

## ĐỀ SỐ 20

## THPT CHUYÊN LAM SƠN – THANH HÓA

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu

## ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 LẦN 3

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

**Câu 1:** Tìm tập nghiệm của phương trình  $2^{x^2-1} = 256$ .

- A.  $\{-3; 3\}$ . B.  $\{2; 3\}$ . C.  $\{-2; 2\}$ . D.  $\{-3; 2\}$ .

**Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 4; 1)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .

- A.  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{2}$ . B.  $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+1}{2}$ .  
C.  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{-2}$ . D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+1}{2}$ .

**Câu 3:** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.  
B. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.  
C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.  
D. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ . Biết thể tích của khối chóp bằng  $\frac{a^3}{2}$ . Tính chiều cao  $h$  của hình chóp đã cho.

- A.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ . B.  $h = a\sqrt{3}$ .  
C.  $h = \frac{3a}{4}$ . D.  $h = \frac{a}{4}$ .

**Câu 5:** Với số dương  $a$  và các số nguyên dương  $m, n$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a^{m^n} = (a^m)^n$ . B.  $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ .  
C.  $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a}$ . D.  $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$ .

**Câu 6:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2+m)x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $(1; 2)$ . B.  $(-\infty; 2)$ .  
C.  $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ . D.  $[-1; 2]$ .

**Câu 7:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = 2^{\log_2(1-2x)}$ . B.  $y = e^{3-5x}$ .  
C.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_1(x)}$ . D.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

**Câu 8:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để đường thẳng  $d: y = 3x + 1$  cắt đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1$  tại 3 điểm phân biệt.

- A.  $(-4; +\infty) \setminus \{-3\}$ . B.  $(-7; +\infty)$ .  
C.  $(-4; +\infty)$ . D.  $(-7; +\infty) \setminus \{-3\}$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , trong các điểm cho dưới đây điểm nào thuộc trục  $Oy$ ?

- A.  $Q(0; 3; 2)$ . B.  $N(2; 0; 0)$ .  
C.  $P(2; 0; 3)$ . D.  $M(0; -3; 0)$ .

**Câu 10:** Đặt  $a = \log 3$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\frac{1}{\log_{81} 100} = \frac{a}{8}$ . B.  $\frac{1}{\log_{81} 100} = 2a$ .  
C.  $\frac{1}{\log_{81} 100} = 16a$ . D.  $\frac{1}{\log_{81} 100} = a^4$ .

**Câu 11:** Hàm số nào dưới đây có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ?

- A.  $y = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x-1}}$ . B.  $y = \frac{x}{|x|-1}$ .  
C.  $y = 2x^3 - x + 2$ . D.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**Câu 12:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z = \frac{(1+3i)^2 + 3+4i}{1+2i}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\frac{3}{5} < \frac{a}{b} < \frac{4}{5}$ . B.  $\frac{1}{3} < \frac{a}{b} < \frac{2}{3}$ .  
C.  $\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < \frac{3}{5}$ . D.  $\frac{a}{b} < -1$ .

**Câu 13:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \cos^2 x \text{ và } F(\pi) = 1. \text{ Tính } F\left(\frac{\pi}{4}\right).$$

A.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4} - \frac{3\pi}{8}$ . B.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{8}$ .

C.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4} + \frac{3\pi}{8}$ . D.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} + \frac{3\pi}{8}$ .

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;1;1), B(0;-2;0), C(0;0;5)$ . Tìm tọa độ của vectơ pháp tuyến  $\vec{n}$  của mặt phẳng  $(ABC)$ .

A.  $\vec{n} = (13;5;2)$ . B.  $\vec{n} = (5;13;2)$ .

C.  $\vec{n} = (13;-5;2)$ . D.  $\vec{n} = (-13;5;2)$ .

**Câu 15:** Cho số phức  $z = 3 - 5i$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là phần thực và phần ảo của  $z$ . Tính  $S = a + b$ .

A.  $S = -8$ . B.  $S = 8$ . C.  $S = 2$ . D.  $S = -2$ .

**Câu 16:** Hàm số nào sau đây có đồ thị cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?

A.  $y = x^2 - x - 2$ . B.  $y = 3x^2 - 1$ .

C.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ . D.  $y = \frac{x^2-x-3}{2x-1}$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-2}$  có đồ thị (C) và các mệnh đề sau.

Mệnh đề 1: Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Mệnh đề 2: (C) đi qua điểm  $M(1;-5)$ .

Mệnh đề 3: (C) có tâm đối xứng là điểm  $I(2;1)$ .

Mệnh đề 4: (C) cắt trục hoành tại điểm có tọa độ  $\left(0;-\frac{3}{2}\right)$ .

Tìm số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

**Câu 18:** Tìm nguyên hàm của hàm số:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}.$$

A.  $\int f(x)dx = \frac{\sqrt{2x+1}}{2} + C$ .

B.  $\int f(x)dx = 2\sqrt{2x+1} + C$

C.  $\int f(x)dx = 4\sqrt{2x+1} + C$ .

D.  $\int f(x)dx = \sqrt{2x+1} + C$ .

**Câu 19:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số:

$$y = \frac{1}{\log_3(2x^2 - x)}.$$

A.  $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

B.  $D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{-1}{2}; 1\right\}$ .

C.  $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{-1}{2}; 1\right\}$ .

D.  $D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 20:** Hàm số nào có bảng biến thiên dưới đây.

|      |                                                                                    |      |     |           |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$                                                                          | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$                                                                                | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  |  |      |     |           |     |

A.  $y = x^3 - 3x + 1$ . B.  $y = -x^3 - 3x + 1$ .

C.  $y = -x^3 + 3x - 3$ . D.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Câu 21:** Với số thực  $a$  thỏa mãn  $0 < a \neq 1$ . Cho các

biểu thức:  $A = \log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)$ ;  $B = \log_a 1$ ;

$$C = \log_a \left(\log_2 2^{\frac{1}{a}}\right); D = \log_2 \left(\log_{\sqrt[4]{a}} a\right).$$

Gọi  $m$  là số biểu thức có giá trị dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $m = 2$ . B.  $m = 0$ . C.  $m = 3$ . D.  $m = 1$ .

**Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;0), B(-3;5;7)$  và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}. M \text{ là điểm nằm trên } d \text{ sao cho}$$

$$MA = MB. \text{ Tính cao độ } z_M \text{ của điểm } M.$$

A.  $z_M = \frac{45}{2}$ . B.  $z_M = \frac{42}{5}$ .

C.  $z_M = \frac{47}{5}$ . D.  $z_M = \frac{43}{2}$ .

**Câu 23:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2^2(2-x) + 4\log_2(2-x) \geq 5$ .

A.  $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; 2\right)$ .

B.  $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; +\infty\right)$

C.  $S = [2; +\infty)$ .

D.  $S = (-\infty; 0]$

**Câu 24:** Cho các số thực  $a, b$  và các mệnh đề:

Mệnh đề 1:  $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ .

Mệnh đề 2:  $\int_a^b 2f(x)dx = 2\int_a^b f(x)dx$ .

Mệnh đề 3:  $\int_a^b f^2(x)dx = \left(\int_a^b f(x)dx\right)^2$ .

Mệnh đề 4:  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$ .

Gọi  $m$  là số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên. Tìm  $m$ .

A.  $m=4$ . B.  $m=3$ . C.  $m=2$ . D.  $m=1$ .

**Câu 25:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng?

A.  $y = x^2 - x + 1$ . B.  $y = x^4 - x^2 - 2$ .

C.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ . D.  $y = x^3 - 3x + 2$ .

**Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-z+3=0$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

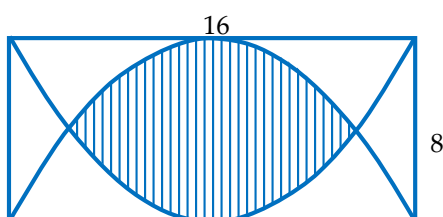
A. Đường thẳng  $d$  cắt mặt phẳng  $(P)$  tại đúng 1 điểm.

B. Đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$ .

C. Đường thẳng  $d$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$ .

D. Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 27:** Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là  $16m$  và chiều rộng là  $8m$ . Các nhà Toán học dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 mút của cạnh dài đối diện; phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa Hồng. Biết chi phí để trồng hoa Hồng là  $45.000$  đồng/ $1m^2$ . Hỏi các nhà Toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 3.322.000 đồng. B. 3.476.000 đồng.  
C. 2.159.000 đồng. D. 2.715.000 đồng.

**Câu 28:** Cho  $(H)$  là miền hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x=a; x=b$  (với  $a < b$ ) và đồ thị của hai hàm số  $y=f(x), y=g(x)$ . Gọi  $V$  là thể tích của vật thể tròn xoay khi quay  $(H)$  quanh  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A.  $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ .

B.  $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ .

C.  $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ .

D.  $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ .

**Câu 29:** Cho hai số phức  $z_1 = 5 - 3i, z_2 = 1 + 2i$ . Tìm số phức  $z = z_1 \cdot \overline{z_2}$ .

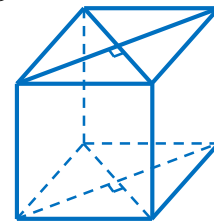
A.  $z = 1 - 13i$ .

B.  $z = 11 + 7i$ .

C.  $z = -1 + 13i$ .

D.  $z = -1 - 13i$ .

**Câu 30:** Một hình hộp đứng đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

**Câu 31:** Cho phương trình ẩn phức  $z^3 + 8 = 0$  có ba nghiệm  $z_1, z_2, z_3$ . Tính tổng  $M = |z_1| + |z_2| + |z_3|$ .

A.  $M = 6$ .

B.  $M = 2 + 2\sqrt{5}$ .

C.  $M = 2 + 2\sqrt{10}$ .

D.  $M = 2 + 2\sqrt{2}$ .

**Câu 32:** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đáy là hình tròn tâm  $O$ , góc ở đỉnh bằng  $150^\circ$ . Trên đường tròn đáy lấy điểm  $A$  cố định. Có bao nhiêu vị trí của điểm  $M$  trên đường tròn đáy của nón để diện tích tam giác  $SMA$  đạt giá trị lớn nhất?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

**Câu 33:** Cho khối tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $3a$ , gọi  $G_1, G_2, G_3, G_4$  là trọng tâm của 4 mặt của tứ diện  $ABCD$ . Tính thể tích  $V$  của khối tứ diện  $G_1G_2G_3G_4$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$ .

B.  $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{32}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 34:** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\pi}{a} + \frac{1}{b} \ln 4$ . Tính

$$P = a + b.$$

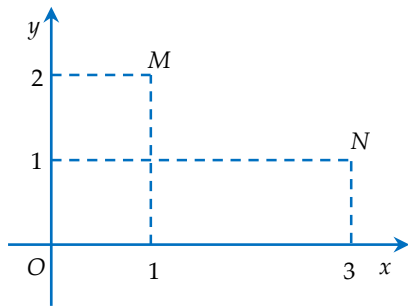
A.  $P = 2$ . B.  $P = 6$ . C.  $P = 0$ . D.  $P = 8$ .

**Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ .

Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với  $d$ ,  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$  đồng thời  $(P)$  cắt trục  $Oz$  tại điểm có cao độ dương.

A.  $2x - 2y + z + 2 = 0$ . B.  $2x - 2y + z - 16 = 0$ .  
C.  $2x - 2y + z - 10 = 0$ . D.  $2x - 2y + z - 5 = 0$ .

**Câu 36:** Cho hai điểm  $M, N$  trong mặt phẳng phức như hình vẽ, gọi  $P$  là điểm sao cho  $OMNP$  là hình bình hành. Điểm  $P$  biểu thị cho số phức nào trong các số phức sau?



A.  $z_4 = 4 - 3i$ . B.  $z_2 = 4 + 3i$ .  
C.  $z_3 = -2 + i$ . D.  $z_1 = 2 - i$ .

**Câu 37:** Trong các hàm số  $f(x) = \ln \frac{1}{\sin x}$ ,  $g(x) = \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ ,  $h(x) = \ln \frac{1}{\cos x}$ , hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng  $\frac{1}{\cos x}$ ?

A.  $g(x)$  và  $h(x)$ . B.  $g(x)$ .  
C.  $f(x)$ . D.  $h(x)$ .

**Câu 38:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ). Biết hàm số có hai điểm cực trị là  $x = 0, x = 2$  và  $f(0) = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b + c$ .

A.  $P = 5$ . B.  $P = -1$ . C.  $P = -5$ . D.  $P = 0$ .

**Câu 39:** Cho một hình trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng  $4dm$ . Một hình vuông  $ABCD$  có hai cạnh  $AB$  và  $CD$  lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy. Biết mặt phẳng  $(ABCD)$

không vuông góc với mặt đáy của hình trụ. Tính diện tích  $S$  của hình vuông  $ABCD$ .

A.  $S = 20dm^2$ . B.  $S = 40dm^2$ .  
C.  $S = 80dm^2$ . D.  $S = 60dm^2$ .

**Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có tọa độ các đỉnh  $A(3; 5; -1), B(0; -1; 8), C(-1; -7; 3), D(0; 1; 2)$  và điểm  $M(1; 1; 5)$ . Gọi  $(P): x + ay + bz + c = 0$  là mặt phẳng đi qua các điểm  $D, M$  sao cho  $(P)$  chia tứ diện  $ABCD$  thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính  $S = a + b + c$ .

A.  $S = \frac{1}{3}$ . B.  $S = \frac{4}{3}$ . C.  $S = \frac{7}{2}$ . D.  $S = 0$ .

**Câu 41:** Cho lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình bình hành. Các đường chéo  $DB'$  và  $AC'$  lần lượt tạo với đáy các góc  $45^\circ$  và  $30^\circ$ . Biết chiều cao của lăng trụ là  $a$  và  $BAD = 60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ.

A.  $V = a^3 \sqrt{3}$ . B.  $V = \frac{a^3}{2}$ .  
C.  $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$ . D.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

**Câu 42:** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{10 - x^2} - 2x - 1}{x^2 + 3x - 4}$ .

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

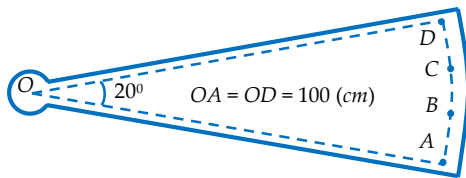
**Câu 43:** Tìm tập các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2$  đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

A.  $\left[\frac{-7}{3}; +\infty\right)$ . B.  $\left[\frac{-1}{3}; +\infty\right)$ .  
C.  $\left[\frac{-4}{3}; +\infty\right)$ . D.  $\left[\frac{2}{9}; +\infty\right)$ .

**Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(5; 8; -11), B(3; 5; -4), C(2; 1; -6)$  và mặt cầu  $(S): (x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ . Gọi  $M(x_M; y_M; z_M)$  là điểm trên  $(S)$  sao cho biểu thức  $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $P = x_M + y_M$ .

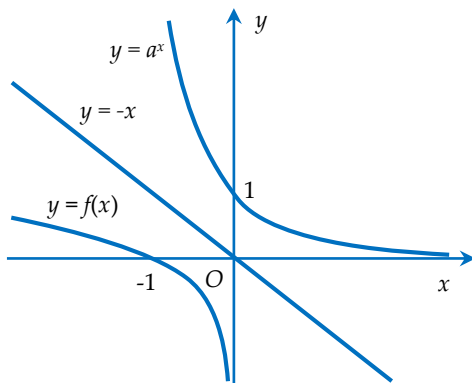
A.  $P = 4$ . B.  $P = 0$ . C.  $P = -2$ . D.  $P = 2$ .

**Câu 45:** Một cầu thang hình xoắn ốc có dạng như hình vẽ. Biết rằng cầu thang có 21 bậc được chia đều nhau, mỗi mặt bậc có dạng hình quạt với  $OA = OD = 100(\text{cm})$  góc mở của mỗi quạt là  $AOD = 20^\circ$ , độ cao từ sàn nhà đến hết bậc 21 là  $330(\text{cm})$ . Tính chiều dài của lan can cầu thang (tính từ bậc 1 đến hết bậc 21). (Làm tròn đến  $\text{cm}$ ).



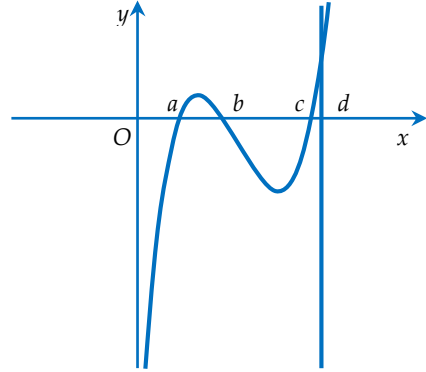
A. 804cm. B. 932cm. C. 789cm. D. 847cm.

**Câu 46:** Biết hai hàm số  $y = a^x, y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ đồng thời đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = -x$ . Tính  $f(-a^3)$ .



A.  $f(-a^3) = -a^{-3a}$ . B.  $f(-a^3) = \frac{-1}{3}$ .  
C.  $f(-a^3) = -3$ . D.  $f(-a^3) = -a^{3a}$ .

**Câu 47:** Cho các số thực  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $0 < a < b < c < d$  và hàm số  $y = f(x)$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $[0; d]$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A.  $M + m = f(0) + f(c)$ .  
B.  $M + m = f(d) + f(c)$ .  
C.  $M + m = f(b) + f(a)$ .  
D.  $M + m = f(0) + f(a)$ .

**Câu 48:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}; a \geq 0, b \geq 0$ ). Đặt đa thức  $f(x) = ax^2 + bx - 2$ . Biết  $f(-1) \leq 0, f\left(\frac{1}{4}\right) \leq \frac{-5}{4}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $|z|$ .

A.  $\text{Max}|z| = 2\sqrt{5}$ . B.  $\text{Max}|z| = 3\sqrt{2}$ .  
C.  $\text{Max}|z| = 5$ . D.  $\text{Max}|z| = 2\sqrt{6}$ .

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(x) \cdot f'(x) = 3x^5 + 6x^2$ . Biết  $f(0) = 2$ , tính  $f^2(2)$ .

A.  $f^2(2) = 144$ . B.  $f^2(2) = 100$ .  
C.  $f^2(2) = 64$ . D.  $f^2(2) = 81$ .

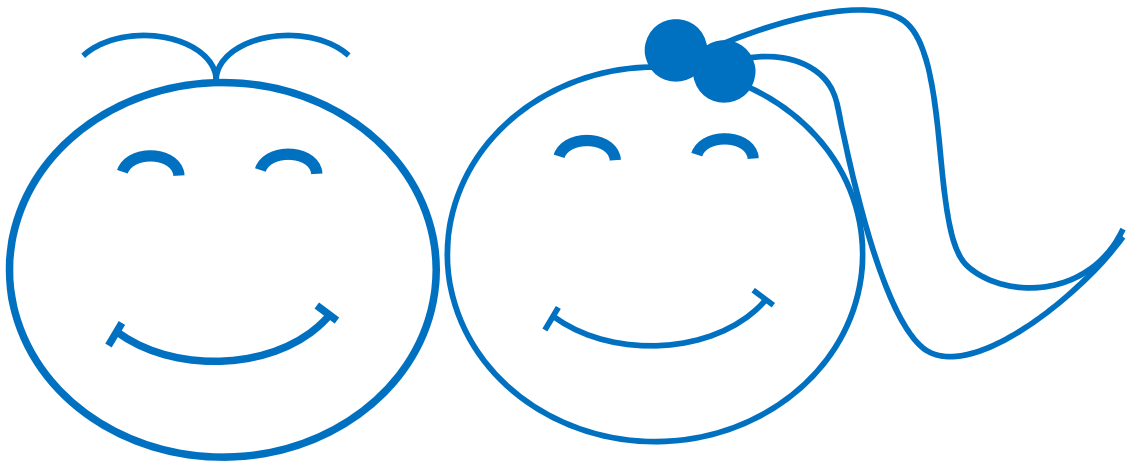
**Câu 50:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4$ . Gọi  $m$  là số nghiệm thực của phương trình  $\sqrt{f(f(x) - 2) - 2} = 3 - f(x)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $m = 7$ . B.  $m = 4$ . C.  $m = 6$ . D.  $m = 9$ .

### ĐÁP ÁN

|     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.A | 6.D  | 11.A | 16.C | 21.D | 26.C | 31.A | 36.D | 41.D | 46.C |
| 2.C | 7.C  | 12.A | 17.B | 22.C | 27.D | 32.A | 37.B | 42.D | 47.A |
| 3.B | 8.A  | 13.A | 18.D | 23.A | 28.A | 33.D | 38.B | 43.C | 48.A |
| 4.B | 9.D  | 14.C | 19.B | 24.C | 29.D | 34.C | 39.B | 44.D | 49.B |
| 5.B | 10.B | 15.D | 20.A | 25.B | 30.C | 35.B | 40.A | 45.A | 50.C |

**Nhất định các em sẽ làm được**  
**Đừng bao giờ nản chí các em nhé!**



## ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1-A  | 2-C  | 3-B  | 4-B  | 5-B  | 6-D  | 7-C  | 8-A  | 9-D  | 10-B |
| 11-A | 12-A | 13-A | 14-C | 15-D | 16-C | 17-B | 18-D | 19-B | 20-A |
| 21-D | 22-C | 23-A | 24-C | 25-B | 26-C | 27-D | 28-A | 29-D | 30-C |
| 31-A | 32-A | 33-D | 34-C | 35-B | 36-D | 37-B | 38-B | 39-B | 40-A |
| 41-D | 42-D | 43-C | 44-D | 45-A | 46-C | 47-A | 48-A | 49-B | 50-C |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1: Đáp án A

$$PT \Leftrightarrow 2^{x^2-1} = 2^8 \Rightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3 \Rightarrow S = \{-3; 3\}$$

### Câu 2: Đáp án C

Vtpt của (P) là:  $\vec{n}(1; -3; 2)$ . Đường thẳng d qua A và nhận  $\vec{n}$  làm vtcp

### Câu 3: Đáp án B

Hình chóp có đáy là tứ giác nội tiếp thì nội tiếp trong mặt cầu

### Câu 4: Đáp án B

$$\text{Ta có: } BC = AB \cot 30^\circ = a\sqrt{3}. \text{ Diện tích tam giác ABC là: } S = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Chiều cao của hình chóp là: } h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = a\sqrt{3}$$

### Câu 5: Đáp án B

### Câu 6: Đáp án D

$$\text{Ta có } y' = \left[ \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2+m)x + 1 \right]' = x^2 - 2mx + 2 + m$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta'(y') \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$$

### Câu 7: Đáp án C

### Câu 8: Đáp án A

$$\text{PT hoành độ giao điểm hai đồ thị là } 3x+1 = x^3 + 2x^2 - mx + 1 \Leftrightarrow x(x^2 + 2x - m - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = x^2 + 2x - m - 3 = 0 (*) \end{cases}$$

Hai đồ thị có ba giao điểm kh và chỉ khi PT (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x \neq 0$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+m+3 > 0 \\ -m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m \neq 3 \end{cases} \Rightarrow m \in (-4; -\infty) \setminus \{-3\}$$

### Câu 9: Đáp án D

### Câu 10: Đáp án B

$$\text{Ta có } \frac{1}{\log_{81} 100} = \log_{100} 81 = \log_{10^2} 3^4 = 2 \log 3 = 2a$$

### Câu 11: Đáp án A

**Câu 12: Đáp án A**

$$\text{Ta có } z = \frac{(1+3i)^2 + 3 + 4i}{1+2i} = 3 + 4i \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{5} < \frac{a}{b} < \frac{4}{5}$$

**Câu 13: Đáp án A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} f(x) dx &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (1 + \cos 2x) dx = \left( \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right) \Bigg|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} = \frac{3\pi}{8} - \frac{1}{4} = F(\pi) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{5}{4} - \frac{3\pi}{8} \end{aligned}$$

**Câu 14: Đáp án C**

$$\text{Ta có: } \overline{AB}(-1; -3; -1); \overline{BC}(0; 2; 5) \Rightarrow [\overline{AB}; \overline{BC}] = (-13; 5; -2)$$

**Câu 15: Đáp án D****Câu 16: Đáp án C**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm khi và chỉ khi PT  $y = f(x) = 0$  có đúng 1 nghiệm

**Câu 17: Đáp án B**

Dựa vào các mệnh đề ta thấy

- Hàm số tập xác định  $\mathbb{R} \setminus \{2\} \Rightarrow y' = -\frac{2}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D \Rightarrow$  hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Mệnh đề 1 sai
- (C) đi qua điểm  $M(1; -5)$ . Mệnh đề 2 đúng
- (C) có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là  $x = 2, y = 2 \Rightarrow I(2; 2)$  là tâm đối xứng của (C). Mệnh đề 3 sai
- (C) cắt trục hoành tại điểm có tọa độ  $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ . Mệnh đề 4 sai

**Câu 18: Đáp án D**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow t^2 = 2x+1 \Rightarrow t dt = dx \Rightarrow \int f(x) dx = \int \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx = \int dt = t + C = \sqrt{2x+1} + C$$

**Câu 19: Đáp án B**

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ \log_3(2x^2 - x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ 2x^2 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$$

**Câu 20: Đáp án A**

Dựa vào bảng biến thiên và đáp án ta thấy

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$
- Hàm số đạt cực trị tại  $x = \pm 1$

- Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ  $(1; 3), (-1; -1)$

### Câu 21: Đáp án D

Ta có

- $A = \log_a \left( \frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right) = \log_a a^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}$
- $B = \log_a 1 = 0$
- $C = \log_a \left( \log_2 2^{\frac{1}{2}} \right) \log_a \frac{1}{a} = -1$
- $D = \log_2 \left( \log_{\sqrt[4]{a}} a \right) = \log_2 4 = 2$

### Câu 22: Đáp án C

$$M \in d \Rightarrow M(1+2t; 2t; t-2)$$

$$\text{Ta có: } MA = MB \Leftrightarrow (2t)^2 + (2t-2)^2 + (t-2)^2 = (4+2t)^2 + (-5+2t)^2 + (t-9)^2 \Leftrightarrow t = \frac{57}{5}$$

$$\Rightarrow z_M = \frac{57}{5} - 2 = \frac{47}{5}$$

### Câu 23: Đáp án A

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ \left[ \log_2(2-x) \right]^2 + 4\log_2(2-x) - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ \begin{cases} \log_2(2-x) \geq 1 \\ \log_2(2-x) \leq -5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ \begin{cases} 2-x \geq 2 \\ 2-x \leq \frac{1}{32} \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{63}{32} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ \frac{63}{32} \leq x < 2 \end{cases} \Rightarrow S(-\infty; 0] \cup \left[ \frac{63}{32}; 2 \right) \end{aligned}$$

### Câu 24: Đáp án C

Các mệnh đề đúng là mệnh đề 1 và mệnh đề 4. Suy ra  $m = 2$

### Câu 25: Đáp án B

Hàm số là hàm số chẵn có  $f(x) = f(-x)$  thì đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng

### Câu 26: Đáp án C

Do  $\vec{n_p} \cdot \vec{u_d}$  và  $M(3; -1; 4) \in d$  và cũng thuộc (P) nên d nằm trong (P)

### Câu 27: Đáp án D

Dựa vào đề bài ta tính được 2 parabol có phương trình là  $y = \frac{1}{8}x^2$ ,  $y = -\frac{1}{8}x^2 + 8$

$$\text{PT hoành độ giao điểm là } \frac{1}{8}x^2 = -\frac{1}{8}x^2 + 8 \Leftrightarrow x^2 = 32 \Leftrightarrow x = \pm 4\sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra diện tích trồng hoa bằng } S = \int_{-4\sqrt{2}}^{4\sqrt{2}} \left( -\frac{1}{8}x^2 + 8 - \frac{1}{8}x^2 \right) dx \approx 60,34 (\text{m}^2)$$

Suy ra số tiền cần dùng bằng 2.715.000 đồng

### Câu 28: Đáp án A

### Câu 29: Đáp án D

$$\text{Ta có } z = z_1 \cdot \bar{z}_2 = (5-3i)(1-2i) = -1-13i$$

**Câu 30: Đáp án C**

3 mặt gồm: 2 mặt chéo và 1 mặt đi qua các trung điểm của các đường cao

**Câu 31: Đáp án A**

$$PT \Leftrightarrow (z+2)(z^2-2z+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} z+2=0 \\ z^2-2z+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-2 \\ z=1+\sqrt{3}i \\ z=1-\sqrt{3}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=-2 \\ z_2=1+\sqrt{3}i \\ z_3=1-\sqrt{3}i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } M = |z_1| + |z_2| + |z_3| = 6$$

Cách 2: Ta có:  $z^3 + 8 = 0 \Rightarrow z^3 = -8 \Rightarrow |z|^3 = 8 \Rightarrow |z| = 2$ . Do đó PT đã cho có 3 nghiệm đều có modun bằng 2

**Câu 32: Đáp án A**

Gọi l và R lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của hình nón. Ta có SAM là tam giác cân đỉnh S, có cạnh bên bằng l.

$$\text{Ta có: } 4R^2 = 2l^2 - 2l^2 \cos 150^\circ \Leftrightarrow R = l\sqrt{2+\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2R = l\sqrt{4+2\sqrt{3}} = l(\sqrt{3}+1)$$

Đặt  $\angle ASM = \alpha$ . Diện tích tam giác SAM là:  $S = \frac{1}{2}l^2 \sin \alpha$ . Để  $S_{\max}$  thì  $(\sin \alpha)_{\max} = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$

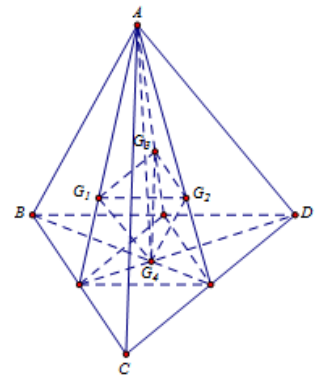
Khi đó:  $AM^2 = 2l^2 \Leftrightarrow AM = l\sqrt{2} < l(\sqrt{3}+1) = R$  (thỏa mãn). Có 2 điểm M thỏa mãn

**Câu 33: Đáp án D**

Khối tứ diện  $G_1G_2G_3G_4$  là tứ diện đều cạnh bằng nhau và bằng

$$G_2G_4 = \frac{AB}{3} = a$$

Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

**Câu 34: Đáp án C**

Đặt

$$\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases} \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \left( x \cdot \tan x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \left( x \cdot \tan x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos x} dx = d(\cos x)$$

$$= x \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \ln 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow P = 0$$

**Câu 35: Đáp án B**

Vtcp của d là  $\vec{u}(2; -2; 1)$ . Mặt phẳng (P) nhận  $\vec{u}$  là vtcp. Phương trình (P) là:

$$(P): 2x - 2y + z + m = 0 \Rightarrow (P) \cap Oz = (0; 0; -m) \Rightarrow m < 0$$

Ta có:  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9 \Rightarrow (S)$  có tâm  $I(1; -2; 1)$  và bán kính  $R = 3$

$$\text{Vì (P) tiếp xúc với (S) nên } d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 1 + m|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -16 \end{cases}$$

Vì (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ dương nên  $m = -16 \Rightarrow (P): 2x - 2y + z - 16 = 0$

**Câu 36: Đáp án D**

$$\text{Đặt } P(x; y) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MO} = (-1; -2) \\ \overrightarrow{NP} = (x-3; y-1) \\ \overrightarrow{MN} = (2; -1) \\ \overrightarrow{OP} = (x; y) \end{cases}. \text{ OMNP là hình bình hành, khi và chỉ khi } \begin{cases} NP \parallel MO \\ MN \parallel OP \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -2(x-3) = -(y-1) \\ 2y = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow P(2; -1) \Rightarrow z_1 = 2 - i$$

**Câu 37: Đáp án B**

Ta có

$$\bullet f'(x) = \left( \ln \frac{1}{\sin x} \right)' = -\cot x$$

$$\bullet g'(x) = \left( \ln \frac{1+\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{1}{\cos x}$$

$$\bullet h'(x) = \left( \ln \frac{1}{\cos x} \right)' = \tan x$$

**Câu 38: Đáp án B**

$$\text{Ta có } f'(x) = (x^3 + ax^2 + bx + c)' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\text{Theo đề bài ta có } \begin{cases} f(0) = 2 \\ f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = 0 \\ 12 + 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow P = -1$$

$$\text{Cách 2: } y' \text{ có dạng } y' = 3x(x-2) = 3x^2 - 6x \Rightarrow y = x^3 - 3x + C$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \text{ suy ra } P = -1$$

**Câu 39: Đáp án B**

Đặt  $AB = BC = a$ . Gọi  $C'$  là hình chiếu của  $C$  xuống  $(O'AB)$

$$\text{Khi đó } BC' = 2d(O'; AB) = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\text{Mặt khác } BC'^2 + CC'^2 = BC^2 \Leftrightarrow 4R^2 - AB^2 + R^2 = a^2 \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{10}}{5}$$

$$\text{Khi đó } a = \frac{5R}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10} \Rightarrow S = a^2 = 40$$

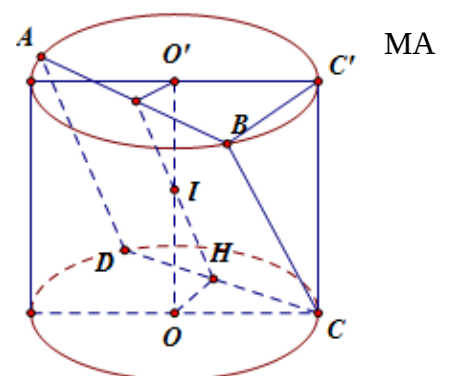
**Câu 40: Đáp án A**

Ta có:  $\overrightarrow{MA} = (2; 4; -6)$ ;  $\overrightarrow{MB} = (-1; -2; 3)$  nên  $M$  thuộc đoạn  $AB$  và  $MA = 2MB$

+ Giả sử (P) cắt  $AC$  tại  $N$  ta có:

$$\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AN = \frac{3}{4}AC$$

Suy ra



$$\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = (-3; -9; 3) \Rightarrow N(0; -4; 2) \Rightarrow (DMN): 3x - z + 2 = 0 \text{ hay } x - \frac{z}{3} + \frac{2}{3} = 0$$

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{3}$$

$$+ \text{ Giả sử (P) cắt BC tại N suy ra } \frac{V_{BMND}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{2} = \frac{BM}{BA} \cdot \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{BN}{BC}$$

Suy ra  $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$  nên B nằm ngoài đoạn BC nên không thể thỏa YCBT

### Câu 41: Đáp án D

Ta có  $B'D'$  là hình chiếu của  $B'D$  trên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$

$$\Rightarrow \angle B'D; (A'B'C'D') = (\angle B'D; B'D') = \angle DB'D' = 45^\circ$$

Tam giác  $DB'D'$  vuông tại  $B'$ , có  $\tan \angle DB'D' = \frac{DD'}{B'D'} \Rightarrow B'D' = a$

Tương tự  $A'C'$  là hình chiếu của  $AC'$  trên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$

$$\angle AC'; (A'B'C'D') = (\angle AC'; A'C') = \angle AC'A' = 30^\circ$$

Tam giác  $AA'C'$  vuông tại  $A'$ , có  $\tan \angle AC'A' = \frac{AA'}{A'C'} \Rightarrow A'C' = a\sqrt{3}$

Tứ giác  $A'B'C'D'$  có  $\angle B'A'D' = 60^\circ$  và  $\begin{cases} B'D' = a \\ A'C' = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow A'B'C'D'$  là hình thoi cạnh  $a$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = AA' \cdot S_{A'B'C'D'} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

### Câu 42: Đáp án D

Hàm số có tập xác định  $D = [-\sqrt{10}; \sqrt{10}] \setminus \{1\} \Rightarrow$  đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

$$\text{Ta có } y = \frac{\sqrt{10-x^2} - 2x - 1}{x^2 + 3x - 4} = \frac{10 - x^2 - (2x+1)^2}{(x^2 + 3x - 4)(\sqrt{10-x^2} + 2x - 1)} = \frac{9 - 5x}{(x+4)(\sqrt{10-x^2} + 2x - 1)}$$

Suy ra  $(x+4)(\sqrt{10-x^2} + 2x - 1) = 0, x \in D \Rightarrow x \in \emptyset \Rightarrow$  đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

### Câu 43: Đáp án C

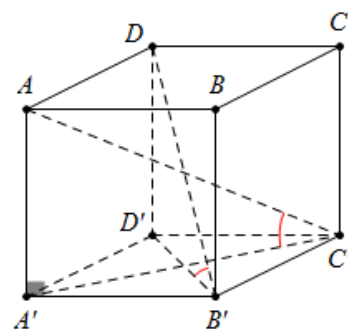
Xét hàm số  $y = \ln(3x-1) - \frac{m}{x} + 2$  trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ , ta có  $y' = \frac{3}{3x-1} + \frac{m}{x^2} = \frac{3x^2 + m(3x-1)}{x^2(3x-1)}$

Để hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + m(3x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{3x-1} + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2}{1-3x}; \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Rightarrow m \geq \max_{\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)} \left\{ \frac{3x^2}{1-3x} \right\} \quad (1)$$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{3x^2}{1-3x}$  trên  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ , có  $f'(x) = \frac{3x(3x-2)}{(3x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Tính các giá trị  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}; f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  suy ra  $\max_{\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)} f(x) = -\frac{4}{3} \quad (2)$



Từ (1), (2) suy ra  $m \geq -\frac{4}{3} \Rightarrow m \in \left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$  là giá trị cần tìm

#### Câu 44: Đáp án D

Gọi điểm  $G(x; y; z)$  sao cho  $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GC} \Rightarrow G(0; -2; 1)$

Xét mặt cầu  $(S): (x-4)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$  tâm  $I(4; 2; -1)$  và bán kính  $R = 3$

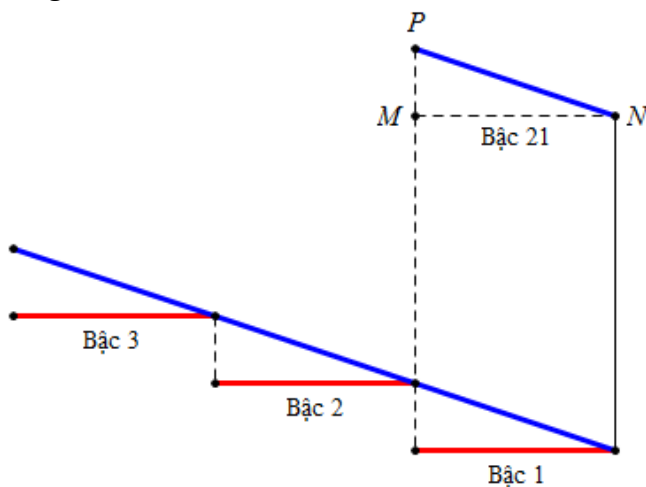
Ta có  $\overrightarrow{IG} = (4; -4; 2) \Rightarrow IG = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 2^2} = 6 > R \Rightarrow G$  nằm ngoài mặt cầu  $(S)$

Ta có  $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |-\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{MG}| = MG \Rightarrow MG$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow I, M, G$  thẳng hàng.

Hay điểm  $M$  chính là trung điểm của  $IG \Leftrightarrow M(2; 0; 0) \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = 0 \end{cases} \Rightarrow P = 2$

#### Câu 45: Đáp án A

Ta sẽ bẻ lan can cong thành thẳng như hình vẽ dưới.



- Khoảng cách giữa hai bậc thang liên tiếp là  $d = \frac{330}{21}$  cm
  - Chiều dài  $MN$  chính là chiều dài cung  $20^\circ$  bằng  $MN = \frac{20 \cdot \pi \cdot 100}{180} = \frac{100\pi}{9}$  cm
  - Tam giác  $MNP$  vuông tại  $N$ , có  $PN = \sqrt{MN^2 + MP^2} \approx 38,28$  cm
- Với  $MP$  là khoảng cách giữa hai bậc thang liên tiếp.  
 Vậy từ mép thang bậc đến mép cuối bậc 21 có tất cả 21 đường gấp khúc  $PN$ .  
 Do đó chiều dài của lan can cầu thang là  $21 \cdot PN = 21 \cdot 38,28 \approx 804$  cm

#### Câu 46: Đáp án C

Dựa vào đồ thị hàm số, vì  $y = f(x)$  đối xứng với  $y = a^x$  qua đường thẳng  $y = -x$  nên đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có phương trình là  $y = f(x) = \log_{\frac{1}{a}}(-x)$ . Do đó  $f(-a^3) = -\log_a a^3 = -3$

#### Câu 47: Đáp án A

Dựa vào đồ thị hàm số  $\Rightarrow$  bảng biến thiên  $\Rightarrow \begin{cases} M = \{f(0), f(b), f(d)\} \\ m = \{f(a), f(c)\} \end{cases}$

Mặt khác, dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy rằng

$$\int_a^b f'(x) dx < \int_b^c [-f'(x)] dx \Rightarrow f(x) \Big|_a^b < -f(x) \Big|_b^c \Leftrightarrow f(a) > f(c)$$

$$\bullet \int_0^a [-f'(x)] dx > \int_a^b f'(x) dx \Leftrightarrow f(0) - f(a) > f(b) - f(a) \Leftrightarrow f(0) > f(b)$$

$$\bullet \int_b^c [-f'(x)] dx > \int_c^d f'(x) dx \Leftrightarrow f(b) - f(c) > f(d) - f(c) \Leftrightarrow f(b) > f(d)$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} f(a) > f(c) \Rightarrow m = f(c) \\ f(0) > f(b) > f(a) \Rightarrow M = f(0) \end{cases} \Rightarrow M + m = f(0) + f(c)$$

#### Câu 48: Đáp án A

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} f(-1) \leq 0 \\ f\left(\frac{1}{4}\right) \leq -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b - 2 \leq 0 \\ \frac{a}{16} + \frac{b}{4} - 2 \leq -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq b + 2 \\ a + 4b \leq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq b + 2 \\ b \leq \frac{12 - a}{4} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } a \leq b + 2 \leq \frac{12 - a}{4} + 2 = \frac{20 - a}{4} \Leftrightarrow a \leq 4. \text{ Vậy } |z|^2 = a^2 + b^2 \leq a^2 + \frac{(12 - a)^2}{16}$$

$$\text{Xét hàm số } f(a) = 16a^2 + (12 - a)^2 = 17a^2 - 24a + 144 \text{ với } a \in [0; 4], \text{ có } f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{12}{17}$$

$$\text{Tính các giá trị } f(0) = 144, f(4) = 320, f\left(\frac{12}{17}\right) = \frac{2304}{17} \text{ suy ra } \max_{[0; 4]} f(a) = f(a) = 320$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của } |z| \text{ là } |z|_{\max} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

#### Câu 49: Đáp án B

$$\text{Ta có } f(x) \cdot f'(x) = 3x^5 + 6x^2 \Leftrightarrow \int f(x) \cdot f'(x) dx = \int (3x^5 + 6x^2) dx$$

$$\Leftrightarrow \int f(x) d(f(x)) = \frac{x^6}{2} + 2x^3 + C \Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^6}{2} + 2x^3 + C \Leftrightarrow f^2(x) = x^6 + 4x^3 + 2C$$

$$\text{Mà } f(0) = 2 \Rightarrow f^2(0) = 4 \Rightarrow 2C = 4 \Rightarrow f^2(x) = x^6 + 4x^3 + 4$$

$$\text{Vậy } f^2(2) = (x^6 + 4x^3 + 4) \Big|_{x=2} = 2^6 + 4 \cdot 2^3 + 4 = 100$$

#### Câu 50: Đáp án C

$$\text{Đặt } t = f(x) - 2 \text{ suy ra } f(t) = t^3 - 3t^2 - 3t + 4 \text{ và phương trình } \sqrt{f(f(x) - 2) - 2} = 3 - f(x)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(t) - 2} = 1 - t \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - t \geq 0 \\ f(t) - 2 = (1 - t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq t \\ f(t) = t^3 - 2t + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t^3 - 4t^2 - t + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 \\ t = t_2 \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4 \text{ với } x \in \mathbb{R}, \text{ ta có } f'(x) = 3x^2 - 6x - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\text{Tính các giá trị } f(1 + \sqrt{2}), f(1 - \sqrt{2}), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng:

• Đường thẳng  $y = t_1 + 2$  cắt đồ thị  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt

$\Rightarrow$  phương trình  $f(x) = t_1 + 2$  có ba nghiệm phân biệt

• Đường thẳng  $y = t_2 + 2$  cắt đồ thị  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt

$\Rightarrow$  phương trình  $f(x) = t_2 + 2$  có ba nghiệm phân biệt

Vậy phương trình đã cho có  $m = 6$  nghiệm phân biệt