_3 là thể tích phần giao của hai khối cầu; V_4 là thể tích phần giao của khối trụ với khối cầu bán kính r ; V_t là thể tích khối trụ.



STUDY TIP

Thể tích chòm cầu có bán kính R , chiều cao h và bán kính đường tròn đáy r là:

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi h}{6} (h^2 + 3r^2).$$

- Thể tích khối cầu bán kính $R = 13(cm)$ là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8788\pi}{3}(cm^3)$.
- Thể tích khối cầu bán kính $r = \sqrt{41}(cm)$ là $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{164\sqrt{41}\pi}{3}(cm^3)$.
- Phần giao của hai khối cầu bán kính R, r chính là hai chòm cầu có chiều cao là $h_1 = R - \sqrt{R^2 - r^2} = 1(cm)$ và $h_2 = r - \sqrt{r^2 - R'^2} = \sqrt{41} - 4(cm)$.

$$\text{Vậy } V_3 = \pi h_1^2 \left(R - \frac{h_1}{3} \right) + \pi h_2^2 \left(r - \frac{h_2}{3} \right) \approx 141,43(cm^3) \xrightarrow{\text{SHIFT STO}} A.$$

- Phần giao của khối trụ với khối cầu bán kính r là chòm cầu có chiều cao là $h = r - \sqrt{r^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{41} - 6(cm)$.

$$\text{Vậy } V_4 = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right) \approx 3,2(cm^3) \xrightarrow{\text{SHIFT STO}} B.$$

- Thể tích khối trụ là $V_t = \pi(\sqrt{5})^2 \cdot 4 = 20\pi(cm^3)$.

Vậy thể tích hồ lô đựng rượu là:

$$V = V_1 + V_2 + V_t - V_3 - V_4 = V_1 + V_2 + V_t - A - B = \frac{9760}{3}\pi(cm^3) \approx 10,2 \text{ (lít)}.$$

Câu 2: Đáp án A.

Lý thuyết về tiệm cận: Cho hàm phân thức $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, với $P(x)$ và $Q(x)$ là các hàm đa thức.

là các hàm đa thức.

Tiệm cận đứng của đồ thị:

Nếu x_0 là một số thực thỏa mãn $Q(x_0) = 0$ và $P(x_0) \neq 0$, thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = x_0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị:

- Nếu bậc của đa thức tử số $P(x)$ nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số $Q(x)$, thì đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$.
- Nếu bậc của đa thức tử số $P(x)$ bằng bậc của đa thức mẫu số $Q(x)$, thì đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $y=\frac{a}{b}$; với a, b lần lượt là hệ số của x có bậc cao nhất trong mỗi đa thức $P(x)$ và $Q(x)$.
- Nếu bậc của đa thức tử số $P(x)$ lớn hơn bậc của đa thức mẫu số $Q(x)$ thì đồ thị không có tiệm cận đứng (Khi này, nếu có thì đồ thị sẽ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên).

Lời giải:

Tập xác định: $D=[-\sqrt{2};\sqrt{2}]\setminus\{-1\}$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y &= \frac{\sqrt{2-x^2}+x}{(3x-5)(x+1)^2} = \frac{(\sqrt{2-x^2}-x)(\sqrt{2-x^2}+x)}{(\sqrt{2-x^2}-x)(3x-5)(x+1)^2} \\ &= \frac{2(1-x)(1+x)}{(\sqrt{2-x^2}-x)(3x-5)(x+1)^2} = \frac{2(1-x)}{(\sqrt{2-x^2}-x)(3x-5)(x+1)} = \frac{f(x)}{g(x)}. \end{aligned}$$

$$\text{Phương trình } g(x) = (\sqrt{2-x^2}-x)(3x-5)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \notin D \\ x = 1 \end{cases}$$

Phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm là $x=-1$ và $x=1$, tuy nhiên $x=1$ cũng là nghiệm của phương trình $f(x)=2(1-x)=0$. Suy ra đồ thị chỉ có một đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 3: Đáp án B.

– Với phương án A: Ta có $y = \frac{x^2+3x-9}{x+2} = \frac{(x+1)(x+2)-12}{x+2} = x+1 - \frac{12}{x+2}$, nên đạo

hàm $y' = 1 + \frac{12}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định

và hàm số không có cực trị.

– Với phương án B: Ta có $y' = 4x^3 + 2x = 2x(2x^2 + 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số luôn đạt cực trị tại điểm $x=0$.

Vậy ta chọn ngay phương án B.

Câu 4: Đáp án B.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ giả thiết bài toán, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} f(-1)=7 \\ f(5)=-7 \\ f'(-1)=0 \\ f'(5)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c+d=7 \\ 125a+25b+5c+d=-7 \\ 3a-2b+c=0 \\ 75a+10b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{7}{54}, b=-\frac{7}{9}, c=-\frac{35}{18}, d=\frac{161}{27}.$$

Suy ra (C): $f(x) = \frac{7}{54}x^3 - \frac{7}{9}x^2 - \frac{35}{18}x + \frac{161}{27}$. Giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox

là nghiệm của phương trình: $\frac{7}{54}x^3 - \frac{7}{9}x^2 - \frac{35}{18}x + \frac{161}{27} = 0$

$$\Leftrightarrow 7x^3 - 42x^2 - 105x + 322 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(7x^2 - 28x - 161) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 + x_3 = \frac{28}{7} = 4 \end{cases}.$$

Vậy $x_1 + x_2 + x_3 = 6$.

Câu 5: Đáp án C.

Gọi các cạnh của hình hộp chữ nhật là $x, y, z (x, y, z > 0)$.

Đường chéo của hình hộp có độ dài là $d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2R = 2 \cdot 9 = 18$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 324.$$

Tổng các cạnh là $4x + 4y + 4z = 104 \Leftrightarrow x + y + z = 26$.

Vậy $S_{tp} = 2xy + 2yz + 2zx = (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = 26^2 - 324 = 352$.

Câu 6: Đáp án A.

$$\begin{aligned} \text{Bất phương trình } \log_2 \left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} \right) > 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} > 0 \\ \log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} > 0 \\ \log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} > 0 \\ \log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{x+1} > 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -1 \\ \frac{2x-1}{x+1} < \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -1 \\ \frac{14x-13}{9(x+1)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -1 \\ -1 < x < \frac{13}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{13}{14}. \end{aligned}$$

Câu 7: Đáp án A.

Bất đẳng thức đúng khi và chỉ khi $\left(\frac{2}{a}-1\right)\left(\frac{b}{3}-1\right) > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(2-a)(b-3)}{3a} > 0 \Leftrightarrow (2-a)(b-3) > 0 \Leftrightarrow (a-2)(b-3) < 0.$$

Câu 8: Đáp án C.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$,

($a^2 + b^2 + c^2 > 0$) nên có phương trình dạng:

$$a(x-1) + b(x-2) + c(x-3) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - a - 2b - 3c = 0.$$

Phương trình các mặt phẳng (Oxy): $z = 0$, (Oyz): $x = 0$

STUDY TIP

Ta có $\log_{f(x)}[g(x)] > 0$

$$\Leftrightarrow [f(x)-1] \cdot [g(x)-1] > 0.$$

Từ giả thiết, ta có:

$$\cos 45^\circ = \cos((P), (Oxy)) = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \cos((P), (Oyz)) = \frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Khi đó } \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |c| \\ 2a^2 = a^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |c| \\ b = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Câu 9: Đáp án D.

Các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu của điểm $S(2;4;6)$ trên các mặt phẳng $(Oyz), (Ozx), (Oxy)$ nên $A(0;4;6), B(2;0;6), C(2;4;0)$. Từ đó, suy ra ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=2; SB=4; SC=6$.

Gọi M là trung điểm của AB , do ΔSAB vuông tại S nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB .

Từ M , dựng $Mx \perp (SAB) \Rightarrow Mx \parallel SC$ (do $SC \perp (SAB)$). Khi đó, Mx là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔSAB .

Gọi N là trung điểm của SC , qua N kẻ mặt phẳng trung trực của SC , mặt phẳng này cắt Mx tại I . Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính mặt cầu là $R=SI=MN$ (do $SMIN$ là hình chữ nhật).

$$AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow SM = \frac{AB}{2} = \sqrt{5}, SN = \frac{SC}{2} = 3$$

$$\Rightarrow R = SI = MN = \sqrt{SM^2 + SN^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 3^2} = \sqrt{14}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 56\pi$ (đvdt).

Câu 10: Đáp án D.

$$\text{Chọn } \alpha = \frac{\pi}{2}, \text{ ta có } \begin{cases} \sin \alpha = 1 \\ \cos \alpha = 0 \end{cases}. \text{ Khi đó } \begin{cases} (P): x = 0 \\ (Q): y - 1 = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có phương trình

$$\text{là } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}. \text{ Đường thẳng } d \text{ đi qua } M(0;1;0) \text{ và có vectơ chỉ phương } \vec{u}_d = (0;0;1).$$

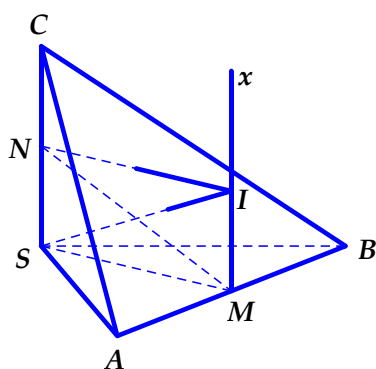
$$\text{Ta có } \vec{AM} = (-1;1;0), \vec{u}_d = (0;0;1) \Rightarrow [\vec{AM}, \vec{u}_d] = (1;1;0).$$

$$\text{Vậy } d(A; d) = \frac{|\vec{AM}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|} = \sqrt{2}.$$

Câu 11: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \log_b a \cdot \log_c b = \log_c a = \frac{1}{\log_a c} \Rightarrow \log_b a \cdot \log_c b \neq \log_a c. \text{ Vậy phương án C sai.}$$

Câu 12: Đáp án D.



STUDY TIP

Ngoài ra, để tìm nhanh bán kính của hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, ta có thể áp dụng công thức sau:

$$R = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2}}{2}$$

$$\text{Đặt } \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) = t \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx = dt \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx = \frac{2}{\pi} dt.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=0 \\ x=m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=\sin\left(\frac{\pi m}{2}\right) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \int_0^m \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\sin\left(\frac{\pi m}{2}\right)} dt = \frac{2}{\pi} t \Big|_0^{\sin\left(\frac{\pi m}{2}\right)} = \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi m}{2}\right)$$

$$\text{Xét } \int_0^m \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx \neq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi m}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi m}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow m \text{ là số nguyên lẻ.}$$

Mà $m \in [0; 2017)$ nên $m \in \{1; 3; 5; \dots; 2013; 2015\}$. Vậy có tất cả $\frac{2015-1}{2} + 1 = 1008$ số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2 \Leftrightarrow \frac{1}{12} \log_2 a = \frac{1}{18} \log_a b = \log_b 2 = t$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 12t \\ \log_a b = 18t \\ \log_b 2 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 12t \\ \log_a 2 = \log_a b \cdot \log_b 2 = 18t^2 \end{cases} \Rightarrow 12t = \frac{1}{18t^2} \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } a = 2^{12t} = 2^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 16; b = a^{18t} = 4^3 = 64. \text{ Vậy } \frac{b}{a^2} = 4.$$

Câu 14: Đáp án A.

$$\text{Điều kiện } 3^x \neq 2^x \Leftrightarrow x \neq 0.$$

$$\text{Bất phương trình } \frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 3^x - 4 \cdot 2^x}{3^x - 2^x} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3^x - 3 \cdot 2^x}{3^x - 2^x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 3}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq 3 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \log_{\frac{3}{2}} 3 \\ x < 0 \end{cases}$$

Câu 15: Đáp án A.

$$\text{Ta có } f'(x) > 0; \forall x > 0 \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên } (0; +\infty).$$

$$\text{– Với phương án A: Ta có } \begin{cases} e < 3 \\ \pi < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(e) < f(3) \\ f(\pi) < f(4) \end{cases} \Rightarrow f(e) + f(\pi) < f(3) + f(4). \text{ Vậy}$$

A đúng.

$$\text{– Với phương án B: Ta có } e < \pi \Rightarrow f(e) < f(\pi) \Rightarrow f(e) - f(\pi) < 0. \text{ Vậy B sai.}$$

$$\text{– Với phương án C: } 2 < e < \pi \Rightarrow f(2) < f(e) < f(\pi) \Rightarrow f(e) + f(\pi) > 2f(2). \text{ Vậy C sai.}$$

$$\text{– Với phương án D: } 1 < 2 < 3 \Rightarrow f(1) < f(2) < f(3) \Rightarrow f(1) + f(2) < 2f(3). \text{ Vậy D sai.}$$

Câu 16: Đáp án C.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{m}{2\sqrt{1+x}} - 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 4(1+x) = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ x = \frac{m^2 - 4}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } f(0) = 2m; f(3) = 3m - 3; f\left(\frac{m^2 - 4}{4}\right) = \left(\frac{m+2}{2}\right)^2.$$

$$\text{Suy ra } \max_{[0;3]} f(x) \in \left\{ f(0); f(3); f\left(\frac{m^2 - 4}{4}\right) \right\}.$$

$$\text{– Trường hợp 1: } \max_{[0;3]} f(x) = f(0) = 2 \Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} f(3) = 3m - 3 = 0 < f(0) \\ x = \frac{m^2 - 4}{4} = -\frac{3}{4} \notin [0;3] \end{cases} \text{ nên } m = 1 \text{ thỏa mãn bài toán.}$$

$$\text{– Trường hợp 2: } \max_{[0;3]} f(x) = f(3) = 2 \Leftrightarrow 3m - 3 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{3}. \text{ Ta thấy } m \text{ chỉ có thể}$$

là một trong bốn phương án A, B, C, D nên $m = \frac{5}{3}$ không phải là giá trị cần tìm.

$$\text{– Trường hợp 3: } \max_{[0;3]} f(x) = f\left(\frac{m^2 - 4}{4}\right) = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{m+2}{2}\right)^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 + 2\sqrt{2} \\ m = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases}. \text{ Loại}$$

vì đây không phải là các giá trị m cần tìm.

Câu 17: Đáp án D.

$$\text{Ta có } z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Sử dụng chức năng gán giá trị } \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{STO}} : \begin{cases} z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \rightarrow A \\ z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \rightarrow B \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } w = z_1^2 + z_2^2 + iz_1z_2 = A^2 + B^2 + i.A.B = -1 + 5i.$$

Câu 18: Đáp án C.

$$\text{Hàm số } y = \ln(\sqrt{5x-1} + x - 5) \text{ xác định } \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} + x - 5 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} > 5 - x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-x < 0 \\ 5x-1 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ 5x-1 > (5-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x \geq \frac{1}{5} \\ x \leq 5 \\ x^2 - 15x + 26 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 5 \\ 2 < x < 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ 2 < x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Câu 19: Đáp án D.

$$\text{Đặt } z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}). \text{ Từ } |z - i| = 2 \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y + 1 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2y + 3.$$

$$\text{Ta có } M = |z-2| + |z+2-2i| = |x-2+yi| + |(x+2)+(y-2)i|$$

$$M = \sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8}$$

Đã nói là làm – Đã làm là không hời hợt – Đã làm là hết mình – Đã làm là không hối hận!

$$M = \sqrt{(2y+3)-4x+4} + \sqrt{(2y+3)+4x-4y+8} = \sqrt{2y-4x+7} + \sqrt{4x-2y+11}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz (Bunyakovsky), ta có:

$$\left(1 \cdot \sqrt{2y-4x+7} + 1 \cdot \sqrt{4x-2y+11}\right)^2 \leq (1^2 + 1^2) \left[\left(\sqrt{2y-4x+7}\right)^2 + \left(\sqrt{4x-2y+11}\right)^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow M^2 = 2.18 = 36 \Leftrightarrow M \leq 6. \text{ Vậy } M_{\max} = 6.$$

Câu 20: Đáp án D.

$$\text{Ta có } V_{B'.ABC} = V_{A.A'B'D'} = V_{D'.ACD} = V_{C.B'CD'} = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{6} = 2$$

$$\text{Vậy } V_{AB'CD'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - (V_{B'.ABC} + V_{A.A'B'D'} + V_{D'.ACD} + V_{C.B'CD'}) = 12 - 4.2 = 4 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 21: Đáp án B.

$$\text{Phương trình } m \cdot \ln(1-2^x) - x = m \Leftrightarrow m[\ln(1-2^x) - 1] = x \Leftrightarrow m = \frac{x}{\ln(1-2^x) - 1}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{\ln(1-2^x) - 1} \text{ trên } (-\infty; 0).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{\ln(1-2^x) - 1 - x \cdot \frac{-2^x \cdot \ln 2}{1-2^x}}{[\ln(1-2^x) - 1]^2} = \frac{(1-2^x)[\ln(1-2^x) - 1] + 2^x \cdot x \cdot \ln 2}{[\ln(1-2^x) - 1]^2 \cdot (1-2^x)}$$

$$\text{Với } x < 0 \text{ thì } \begin{cases} 1-2^x > 0 \\ \ln(1-2^x) - 1 < 0 \end{cases}. \text{ Khi đó } f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 0) \Rightarrow \text{Hàm số } f(x)$$

nghiệch biến trên $(-\infty; 0)$.

$$\text{Bảng biến thiên: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0.$$

x	$-\infty$	0
$f'(x)$		-
$f(x)$	$+\infty$	0

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc $(-\infty; 0)$ khi đồ thị hàm số $f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ (song song với Ox) với $x \in (-\infty; 0)$. Quan sát bảng biến thiên, ta tìm được $m > 0$.

Câu 22: Đáp án A.

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu của } S \text{ trên mặt phẳng } (ABC), \text{ ta có: } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$$

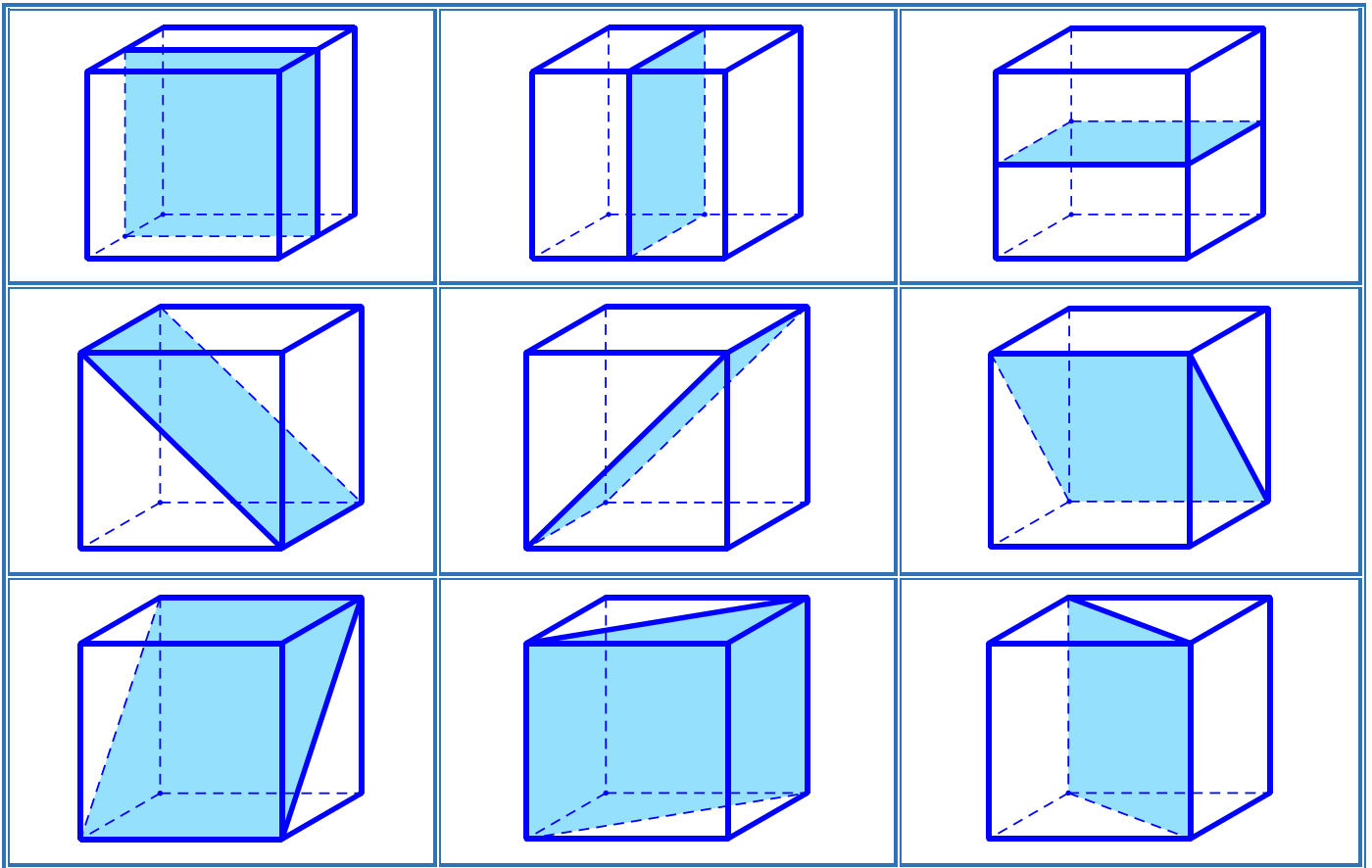
$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{61}{144} \Rightarrow SH = \frac{12}{\sqrt{61}}.$$

$$\text{Do } SH \perp (ABC) \text{ nên } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SH}.$$

$$\text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 4. \text{ Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SH} = \sqrt{61}.$$

Câu 23: Đáp án D.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng (hình vẽ).



Câu 24: Đáp án A.

Với phương án A: $\sin(\vec{n}; \vec{u}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{n}; \vec{u}) = 90^\circ$ hay $\vec{n} \perp \vec{u}$, khi đó $d \subset (P)$ hoặc $d \parallel (P)$. Vậy A không đúng.

Câu 25: Đáp án C.

Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x^2-1}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x = -1, x = 1$ và có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 26: Đáp án C.

Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông nên đường kính đáy bằng chiều cao. Khi đó $h = 2R$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi R \cdot 2R = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Leftrightarrow R = 2, h = 4.$$

Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$ (đvtt).

Câu 27: Đáp án D.

Ta có $\sqrt{x^2+1} + x > \sqrt{x^2} + x = |x| + x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $y = \sqrt{x^2+1} + x + 1 > 0 + 1 = 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = x + 1 + \sqrt{x^2+1}$ là $T = (1; +\infty)$.

Câu 28: Đáp án A.

$$\text{Phương trình } 4^{x^4-5x^2} = 0,25 \Leftrightarrow 4^{x^4-5x^2} = 4^{-1} \Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{5+\sqrt{21}}{2} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{4} \\ x^2 = \frac{5-\sqrt{21}}{2} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2} \\ x = \pm \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 29: Đáp án C.

Câu 30: Đáp án B.

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{SA} = (a-4; -2; -6) \\ \overrightarrow{SB} = (-4; b-2; -6) \\ \overrightarrow{SC} = (-4; -2; c-6) \end{cases}$

Do SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau nên $\begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \\ \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \\ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(4-a) + 2(2-b) + 36 = 0 \\ 16 + 2(2-b) + 6(6-c) = 0 \\ 4(4-a) + 4 + 6(6-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b + 56 = 0 \\ -2b - 6c + 56 = 0 \\ -4a - 6c + 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 14 \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}$$

Suy ra $A(7;0;0), B(0;14;0), C(0;0;\frac{14}{3})$ và phương trình mặt phẳng (ABC) theo

đoạn chắn là $\frac{x}{7} + \frac{y}{14} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + 3z - 14 = 0$. Ta thấy mặt phẳng này đi qua điểm $M(2;1;3)$. Chọn phương án B.

Câu 31: Đáp án C.

Ta có $\log_a x > 0 > \log_b x > \log_c x \Leftrightarrow \frac{1}{\log_x a} > 0 > \frac{1}{\log_x b} > \frac{1}{\log_x c}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_x a > 0 \\ \log_x b < \log_x c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ b < c < 1 \end{cases} \Leftrightarrow a > 1 > c > b \text{ (do } x > 1 \text{)}.$$

Câu 32: Đáp án D.

Phương trình $2^{1+2x} = 0,125 \Leftrightarrow 2^{1+2x} = 2^{-3} \Leftrightarrow 2x+1 = -3 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 33: Đáp án C.

Nhắc lại kiến thức: (Quy tắc tìm giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất của hàm số liên tục trên một đoạn)

– Nếu đạo hàm $f'(x)$ giữ nguyên dấu trên đoạn $[a;b]$ thì hàm số đồng biến (hoặc nghịch biến) trên cả đoạn. Do đó $f(x)$ đạt được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất tại các đầu mút của đoạn.

– Nếu chỉ có một số hữu hạn điểm $x_i (x_i < x_{i+1})$ mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định (x_i được gọi là các điểm tới hạn của hàm số), thì hàm số $f(x)$

đơn điệu trên mỗi khoảng $(x_i; x_{i+1})$. Khi đó, giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[a; b]$ là số lớn nhất và số nhỏ nhất trong các giá trị của hàm số tại hai đầu mút a, b và tại các điểm x_i nói trên.

Quy tắc: Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$

- Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ trên khoảng $(a; b)$ mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định (gọi là các **điểm tới hạn** của hàm số).
- Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$.
- Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.

Ta có:
$$\begin{cases} M = \max_{[a; b]} f(x) \\ m = \min_{[a; b]} f(x) \end{cases}$$

Chú ý: Hàm số **liên tục trên một khoảng** có thể không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên khoảng đó; mọi hàm số **liên tục trên một đoạn** đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

Lời giải:

Để thấy hàm số $f(x) = |x^2 - 3x - 1|$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ nên luôn tồn tại $\max_{[-1; 4]} f(x)$. Hàm số cũng liên tục trên đoạn $[1; 5]$ nên luôn tồn tại $\min_{[1; 5]} f(x)$. Vậy hai phương án A và B đều đúng.

Nếu $x \in [0; 3]$ thì $f(x) = |x^2 - 3x - 1| = -x^2 + 3x + 1$.

Đạo hàm $f'(x) = -2x + 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$. Có $f(0) = f(3) = 1$; $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{13}{4}$.

Suy ra $\min_{[0; 3]} f(x) = 1$; $\max_{[0; 3]} f(x) = \frac{13}{4}$. Vậy phương án C đúng và D sai.

Câu 34: Đáp án C.

Gọi mức tiêu thụ dầu hàng năm của nước A theo dự báo là M . Suy ra tổng lượng dầu tiêu thụ của nước A sẽ là $100M$.

Theo thực tế: Gọi x_n là mức tiêu thụ dầu của năm thứ n .

– Mức tiêu thụ năm đầu tiên là $x_1 = M$.

– Năm thứ 2, mức tiêu thụ dầu là $x_2 = x_1 + 4\% \cdot x_1 = M(1 + 4\%) = 1,04M$.

– Năm thứ 3, mức tiêu thụ dầu là $x_3 = x_2 + 4\% \cdot x_2 = 1,04x_2 = (1,04)^2 M$.

.....

– Tương tự, năm thứ n mức tiêu thụ dầu là: $x_n = (1,04)^{n-1} M$.

Tổng lượng dầu tiêu thụ trong n năm là:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = M \left[1 + 1,04 + (1,04)^2 + \dots + (1,04)^{n-1} \right] = 100M$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 \cdot [1 - (1,04)^n]}{1 - 1,04} = 100 \Leftrightarrow (1,04)^n - 1 = 4 \Leftrightarrow (1,04)^n = 5 \Leftrightarrow n = \log_{1,04} 5 \approx 41,0354.$$

Vậy sau 41 năm thì lượng dầu dự trữ của nước A sẽ sử dụng hết.

Câu 35: Đáp án A.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 4x + 5$ với trục hoành là nghiệm của phương trình: $y = x^3 + 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Giao điểm của đồ thị với trục Ox là $(-1; 0)$. Ta có $y' = 3x^2 + 4 \Rightarrow y'(-1) = 7$.

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $(-1; 0)$ có hệ số góc là $k = y'(-1) = 7$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = 7(x+1) + 0 \Leftrightarrow y = 7x + 7$.

Câu 36: Đáp án C.

$$\text{Giả thiết } (1+i)|z| = \frac{2\sqrt{10}}{z} - 1 + i \Leftrightarrow (|z|+1) + (|z|-1)i = \frac{2\sqrt{10}}{z} \quad (*)$$

Lấy mô-đun hai vế của $(*)$, ta được:

$$\sqrt{(|z|+1)^2 + (|z|-1)^2} = \frac{2\sqrt{10}}{|z|} \Leftrightarrow 2|z|^2 + 2 = \frac{40}{|z|^2} \Leftrightarrow |z|^4 + |z|^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

$$\text{Khi đó, } 2(1+i) = \frac{2\sqrt{10}}{z} - 1 + i \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{10}}{z} = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{2\sqrt{10}}{3+i} = \frac{3\sqrt{10}}{5} - \frac{\sqrt{10}}{5}i.$$

$$\text{Vậy } w = \frac{1}{2+z} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{10}-3}{4}i \text{ có phần thực là } \frac{1}{4}.$$

Câu 37: Đáp án B.

Câu 38: Đáp án A.

Số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $M(x; y)$. Do N đối xứng với M qua trục tung nên $N(-x; y)$.

Khi đó, N là điểm biểu diễn của số phức $z' = -x + yi = -(x - yi) = -\bar{z}$.

Câu 39: Đáp án B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 2)$ và bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 2 = 0$ cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Khi đó chiều cao và bán kính đáy của hình nón đỉnh S , đáy là đường

$$\text{tròn } (C) \text{ lần lượt là } h = IH = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 2 + 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 4 \text{ và } r = \sqrt{R^2 - h^2} = 3.$$

Diện tích toàn phần của hình nón này là $S_p = \pi rR + \pi r^2 = \pi r(R + r) = 24\pi$ (đvdt).

Câu 40: Đáp án B.

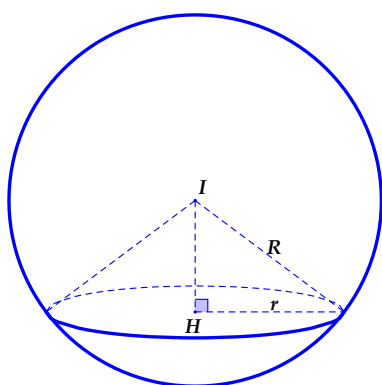
Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^3 - x = x^3 + mx^2 - m \Leftrightarrow x^3 - mx^2 - x + m = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(x-m) - (x-m) = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Khi đó, hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x$ và $y = x^3 + mx^2 - m$ cắt nhau tại tối đa ba điểm phân biệt (khi $m \neq \pm 1$).

Câu 41: Đáp án D.

Ta tìm được giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) là $I\left(4; 2; -\frac{1}{2}\right)$.



Ta có $M \in d \Rightarrow M(2t+1; 2t-1; t-2) \Rightarrow IM^2 = \frac{9}{4}(2t-3)^2$.

Từ giả thiết, suy ra $IM^2 = \frac{9}{4}(2t-3)^2 = 81 \Leftrightarrow (2t-3)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{9}{2} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Khi đó: $M\left(10; 8; \frac{5}{2}\right), M\left(-2; -4; -\frac{7}{2}\right)$. Vậy $d(M; (P)) = 8$.

Câu 42: Đáp án B.

- Với phương án A: $y = \ln \frac{x^2+1}{|x|} = \ln(x^2+1) - \ln|x| \Rightarrow y' = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x^3+x}$. Suy ra

$y = \ln \frac{x^2+1}{|x|}$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x^2-1}{x^3+x}$.

- Với phương án B: $y = \ln \frac{2x^2+1}{|x|} = \ln(2x^2+1) - \ln|x| \Rightarrow y' = \frac{4x}{2x^2+1} - \frac{1}{x} = \frac{2x^2-1}{2x^3+x}$.

Suy ra $y = \ln \frac{2x^2+1}{|x|}$ không là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x^2-1}{x^3+x}$.

Vậy ta chọn ngay đáp án B.

Câu 43: Đáp án B.

Bạn học sinh đó sai ngay ở bước 1, bởi vì nếu biến đổi $x \cdot \sqrt[5]{x} = x \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{6}{5}}$ thì phải có điều kiện $x > 0$.

Câu 44: Đáp án C.

Khối nón có thiết diện qua trục là tam giác SAB cân tại S , cạnh bên $SA = SB = 2$, góc ở đỉnh $ASB = 120^\circ$.

Gọi O là trung điểm AB , suy ra $SO \perp AB$ và O là tâm đáy của hình nón.

Chiều cao hình nón là $h = SO = SB \cdot \cos BSO = 2 \cdot \cos 60^\circ = 1$.

Bán kính đáy hình nón là $R = OA = OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{3}$.

Vậy thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 1 = \pi$ (đvtt).

Câu 45: Đáp án D.

Xét một quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền (quả bóng còn lại tương tự).

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Gọi $I(a; a; a), (a > 0)$ là tâm của mặt cầu (tâm quả bóng), khi đó bán kính mặt cầu là $R = a$ (do mặt cầu tiếp xúc với các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$). Suy ra phương trình mặt cầu của quả bóng là:

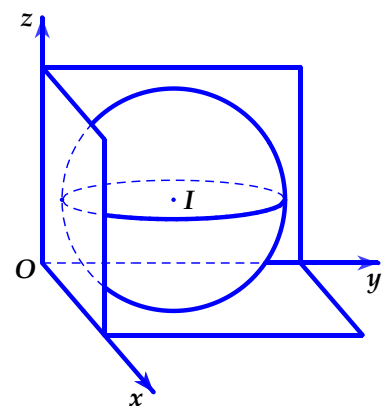
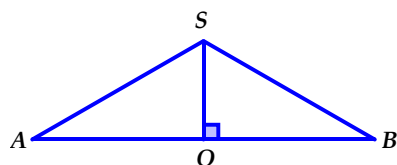
$$(x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2.$$

Điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt cầu (bề mặt của quả bóng).

Từ giả thiết $d(M; (Ozx)) = 1; d(M; (Oyz)) = 2; d(M; (Oxy)) = 4$ nên $M(2; 1; 4)$.

STUDY TIP

$$\int f(x) dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x)$$



$$\text{Suy ra } (2-a)^2 + (1-a)^2 + (4-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 14a + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7+\sqrt{7}}{2} \\ a = \frac{7-\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Do quả bóng bán kính R' còn lại cũng có các tính chất tương tự, nên nếu $R = \frac{7+\sqrt{7}}{2}$ thì $R' = \frac{7-\sqrt{7}}{2}$. Vậy $2R + 2R' = 14$.

Câu 46: Đáp án B.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = t \\ dv = \sin 2t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2t \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } f(x) = \int_{-x}^x t \sin 2t dt = -\frac{t \cos 2t}{2} \Big|_{-x}^x + \frac{1}{2} \int_{-x}^x \cos 2t dt = -x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2t \Big|_{-x}^x$$

$$\Rightarrow f(x) = -x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x. \text{ Suy ra } f'(x) = -\cos 2x + x \sin 2x + \cos 2x = x \sin 2x.$$

$$\text{Vậy } f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \sin(\pi) = 0.$$

Câu 47: Đáp án B.

– Với phương án A: Ta có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên mỗi

khoảng xác định.

– Với phương án B: Ta có $y' = 3x^2 - 2x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

.

– Với phương án C: Ta có $y' = 3x^2 - 8x + 1$, do $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; x_1)$ và $(x_2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(x_1; x_2)$.

– Với phương án D: Ta có $y' = 4x^3 + 2x = 2x(2x^2 + 1)$. Khi đó hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 48: Đáp án C.

Do diện tích toàn phần của hình trụ và diện tích mặt cầu đều bằng S , nên ta chuẩn hóa $S = 8\pi$.

Gọi $x, h (x, h > 0)$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

$$\text{Ta có } S_{tp} = 2\pi x^2 + 2\pi xh = 8\pi \Leftrightarrow x^2 + xh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4-x^2}{x}, (0 < x < 2)$$

$$\Rightarrow V_t = \pi x^2 h = \pi x^2 \cdot \frac{4-x^2}{x} = \pi x(4-x^2).$$

$$\text{Gọi } R \text{ là bán kính mặt cầu. Ta có } S = 4\pi R^2 = 8\pi \Leftrightarrow R^2 = 2 \Leftrightarrow R = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(\sqrt{2})^3 = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}. \text{ Suy ra } \frac{V_t}{V_c} = \frac{\pi x(4-x^2)}{\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}} = \frac{3}{8\sqrt{2}} x(4-x^2).$$

Xét hàm số $f(x) = x(4-x^2) = 4x - x^3$ trên $(0; 2)$.

Ta có $f'(x) = 4 - 3x^2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt

giá trị lớn nhất bằng $f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{16\sqrt{3}}{9}$.

$$\text{Vậy } \left(\frac{V_t}{V_c}\right)_{\max} = \frac{3}{8\sqrt{2}} \cdot f(x)_{\max} = \frac{3}{8\sqrt{2}} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 49: Đáp án A.

Số phức $z = 4 + 3i$ có phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3. Vậy phương án A sai.

Câu 50: Đáp án A.

Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn:

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x - 3y + 2z - 6 = 0.$$

Mặt phẳng này có véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (6; -3; 2)$.