

SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
LÊ THÁNH TÔNG

KÌ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2016 – 2017
Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 09

Họ, tên:.....Số báo danh:.....

ĐỀ BÀI

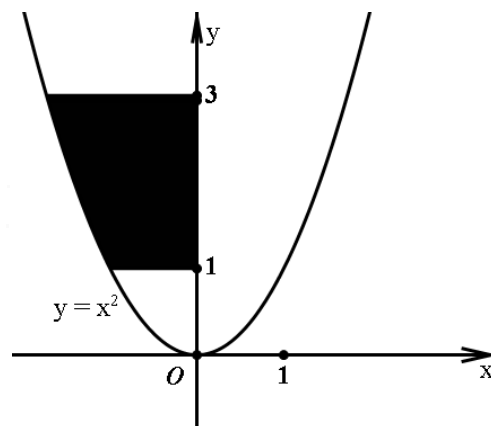
Câu 1: Cho $a > b > 1$. Gọi $M = \log_a b$; $N = \log_{ab} b$; $P = \log_{\frac{b}{a}} b$.

Chọn mệnh đề đúng

- A.** $N > P > M$. **B.** $N > M > P$.
C. $M > N > P$. **D.** $M > P > N$.

Câu 2: Tính diện tích hình phẳng được đánh dấu trên hình bên.

- A.** $S = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$. **B.** $S = \frac{28}{3}$.
C. $S = \frac{28}{3}$. **D.** $S = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}$.



Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0 \quad +$	$0 \quad +$	$0 \quad -$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 4: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A.** $y = 2x - 3$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$.
C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Câu 5: Phương trình $3^{\frac{1}{x}} = 4$ có nghiệm là

- A.** $x = \log_2 3$. **B.** $x = \log_3 2$. **C.** $x = \log_4 3$. **D.** $x = \log_3 4$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3; 2; 4)$ và tiếp xúc với trục Oy .

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 3 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 2 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0$.

Câu 7: Tìm cận cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x-2}$.

- A.** $y = -1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -1$.

Câu 8: Tìm số các đẳng thức đúng trong ba đẳng thức sau:

$$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} (x \geq 0), \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (x > 0), \quad \left(\sqrt[3]{x}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (x \neq 0).$$

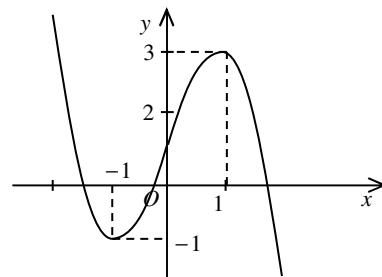
- A.** Có 3 đẳng thức đúng. **B.** Không có đẳng thức nào đúng.
C. Có 2 đẳng thức đúng. **D.** Có 1 đẳng thức đúng.

Câu 9: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0$. Tính S

- A. $S = \log_2 7$. B. $S = 12$. C. $S = 28$. D. $S = \log_2 28$.

Câu 10: Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = -x^3 + 3x + 1$.
B. $y = x^3 - 3x + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
D. $y = -x^3 - 3x + 1$.



Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 4x + 2y + z - 2017 = 0$. Gọi (α) là góc giữa đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) . Số đo góc α gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $60^\circ 33'$. B. $28^\circ 26'$. C. $29^\circ 26'$. D. $61^\circ 33'$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \int x \sin 2x dx$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $y'(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{24}$. B. $y'(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{12}$. C. $y'(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$. D. $y'(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 7 = 0$.

Tìm tọa độ điểm M trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn nhất

- A. $M(0; -3; 2)$. B. $M(2; -2; 3)$. C. $M(1; -1; 1)$. D. $M(1; -3; 3)$.

Câu 14: Gọi r, h, l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón. S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích khối nón. Chọn phát biểu sai.

- A. $V = \frac{1}{3} \pi r h$. B. $l^2 = h^2 + r^2$. C. $S_{tp} = \pi r(l + r)$. D. $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 15: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = 5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' , tạo với đường thẳng OO' một góc 45° và đồng thời cắt hai đáy theo các đoạn giao tuyến là AB, CD . Tính diện tích S của tứ giác $ABCD$.

- A. $S = 24\sqrt{2}$. B. $S = 36$. C. $S = 36\sqrt{2}$. D. $S = 48\sqrt{2}$.

Câu 16: Biết $f(x)$ có một nguyên hàm là 17^x . Xác định biểu thức $f(x)$.

- A. $f(x) = \frac{17^x}{\ln 17}$. B. $f(x) = 17^x \ln 17$.
C. $f(x) = x \cdot 17^{x-1}$. D. $f(x) = 17^x \ln 17 + C$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $d = \frac{3}{7}$. B. $d = \frac{6}{7}$. C. $d = -\frac{1}{7}$. D. $d = \frac{1}{7}$.

- Câu 18:** Số các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{mx+1}$ không có tiệm cận đứng là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 19:** Cho hàm số $y = \frac{x^2+3x}{x-1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là
A. $(-1;1)$. **B.** $(3;9)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(2;10)$.
- Câu 20:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 f(x^2)xdx = 1$, hãy tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.
A. $I = 2$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = 1$.
- Câu 21:** Một hình chóp tứ giác đều có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $8a^2$. Tính diện tích S của mặt đáy hình chóp.
A. $S = 4a^2\sqrt{3}$. **B.** $S = 2a^2\sqrt{3}$. **C.** $S = 4a^2$. **D.** $S = 2a^2$.
- Câu 22:** Tìm a để $\int_0^a \frac{e^x}{e^x+1}dx = \ln \frac{3}{2}$.
A. $a = 1$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = \ln 2$. **D.** $a = \ln 3$.
- Câu 23:** Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là
A. $x > 3^{\log_2 6}$. **B.** $x > 2^{\log_3 6}$. **C.** $x > 6$. **D.** $x > 3^{\log_6 2}$.
- Câu 24:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
A. $V = \frac{a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{a^3}{12}$. **C.** $V = \frac{a^2}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3}{6}$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;3)$, $N(2;3;1)$ và $P(3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.
A. $Q(4;0;-4)$. **B.** $Q(-2;2;4)$. **C.** $Q(4;0;0)$. **D.** $Q(2;-2;4)$.
- Câu 26:** Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
- Câu 27:** Cho x, y là hai số thực không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x - y - 2$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân).
A. $-3,71$. **B.** $-3,70$. **C.** $-3,72$. **D.** $-3,73$.
- Câu 28:** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $ABMN$ và thể tích khối chóp $SABC$.
A. $k = \frac{3}{8}$. **B.** $k = \frac{2}{5}$. **C.** $k = \frac{1}{3}$. **D.** $k = \frac{3}{4}$.

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{e^x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được sinh ra khi ta quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $V = \pi(e+3)$. B. $V = \pi(e-1)$. C. $V = \pi e$. D. $V = e+1$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \log|x|$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Phương trình $\log|x| = m$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
 B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
 C. Hàm số xác định với $\forall x \neq 0$.
 D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ ($x \neq 0$).

Câu 31: Độ dài đường chéo của một hình lập phương bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lập phương.

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = 8a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 32: Số các giá trị của m để phương trình $x^4 - 2 = m(1-|x|)$ có đúng 1 nghiệm là

- A. 3. B. 1. C. Vô số. D. 0.

Câu 33: Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

- A. $a+b=1$. B. $a+b=5$. C. $a+b=-1$. D. $a+b=-5$.

Câu 34: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-1)\sqrt{3-x^2}$. Tìm M .

- A. $M = \frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $M = 0$. C. $M = \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x - 1$ đạt cực trị tại $x = 2$.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. Không tồn tại m . D. $m = -2$.

Câu 36: Biết $\log_3 2 = a$ và $\log_3 5 = b$. Tính $M = \log_6 30$ theo a và b .

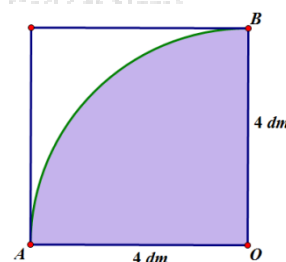
- A. $M = \frac{1+ab}{a+b}$. B. $M = \frac{1+a+b}{1+a}$. C. $M = \frac{1+a+b}{1+b}$. D. $M = \frac{1+b}{1+a}$.

Câu 37: Khối bát diện có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 9 mặt phẳng. B. 5 mặt phẳng. C. 7 mặt phẳng. D. 8 mặt phẳng.

Câu 38: Từ miếng tôn hình vuông cạnh bằng 4 dm, người ta cắt ra hình quạt tâm O bán kính $OA = 4$ dm (xem hình) để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Chiều cao của chiếc phễu có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là

- A. 3,872 dm. B. 3,874 dm.
 C. 3,871 dm. D. 3,873 dm.



Câu 39: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$.

- A. $\int f(x) dx = \tan x + C$. B. $\int f(x) dx = \tan x - x + C$.
 C. $\int f(x) dx = x - \tan x + C$. D. $\int f(x) dx = \tan x + x + C$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (m^2 - 1)x + 2y - mz + m - 1 = 0$.

Xác định m biết (α) song song với Ox .

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Câu 41: Tính đạo hàm của hàm $y = x^x$ tại điểm $x = 2$ là

- A. $y'(2) = 4 \ln 2$. B. $y'(2) = 4 \ln(2e)$. C. $y'(2) = 4$. D. $y'(2) = 2 \ln(2e)$.

Câu 42: Xác định a sao cho $\log_2 a + \log_2 3 = \log_2(a + 3)$.

- A. $a = \frac{3}{2}$. B. $a = \frac{2}{3}$. C. $a = 2$. D. $a > 2$.

Câu 43: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-12}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $D = (-1, 1)$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$.
Tìm tọa độ điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) .

- A. $N(-1; 1; 0)$. B. $N(-1; 0; 1)$. C. $N(-2; 2; 0)$. D. $N(-2; 0; 2)$.

Câu 45: Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2} \sqrt[3]{x^3}}$ ($x > 0$). Xác định k sao cho biểu thức $P = x^{\frac{23}{24}}$.

- A. $k = 6$. B. $k = 2$. C. $k = 4$. D. Không tồn tại k .

Câu 46: Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + x + 1$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x = 2$ cắt đồ thị (C) tại điểm N (khác M). Tìm tọa độ điểm N .

- A. $N(1; 0)$. B. $N(0; 1)$. C. $N(3; 4)$. D. $N(-1; -4)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -4; 0), B(3; 0; 0)$. Viết phương trình đường trung trực (Δ) của đoạn AB biết (Δ) nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$.

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 5y + z + 4 = 0$. Xác định vị trí tương đối của (d) và (α) .

- A. $(d) \perp (\alpha)$. B. $(d) \subset (\alpha)$.
C. (d) cắt và không vuông góc với (α) . D. $(d) // (\alpha)$.

Câu 49: Cho mặt cầu tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (α) cách tâm O của mặt cầu một khoảng bằng 1, cắt mặt cầu theo một đường tròn. Gọi P là chu vi đường tròn này, tính P .

- A. $P = 8\pi$. B. $P = 2\sqrt{2}\pi$. C. $P = 4\sqrt{2}\pi$. D. $P = 4\pi$.

Câu 50: Cho các hàm số $y = 2^x$, $y = \log_2 x$, $y = \frac{1}{2x}$, $y = x^2$. Chọn phát biểu **sai**.

- A. Có 2 đồ thị có tiệm cận ngang. B. Có 2 đồ thị có tiệm cận đứng.
C. Có 2 đồ thị có chung một đường tiệm cận. D. Có đúng 2 đồ thị có tiệm cận.

.....HẾT.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	A	B	C	D	A	C	D	A	B	C	D	A	D	B	B	C	A	A	C	C	D	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	B	B	D	D	C	C	C	B	A	D	B	D	B	A	A	B	C	D	C	B	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1: Cho $a > b > 1$. Gọi $M = \log_a b$; $N = \log_{ab} b$; $P = \log_{\frac{b}{a}} b$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $N > P > M$. B. $N > M > P$. C. $M > N > P$. D. $M > P > N$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có:

$$N = \log_{ab} b = \frac{\log_a b}{\log_a ab} = \frac{\log_a b}{1 + \log_a b}.$$

$$\text{Vì } 1 + \log_a b > 1 \text{ nên } \log_a b > \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \Rightarrow M > N.$$

$$\text{Ta lại có: } P = \log_{\frac{b}{a}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \frac{b}{a}} = \frac{\log_a b}{\log_a b - 1}.$$

$$\text{Vì } \log_a b - 1 < 0 \text{ và } \log_a b > 0 \text{ nên } \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} > \frac{\log_a b}{\log_a b - 1} \Rightarrow N > P.$$

Vậy $M > N > P$.

Chú ý: Ta có thể chọn $a = 4$, $b = 2$ rồi thử trực tiếp với máy tính cũng biết kết quả.

Câu 2: Tính diện tích hình phẳng được đánh dấu trên hình bên.

- A. $S = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$. B. $S = \frac{28}{3}$.
C. $S = \frac{28}{3}$. D. $S = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Cách 1:

$$\text{Ta có: } x^2 = 3 (x < 0) \Leftrightarrow x = -\sqrt{3}; x^2 = 1 (x < 0) \Leftrightarrow x = -1$$

Dựa vào đồ thị, ta có:

$$S = \int_{-\sqrt{3}}^0 (3 - x^2) dx - \int_{-1}^0 (1 - x^2) dx = \left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^0 - \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^0 = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } y = x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{y}, \text{ từ hình vẽ ta thấy } x < 0 \Rightarrow x = -\sqrt{y}.$$

$$S = \int_1^3 |-\sqrt{y}| dy = \int_1^3 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \Big|_1^3 = \frac{2}{3} (3\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x = -3$ và qua $x = 2$ nên số điểm cực trị là 2.

Câu 4: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = 2x - 3$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.
C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có

$$y = x^4 + 2x^2 + 1 \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R}; y' = 4x^3 + 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Do y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 5: Phương trình $3^{\frac{1}{x}} = 4$ có nghiệm là

- A. $x = \log_2 3$. B. $x = \log_3 2$. C. $x = \log_4 3$. D. $x = \log_3 4$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có } 3^{\frac{1}{x}} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \log_3 4 \Leftrightarrow x = \log_4 3.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3; 2; 4)$ và tiếp xúc với trục Oy .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 3 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi M là hình chiếu của I lên trục Oy , suy ra: $M(0; 2; 4)$ và $\overline{IM} = (-3; 0; -4)$.

Mặt cầu tâm $I(3; 2; 4)$ tiếp xúc với trục Oy nên bán kính mặt cầu là: $R = IM = 5$.

$$\text{Phương trình mặt cầu } (S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0.$$

Trường Sa(Việt Nam)

Câu 7: Tìm cận cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x-2}$.

- A. $y = -1$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{1 - \frac{2}{x}} = -1. \text{ Vậy tiệm cận ngang là } y = -1.$$

Câu 8: Tìm số các đẳng thức đúng trong ba đẳng thức sau:

$$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} (x \geq 0). \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (x > 0). \quad \left(\sqrt[3]{x}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (x \neq 0)$$

A. Có 3 đẳng thức đúng.

B. Không có đẳng thức nào đúng.

C. Có 2 đẳng thức đúng.

D. Có 1 đẳng thức đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ khi $x > 0$, nên $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} (x \geq 0)$ sai.

$$\text{Khi } x > 0 \text{ thì } \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}.$$

$$\text{Khi } x \neq 0. \text{ Đặt } y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y^3 = x, \text{ đạo hàm hai vế } \Rightarrow 3y^2 \cdot y' = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x})^2} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}.$$

Vậy có 2 đẳng thức đúng.

Câu 9: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0$. Tính S .

A. $S = \log_2 7$.

B. $S = 12$.

C. $S = 28$.

D. $S = \log_2 28$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0 \Leftrightarrow \frac{4^x}{4} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 28 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 6 + 2\sqrt{2} \\ 2^x = 6 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 (6 + 2\sqrt{2}) \\ x = \log_2 (6 - 2\sqrt{2}) \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = \log_2 (6 + 2\sqrt{2}) + \log_2 (6 - 2\sqrt{2}) = \log_2 [(6 + 2\sqrt{2})(6 - 2\sqrt{2})] = \log_2 28.$$

$$\text{Chú ý: } 2^S = 2^{x_1 + x_2} = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 28 \Leftrightarrow S = \log_2 28$$

Câu 10: Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

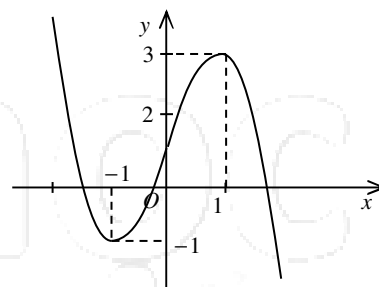
D. $y = -x^3 - 3x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị đi xuống nên $a < 0 \Rightarrow$ loại B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; -1) \Rightarrow$ chỉ có A thỏa.



Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 4x + 2y + z - 2017 = 0$. Gọi (α) là góc giữa đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) . Số đo góc α gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $60^\circ 33'$.

B. $28^\circ 26'$.

C. $29^\circ 26'$.

D. $61^\circ 33'$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ nên (Δ) có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 4)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 2; 1)$.

$$\sin \varphi = \frac{|2 \cdot 4 - 2 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1 + 4^2} \sqrt{4^2 + 2^2 + 1}} = \frac{10}{21} \Rightarrow \varphi = 28^\circ 26'.$$

Câu 12: Cho hàm số $y = \int x \sin 2x dx$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{24}$. B. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{12}$. C. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$. D. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$y = \int x \sin 2x dx \Rightarrow y' = x \sin 2x; y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{6} \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}.$$

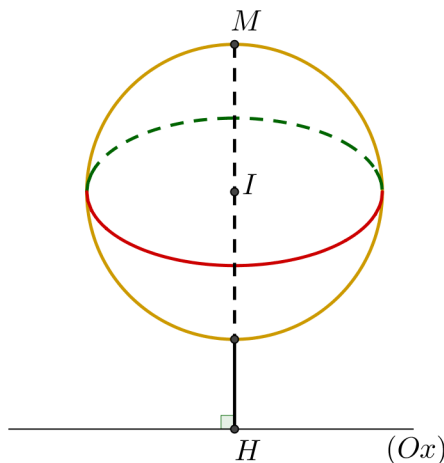
Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 7 = 0$.

Tìm tọa độ điểm M trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn nhất.

A. $M(0; -3; 2)$. B. $M(2; -2; 3)$. C. $M(1; -1; 1)$. D. $M(1; -3; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính là $R = \sqrt{1 + 2^2 + 2^2 - 7} = \sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu của $I(1; -2; 2)$ lên Ox nên $H(1; 0; 0)$.

$d(I; Ox) = IH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} > R$ nên khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn

$$\Leftrightarrow \frac{IM}{IH} = \frac{R}{IH} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \text{ và } \overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IH} \text{ ngược hướng (xem hình)}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 1 = 0 \\ y_M + 2 = -\frac{1}{2} \cdot 2 \\ z_M - 2 = -\frac{1}{2}(-2) \end{cases} \Leftrightarrow M(1; -3; 3)$$

Câu 14: Gọi r, h, l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón. S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích khối nón. Chọn phát biểu **sai**.

- A.** $V = \frac{1}{3}\pi rh$. **B.** $l^2 = h^2 + r^2$. **C.** $S_{tp} = \pi r(l + r)$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ nên A **sai**.

Câu 15: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = 5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' , tạo với đường thẳng OO' một góc 45° và đồng thời cắt hai đáy theo các đoạn giao tuyến là AB, CD . Tính diện tích S của tứ giác $ABCD$.

- A.** $S = 24\sqrt{2}$. **B.** $S = 36$. **C.** $S = 36\sqrt{2}$. **D.** $S = 48\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nhận I làm tâm. Gọi E là trung điểm của AB .

Ta có: $OE \perp AB$

Gọi $OH \perp IE$ tại H . Suy ra: $OH \perp (\alpha)$ nên

$\widehat{OIE} = 45^\circ$ và $IE \perp AB$. Suy ra:

$OE = IO = 3$; $IE = 3\sqrt{2}$; $AB = 2AE = 8$.

Vậy $S = S_{ABCD} = 4S_{IAB} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot IE \cdot AB = 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 8 = 48\sqrt{2}$

Câu 16: Biết $f(x)$ có một nguyên hàm là 17^x . Xác định biểu thức $f(x)$.

- A.** $f(x) = \frac{17^x}{\ln 17}$. **B.** $f(x) = 17^x \ln 17$.
C. $f(x) = x \cdot 17^{x-1}$. **D.** $f(x) = 17^x \ln 17 + C$.

Hướng dẫn giải:

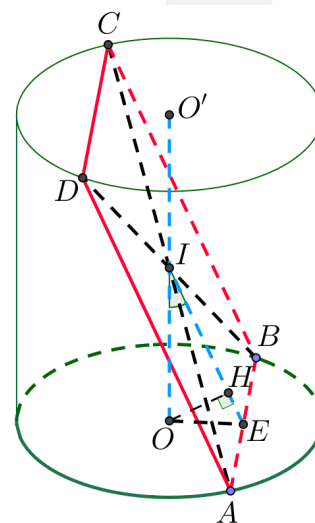
Chọn B.

Ta có $(17^x)' = 17^x \ln 17$ nên $f(x) = 17^x \ln 17$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) .

- A.** $d = \frac{3}{7}$. **B.** $d = \frac{6}{7}$. **C.** $d = -\frac{1}{7}$. **D.** $d = \frac{1}{7}$.

Hướng dẫn giải:



☑ Vậy $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^4 f(t) dt = 2.$

Câu 21: Một hình chóp tứ giác đều có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $8a^2$. Tính diện tích S của mặt đáy hình chóp.

A. $S = 4a^2\sqrt{3}.$

B. $S = 2a^2\sqrt{3}.$

C. $S = 4a^2.$

D. $S = 2a^2.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi H là trung điểm của AB .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $\begin{cases} SH \perp AB \\ OH \perp AB \end{cases}$.

$$\Rightarrow ((SAB); (ABCD)) = (\widehat{SH; OH}) = \widehat{SHO} \quad (1).$$

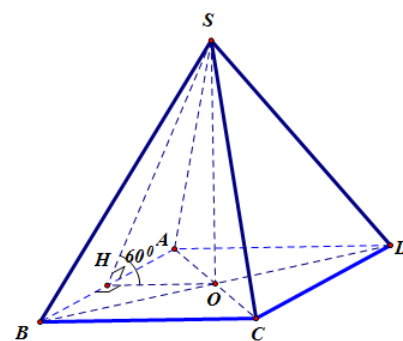
Trong ΔSOH vuông tại O , có $SH = \frac{OH}{\cos 60^\circ} = 2.OH = AB$

Diện tích xung quanh của hình chóp

$$S_{xp} = 4.S_{SAB} = 2.SH.AB = 2AB^2$$

Mà $S_{xp} = 8a^2$ nên $2AB^2 = 8a^2 \Leftrightarrow AB = 2a$

Vậy diện tích đáy của mặt chóp là $S = AB^2 = 4a^2$.



Câu 22: Tìm a để $\int_0^a \frac{e^x}{e^x+1} dx = \ln \frac{3}{2}.$

A. $a = 1.$

B. $a = 2.$

C. $a = \ln 2.$

D. $a = \ln 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_0^a \frac{e^x}{e^x+1} dx = \int_0^a \frac{d(e^x+1)}{e^x+1} = \ln(e^x+1) \Big|_0^a = \ln \frac{e^a+1}{2}.$$

$$\text{Do đó } \ln \frac{e^a+1}{2} = \ln \frac{3}{2} \Rightarrow e^a+1=3 \Leftrightarrow e^a=2 \Leftrightarrow a=\ln 2.$$

Câu 23: Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là

A. $x > 3^{\log_2 6}.$

B. $x > 2^{\log_3 6}.$

C. $x > 6.$

D. $x > 3^{\log_6 2}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện $x > 0$

$$\text{Ta có } \log_2 x + \log_3 x > 1 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 2 \cdot \log_2 x > 1.$$

$$\Leftrightarrow (1 + \log_3 2) \cdot \log_2 x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_3 6 \cdot \log_2 x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x > \frac{1}{\log_3 6} = \log_6 3.$$

$$\Leftrightarrow x > 2^{\log_6 3} \Leftrightarrow x > 3^{\log_6 2}.$$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{8}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^2}{4}$.

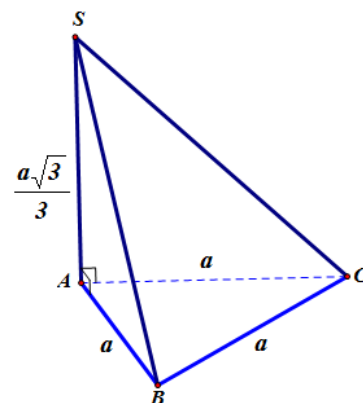
D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì $\triangle ABC$ đều cạnh $a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12}$.



Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;3)$, $N(2;3;1)$ và $P(3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

A. $Q(4;0;-4)$.

B. $Q(-2;2;4)$.

C. $Q(4;0;0)$.

D. $Q(2;-2;4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt $Q(x; y; z)$. Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = (1;1;-2) \\ \overrightarrow{QP} = (3-x;-1-y;2-z) \end{cases}$.

$MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=1 \\ -1-y=1 \\ 2-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow Q(2;-2;4)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $f'(x) = -2x + 2$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ nên nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 27: Cho x, y là hai số thực không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x - y - 2$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

A. -3,71.

B. -3,70.

C. -3,72.

D. -3,73.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = -y^2 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y^2 = -x^2 - 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ y = \sqrt{-x^2 - 2x + 3} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } P = 2x - \sqrt{3 - 2x - x^2} - 2.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 2x - \sqrt{3 - 2x - x^2} - 2, x \in [0; 1].$$

$$f'(x) = 2 - \frac{-1-x}{\sqrt{3-2x-x^2}} > 0 \quad \forall x \in [0; 1]. \text{ Suy ra } f(x) \text{ đồng biến trên } [0; 1].$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } P \text{ là } f(0) = -\sqrt{3} - 2 \approx -3,73.$$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $A.BMN$ và thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $k = \frac{3}{8}$.

B. $k = \frac{2}{5}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = \frac{3}{4}$.

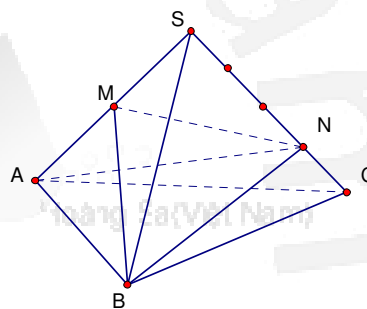
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: M là trung điểm SA nên $V_{A.BMN} = V_{S.BMN}$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Vậy: } k = \frac{V_{A.BMN}}{V_{S.BAC}} = \frac{3}{8}.$$



Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{e^x}$, $y = 0$,

$x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được sinh ra khi ta quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $V = \pi(e+3)$.

B. $V = \pi(e-1)$.

C. $V = \pi e$.

D. $V = e+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Thể tích V của vật thể tròn xoay được sinh ra khi ta quay hình (H) quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{e^x})^2 dx = \pi (e^x) \Big|_0^1 = \pi(e-1).$$

Câu 30: Cho hàm số $y = \log|x|$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Phương trình $\log|x| = m$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

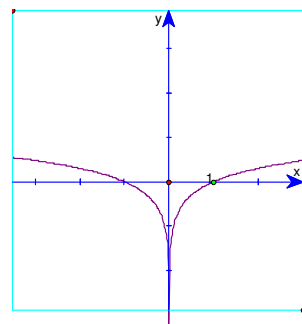
B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

C. Hàm số xác định với $\forall x \neq 0$.

D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ ($x \neq 0$).

Hướng dẫn giải

Chọn B.



TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

+ Ta có: $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ nên $y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$ và $y' < 0 \Leftrightarrow x < 0$ nên B sai.

+ Ta có: $y = \log|x|$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ nên đồ thị gồm 2 nhánh (xem hình) nên phương trình $\log|x| = m$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Câu 31: Độ dài đường chéo của một hình lập phương bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lập phương.

A. $V = a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = 8a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

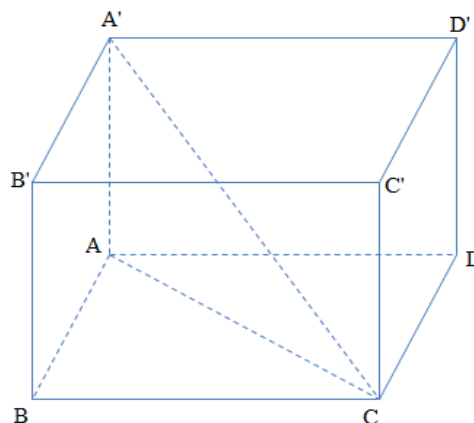
Chọn D.

$$A'C = 3a \Leftrightarrow \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AC^2} = 3a$$

$$\Leftrightarrow 3AB^2 = 9a^2.$$

$$\Leftrightarrow AB = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = (a\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}a^3.$$



Câu 32: Số các giá trị của m để phương trình

$$x^4 - 2 = m(1 - |x|)$$

là

A. 3.

B. 1.

C. Vô số.

D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$x^4 - 2 - m(1 - |x|) = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = |x|, t \geq 0. \text{ Phương trình trở thành: } t^4 - 2 - m(1 - t) = 0 \quad (2)$$

Nhận xét: (1) có đúng một nghiệm thì (2) phải có nghiệm $t = 0$ và không có nghiệm dương nào khác.

Với $t = 0$ là nghiệm suy ra $-2 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Thử lại, thay $m = -2$ vào phương trình (2) ta được: $t^4 - 2 + 2(1 - t) = 0$.

$$\Leftrightarrow t(t^3 - 2) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \sqrt[3]{2} \end{cases} \text{ (không thỏa điều kiện).}$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33: Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

A. $a+b=1$.

B. $a+b=5$.

C. $a+b=-1$.

D. $a+b=-5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\frac{-x-1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}.$$

$$\Leftrightarrow -x-1 = A(x-2) + B(x-1).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A+B=-1 \\ -2A-B=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=-3 \end{cases}.$$

$$\text{Nên: } \int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)} dx = \int \left(\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-2} \right) dx.$$

$$= 2\ln|x-1| - 3\ln|x-2| + C.$$

Vậy $a=2, b=-3$. Vậy $a+b=-1$.

Câu 34: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-1)\sqrt{3-x^2}$. Tìm M .

A. $M = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $M = 0$.

C. $M = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Tập xác định: } D = [-\sqrt{3}; \sqrt{3}].$$

$$y' = \sqrt{3-x^2} + (x-1) \frac{(-x)}{\sqrt{3-x^2}} = \frac{3-x^2-x^2+x}{\sqrt{3-x^2}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \quad (n) \\ x = \frac{3}{2} \quad (n) \end{cases}.$$

$$y(-\sqrt{3}) = y(\sqrt{3}) = 0; \quad y(-1) = -2\sqrt{2}; \quad y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } M = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 35: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x - 1$ đạt cực trị tại $x = 2$.

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. Không tồn tại m .

D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$y' = x^2 - 2mx + 4.$$

$$y'' = 2x - 2m.$$

$$\text{Hàm số đạt cực trị tại } x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 4m + 4 = 0 \\ 4 - 2m \neq 0 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy không tồn tại m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 36: Biết $\log_3 2 = a$ và $\log_3 5 = b$. Tính $M = \log_6 30$ theo a và b .

A. $M = \frac{1+ab}{a+b}$.

B. $M = \frac{1+a+b}{1+a}$.

C. $M = \frac{1+a+b}{1+b}$.

D. $M = \frac{1+b}{1+a}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

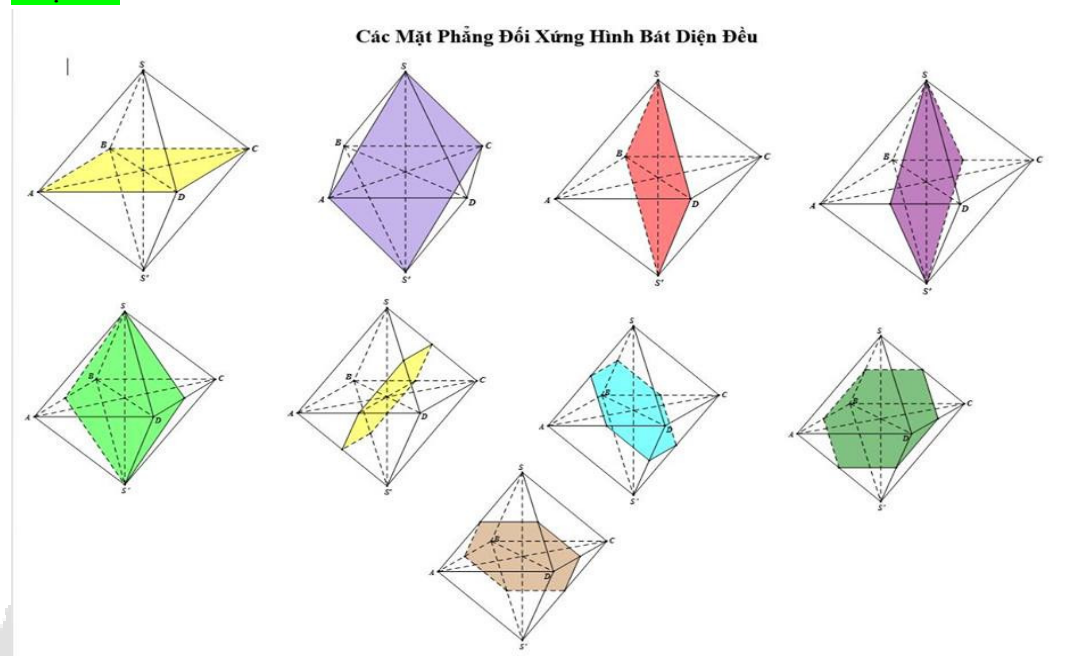
Ta có $M = \log_6 30 = \log_6 (2.3.5) = \frac{\log_3 2 + \log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{1+a+b}{a+1}$.

Câu 37: Khối bát diện có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

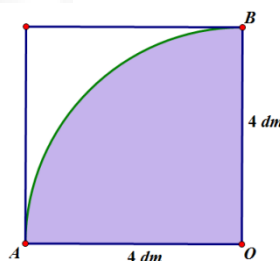
- A.** 9 mặt phẳng. **B.** 5 mặt phẳng. **C.** 7 mặt phẳng. **D.** 8 mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Câu 38: Từ miếng tôn hình vuông cạnh bằng 4dm, người ta cắt ra hình quạt tâm O bán kính $OA = 4dm$ (xem hình) để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Chiều cao của chiếc phễu có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là



- A.** 3,872 dm. **B.** 3,874 dm. **C.** 3,871 dm. **D.** 3,873 dm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có cung AB có độ dài bằng $\frac{\pi}{2} \cdot 4 = 2\pi$.

Dựa vào đề bài ta thấy có thể tạo thành hình nón đỉnh O , đường sinh OA .

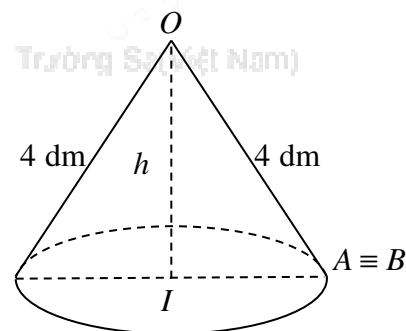
Để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB) thì chu vi C của đường tròn đáy bằng độ dài cung

$$AB \text{ bằng } 2\pi. \text{ Khi đó bán kính đáy là } C = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{2\pi}{2\pi} = 1.$$

Xét tam giác OIA vuông tại I có $OA = 4 dm$, $IA = R = 1 dm$.

$$h = OI \text{ trong đó } OI^2 = OA^2 - IA^2 = 4^2 - 1^2 = 15 \Rightarrow OI = \sqrt{15} \approx 3,873.$$

Vậy $h \approx 3,873$.



Câu 39: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$.

A. $\int f(x)dx = \tan x + C$.

B. $\int f(x)dx = \tan x - x + C$.

C. $\int f(x)dx = x - \tan x + C$.

D. $\int f(x)dx = \tan x + x + C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\int f(x)dx = \int \tan^2 x dx = \int (1 + \tan^2 x - 1)dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int dx = \tan x - x + C$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (m^2 - 1)x + 2y - mz + m - 1 = 0$.

Xác định m biết (α) song song với Ox .

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = \pm 1$.

D. $m = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$(\alpha): (m^2 - 1)x + 2y - mz + m - 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (m^2 - 1; 2; -m)$.

Ox có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; 0)$.

(α) song song với $Ox \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \\ O \notin (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 41: Tính đạo hàm của hàm $y = x^x$ tại điểm $x = 2$ là

A. $y'(2) = 4 \ln 2$.

B. $y'(2) = 4 \ln(2e)$.

C. $y'(2) = 4$.

D. $y'(2) = 2 \ln(2e)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Với $x > 0$, ta có: $y = x^x \Leftrightarrow \ln y = x \ln x \Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln x + 1 \Leftrightarrow y' = y(\ln x + 1) = x^x(\ln x + 1)$.

Khi đó: $y'(2) = 4(\ln 2 + 1) = 4 \ln(2e)$.

Câu 42: Xác định a sao cho $\log_2 a + \log_2 3 = \log_2(a + 3)$.

A. $a = \frac{3}{2}$.

B. $a = \frac{2}{3}$.

C. $a = 2$.

D. $a > 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $a > 0$. Ta có: $\log_2 a + \log_2 3 = \log_2(a + 3) \Leftrightarrow 3a = a + 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$.

Câu 43: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-12}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

B. $D = (-1, 1)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-12}$ xác định khi và chỉ $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$.
 Tìm tọa độ điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) .
- A. $N(-1;1;0)$. B. $N(-1;0;1)$. C. $N(-2;2;0)$. D. $N(-2;0;2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$$\text{Suy ra phương trình tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$$

$$\text{Vì } N=d \cap (P) \Rightarrow N(t;1+t;2+t) \in (P) \Rightarrow t=-1 \Rightarrow N(-1;0;1).$$

- Câu 45:** Cho biểu thức $P=\sqrt{x^3\sqrt{x^2\sqrt{x^3}}}$ ($x>0$). Xác định k sao cho biểu thức $P=x^{\frac{23}{24}}$.
- A. $k=6$. B. $k=2$. C. $k=4$. D. Không tồn tại k .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } P=\sqrt{x^3\sqrt{x^2\sqrt{x^3}}}=\sqrt{x^3\sqrt{x^{2+\frac{3}{k}}}}=\sqrt{x^{1+\frac{2k+3}{3k}}}=x^{\frac{5k+3}{6k}}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán xảy ra khi: } \frac{5k+3}{6k}=\frac{23}{24} \Leftrightarrow k=4.$$

- Câu 46:** Cho đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+x+1$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x=2$ cắt đồ thị (C) tại điểm N (khác M). Tìm tọa độ điểm N .
- A. $N(1;0)$. B. $N(0;1)$. C. $N(3;4)$. D. $N(-1;-4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$x=2 \Rightarrow y=-1. \quad y'=3x^2-6x+1 \Rightarrow y'(2)=1.$$

Phương trình tiếp tuyến tại $(2;-1)$, hệ số góc $k=1$ là $y=x-3$.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x-3=x^3-3x^2+x+1 \Leftrightarrow x^3-3x^2+4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}.$$

$$x=-1 \Rightarrow y=-4. \text{ Vậy } N(-1;-4).$$

- Câu 47:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-4;0), B(3;0;0)$. Viết phương trình đường trung trực (Δ) của đoạn AB biết (Δ) nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$.

A. $\Delta: \begin{cases} x=2+2t \\ y=2-t \\ z=-t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-t \\ z=0 \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-t \\ z=-t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-t \\ z=t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$(\alpha) \text{ có VTPT } \vec{n}=(1;1;1), \overrightarrow{AB}=(2;4;0) \Rightarrow [\vec{n}; \overrightarrow{AB}]=(-4;2;2).$$

(Δ) có VTCP $\vec{u} = (2; -1; -1)$.

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó $I(2; -2; 0)$. PT (Δ):
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -t \end{cases}$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng (α): $x + 5y + z + 4 = 0$. Xác định vị trí tương đối của (d) và (α).

- A. (d) $\perp$ (α). B. (d) $\subset$ (α).
C. (d) cắt và không vuông góc với (α). D. (d) $\parallel$ (α).

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Mp (α) có VTPT $\vec{n} = (1; 5; 1)$, đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -1; 3)$.

Ta có: $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 = 0$ và $M \in (\alpha)$.

Do đó (d) $\subset$ (α).

Câu 49: Cho mặt cầu tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (α) cách tâm O của mặt cầu một khoảng bằng 1, cắt mặt cầu theo một đường tròn. Gọi P là chu vi đường tròn này, tính P .

- A. $P = 8\pi$. B. $P = 2\sqrt{2}\pi$. C. $P = 4\sqrt{2}\pi$. D. $P = 4\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Bán kính đường tròn $r = \sqrt{R^2 - d^2(O, (\alpha))} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$.

Chu vi đường tròn là $P = 2\pi r = 4\sqrt{2}\pi$.

Câu 50: Cho các hàm số $y = 2^x$, $y = \log_2 x$, $y = \frac{1}{2x}$, $y = x^2$. Chọn phát biểu **sai**.

- A. Có 2 đồ thị có tiệm cận ngang. B. Có 2 đồ thị có tiệm cận đứng.
C. Có 2 đồ thị có chung một đường tiệm cận. D. Có đúng 2 đồ thị có tiệm cận.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số $y = 2^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \log_2 x$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{1}{2x}$ có.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$, suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x}$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$, suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

Do đó đáp án A, B, C đúng và D sai.