

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề thi 896

Câu 1: [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = \left| \bar{z} - i \right|^2 + (iz - 1)^2$ và z có phần thực dương. Tính môđun của số phức z

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Câu 2: [2D3-2] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ và $y = 0$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (x - 2) dx$. B. $S = \left| \int_0^1 (\sqrt{x} + x - 2) dx \right|$.
C. $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 \sqrt{x} dx$. D. $S = \int_0^1 |\sqrt{x} - (2 - x)| dx$.

Câu 3: [2D3-2] Nếu $f(x) = (2 - \sqrt{x^3})$ thì $\int f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{2}\sqrt{x} + C$. B. $C - \sqrt{x^3}$. C. $2x - \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$. D. $2 - \sqrt{x^3}$.

Câu 4: [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_2(x)}{x+1}$ là

- A. $y = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2}$. B. $y = \frac{(x+1)\ln 2 + x \log_2 x}{x(x+1)^2}$.
C. $y = \frac{(x+1)\ln 2 - x \log_2 x}{x(x+1)^2}$. D. $y = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2 \ln 2}$.

Câu 5: [2D3-3] $\int \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} dx$ bằng

- A. $\frac{x^2}{2} + \ln|x - 1| + C$. B. $1 - \frac{1}{(x-1)^2} + C$. C. $x + \frac{1}{x-1} + C$. D. $x^2 + \ln|x - 1| + C$.

Câu 6: [2H1-2] Cho hình đa diện (H) có tất cả các mặt đều là tam giác. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tổng số các cạnh của (H) là một số không chia hết cho 3.
B. Tổng số các mặt của (H) là một số chẵn.
C. Tổng số các cạnh của (H) luôn gấp đôi tổng số các mặt của (H) .
D. Tổng số các mặt của (H) luôn gấp đôi tổng số các cạnh của (H) .

Câu 7: [2D4-3] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $z_1^{2017} + z_2^{2017}$.

- A. 2^{1009} . B. $-2^{1009}i$. C. $2^{1009}i$. D. -2^{1009} .

Câu 8: [2D3-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{e^{x-1}} - \log(x-2)^2$.

A. $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

B. $D = (2; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.

D. $D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 9: [2D3-3] Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2-x) + f(x) = x^2$ thì $\int_{-1}^3 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{28}{3}$.

B. $\frac{26}{3}$.

C. $\frac{14}{3}$.

D. 9.

Câu 10: [2D1-2] Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$ có ba điểm cực trị khi

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m \geq 0$.

Câu 11: [2D2-1] Với hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$, kết luận nào sau đây là sai?

A. Hàm số này đồng biến trên tập xác định.

B. Đồ thị hàm số này có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số này đi qua điểm $(1; 1)$.

D. Tập xác định của hàm số này là $(0; +\infty)$.

Câu 12: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{mx+2}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó khi

A. $m \geq 2$ hoặc $m \leq -2$.

B. $m > \sqrt{2}$ hoặc $m < -\sqrt{2}$.

C. $-2 \leq m \leq 2$.

D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 13: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -3; -2)$, $B(1; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$. Điểm M thuộc đường thẳng AB sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox , biết $z_M < 0$.

A. $(5; 0; 0)$.

B. $(7; 0; 0)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(3; 0; 0)$.

Câu 14: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y + 3z - 1 = 0$ và điểm $A(4; 1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và

Δ cắt đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

A. $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-9}$.

B. $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-3}$.

C. $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-3}$.

Câu 15: [2D1-2] Số điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x-5}{x-2}$ có tọa độ nguyên là

A. 3.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 16: [2D2-3] Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$ là

A. $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (1; 5\sqrt{5})$.

B. $(-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

C. $(-\infty; 1) \cup \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (1; 5)$.

Câu 17: [2D2-2] Biểu diễn $\log_2 5$ theo $\alpha = \log_{10} 20$ ta được $\log_2 5$ bằng

A. $\frac{\alpha-2}{\alpha-1}$.

B. $\frac{2+\alpha}{\alpha+1}$.

C. $\frac{2-\alpha}{\alpha-1}$.

D. $\frac{1}{\alpha-1}$.

- Câu 18:** [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 1|$ trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ là
- A. $\frac{9}{2}$. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 19:** [2D3-2] Nếu $f'(x) = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0$ và $f(1) = 0$ thì $f(x)$ bằng
- A. $-\frac{1}{x^2}$. B. $\begin{cases} \ln x, x > 0 \\ \ln(-x) + C, x < 0 \end{cases}$. C. $\ln|x|$. D. $\frac{1}{x^2}$.
- Câu 20:** [2D1-3] Phương trình $8x^9 + (8 - m^3)x^6 + m^2x^4 + 4x^3 - mx^2 + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi
- A. $m > 3$. B. $m < 2$. C. $2 < m < 3$. D. $m > 5$.
- Câu 21:** [2D2-4] Con gái của cô Năm vừa tốt nghiệp đại học, cô mua xe máy cho con gái đi làm. Tuy nhiên cô còn thiếu 7 triệu đồng và cô chọn hình thức trả góp trong một năm, lãi suất 2%/tháng. Số tiền cô phải trả hàng tháng là (đã làm tròn)?
- A. 661917 đồng. B. 653042 đồng. C. 712324 đồng. D. 704907 đồng.
- Câu 22:** [2D1-1] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- Câu 23:** [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng
- $$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 3 + 4t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}).$$
- Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Đường thẳng d cắt đường thẳng d' .
B. Đường thẳng d song song với đường thẳng d' .
C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng d' .
D. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.
- Câu 24:** [2D1-3] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - mx + 2(P)$ tại điểm $M(0; 2)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2 khi
- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = 1$ hoặc $m = -1$. D. $m = 1$.
- Câu 25:** [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $8^{x^2-x} = 2$ là
- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 26:** [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): 2x - 3y + z + 5 = 0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (α) .
- A. $(0; 1; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(1; 0; 4)$. D. $(0; 2; 3)$.
- Câu 27:** [2H3-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA + 3OB + 2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x + 2y + 3z - 19 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $x + 3y + 2z - 13 = 0$.

D. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 28: [2H3-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng cắt nhau.

B. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng song song.

C. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau.

D. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt và không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 29: [2H3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^4 f(x) dx = 2$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int_{-1}^1 f(2x) dx = 1$.

B. $\int_{-3}^3 f(x+1) dx = 2$.

C. $\int_0^6 \frac{1}{2} f(x-2) dx = 1$.

D. $\int_{-1}^2 f(2x) dx = 2$.

Câu 30: [2H3-3] Cho hai số phức $z = 1 + ai$ ($a \in \mathbb{R}$) và $z' = 1 + i$. Tìm điều kiện của a để zz' là một số ảo.

A. $a = -1$.

B. $a \neq 1$.

C. $a = 1$.

D. $a \neq -1$.

Câu 31: [2D3-2] Gọi $V(a)$ là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a$ ($a > 1$). Tìm $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a)$.

A. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi^2$.

B. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi$.

C. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 3\pi$.

D. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$.

Câu 32: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 33: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB . Biết rằng $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 34: [2D2-2] Tìm giá trị của tham số m để phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+2} + 9m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m = 3$.

B. $m = 4$.

C. $m = 1$.

D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 35: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1; 4; 1)$, đường chéo $BD: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$, đỉnh C thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm C .

A. $C(1; 3; -3)$.

B. $C(-1; 3; -1)$.

C. $C(3; 2; -3)$.

D. $C(-2; 3; 0)$.

Câu 36: [2H1-2] Cho mặt nón có chiều cao $h=6$, bán kính đáy $r=3$. Một hình lập phương đặt trong mặt nón sao cho trục của mặt nón đi qua tâm hai đáy của hình lập phương, một đáy của hình lập phương thuộc mặt đáy của hình nón, các đỉnh của đáy còn lại của hình lập phương thuộc các đường sinh của hình nón. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

- A. 3. B. $6(\sqrt{2}-1)$. C. $3(2+\sqrt{2})$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: [2D3-4] Số nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^2 = 3 \end{cases}$$
 là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 38: [2D3-2] $\int_0^m x \sin x dx = 1$ khi m bằng

- A. π . B. $-\frac{\pi}{2}$. C. 0. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 39: [2H1-2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB=a$, $BC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên đáy ABC là trung điểm H của cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $a^3\sqrt{5}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 40: [2D1-2] Số điểm cực đại của hàm số $y = x(-x^3 + 3x - 2)$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 41: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC=60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 42: [2D2-2] Biết phương trình $\log_3(3^{x+1}-1)=2x+\log_3 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $S=27^{x_1}+27^{x_2}$.

- A. $S=27+3\sqrt{3}$. B. $S=9$. C. $S=\frac{3}{2}$. D. $S=\frac{9}{8}$.

Câu 43: [2H3-1] Tìm khẳng định sai.

- A. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực dương.
B. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực không âm.
C. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực.
D. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số phức.

Câu 44: [2H3-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét các mặt cầu (S) có tâm I thuộc mặt phẳng $(P): x-y+4=0$ và đi qua hai điểm $A(0;0;2)$, $B(0;2;0)$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu (S) là

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 45: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, các mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên $SA = \sqrt{7}$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$. C. 36π . D. $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 46: Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1, z_2 sao cho tam giác OAB là tam giác đều cạnh 1 (O là gốc tọa độ). Giá trị của $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là

- A. Luôn bằng 1. B. Luôn bằng $1+i$.
C. Phụ thuộc vào vị trí các điểm A, B . D. Luôn bằng -1 .

Câu 47: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \ln^2 x - m \ln x + m + 3 \leq 0 & (1) \\ \frac{x-1}{x^2} > 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi

- A. $m < -3$ hoặc $m \geq 6$. B. $m \leq -3$.
C. $m < -3$. D. $m \geq 6$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I , cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 36$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. B là điểm trên (d) có tọa độ nguyên sao cho $AB = \sqrt{5}$. Tìm tọa độ điểm B .

- A. $B(-1;1;-3)$. B. $B(-3;2;0)$. C. $B(1;0;-6)$. D. $B(-5;3;3)$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các cạnh SB, SC, SD . Xét khối nón (N) có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác HKL và có đỉnh thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích của khối nón (N) .

- A. $\frac{\pi a^3}{12}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{8}$. D. $\frac{\pi a^3}{24}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1:** [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = \left| \bar{z} - i \right|^2 + (iz - 1)^2$ và z có phần thực dương. Tính môđun của số phức z
- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$1 + \bar{z} = \left| \bar{z} - i \right|^2 + (iz - 1)^2 \Leftrightarrow 1 + x - yi = x^2 + (y - 1)^2 - x^2 - 2yi - y^2 - 2xi + 2y + 1$$

$$\Leftrightarrow x - 1 + (2x + y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

- Câu 2:** [2D3-2] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ và $y = 0$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (x - 2) dx$. B. $S = \left| \int_0^1 (\sqrt{x} + x - 2) dx \right|$.
- C. $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 \sqrt{x} dx$. D. $S = \int_0^1 |\sqrt{x} - (2 - x)| dx$.

Lời giải

Chọn C.

$$S = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (2 - x) dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \left(2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} + \int_0^1 \sqrt{x} dx.$$

- Câu 3:** [2D3-2] Nếu $f(x) = (2 - \sqrt{x^3})$ thì $\int f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{2} \sqrt{x} + C$. B. $C - \sqrt{x^3}$. C. $2x - \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C$. D. $2 - \sqrt{x^3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int (2 - \sqrt{x^3}) dx = 2x - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} = 2x - \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + C.$$

- Câu 4:** [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_2(x)}{x+1}$ là

- A. $y = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2}$. B. $y = \frac{(x+1) \ln 2 + x \log_2 x}{x(x+1)^2}$.

C. $y = \frac{(x+1)\ln 2 - x \log_2 x}{x(x+1)^2}.$

D. $y = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{x(x+1)^2 \ln 2}.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \frac{\frac{1}{x \ln 2} (x+1) - \log_2 x}{(x+1)^2} = \frac{x+1 - x \ln 2 \log_2 x}{(x+1)^2} = \frac{x(1 - \ln x) + 1}{(x+1)^2}.$

Câu 5: [2D3-3] $\int \frac{x^2 - x + 1}{x-1} dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$ B. $1 - \frac{1}{(x-1)^2} + C.$ C. $x + \frac{1}{x-1} + C.$ D. $x^2 + \ln|x-1| + C.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int \frac{x^2 - x + 1}{x-1} dx = \int \left(x + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

Câu 6: [2H1-2] Cho hình đa diện (H) có tất cả các mặt đều là tam giác. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tổng số các cạnh của (H) là một số không chia hết cho 3.
 B. Tổng số các mặt của (H) là một số chẵn.
 C. Tổng số các cạnh của (H) luôn gấp đôi tổng số các mặt của (H) .
 D. Tổng số các mặt của (H) luôn gấp đôi tổng số các cạnh của (H) .

Lời giải

Chọn B

Gọi C là số cạnh, M là số mặt.

Mỗi mặt là một tam giác nên ta có $3M$ cạnh. Nhưng mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt nên $C = \frac{3M}{2} \Leftrightarrow 2C = 3M$. Điều này chứng tỏ M là một số chẵn.

Lấy ví dụ hình tứ diện thì các câu A, C, D sai hết.

Câu 7: [2D4-3] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $z_1^{2017} + z_2^{2017}$.

A. $2^{1009}.$ B. $-2^{1009}i.$ C. $2^{1009}i.$ D. $-2^{1009}.$

Lời giải

Chọn A.

Giải phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ ta được $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$.

$$(1+i)^{2017} = (1+i)^{2016} (1+i) = (2i)^{1008} (1+i) = 2^{1008} (i^4)^{252} (1+i) = 2^{1008} (1+i)$$

$$(1-i)^{2017} = (1-i)^{2016} (1-i) = (-2i)^{1008} (1-i) = 2^{1008} (i^4)^{252} (1-i) = 2^{1008} (1-i)$$

Do đó $z_1^{2017} + z_2^{2017} = 2^{1009}.$

Câu 8: [2D3-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{e^{x-1}} - \log(x-2)^2$.

A. $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}.$ B. $D = (2; +\infty).$

C. $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.

D. $D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

Vậy $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 9: [2D3-3] Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2-x) + f(x) = x^2$ thì $\int_{-1}^3 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{28}{3}$.

B. $\frac{26}{3}$.

C. $\frac{14}{3}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn B.

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \underbrace{\int_{-1}^1 f(x) dx}_{I_1} + \underbrace{\int_1^3 f(x) dx}_{I_2}$$

Tính I_1 Đặt $t = 2 - x$ suy ra $dx = -dt$.

Đổi cận $x = -1 \Rightarrow t = 3$; $x = 1 \Rightarrow t = 1$. Khi đó tích phân trở thành

$$I_1 = \int_3^1 f(2-t)(-dt) = \int_1^3 f(2-t) dt = \int_1^3 f(2-x) dx$$

$$\text{Suy ra } \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_1^3 f(2-x) dx + \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 [f(2-x) + f(x)] dx = \int_1^3 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_1^3 = \frac{26}{3}.$$

Câu 10: [2D1-2] Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$ có ba điểm cực trị khi

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt. khi đó phương trình $x^2 - m = 0$ có 2 nghiệm thực khác 0 hay $m > 0$.

Vậy $m > 0$ hàm số có ba điểm cực trị.

* Giải nhanh: Hàm trùng phương có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0 \Leftrightarrow -2m < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Câu 11: [2D2-1] Với hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$, kết luận nào sau đây là sai?

A. Hàm số này đồng biến trên tập xác định.

B. Đồ thị hàm số này có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số này đi qua điểm $(1; 1)$.

D. Tập xác định của hàm số này là $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Đây là hàm số lũy thừa với $\alpha = \frac{1}{3}$.

Khẳng định B sai.

Câu 12: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{mx+2}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó khi

A. $m \geq 2$ hoặc $m \leq -2$.

B. $m > \sqrt{2}$ hoặc $m < -\sqrt{2}$.

C. $-2 \leq m \leq 2$.

D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x \neq -m$.

$y' = \frac{m^2 - 2}{(x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi:

$$y' < 0 \quad \forall x \neq -m \Leftrightarrow m^2 - 2 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

Câu 13: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -3; -2)$, $B(1; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$. Điểm M thuộc đường thẳng AB sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox , biết $z_M < 0$.

A. $(5; 0; 0)$.

B. $(7; 0; 0)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(3; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 2)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số dạng:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$$

Điểm $M(1 - 2t; -2 + t; 2t)$ thuộc đường thẳng AB .

$$d(M, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|2(1 - 2t) + 2(-2 + t) - 2t - 4|}{3} = 2 \Leftrightarrow |-4t - 6| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} -4t - 6 = -6 \\ -4t - 6 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -3 \end{cases}$$

Do $z_M < 0$ nên điểm $M(7; -5; -6)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox là $(7; 0; 0)$.

Câu 14: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y + 3z - 1 = 0$ và điểm $A(4; 1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và

Δ cắt đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

A. $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-9}$.

B. $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-3}$.

C. $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-3}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$

Gọi $B = \Delta \cap d$. Tọa độ $B(3 + 3t; 3 + 2t; -2 - 2t)$.

$\overrightarrow{AB} = (3t - 1; 2t + 2; -2t - 5)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Do Δ song song với mặt phẳng (P) nên

$$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_{(P)} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow 3(3t-1) + 2(2t+2) + 3(-2t-5) = 0 \Rightarrow 7t = 14 \Rightarrow t = 2.$$

Vậy $\overrightarrow{AB} = (5; 6; -9)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-9}.$$

Câu 15: [2D1-2] Số điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x-5}{x-2}$ có tọa độ nguyên là

A. 3.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y = \frac{x-5}{x-2} = \frac{x-2-3}{x-2} = 1 - \frac{3}{x-2}.$$

Điểm $M\left(x_0; y_0 = 1 - \frac{3}{x-2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên khi và chỉ khi: $\begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ 3 \mid (x_0 - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ x_0 - 2 \in \{\pm 1; \pm 3\} \end{cases}.$$

Vậy có 4 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ là số nguyên.

Câu 16: [2D2-3] Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$ là

A. $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (1; 5\sqrt{5})$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $(-\infty; 1) \cup \left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (1; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện xác định: $0 < x \neq 1$

$$\text{Ta có: } 2\log_5 x - \log_x 125 < 1 \Leftrightarrow 2\log_5 x - \frac{3}{\log_5 x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2(\log_5 x)^2 - \log_5 x - 3}{\log_5 x} < 0$$

$$\text{Đặt } \log_5 x = t \Rightarrow \text{ta có bất phương trình } \frac{2t^2 - t - 3}{t} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1 \\ 0 < t < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Trả lại ẩn ta được } \begin{cases} x < \frac{1}{5} \\ 1 < x < 5\sqrt{5} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm bất phương trình là: $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (1; 5\sqrt{5})$.

Câu 17: [2D2-2] Biểu diễn $\log_2 5$ theo $\alpha = \log_{10} 20$ ta được $\log_2 5$ bằng

A. $\frac{\alpha-2}{\alpha-1}$.

B. $\frac{2+\alpha}{\alpha+1}$.

C. $\frac{2-\alpha}{\alpha-1}$.

D. $\frac{1}{\alpha-1}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \alpha = \log_{10} 20 = \frac{\log_2 20}{\log_2 10} = \frac{2 + \log_2 5}{1 + \log_2 5} = 1 + \frac{1}{1 + \log_2 5}$$

Vậy $\alpha - 1 = \frac{1}{1 + \log_2 5} \Rightarrow \log_2 5 = \frac{1}{\alpha - 1} - 1 = \frac{2 - \alpha}{\alpha - 1}$.

Câu 18: [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 1|$ trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ là

- A. $\frac{9}{2}$. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

$$g'(x) = 4x^3 - 4x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \\ x = 1 \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \\ x = -1 \notin \left[0; \frac{3}{2}\right] \end{cases}; \quad g(0) = -1; g(1) = -2; g\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{7}{16}.$$

Câu 19: [2D3-2] Nếu $f'(x) = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0$ và $f(1) = 0$ thì $f(x)$ bằng

- A. $\frac{-1}{x^2}$. B. $\begin{cases} \ln x, x > 0 \\ \ln(-x) + C, x < 0 \end{cases}$. C. $\ln|x|$. D. $\frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$f(x) = \ln|x| + C; \quad f(1) = 0 \Leftrightarrow C = 0. \text{ Vậy } f(x) = \ln|x|.$$

Câu 20: [2D1-3] Phương trình $8x^9 + (8 - m^3)x^6 + m^2x^4 + 4x^3 - mx^2 + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi

- A. $m > 3$. B. $m < 2$. C. $2 < m < 3$. D. $m > 5$.

Lời giải

Chọn A.

$$8x^9 + (8 - m^3)x^6 + m^2x^4 + 4x^3 - mx^2 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x^9 + 8x^6 + 4x^3 + 1 = m^3x^6 - m^2x^4 + mx^2$$

$$\Leftrightarrow (2x^3 + 1)^3 - (2x^3 + 1)^2 + 2x^3 + 1 = (mx^2)^3 - (mx^2)^2 + mx^2$$

$$\Leftrightarrow f(2x^3 + 1) = f(mx^2), \text{ với } f(t) = t^3 - t^2 + t.$$

$$f'(t) = 3t^2 - 2t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } 2x^3 + 1 = mx^2 \Leftrightarrow 2x + \frac{1}{x^2} = m, \text{ vì } x = 0 \text{ không thỏa mãn bài toán.}$$

$$\text{Xét hàm } g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}, \forall x \neq 0$$

$$g'(x) = 2 - \frac{2}{x^3} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^3}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $m > 3$.

- Câu 21:** [2D2-4] Con gái của cô Năm vừa tốt nghiệp đại học, cô mua xe máy cho con gái đi làm. Tuy nhiên cô còn thiếu 7 triệu đồng và cô chọn hình thức trả góp trong một năm, lãi suất 2%/tháng. Số tiền cô phải trả hàng tháng là (đã làm tròn)?
- A.** 661917 đồng. **B.** 653042 đồng. **C.** 712324 đồng. **D.** 704907 đồng.

Lời giải

Chọn A.

Kiến thức:

Bài Toán: Vay A đồng, lãi r / tháng. Hỏi hàng tháng phải trả bao nhiêu để sau n tháng thì hết nợ (trả tiền vào cuối tháng).

Gọi a là số tiền trả hàng tháng.

+ Cuối tháng thứ 1, nợ: $A(1+r)$.

Trả a đồng nên còn nợ: $A(1+r) - a$.

+ Cuối tháng thứ 2, nợ: $[A(1+r) - a](1+r) = A(1+r)^2 - a(1+r)$.

Trả a đồng nên còn nợ: $A(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

+ Cuối tháng thứ 3, nợ: $[A(1+r)^2 - a(1+r) - a](1+r) = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r)$.

Trả a đồng nên còn nợ: $A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

..

+ Cuối tháng thứ n , nợ: $A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - \dots - a(1+r)$.

Trả a đồng nên còn nợ: $A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - \dots - a(1+r) - a$.

$$= A(1+r)^n - a[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1].$$

$$= A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Để hết nợ sau } n \text{ tháng thì } A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

$$\text{Vậy, số tiền phải trả hàng tháng là: } a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

$$\text{Áp dụng công thức cho bài toán trên ta có: } a = \frac{7.10^6.2\%(1+2\%)^{12}}{(1+2\%)^{12} - 1} \approx 661917.$$

Số tiền cô phải trả hàng tháng là $a \approx 661917$ đồng.

- Câu 22:** [2D1-1] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$-\infty$	
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$				$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

Câu 23: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 3 + 4t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R}). \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

A. Đường thẳng d cắt đường thẳng d' .

B. Đường thẳng d song song với đường thẳng d' .

C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng d' .

D. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Lời giải

Chọn B.

Hai đường thẳng d, d' có 2 vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$ và

$\vec{u}_2 = (2; 4; -2) = 2\vec{u}_1$ nên hai đường thẳng d, d' hoặc song song hoặc trùng nhau.

$$\text{Lấy } M(1; 0; 3) \in d, \text{ thay vào } d' \text{ ta có: } \begin{cases} 1 = 2 + 2t' \\ 0 = 3 + 4t' \\ 3 = 5 - 2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -0,5 \\ t' = -0,75 \text{ (vô lý)} \\ t' = 1 \end{cases} \text{ nên hai đường thẳng}$$

d, d' song song với nhau.

Câu 24: [2D1-3] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - mx + 2$ (P) tại điểm $M(0; 2)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2 khi

A. $m = -1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$ hoặc $m = -1$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$y = x^2 - mx + 2; y' = 2x - m; y'(0) = -m.$$

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $M(0; 2)$ là: $\Delta: y = -mx + 2$ (vì Δ cắt Ox, Oy nên $m \neq 0$).

Δ cắt Ox tại $A\left(\frac{2}{m}; 0\right)$, cắt Oy tại $M(0; 2)$. Ta có

$$S_{OAM} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OM = 2 \Leftrightarrow |x_A| \cdot |y_M| = 4 \Leftrightarrow \left|\frac{2}{m}\right| \cdot 2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 25: [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $8^{x^2-x} = 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{PT } 8^{x^2-x} = 2 \Leftrightarrow 2^{3(x^2-x)} = 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6}.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): 2x - 3y + z + 5 = 0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (α) .

A. $(0;1;3)$.

B. $(1;2;-3)$.

C. $(1;0;4)$.

D. $(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 5); \text{ vector pháp tuyến của } (\beta) \text{ là } \vec{n} = (2; -3; 1).$$

$$\vec{m} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (13; 11; 7).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (\alpha): 13(x-3) + 11(y-1) + 7(z+1) = 0 \Leftrightarrow 13x + 11y + 7z - 43 = 0.$$

Ta có $(0;2;3)$ thuộc mặt phẳng (α) .

Câu 27: [2H3-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA + 3OB + 2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x + 2y + 3z - 19 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $x + 3y + 2z - 13 = 0$.

D. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$

$$\text{phương trình mặt phẳng } (P) \text{ là: } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$(P) \text{ đi qua điểm } M(1; 2; 3) \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1; 6OA + 3OB + 2OC = 6a + 3b + 2c$$

$$6a + 3b + 2c = (6a + 3b + 2c) \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \right) = 6 \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3} \right) \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \right) \geq 6.9 = 54$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra: } \begin{cases} 6a + 3b + 2c = 54 \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$$

Câu 28: [2H3-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng cắt nhau.
 B. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng song song.
 C. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau.
 D. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt và không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn D.

A sai vì hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng cắt nhau chưa chắc đã cắt nhau.

B sai vì hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng song song nên hai trục của hai đường tròn này có thể không trùng nhau.

C sai vì hai đường tròn cắt nhau có thể nằm trong một mặt phẳng.

Câu 29: [2H3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^4 f(x)dx = 2$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\int_{-1}^1 f(2x)dx = 1$. B. $\int_{-3}^3 f(x+1)dx = 2$. C. $\int_0^6 \frac{1}{2} f(x-2)dx = 1$. D. $\int_{-1}^2 f(2x)dx = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $x = 2t \Rightarrow dx = 2dt$; $x = -2 \Rightarrow t = -1$; $x = 4 \Rightarrow t = 2$.

$$\int_{-2}^4 f(x)dx = \int_{-1}^2 f(2t)2dt = \int_{-1}^2 f(2t)d(2t) = 2.$$

Câu 30: [2H3-3] Cho hai số phức $z = 1 + ai$ ($a \in \mathbb{R}$) và $z' = 1 + i$. Tìm điều kiện của a để zz' là một số ảo.

- A. $a = -1$. B. $a \neq 1$. C. $a = 1$. D. $a \neq -1$.

Lời giải

Chọn C.

$zz' = (1 + ai)(1 + i) = 1 + i + ai - a = 1 - a + (a + 1)i$. Theo yêu cầu bài toán: $1 - a = 0 \Leftrightarrow a = 1$.

Câu 31: [2D3-2] Gọi $V(a)$ là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a$ ($a > 1$). Tìm $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a)$.

- A. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi^2$. B. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi$. C. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 3\pi$. D. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$.

Lời giải

Chọn D.

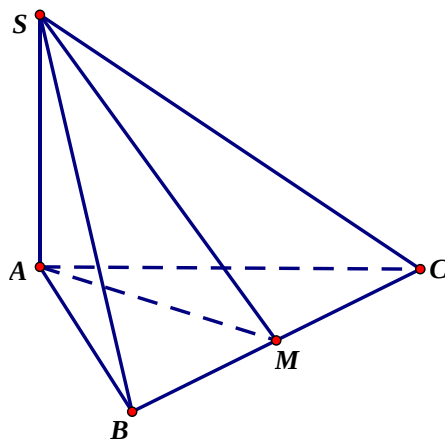
Ta có $V(a) = \pi \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \pi \left(1 - \frac{1}{a} \right)$ nên $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$.

Câu 32: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm BC khi đó $((SBC); (ABCD)) = SMA = 45^\circ$.

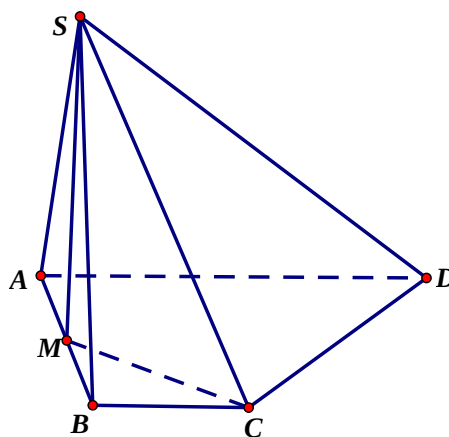
Nên $SA = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AB = a$. Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 33: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB . Biết rằng $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ D. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm AB . Ta có: $MC = \sqrt{BC^2 + MB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ suy ra $SM = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{(a+2a)a}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

Câu 34: [2D2-2] Tìm giá trị của tham số m để phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+2} + 9m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

- A. $m = 3$ B. $m = 4$ C. $m = 1$ D. $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 3^{x_1+x_2} = 3^3 = 9m \Rightarrow m = 3$.

- Câu 35:** [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1;4;1)$, đường chéo $BD: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$, đỉnh C thuộc mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-4=0$. Tìm tọa độ điểm C .
- A. $C(1;3;-3)$. B. $C(-1;3;-1)$. C. $C(3;2;-3)$. D. $C(-2;3;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $BD \cap AC = I$ suy ra $I(2+t; 2-t; -3-2t)$. Suy ra $C(5+2t; -2t; -7-4t)$.

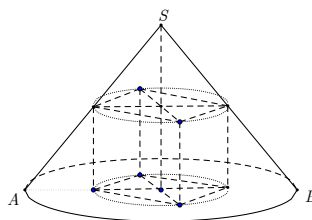
Do $C \in (\alpha) \Leftrightarrow 5+2t-4t-7-4t-4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow C(3;2;-3)$.

- Câu 36:** [2H1-2] Cho mặt nón có chiều cao $h=6$, bán kính đáy $r=3$. Một hình lập phương đặt trong mặt nón sao cho trục của mặt nón đi qua tâm hai đáy của hình lập phương, một đáy của hình lập phương thuộc mặt đáy của hình nón, các đỉnh của đáy còn lại của hình lập phương thuộc các đường sinh của hình nón. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

- A. 3. B. $6(\sqrt{2}-1)$. C. $3(2+\sqrt{2})$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi x là cạnh hình vuông.

$$\text{Ta có: } \frac{h-x}{h} = \frac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{r} \Rightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{3} \Rightarrow x = \frac{6}{1+\sqrt{2}} = 6(\sqrt{2}-1).$$

- Câu 37:** [2D3-4] Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^2 = 3 \end{cases}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 1 \\ y \leq 2 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3(1+\log_3 x) - \log_3 y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ \log_3 x^3 - \log_3 y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 & (1) \\ x^3 = y^2 & (2) \end{cases} \text{ Từ (2): } x^3 = y^2 \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq y \leq 2 \\ y \leq -1 \end{cases}$$

Xét $y \leq -1$: khi đó $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} > 1$ phương trình (1) vô nghiệm.

Xét $1 \leq y \leq 2$: Từ (2) ta có: $y = \sqrt{x^3} \in [1; 2] \Rightarrow x \in [1; \sqrt[3]{2}]$.

Thay vào (1) ta được: $\sqrt{(\sqrt{x})^2 - 1} + \sqrt{2 + \sqrt{x^3}} = 1$.

Đặt $t = \sqrt{x} \in [1; \sqrt[3]{2}]$, ta được phương trình: $\sqrt{t^2 - 1} + \sqrt{2 - t^3} = 1, t \in [1; \sqrt[3]{2}]$.

Xét hàm $f(t) = \sqrt{t^2 - 1} + \sqrt{2 - t^3} = 1, t \in [1; \sqrt[3]{2}]$.

$$f'(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}} - \frac{3t^2}{2\sqrt{2 - t^3}} > 0, t \in (1; \sqrt[3]{2}).$$

Mặt khác: $f(1) = 1 \Leftrightarrow t = 1$.

Do đó: $t = 1$ là nghiệm duy nhất. Suy ra: $\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1, y = 1$.

Vậy hệ có 1 nghiệm duy nhất (1;1).

Câu 38: [2D3-2] $\int_0^m x \sin x dx = 1$ khi m bằng

- A. π . B. $-\frac{\pi}{2}$. C. 0. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

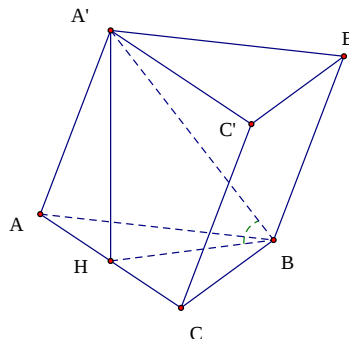
$$\text{Vậy: } \int_0^m x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^m + \int_0^m \cos x dx = -m \cos(m) + \sin x \Big|_0^m = \sin m - m \cos m = 1 \Rightarrow m = \frac{\pi}{2}.$$

Câu 39: [2H1-2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên đáy ABC là trung điểm H của cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $a^3\sqrt{5}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2 \quad (\text{đvdt}), \quad AC = a\sqrt{5} \Rightarrow BH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$(A'B, (ABC)) = A'BH = 45^\circ \text{ nên } \triangle A'BH \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow A'H = BH = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ (đvtt).

Câu 40: [2D1-2] Số điểm cực đại của hàm số $y = x(-x^3 + 3x - 2)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = (-x^3 + 3x - 2) + x(-3x^2 + 3) = -4x^3 + 6x - 2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	$\nearrow$ CĐ	$\searrow$ CT	$\nearrow$ CĐ	$\searrow -\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 41: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

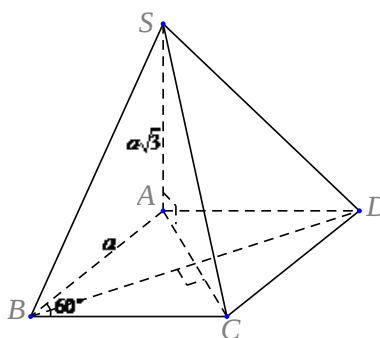
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có ΔABC là tam giác đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 42: [2D2-2] Biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_3 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 27 + 3\sqrt{3}$.

B. $S = 9$.

C. $S = \frac{3}{2}$.

D. $S = \frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x > -1$.

Ta có $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_3 2 \Leftrightarrow 3^{x+1} - 1 = 3^{2x + \log_3 2} \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 1 = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Khi đó $S = 27^0 + 27^{\log_3 \frac{1}{2}} = 1 + 3^{3 \log_3 \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$.

Câu 43: [2H3-1] Tìm khẳng định sai.

A. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực dương.

B. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực không âm.

C. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực.

D. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số phức.

Lời giải

Chọn A.

Câu 44: [2H3-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét các mặt cầu (S) có tâm I thuộc mặt phẳng $(P): x - y + 4 = 0$ và đi qua hai điểm $A(0;0;2)$, $B(0;2;0)$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{2}$.

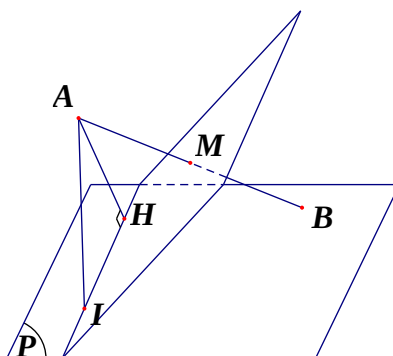
B. $2\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên tâm I nằm trên (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm $M(0;1;1)$ của AB và có vtcp $\vec{n}_\alpha = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (0;1;-1)$ nên có phương trình $y - z = 0$.

Mặt khác I thuộc mặt phẳng (P) nên I nằm trên giao tuyến Δ của (α) và (P) .

Đường thẳng Δ đi qua điểm $C(-4;0;0)$ và có vtcp $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_\alpha] = (1;1;1)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên d . Khi đó ta có $IA \geq HA$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu (S) là $R = HA = d(A, \Delta) = \frac{|\vec{u}, \vec{MA}|}{|\vec{u}|} = 2\sqrt{2}$.

Câu 45: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, các mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên $SA = \sqrt{7}$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$.

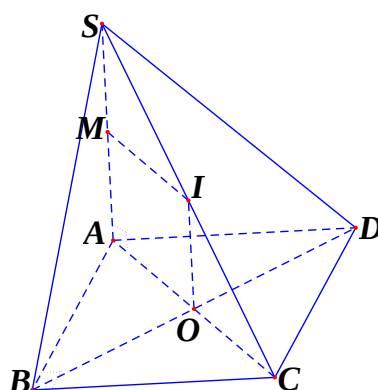
B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. 36π .

D. $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Dựng đường thẳng d qua O và vuông góc với $(ABCD)$.

Khi đó $d \parallel SA$ nên d cắt SC tại I . Suy ra I là trung điểm của SC .

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $AC = \sqrt{2}$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 3$. Suy ra $R = IC = \frac{SC}{2} = \frac{3}{2}$.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9\pi}{2}.$$

Câu 46: Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A , B lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1 , z_2 sao cho tam giác OAB là tam giác đều cạnh 1 (O là gốc tọa độ). Giá trị của $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là

A. Luôn bằng 1.

B. Luôn bằng $1+i$.

C. Phụ thuộc vào vị trí các điểm A , B .

D. Luôn bằng -1 .

Lời giải

Chọn A.

Cách 1. Chọn $z_1 = 1$, $z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Ta có $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = 1$.

Cách 2. Do $|z_1| = |z_2| = 1$. Đặt $z_1 = \cos \varphi + i \sin \varphi$, suy ra $z_2 = \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right)$.

Khi đó $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{\cos \varphi + i \sin \varphi}{\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right)} + \frac{\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \varphi + i \sin \varphi}$

$$= \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.$$

Câu 47: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \ln^2 x - m \ln x + m + 3 \leq 0 & (1) \\ \frac{x-1}{x^2} > 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m < -3$ hoặc $m \geq 6$.

B. $m \leq -3$.

C. $m < -3$.

D. $m \geq 6$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có (2) $\Leftrightarrow x > 1$.

Đặt $t = \ln x$. (1) trở thành $t^2 - mt + m + 3 \leq 0$ (3). Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm $x > 1$.
 $\Leftrightarrow$ (3) có nghiệm $t > 0$.

Đặt $f(t) = t^2 - mt + m + 3$. Ta có $\Delta = m^2 - 4m - 12$.

- Với $-2 < m < 6 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow f(t) > 0 \quad \forall t \Rightarrow$ (3) vô nghiệm.
- Với $m = -2 \Rightarrow f(t) = t^2 + 2t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow t = -1$ (không thỏa).
- Với $m = 6 \Rightarrow f(t) = t^2 - 6t + 9 \leq 0 \Leftrightarrow t = 3$ (thỏa).
- Với $m < -2 \vee m > 6 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow f(t) \leq 0$ không có nghiệm $t > 0$ khi và chỉ khi $f(t)$ có

nghiệm thỏa $t_1 \leq t_2 \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} S \leq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 0$. Vậy $f(t) \leq 0$ có nghiệm

$$t > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \vee m > 6 \\ m < -3 \vee m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3 \vee m > 6.$$

Vậy ycbt $\Leftrightarrow m < -3$ hoặc $m \geq 6$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I , cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

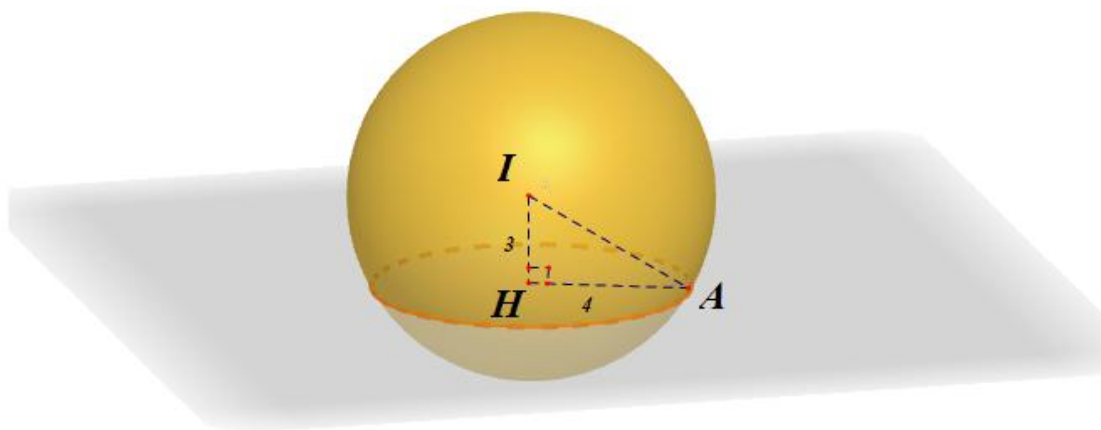
B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 36$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D.



Bán kính đường tròn giao tuyến là r suy ra $16\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = 4$.

Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu xuống mặt phẳng (P) : $IH = \frac{|2+4-2+5|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3$.

Do $\triangle IHB$ vuông tại H nên $IA = \sqrt{IH^2 + HB^2} = 5$ suy ra bán kính mặt cầu là $R = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. B là điểm trên (d) có tọa độ nguyên sao cho $AB = \sqrt{5}$. Tìm tọa độ điểm B .

A. $B(-1;1;-3)$. **B.** $B(-3;2;0)$. **C.** $B(1;0;-6)$. **D.** $B(-5;3;3)$.

Lời giải

Chọn D.

B là điểm trên (d) nên có tọa độ $(-1-2t; 1+t; -3+3t)$.

Theo đề $AB = \sqrt{5} \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (3t-6)^2 = 5 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \vee t = \frac{10}{7}$.

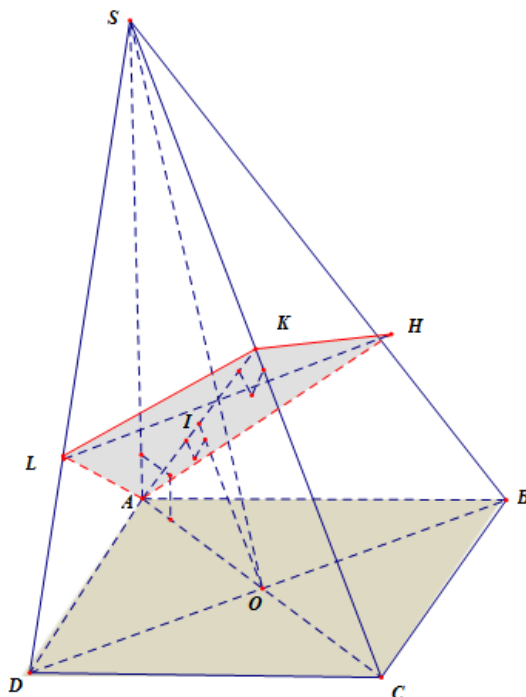
Do điểm B có tọa độ nguyên nên chọn $t = 2$. Suy ra $B(-5;3;3)$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các cạnh SB, SC, SD . Xét khối nón (N) có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác HKL và có đỉnh thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích của khối nón (N) .

A. $\frac{\pi a^3}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{8}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta chứng minh

- Tam giác HKL nội tiếp đường tròn đường kính AK .
- $SC \perp (HKL)$.
- Đường thẳng OI là trục của tam giác HKL với I là trung điểm AK .

Suy ra hình nón (N) có bán kính đáy $R = \frac{AK}{2}$, và $h = OI$.

Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại S . Vì $SK \perp SC$ nên K là trung điểm của SC . Suy ra $AK = KC = \frac{SC}{2} = \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{2}}{2} = a$.

Ta lại có OI là đường trung bình của ΔAKC nên $OI = \frac{KC}{2} = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối nón (N) là $V = \frac{1}{3}.h.B = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{24}$.