

**SỞ GD & ĐT QUẢNG NGÃI
THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT**

KÌ THI THPT QUỐC GIA 2017

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1;5)$ và B là giao điểm thứ hai của Δ với (C) . Tính diện tích của tam giác OAB .

- A. 12. B. 6. C. 15. D. 24.

Câu 2: Tỷ lệ tăng dân số ở Việt Nam hằng năm được duy trì ở mức 1,07%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2016 là 94.104.871 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 110.971.355 người. B. 109.312.397 người.
C. 108.118.331 người. D. 107.232.573 người.

Câu 3: Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì tổng $x_1 + x_2$ là

- A. 4. B. 2. C. $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$. D. $6 + 4\sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

- A. $2x + y - 3z + 3 = 0$. B. $x + 2y - z - 1 = 0$. C. $3x + 2y - z + 1 = 0$. D. $2x - y - 3z + 3 = 0$.

Câu 5: Phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ lần lượt là

- A. 1 và 0. B. -1 và 0. C. 0 và 1. D. 0 và -1.

Câu 6: Giá trị của m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ là

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = 0$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $A(1;2)$ xung quanh trục Ox là

- A. $\frac{2\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{8\pi}{15}$. D. π .

Câu 8: Biết tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = a\pi - \ln 2$ với $a \in \mathbb{R}$. Phần nguyên của $a - 1$ là

- A. 1. B. -2. C. 0. D. -1.

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và đồ thị (C') của hàm số $y = x^2 - x + 5$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 10: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A với $AC = 3a$, $AB = 4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC .

- A. $S = 30a^2\pi$. B. $S = 40a^2\pi$. C. $S = 20a^2\pi$. D. $S = 15a^2\pi$.

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2^{\sin x}}$ là

A. $y' = -\frac{1}{(2^{\sin x})^2}$.

B. $y' = \sin x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x - 1}$.

C. $y' = -\cos x \cdot \frac{\ln 2}{2^{\sin x}}$.

D. $y' = \frac{\ln 2}{2^{\sin x}}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(4; -2; 3)$, $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 \\ z = 1 - t \end{cases}$, đường thẳng d đi qua

A cắt và vuông góc với Δ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{a} = (5; 2; 15)$.

B. $\vec{a} = (4; 3; 12)$.

C. $\vec{a} = (1; 0; 3)$.

D. $\vec{a} = (-2; 15; -6)$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của tham số thực m để hàm số $y = \frac{e^x - m - 2}{e^x - m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0\right)$ gần nhất với số nào sau đây

A. $-1,01$.

B. $0,03$.

C. $-0,45$.

D. 1 .

Câu 14: Hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 .

B. 2 .

C. 0 .

D. 3 .

Câu 15: Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -3 - 2i$, $z_3 = 4 + i$ trong hệ tọa độ Oxy . Hãy chọn kết luận đúng nhất.

A. Tam giác ABC vuông cân.

B. Tam giác ABC cân.

C. Tam giác ABC vuông.

D. Tam giác ABC đều.

Câu 16: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(1; 3)$?

A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x + 1}{x + 2}$.

C. $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 2)$, $N(-3; -4; 1)$, $P(2; 5; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1; 3; -16)$.

B. $\vec{n} = (3; -16; 1)$.

C. $\vec{n} = (-16; 1; 3)$.

D. $\vec{n} = (1; -3; 16)$.

Câu 18: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng

A. 5 .

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang.

Câu 20: Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. a^3 . C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_x(x+1)$.

- A. $y' = \frac{\ln x^x - \ln(x+1)^{x+1}}{(x^2+x)\ln^2 x}$. B. $y' = \frac{\ln(x+1)^{x+1} - \ln x^x}{(x^2+x)\ln^2(x+1)}$.
C. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln x}$. D. $y' = \frac{\ln x^{x+1} - \ln(x+1)^x}{(x^2+x)\ln^2 x}$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i$. Kết luận nào sau đây là sai?

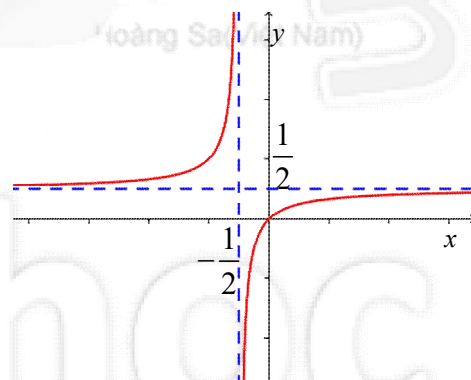
- A. $\frac{z_1}{z_2} = i$. B. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. C. $z_1 + z_2 = 2$. D. $|z_1 \cdot z_2| = 2$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB = AC = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{7\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{54}$.

Câu 24: Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.
B. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.
C. $y = \frac{x}{2x+1}$.
D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

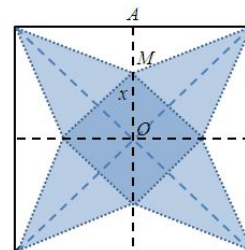


Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P): x - y + 4z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - 2z + 7 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 26: Cắt một miếng giấy hình vuông ở hình 1 và xếp thành một hình chóp tứ giác đều như hình bên. Biết cạnh hình vuông bằng 20 cm, $OM = x$ (cm). Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất?

- A. $x = 9$ (cm). B. $x = 8$ (cm).
C. $x = 6$ (cm). D. $x = 7$ (cm).



Câu 27: Cho hai số phức $z_1 = 4 - 2i, z_2 = -2 + i$. Môđun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{3}$. D. 5.

- Câu 28:** Công thức tính diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi các đường (với $a < b$ và các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$) là
- A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx$. B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
- C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ D. $S = \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$.
- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-2; 3; 1)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. Tung độ điểm M trên Δ sao cho $MA = MB$ là
- A. $-\frac{19}{6}$. B. $-\frac{19}{12}$. C. $\frac{19}{7}$. D. $-\frac{19}{7}$.
- Câu 30:** Cho các phát biểu sau:
- (I). Nếu $C = \sqrt{AB}$ thì $2\ln C = \ln A + \ln B$.
- (II). $(a-1)\log_a x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$, với $a > 0, a \neq 1$.
- (III). $m^{\log_a n} = n^{\log_a m}$, $m > 0, n > 0$ và $a > 0, a \neq 1$.
- (IV). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty$.
- Số phát biểu đúng là
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 31:** Tập xác định của hàm số $y = \ln(-2x^2 + 7x - 3)$.
- A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup [3; +\infty)$. B. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.
- C. $D = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $D = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$.
- Câu 32:** Bác B gửi tiết kiệm số tiền ban đầu là 50 triệu đồng theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,72% tháng. Sau một năm bác B rút cả vốn lẫn lãi và gửi theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,78% tháng. Sau khi gửi đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc bác gửi thêm 3 tháng nữa thì phải rút tiền trước hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là 694.945,55 đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn 0,4% tính theo hàng tháng. Trong số 3 tháng bác gửi thêm lãi suất là
- A. 0,55%. B. 0,3%. C. 0,4%. D. 0,5%.
- Câu 33:** Tích phân $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$ ta được kết quả là $a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$, khi đó tổng $a + b + c$ bằng
- A. 1. B. -1. C. 2. D. 0.
- Câu 34:** Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu đồng một tháng?
- A. 2.500.000 đồng. B. 2.600.000 đồng. C. 2.450.000 đồng. D. 2.250.000 đồng.

Câu 43: Tính $\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx$ ta được kết quả là

- A. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định nh, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$		3		-5		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
C. Hàm số có đúng một cực trị.
D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng

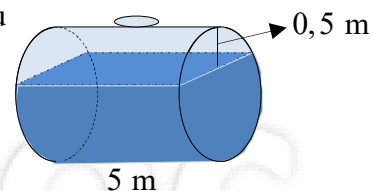
Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $2|z-2+3i|=|2i-1-2\bar{z}|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $20x-16y-47=0$. B. $20x+16y-47=0$. C. $20x-16y+47=0$. D. $20x+16y+47=0$.

Câu 46: Để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0)$, B , C sao cho ΔOBC có diện tích bằng thì:

- A. m là một số chẵn. B. m là một số nguyên tố.
C. m là một số vô tỉ. D. m là một số chia hết cho 3.

Câu 47: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5 m, có bán kính đáy 1 m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5 m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3).



- A. $12,637 (m^3)$. B. $114,923 (m^3)$. C. $11,781 (m^3)$. D. $8,307 (m^3)$.

Câu 48: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

- A. Bát diện đều. B. Nhị thập diện đều.
C. Tứ diện đều. D. Thập nhị diện đều.

Câu 49: Cho phương trình $\log_3 x \cdot \log_5 x = \log_3 x + \log_5 x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình vô nghiệm.
B. Phương trình có một nghiệm duy nhất.
C. Phương trình có 1 nghiệm hữu tỉ và nghiệm vô tỉ.
D. Tổng các nghiệm của phương trình là một số chính phương.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) tâm $I(1;-3;3)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(2;0;1)$, bán kính $r=2$. Phương trình (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 18$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	A	C	D	C	D	B	C	C	D	C	A	A	D	A	A	A	D	A	B	B	C	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	A	D	C	C	D	A	A	A	A	B	D	B	C	B	B	A	A	C	A	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1;5)$ và B là giao điểm thứ 2 của Δ với (C) . Tính diện tích của tam giác OAB .

- A. 12. B. 6. C. 15. D. 24.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y' = 3x^2 + 6x, y'(1) = 9.$$

Tiếp tuyến tại điểm $A(1;5)$ là $y - 5 = 9(x - 1) \Leftrightarrow y = 9x - 4$. Khi đó $B(-5; -49)$. Khi đó

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -5 & -49 \end{vmatrix} \right| = 12.$$

Câu 2: Tỷ lệ tăng dân số ở Việt Nam hằng năm được duy trì ở mức 1,07%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2016 là 94.104.871 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 110.971.355 người. B. 109.312.397 người.
C. 108.118.331 người. D. 109.225.445 người.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Áp dụng công thức: Dân số vào năm n , $n > 2016$ sẽ là $N_n = N_{2016} (1 + 1,07\%)^{n-2016}$. Do đó $N_{2030} = 109.225.445$ người.

Câu 3: Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì tổng $x_1 + x_2$ là

- A. 4. B. 2. C. $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$. D. $6 + 4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } x > \log_2 \frac{1}{3}$$

$$\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1} \Leftrightarrow \frac{1}{4} (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2^x = 6 \pm 4\sqrt{2}.$$

Suy ra:

$$2^{x_1+x_2} = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3;2;-1)$ và đường thẳng $d \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$

phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất

- A. $2x + y - 3z + 3 = 0$. B. $x + 2y - z - 1 = 0$.

C. $3x + 2y - z + 1 = 0$.

D. $2x - y - 3z + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và d . Ta có $AH \leq AK \Rightarrow AH_{\max} \Leftrightarrow AH = AK$

$$K \in d \Leftrightarrow K(t; t; 1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (t-3; t-2; t+2) \Rightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Suy ra: } K(1; 1; 2) \text{ và } \overrightarrow{AK} = (-2; -1; 3)$$

$$\text{Vậy } (P): -2(x-1) - 1(y-1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z + 3 = 0$$

Câu 5: Phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ lần lượt là:

A. 1 và 0.

B. -1 và 0.

C. 0 và 1.

D. 0 và -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017} = \left(\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}\right)^{2017} = i^{2017} = i.$$

Câu 6: Giá trị của m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ là

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa nguyên hàm ta có $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ khi

$$F'(x) = f(x) \Leftrightarrow 3mx^2 + 2(3m+2)x - 4 = 3x^2 + 10x - 4, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 3 \\ 2(3m+2) = 10 \\ -4 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = 0$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $A(1; 2)$ xung quanh trục Ox là

A. $\frac{2\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{8\pi}{15}$.

D. π .

Hướng dẫn giải

Chọn C

☑ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $A(1; 2)$ là $y = 2x$.

☑ Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 \left| (x^2 + 1)^2 - 4x^2 \right| dx = \pi \int_0^1 |x^4 - 2x^2 + 1| dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 8: Biết tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = a\pi - \ln 2$, $a \in \mathbb{R}$. Phần nguyên của $a - 1$ là

A. 1.

B. -2.

C. 0.

D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}.$$

Khi đó:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = x \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos x)}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi + \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi - \ln 2.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Do đó } [a-1] = \left[\frac{\sqrt{3}}{3} - 1 \right] = -1.$$

Chú ý: $x-1 < [x] \leq x$.

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và đồ thị (C') của hàm số $y = x^2 - x + 5$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{PTHĐGD: } -2x^3 + x^2 + x + 5 = x^2 - x + 5 \Leftrightarrow 2x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

$$\text{Diện tích } S = \left| \int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (2x^3 - 2x) dx \right| = 1.$$

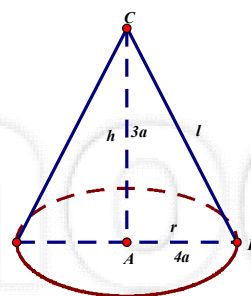
Câu 10: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A với $AC = 3a$, $AB = 4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC .

- A. $S = 30a^2\pi$. B. $S = 40a^2\pi$. C. $S = 20a^2\pi$. D. $S = 15a^2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

- ☒ Đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5a$.
- ☒ Bán kính đáy $r = AB = 4a$.
- ☒ Diện tích xung quanh $S = \pi rl = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20a^2\pi$.



Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2^{\sin x}}$ là

- A. $y' = -\frac{1}{(2^{\sin x})^2}$. B. $y' = \sin x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x - 1}$.
- C. $y' = -\cos x \cdot \frac{\ln 2}{2^{\sin x}}$. D. $y' = \frac{\ln 2}{2^{\sin x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$ ta có:

$$y' = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{\sin x} \right]' = \left(\frac{1}{2} \right)^{\sin x} \cdot \ln \frac{1}{2} \cdot (\sin x)' = \left(\frac{1}{2} \right)^{\sin x} \cdot \ln \frac{1}{2} \cdot \cos x = -\cos x \cdot \frac{\ln 2}{2^{\sin x}}.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(4; -2; 3)$, $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 \\ z = 1 - t \end{cases}$, đường thẳng d đi qua

A cắt và vuông góc với Δ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{a} = (5; 2; 15)$. B. $\vec{a} = (4; 3; 12)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 3)$. D. $\vec{a} = (-2; 15; -6)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

- Gọi $H(2 + 3t; 4; 1 - t)$ là giao điểm của d và Δ , ta có: $\overrightarrow{AH} = (3t - 2; 6; -t - 2)$.

- Δ có vector chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (3; 0; -1)$.

- Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 3(3t - 2) + 0 + (-1)(-t - 2) = 0 \Leftrightarrow 10t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{4}{5}; 6; -\frac{12}{5}\right) = \frac{2}{5}(-2; 15; -6).$$

Vậy Δ có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (-2; 15; -6)$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{e^x - m - 2}{e^x - m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0\right)$ gần nhất với số nào sau đây?

- A. -1,01. B. 0,03. C. -0,45. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $e^x = t$. Suy ra $y = \frac{t - m - 2}{t - m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

$$y' = \frac{-m^2 + m + 2}{(t - m^2)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -m^2 + m + 2 > 0 \\ m^2 \notin \left(\frac{1}{4}; 1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ m^2 \geq 1 \\ m^2 \leq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra; GTNN của m là $-\frac{1}{2}$. Do đó chọn C.

Câu 14: Hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

(với $x = 1$ là nghiệm kép, $x = -1$ là nghiệm đơn)

Do đó, hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ có một điểm cực trị $x = -1$.

Câu 15: Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -1 + 3i, z_2 = -3 - 2i, z_3 = 4 + i$ trong hệ tọa độ Oxy . Hãy chọn kết luận đúng nhất

- A. Tam giác ABC vuông cân. B. Tam giác ABC cân.
C. Tam giác ABC vuông. D. Tam giác ABC đều.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -1 + 3i, z_2 = -3 - 2i, z_3 = 4 + i$ nên $A(-1; 3), B(-3; -2)$, và $C(4; 1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-2; -5), \overrightarrow{AC} = (5; -2)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AB = AC \end{cases} \Leftrightarrow \Delta ABC \text{ vuông cân tại } A.$$

Câu 16: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(1; 3)$?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$. B. $y = \frac{x + 1}{x + 2}$.
C. $y = \sqrt{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 4x + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\frac{7}{3}$		1		$+\infty$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$.

Chú ý: Nếu ta xét các hàm còn lại trước, ta cũng tìm được kết quả là đáp án D cũng nhanh.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 2), N(-3; -4; 1), P(2; 5; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n} = (1; 3; -16)$. B. $\vec{n} = (3; -16; 1)$. C. $\vec{n} = (-16; 1; 3)$. D. $\vec{n} = (1; -3; 16)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4; -4; -1); \overrightarrow{MP} = (1; 5; 1)$. Suy ra: $[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (1; 3; -16)$.

Vậy mặt phẳng (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; -16)$.

Câu 18: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng.

- A. 5. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2z^4 - 3z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } z^2 = 2 \text{ suy ra: } \begin{cases} z = \sqrt{2} \\ z = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } z^2 = -\frac{1}{2} \text{ suy ra: } \begin{cases} z = \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z = -\frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Do đó } T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 = 2 + 2 + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 5.$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có theo định nghĩa về tiệm cận ngang nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = y_0$.

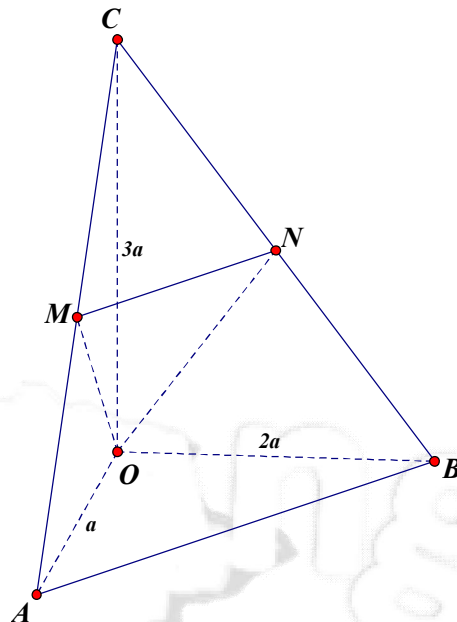
Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 20: Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng.

- A. $\frac{3a^3}{4}$.
- B. a^3 .
- C. $\frac{2a^3}{3}$.
- D. $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có thể tích $V_{OABC} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} OA \cdot OB \right) \cdot OC = a^3$ (đvtt).

Ta có: $\frac{V_{OCMN}}{V_{OABC}} = \frac{CM \cdot CN}{CA \cdot CB} = \frac{1}{4}$

Vậy thể tích $V_{OCMN} = \frac{1}{4} V_{OABC} = \frac{a^3}{4}$ (đvtt).

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_x(x+1)$.

A. $y' = \frac{\ln x^x - \ln(x+1)^{x+1}}{(x^2+x)\ln^2 x}$.

B. $y' = \frac{\ln(x+1)^{x+1} - \ln x^x}{(x^2+x)\ln^2(x+1)}$.

C. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln x}$.

D. $y' = \frac{\ln x^{x+1} - \ln(x+1)^x}{(x^2+x)\ln^2 x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y = \log_x(x+1) \Leftrightarrow y = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$. Suy ra:

$$y' = \frac{\frac{\ln x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{x \ln x - (x+1) \ln(x+1)}{(x^2+x)(\ln x)^2} = \frac{\ln x^x - \ln(x+1)^{x+1}}{(x^2+x)\ln^2 x}$$

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$, $z_2 = 1-i$. Kết luận nào sau đây là sai?

A. $\frac{z_1}{z_2} = i$.

B. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$.

C. $z_1 + z_2 = 2$.

D. $|z_1 \cdot z_2| = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $|z_1 - z_2| = |2i| = 2$ nên mệnh đề B sai.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{7\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{54}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Qua trọng tâm G của tam giác SAB dựng đường thẳng d_1 vuông góc mặt phẳng (SAB) . Khi đó d_1 là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB .

Qua trung điểm M của đoạn thẳng BC dựng đường thẳng d_2 vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khi đó d_2 là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Dễ thấy d_1 và d_2 cắt nhau tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính bằng

$$R = \sqrt{IG^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7a^3 \sqrt{21}}{54}$.

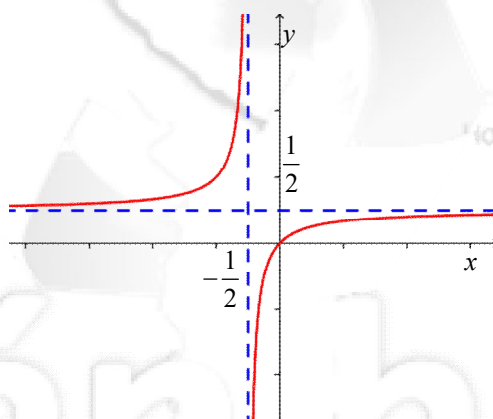
Câu 24: Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên hàm số là $y = \frac{x}{2x+1}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P): x - y + 4z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - 2z + 7 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Hướng dẫn giải

Chọn C

$(P): x - y + 4z - 2 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -1; 4)$.

$(Q): 2x - 2z + 7 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 0; -1)$.

$$\text{Do đó, } \cos(\widehat{(P), (Q)}) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}} = \frac{1}{2}$$

Vậy $\left[\widehat{(P);(Q)} \right] = 60^\circ$.

Câu 26: Cắt một miếng giấy hình vuông ở hình 1 và xếp thành một hình chóp tứ giác đều như hình 2. Biết cạnh hình vuông bằng 20cm , $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất?

A. $x = 9\text{cm}$.

B. $x = 8\text{cm}$.

C. $x = 6\text{cm}$.

D. $x = 7\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $OM = x \Rightarrow AC = 2x$, $AM = \sqrt{2}x$.

Suy ra: $OH = \frac{x}{\sqrt{2}}$, $MH = \frac{x}{\sqrt{2}}$, $SH = 10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}$.

$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{20(10-x)}$$

$$V = \frac{1}{3}SO.S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3}\sqrt{20(10-x)}.2x^2 = \frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{40-4x}.x^2$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{(40-4x).x.x.x.x} \leq \frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{\left(\frac{40-4x+x+x+x+x}{5}\right)^5} = \frac{\sqrt{20}}{3}.2^{\frac{15}{2}}$$

Dấu "=" xảy ra khi $40-4x = x \Leftrightarrow x = 8$.

Câu 27: Cho hai số phức $z_1 = 4-2i$, $z_2 = -2+i$. Môđun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 3.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z_1 + z_2 = 2-i$. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$.

Câu 28: Công thức tính diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi các đường (với $a < b$ và các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$) là

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$

D. $S = \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;0)$, $B(-2;3;1)$, đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. Tung độ điểm M trên Δ sao cho $MA = MB$ là

A. $\frac{-19}{6}$.

B. $\frac{-19}{12}$.

C. $\frac{19}{7}$.

D. $\frac{-19}{7}$.

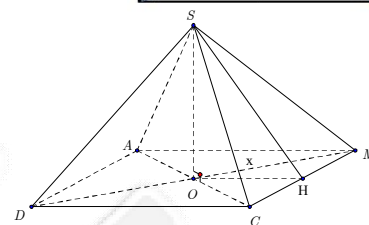
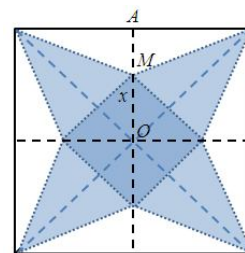
Hướng dẫn giải

Chọn A

$M(1+3t; 2t; -2+t) \in \Delta$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (-3t; 2-2t; 2-t)$, $\overrightarrow{MB} = (-3-3t; 3-2t; 3-t)$.

$$MA = MB \Leftrightarrow (-3t)^2 + (2-2t)^2 + (2-t)^2 = (3+3t)^2 + (3-2t)^2 + (3-t)^2$$



$$\Leftrightarrow -8t + 4 - 4t + 4 = 9 + 18t + 9 - 12t + 9 - 6t \Leftrightarrow t = -\frac{19}{12}.$$

Suy ra: $y_M = -\frac{19}{6}.$

Câu 30: Cho các phát biểu sau:

(I). Nếu $C = \sqrt{AB}$ thì $2 \ln C = \ln A + \ln B.$

(II). $(a-1) \log_a x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$, với $a > 0, a \neq 1.$

(III). $m^{\log_a n} = n^{\log_a m}$, $m > 0, n > 0$ và $a > 0, a \neq 1.$

(IV). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty.$

Số phát biểu đúng là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có:

✓ Nếu $C = \sqrt{AB}$ thì $AB \geq 0, C \geq 0$ nên $\ln C, \ln A, \ln B$ chưa chắc xác định. Chẳng hạn: $6 = \sqrt{(-2) \cdot (-3)}$. Do đó : phát biểu (I) sai.

$$\checkmark (a-1) \log_a x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 > 0 \\ \log_a x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1. \text{ Suy ra : phát biểu (II) đúng.}$$

✓ Phát biểu (III) đúng. (Đây là một công thức)

✓ (IV). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty$. Phát biểu đúng.

Câu 31: Tìm tập xác định của hàm số $\ln(-2x^2 + 7x - 3)$

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [3; +\infty).$

B. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty).$

C. $D = \left(\frac{1}{2}; 3\right).$

D. $D = \left[\frac{1}{2}; 3\right].$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $-2x^2 + 7x - 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 3.$

Câu 32: Bác B gửi tiết kiệm số tiền ban đầu là 50 triệu đồng theo kỳ hạn 18 tháng với lãi suất 0,72% tháng. Sau một năm bác B rút cả vốn lẫn lãi và gửi theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,78% tháng. Sau khi gửi đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc bác gửi thêm 3 tháng nữa thì phải rút tiền trước hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền 57.694.945,55 đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước hạn lãi suất được tính theo lãi suất không hạn, tức tính theo hàng tháng. Trong số 3 tháng bác gửi thêm lãi suất là

- A. 0,55%. B. 0,3%. C. 0,4%. D. 0,5%.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Số tiền bác B rút ra sau năm đầu: $T_1 = 50.000.000 * (1 + 0,0072 * 3)^4$

Số tiền bác B rút ra sau sáu tháng tiếp theo: $T_2 = T_1 * (1 + 0,0078 * 6)$

Số tiền bác B rút ra sau ba tháng tiếp

theo: $T_3 = T_2 * (1 + r)^3 = 57.694.945,55 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{57.694.945,55}{T_2}} - 1 \approx 0,004 = 0,4\%$.

Câu 33: Tích phân $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$ ta được kết quả là $a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$, khi đó tổng

$a + b + c$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \sin x \right) dx = (-\cot x + \cos x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c.$$

Do đó: $a + b + c = 0$.

Câu 34: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu đồng một tháng?

- A. 2.500.000 đồng. B. 2.600.000 đồng.
C. 2.450.000 đồng. D. 2.250.000 đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Nếu tăng 100.000.x (đồng) thì số căn được thuê là $150 - x$.

Do đó:

Số tiền thuê căn hộ: $y = (150 - 5x)(2.000.000 + 100.000x), (x \in \mathbb{N})$.

$$y' = -1.000.000x + 5.000.000 = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

$$Vây y_{\max} = 2.500.000 \Leftrightarrow x = 5.$$

Câu 35: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3} \rightarrow \frac{x + x}{2x} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3} \rightarrow \frac{x - x}{2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

Câu 36: Một xưởng làm cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

- A. 1m và 2 m. B. 2 dm và 1 dm. C. 2 m và 1m. D. 1 dm và 2 dm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của thùng.

Gọi V, S_{tp} lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của thùng.

$$V = 2000\pi \text{ lít} = 2000\pi \text{ dm}^3 = 2\pi \text{ m}^3.$$

$$V = \pi R^2 h = 2\pi \Rightarrow h = \frac{2}{R^2}$$

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R \frac{2}{R^2} = 2\left(\pi R^2 + \frac{2\pi}{R}\right) = 2\left(\pi R^2 + \frac{\pi}{R} + \frac{\pi}{R}\right) \geq 2\sqrt[3]{\pi R^2 \cdot \frac{\pi}{R} \cdot \frac{\pi}{R}} = 2\pi.$$

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì S_{tp} nhỏ nhất $\Leftrightarrow \pi R^2 = \frac{\pi}{R} \Leftrightarrow R = 1 \Rightarrow h = 2$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ đứng có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCC'B'$ theo a .

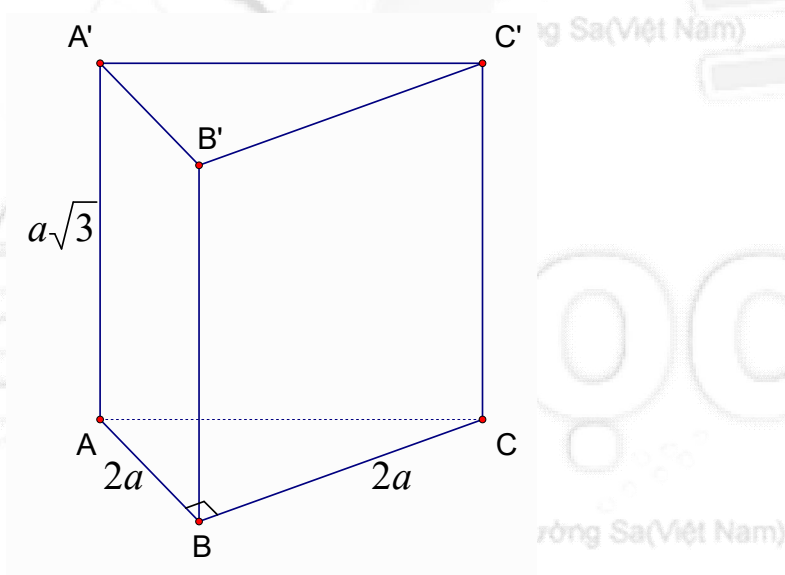
A. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (BCC'B')$$

$$V_{A.BCC'B'} = \frac{1}{3} AB \cdot S_{BCC'B'} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot BC \cdot BB' = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} a^3.$$



Câu 38: Gọi A là giao điểm của đồ thị các hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và $y = x^3 - 13x$ có hoành độ nhỏ nhất. Khi đó tung độ của A là

A. -18 . B. 12 . C. -12 . D. 18 .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số:

$$x^4 - 7x^2 - 6 = x^3 - 13x \Leftrightarrow x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^3 - 7x + 6) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2)(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-3=x_A \end{cases}$$

Vậy: $y_A = x_A^3 - 13x_A = -27 + 39 = 12$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = 3^{x^2} \cdot 4^x$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2$.

B. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3$.

C. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3$.

D. $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} \cdot 4^x > 9 \Leftrightarrow 4^x > 3^{2-x^2} \Leftrightarrow \log(4^x) > \log(3^{2-x^2}) \Leftrightarrow x \log 4 > (2-x^2) \log 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 \log 3 + x \log 4 > \log 9.$$

Câu 40: Cho $(a-1)^{\frac{2}{3}} \leq (a-1)^{\frac{1}{3}}$. Khi đó ta có thể kết luận về a là:

A. $1 < a \leq 2$.

B. $a \geq 2$.

C. $\begin{cases} a < 1 \\ a \geq 2 \end{cases}$.

D. $1 < a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$(a-1)^{\frac{2}{3}} \leq (a-1)^{\frac{1}{3}} \text{ ĐK: } a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1.$$

$$\text{Vì } -\frac{2}{3} < -\frac{1}{3} \text{ nên } (a-1)^{\frac{2}{3}} \leq (a-1)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a-1 \geq 1 \Leftrightarrow a \geq 2.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0, \text{ và đường thẳng } \Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = z. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ vuông}$$

góc với Δ và tiếp xúc với (S) có phương trình là

A. $2x - 2y - 3\sqrt{8} + 6 = 0$ và $2x - 2y - 3\sqrt{8} - 6 = 0$.

B. $2x - 2y + 3\sqrt{8} - 6 = 0$ và $2x - 2y - 3\sqrt{8} - 6 = 0$.

C. $2x - 2y + z + 2 = 0$ và $2x - 2y + z - 16 = 0$.

D. $2x - 2y + z - 2 = 0$ và $2x - 2y + z + 16 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ nên (P) có VTPT $\vec{n} = (2; -2; 1)$

$$\Rightarrow (P): 2x - 2y + z + D = 0$$

(S) có tâm $I(1; -2; 1)$, bán kính $R = 3$

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Leftrightarrow d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 1 + D|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3$$

$$\Leftrightarrow |7 + D| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 7 + D = 9 \\ 7 + D = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 2 \\ D = -16 \end{cases}$$

Vậy phương trình (P) là $2x - 2y + z + 2 = 0$ và $2x - 2y + z - 16 = 0$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=4-t \\ z=-1+2t \end{cases}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$,

$d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ , biết Δ cắt d_1, d_2, d_3 lần lượt tại A, B, C sao cho $AB = BC$.

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(a; 4-a; -1+2a) \in d_1$$

$$\Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(b; 2-3b; -3b) \in d_2$$

$$\Delta \cap d_3 = C \Rightarrow C(-1+5c; 1+2c; -1+c) \in d_3$$

Do $AB = BC$ và A, B, C thẳng hàng nên B là trung điểm AC hoặc $A \equiv C$

$$\text{Với } B \text{ là trung điểm } AC \text{ ta được } \begin{cases} a-2b+5c=1 \\ a-6b-2c=1 \\ 2a+6b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

Suy ra: $A(1; 3; 1), B(0; 2; 0)$

Đường thẳng Δ đi qua $B(0; 2; 0)$ có VTCP $\overrightarrow{BA} = (1; 1; 1)$ là: $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

(Đến đây ta không cần xét trường hợp $A \equiv C$).

Câu 43: Tính $\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx$ ta được kết quả là

- A. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx = \int x^2 dx + 3 \int \frac{1}{x} dx - 2 \int \sqrt{x} dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ xác đị nh, liên tục trên và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$		3		-5		$+\infty$

Khẳng đị nh nào sau đây là khẳng đị nh đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
C. Hàm số có đúng một cực trị.
D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên và kết luận

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $20x - 16y - 47 = 0$. **B.** $20x + 16y - 47 = 0$. **C.** $20x - 16y + 47 = 0$. **D.** $20x + 16y + 47 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}| \Leftrightarrow 2|x + yi - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2(x - yi)|$

$\Leftrightarrow 2|(x - 2) + (y + 3)i| = |-(2x + 1) + (2y + 2)i|$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} = \sqrt{(2x + 1)^2 + (2y + 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16y - 47 = 0.$$

Câu 46: Đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1; 0)$, B , C sao cho ΔOBC có diện tích bằng thì:

A. m là một số chẵn.

B. m là một số nguyên tố.

C. m là một số vô tỉ.

D. m là một số chia hết cho 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = m(x + 1) \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + 4 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x - 2)^2 = m \end{cases} (*)$$

Đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác

$$\Leftrightarrow m > 0, m \neq 9.$$

Với điều kiện trên, d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt

$$A(-1; 0), B(2 - \sqrt{m}; 3m - m\sqrt{m}), C(2 + \sqrt{m}; 3m + m\sqrt{m})$$

$$\text{Ta có } d(O; d) = \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}}; BC = \sqrt{4m + 4m^3}$$

$$S_{\Delta OBC} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(O; d) \cdot BC = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot \sqrt{4m + 4m^3} = 8 \Leftrightarrow |m| \sqrt{m} = 8 \Leftrightarrow m = 4 \text{ là một số}$$

chẵn.

$$\text{Chú ý: } \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 4x + 4 - m = 0 = g(x) \end{cases} (*)$$

Có 3 giao điểm khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác

$$-1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}.$$

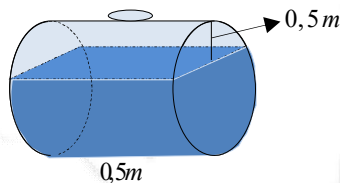
$$A(-1; 0), B(x_1; mx_1 + m), C(x_2; mx_2 + m), \text{ với } S = x_1 + x_2 = 4, P = x_1 x_2 = 4 - m$$

Ta có:

$$S = \frac{1}{2} \left[\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC} \right] = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} x_1 & mx_1 + m \\ x_2 & mx_2 + m \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} |m(x_1 - x_2)| = \frac{|m|}{2} \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \frac{|m|}{2} \sqrt{4m}$$

Mà $S = 8$ nên $\frac{|m|}{2} \sqrt{4m} = 8 \Leftrightarrow m = 4$ là một số chẵn.

Câu 47: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $1m$, có bán kính đáy $0,5m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3)



A. $12,637m^3$.

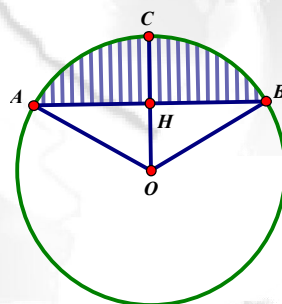
B. $114,923m^3$.

C. $11,781m^3$.

D. $8,307m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Nhận xét $OH = CH = 0,5 = \frac{R}{2} = \frac{OB}{2}$. Suy ra $\triangle OHB$ là tam giác nửa đều

Nên $\widehat{HOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ$

Suy ra diện tích hình quạt OAB là: $S = \frac{1}{3} \pi R^2 = \frac{1}{3} \pi$

Mặt khác: $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle HOB} = S_{\triangle BOC} = \frac{OB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ($\triangle BOC$ đều)

Vậy diện tích hình viên phân cung B là $\frac{1}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$

Suy ra thể tích dầu được rút ra $V_1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

Thể tích dầu ban đầu: $V = 5 \cdot \pi \cdot 1^2 = 5\pi$

Vậy thể tích còn lại $V_2 = V - V_1 \approx 12,637m^3$.

Câu 48: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Bát diện đều.

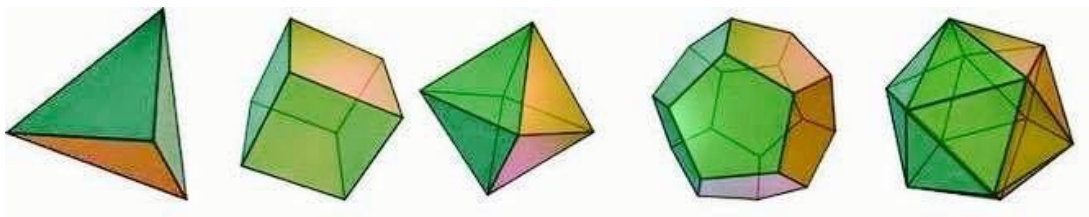
B. Nhị thập diện đều.

C. Tứ diện đều.

D. Thập nhị diện đều.

Hướng dẫn giải

Chợ nD



Bát diện đều có 8 mặt là các tam giác đều.

Nhị thập diện đều có 20 mặt là các tam giác đều.

Tứ diện đều có 4 mặt là các tam giác đều.

Thập nhị diện đều có 12 mặt là các ngũ giác đều.

Câu 49: Cho phương trình $\log_3 x \cdot \log_5 x = \log_3 x + \log_5 x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình vô nghiệm.
- B. Phương trình có một nghiệm duy nhất.
- C. Phương trình có 1 nghiệm hữu tỉ và 1 nghiệm vô tỉ.
- D. Tổng các nghiệm của phương trình là một số chính phương.

Hướng dẫn giải

Chợ nD

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_3 x \cdot \log_5 x = \log_3 x + \log_5 x \Leftrightarrow \log_3 x \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 x = \log_3 x + \log_5 3 \cdot \log_3 x$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x (\log_5 3 \cdot \log_3 x - 1 - \log_5 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 0 \\ \log_5 3 \cdot \log_3 x - 1 - \log_5 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \log_3 x = \frac{1 + \log_5 3}{\log_5 3} = \frac{\log_5 15}{\log_5 3} = \log_3 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 15 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là một số chính phương.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) tâm $I(1; -3; 3)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(2; 0; 1)$, bán kính $r = 2$. Phương trình (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4$.
- B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 4$.
- C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18$.
- D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 18$.

Hướng dẫn giải

Chợ nC.

Gọi R là bán kính của mặt cầu

$$\text{Khi đó } R = \sqrt{r^2 + IH^2}$$

$$r = 2; IH = \sqrt{(2-1)^2 + (0+3)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{14}$$

$$\text{Vậy } R = \sqrt{2^2 + 14} = \sqrt{18}$$

Suy ra phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18$.