

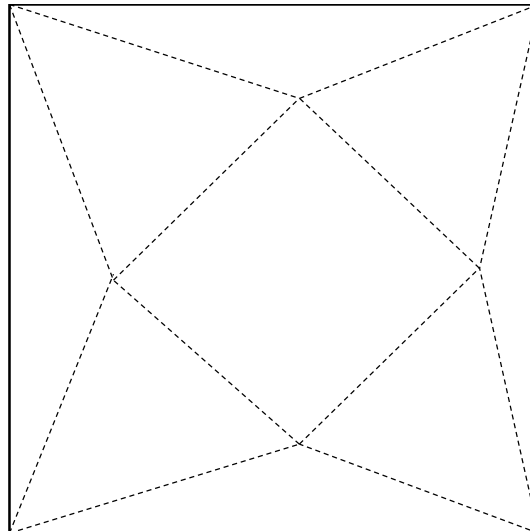
Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O cạnh a, góc $BCA = 30^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 2: Để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O(0;0)$ làm trọng tâm là:

- A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Câu 3: Cho một tấm bìa hình vuông cạnh $5dm$. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ 4 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình là



- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}dm$ B. $\frac{5}{2}dm$ C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}dm$ D. $2\sqrt{2}dm$

Câu 4: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ là

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\ln x + 3}$ là

- A. $(0; +\infty)$ B. $[e^2; +\infty)$ C. $\left[\frac{1}{e^2}; +\infty\right)$ D. $[-3; +\infty)$

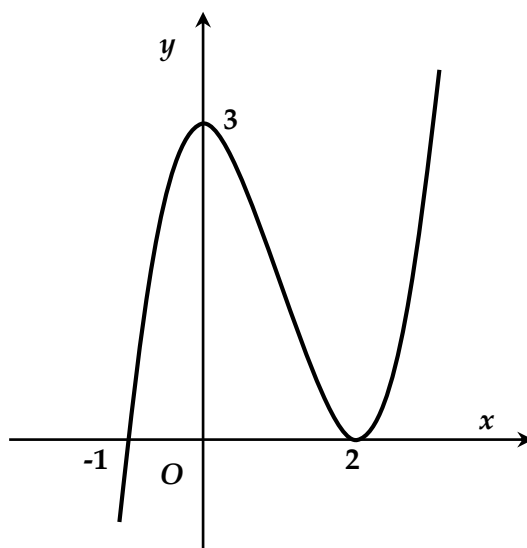
Câu 6: Cho hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + 10$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$

Câu 7: Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên khoảng K và có đạo hàm là $f'(x)$ trên K. Biết hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên K.



Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên K là:

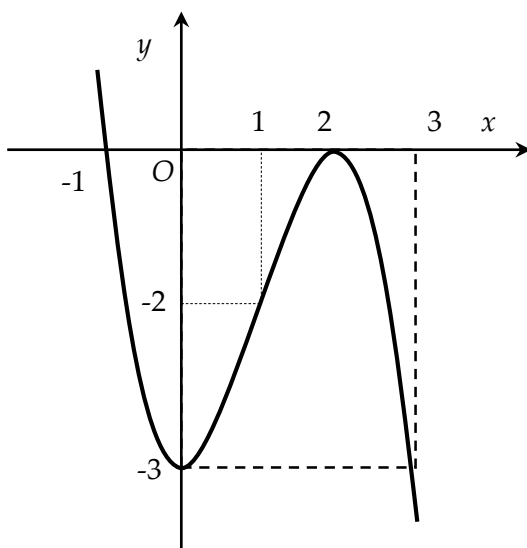
A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Câu 8: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$



Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 + 3x^2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m = 4 \vee m = 0$

B. $m = -4 \vee m = 0$

C. $m = -4 \vee m = 4$

D. Một kết quả khác

Câu 9: Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

Câu 10: Hình chữ nhật ABCD có $AD = a$; $AB = 3a$; quay hình chữ nhật một vòng quanh cạnh AD ta được hình trụ có thể tích là

- A. $\frac{9\pi^3}{4}$ B. $\frac{\pi a^3}{4}$ C. $3\pi a^3$ D. $9\pi a^3$

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{7}{2x+5}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 12: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và khoảng $(0; 1)$
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và khoảng $(0; 1)$
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có thể tích bằng V với đáy là hình bình hành. Gọi C' là trung điểm cạnh SC. Mặt phẳng qua AC' và song song với BD cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B' ; D' . Khi đó thể tích của khối chóp S. $A'B'C'D'$ bằng

- A. $\frac{V}{3}$ B. $\frac{2V}{3}$ C. $\frac{V}{4}$ D. $\frac{V}{2}$

Câu 14: Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn: $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_3 \frac{3}{4} < \log_a \frac{4}{5}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $a > 1; 0 < b < 1$ B. $a > 1; b > 1$ C. $0 < a < 1; b > 1$ D. $0 < a < 1; 0 < b < 1$

Câu 15: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh A. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, bán kính cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{11}}{4}$ C. $\frac{2a}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$

Câu 16: Tam giác ABC vuông tại A cạnh AB=6, cạnh AC=8, M là trung điểm của cạnh AC. Tính thể tích khối tròn xoay do tam giác BMC qua 1 vòng quanh cạnh AB là:

- A. 98π B. 108π C. 96π D. 86π

Câu 17: Tập hợp giá trị m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m-1)x - 3$ đồng biến trên R là:

- A. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ B. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ C. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Câu 18: Tìm m để hàm số $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$?

- A. $m = 0$ B. $m \geq \frac{1}{9}$ C. $m \geq -\frac{1}{3}$ D. $m \geq 0$

Câu 19: Giá trị m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(m^2 - 1)x$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ là

- A. $m = -1$ B. $m = \pm 1$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m = 1$

Câu 20: Tập hợp nghiệm của phương trình $\log_3(9^{50} + 6x^2) = \log_{\sqrt{2}}(3^{50} + 2x)$ là:

- A. $\{0; 1\}$ B. $\{0; 2.3^{10}\}$ C. $\{0\}$ D. R

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a, AD = 3a, AA' = 3a$. Gọi E là trung điểm của cạnh $B'C'$. Thể tích khối chóp E. BCD bằng:

- A. $\frac{a^3}{2}$ B. a^3 C. $3a^3$ D. $\frac{4a^3}{3}$

Câu 22: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ điểm A đến mp(ABC) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. a^3 B. $3a^3$ C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{4a^3}{3}$

Câu 23: Rút gọn biểu thức $(\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b)\log_b a - 1$. Ta được kết quả:

- A. $\log_b a$ B. 1 C. 0 D. $\log_a b$

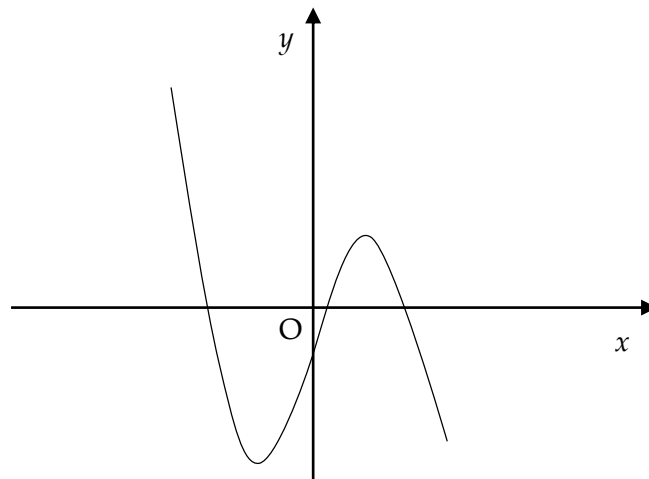
Câu 24: Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$, Gọi E là trung điểm của AD. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ECD

- A. $R = a\sqrt{6}$ B. $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $R = \frac{a\sqrt{26}}{2}$

Câu 25: Cho khối nón đỉnh O trục OI, bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{a}{2}$. Mặt phẳng (P) thay đổi luôn đi qua O và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác AOB. Diện tích lớn nhất của tam giác AOB là:

- A. $\frac{a^3}{2}$ B. $\frac{3a^3}{4}$ C. $\frac{3a^3}{8}$ D. $\frac{5a^3}{8}$

Câu 26: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số là hàm số nào?



- A. $y = x^2 - 2x - 2$ B. $y = -x^3 + 3x - 2$
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 + x + 1}$ có đường tiệm cận ngang?

- A. $m = -1$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m = \pm 1$

Câu 28: Cho hàm số $y = \ln \frac{2x-1}{x+1}$. Khi đó đạo hàm ý của hàm số là

- A. $\frac{-3}{2x^2+x-1}$ B. $\frac{x+1}{2x-1}$ C. $\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+1}$ D. $\frac{3}{2x^2+x-1}$

Câu 29: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $H(x) = 0,025x^2(30-x)$ trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất?

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 15

Câu 30: Cho khối lăng trụ ABC. A'B'C' có thể tích là V, thể tích của khối chóp C'.ABC là:

- A. $\frac{1}{2}V$ B. $\frac{1}{6}V$ C. $\frac{1}{3}V$ D. V

Câu 31: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 12ab$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\ln(a+2b) - 2\ln 2 = \ln a + \ln b$ B. $\ln(a+2b) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$
C. $\ln(a+2b) - 2\ln 2 = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$ D. $\ln(a+2b) + 2\ln 2 = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$

Câu 32: Tam giác ABC vuông tại B. $AB = 2a, BC = a$. Cho tam giác ABC quay một vòng quanh cạnh huyền AC. Gọi V_1 là thể tích khối nón có đường sinh AB, V_2 là thể tích khối nón có đường sinh BC. Khi đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

- A. 3 B. 4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. GTNN bằng 1; GTLN bằng 3 B. GTNN bằng 0; GTLN bằng $\frac{2}{7}$
C. GTNN bằng 0; GTLN bằng 1 D. GTNN bằng $-\frac{2}{7}$; GTLN bằng 0

Câu 34: Tam giác ABC vuông tại B, $AB = 10, BC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Thể tích khối tròn xoay do hình thang vuông BMNC quay một vòng quanh MB là:

- A. $\frac{40\pi}{3}$ B. $\frac{20\pi}{3}$ C. $\frac{120\pi}{3}$ D. $\frac{140\pi}{3}$

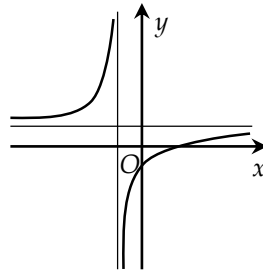
Câu 35: Bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ có tập nghiệm là:

- A. $[-2; 1]$ B. $(2; 5)$ C. $[-1; 3]$ D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

Câu 36: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy, $AB = a, AD = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD bằng:

- A. $\frac{4a^3}{3}$ B. $3a^3$ C. a^3 D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 37: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

D. $y = \frac{x+2}{x+1}$

Câu 38: Thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông cân có độ dài cạnh huyền bằng $2a$. Thể tích hình nón là:

A. $\frac{\pi a^3}{4}$

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$

C. πa^3

D. $\frac{\pi a^3}{3}$

Câu 39: Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là:

A. 2

B. 4

C. 1

D. 0

Câu 40: Giải phương trình $\sqrt{3^x + 6} = 3^x$. Ta có tập nghiệm bằng:

A. $\{1; \log_3 2\}$

B. $\{-2; 3\}$

C. $\{1\}$

D. $\{3\}$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = a, AB = AC = 2a, BAC = 120^\circ$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 42: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó tích ab bằng:

A. -8

B. -2

C. -6

D. 2

Câu 43: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. 1

B. $\frac{5}{2}$

C. 2

D. $\frac{-5}{2}$

Câu 44: Cho $x > 0, x \neq 1$ thỏa mãn biểu thức $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017} x} = M$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $x = \sqrt[2017]{\frac{2017!}{M}}$

B. $x = 2017^M$

C. $x = \frac{2017!}{M}$

D. $x^M = 2017!$

Câu 45: Bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (2 + \sqrt{3})^{x+2}$ có tập nghiệm là:

A. $(-1; +\infty)$

B. $(-\infty; -1)$

C. $(2; +\infty)$

D. $(-\infty; -2)$

Câu 46: Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

B. $\mathbb{R}$

C. $(0; +\infty)$

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 47: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

Câu 48: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên một tháng (chuyển vào tài khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% trên một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

- A. 50 triệu 730 nghìn đồng
 B. 50 triệu 640 nghìn đồng
 C. 53 triệu 760 nghìn đồng
 D. 48 triệu 480 nghìn đồng

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	5	8	$+\infty$				
y'	+		-	0	+		-		
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 2
 B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 5
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 5$
 D. Hàm số có đúng một cực trị

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x \ln 2 + x^2 \ln 5 > 0$
 B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + x \log_2 5 > 0$
 C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$
 D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_2 5 > 0$

1D	2C	3A	4A	5A	6A	7B	8A	9C	10A
11B	12A	13B	14A	15D	16D	17A	18D	19C	20C
21B	22A	23C	24B	25B	26B	27D	28D	29D	30B
31C	32C	33B	34A	35A	36B	37B	38C	39D	40B
41A	42D	43D	44C	45D	46A	47B	48A	49D	50B

Câu 1: Chọn C

Phân tích: $BCA = 30^\circ \Rightarrow BCD = 60^\circ$ nên tam giác BCD là tam giác đều suy ra

$$S_{ABCD} = 2S_{BCD} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}. \text{ Nên thể tích}$$

hình cần tính là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$$

Câu 2 : Chọn C

Phân tích: hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có $y' = 4x^3 + 4(m-4)x$. Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

Ta thấy :

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m - 4 = 0 (*) \end{cases}$$

Để phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt hay $4 - m > 0 \Rightarrow m < 4$. Nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là $x_1 = \sqrt{4 - m}$, $x_2 = -\sqrt{4 - m}$

Giả sử các điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là : $A(\sqrt{4 - m}; -m^2 + 9m + 11)$, $B(0; 0)$, $C(-\sqrt{4 - m}; -m^2 + 9m + 11)$.

Theo bài ra ta có trọng tâm của tam giác ABC là $O(0; 0)$ nên ta có

$$\begin{cases} 0 = \frac{0 + 2(-m^2 + 9m + 11)}{3} \\ 0 = \frac{0 + \sqrt{4 - m} - \sqrt{4 - m}}{3} \end{cases} \Rightarrow m = 1$$

Câu 3 : Chọn D

Phân tích: Đây là bài toán khá hay và khi tính toán cần phải áp dụng bất đẳng thức vào để tìm giá trị lớn nhất của thể tích.

Đặt tên các đỉnh như hình vẽ

Gọi độ dài cạnh đáy hình của hình chóp tứ giác đều là x . Theo bài ra ta có chiều cao của hình tam giác là mặt bên của hình chóp tứ

$$\text{giác đều là } DI = BK = \frac{BD - x}{2} = \frac{5\sqrt{2} - x}{2}$$

Khi đó chiều cao của hình chóp tứ giác đều

$$\text{được tạo thành là } h = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2} - x}{2}\right)^2}$$

Thể tích hình cần tính là

$$V = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2} - x}{2}\right)^2} \left(x \in \left(0; \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \right)$$

Đến đây có nhiều cách giải nhưng cách giải nhanh nhất có lẽ là ta thay tung đáp án vào và xét từng giá trị của các đáp án đã cho để tìm kết quả đúng!

Câu 4 : Chọn D

Phân tích:

- Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: đường thẳng $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$
- Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: đường thẳng $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$

Cách nhận biết số đường tiệm cận

$$\text{Cho hàm phân thức } f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

- a) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là số nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} v(x) = 0 \\ u(x) \neq 0 \end{cases}$$

- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi $\deg u(x) \leq \deg v(x)$ trong đó $\deg$ là bậc của đa thức

Từ lý thuyết và nhận xét trên ta dễ dàng thấy được đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận gồm 2 đường tiệm cận ngang là $y = 1; y = -1$ và 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$

Câu 5 : Chọn C

Phân tích: nhiều em đã mắc định rằng $\ln x > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên có tập xác định là $(0; +\infty)$

Tuy nhiên đó là đáp án sai vì các em đã học không kỹ lý thuyết và nhớ nhầm điều kiện tồn tại của hàm $\ln$ với tập giá trị của hàm $\ln$. Điều kiện tồn tại của hàm $\ln x$ là $x > 0$

Quay lại với bài toán ta có : điều kiện để căn thức tồn tại là $\ln x + 3 \geq 0 \Rightarrow \ln x \geq -3 \Rightarrow x \geq \frac{1}{e^3}$

Câu 6 : Chọn D

Phân tích: để xét tính đồng biến nghịch biến của hàm số nào đó ta thường xét dấu của đạo hàm bậc nhất của hàm đó

Hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + 10$ có $y' = -3x^2 - 12x$

Ta thấy $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 0)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$ và ngược lại hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty)$

Câu 7 : Chọn B

Phân tích: các em nhìn vào đồ thị hàm số $f'(x)$ thì thấy nó chỉ đổi chiều khi x đi qua điểm 2 hay tại điểm đó thì hàm số đạt cực trị và khi x đi qua điểm 1 thì đồ thị hàm số không đổi dấu nên nó không có cực trị tại đó

Câu 8 : Chọn A

Phân tích: phương trình đã cho tương đương với $-x^3 + 3x - 4 = m - 4$ (*) . để tìm số nghiệm của (*) là ta tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$ (hình vẽ đã cho) và đường thẳng $d: y = m - 4$ (là đường thẳng song song với trục hoành) Phương trình (*) có 2 nghiệm hay đường thẳng d cắt đồ thị hàm số đã cho tại

$$2 \text{ điểm phân biệt hay } \begin{cases} m - 4 = 0 \\ m - 4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

Câu 9 : Chọn A

Phân tích: theo bài toán ta sẽ có được bán kính đáy của hình trụ là $r_1 = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = r\sqrt{3}$

$$\text{Tỉ số thể tích là } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}{4r\pi(r\sqrt{3})^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow 9V_1 = 8V_2$$

Câu 10 : Chọn D

Phân tích: khi quay hình chữ nhật một vòng quanh cạnh AD thì được hình trụ có chiều cao là AD và bán kính đáy là DC khi đó ta có thể tích cần tính là $V = B.h = a.\pi.(3a)^2 = 9\pi a^3$

Câu 11: Chọn A

Phân tích: đây là hàm bậc nhất trên bậc nhất nên nó có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng

$$\text{TCĐ của đồ thị hàm số } y = \frac{7}{2x+5} \text{ là } x = -\frac{5}{2} \text{ và}$$

$$\text{TCN là } y = 0$$

$$\text{Nhắc lại đồ thị hàm số } y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ có TCĐ là}$$

$$x = -\frac{d}{c} \text{ và TCN là } y = \frac{a}{c}$$

Câu 12: Chọn C

Phân tích: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có $y' = 4x^3 - 4x$. Xét tính biến thiên của y' ta có

$$y' < 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x < 0 \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

Nên hàm số đã cho nghịch biến trong các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Ngược lại thì ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 13 : Chọn A

Phân tích: để giải quyết được bài toán này các em cần dựng được mặt phẳng đi qua AC' và song song với BD sau đó tìm giao điểm của nó với các cạnh SB, SD

Để dựng được mặt phẳng đi qua AC' và song song với BD ta làm như sau : Gọi O là giao điểm của AC và BD , gọi I là giao điểm của SO và AC' . Qua I kẻ $B'D'$ song song với BD , khi đó ta có mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng $AD'C'B'$

Ta dễ dàng nhận thấy rằng I là trọng tâm của tam giác SAC nên $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$. Theo định lí Ta lét ta

$$\text{có } \frac{SD'}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}.$$

Áp dụng công thức tính tỉ số thể tích của khối chóp tam giác(tứ diện ta có)

$$\frac{V_{SAD'C'}}{V_{SADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Mà } V_{SADC} = V_{SABC} = \frac{1}{2} V_{SABCD} \text{ nên}$$

$$V_{SAD'C'B'} = V_{SAD'C'} + V_{SAB'C'} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{V}{3}$$

Câu 14 : Chọn C

Phân tích: đây là một câu dễ nếu các em không thể suy luận nhanh thì nên thử các trường hợp

của đáp án đề cho để được đáp án chính xác nhất nhé !

Câu 15 : Chọn B

Phân tích: anh sẽ giải nhanh câu này và phân ý tưởng giải anh sẽ nói chi tiết ở câu 24.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Kẻ $SH \perp AB$ ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB, SH \in (SAB) \end{cases}$$

$$\text{Và } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (các em nhớ nhanh cách tính}$$

đường cao của tam giác đều có cạnh là a nhé)

Qua O dựng trục đường tròn của đáy, dựng đường trục của SH , hai đường thẳng này giao nhau tại I ta có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp cần tìm

$$\text{Tính R : } R = \sqrt{IO^2 + OC^2} = \sqrt{\frac{SH^2}{4} + \frac{AC^2}{4}} = \frac{a\sqrt{11}}{4}$$

Câu 16 : Chọn C

Phân tích: khi quay hình tam giác BMC quanh cạnh AB ta thấy khối tròn xoay tạo ra sẽ là hình có thể tích bằng thể tích hình nón có đường cao là cạnh AB và đường sinh là cạnh BC trừ đi hình nón có đường cao là cạnh AB và đường sinh là cạnh huyền BM của tam giác ABM

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo ra là

$$V = \frac{1}{3} AB \cdot \pi AC^2 - \frac{1}{3} AB \cdot \pi AM^2 = 96\pi$$

Câu 17: Chọn B

Phân tích: TXĐ : $D = \mathbb{R}$

Hàm số đã cho có $y' = 3mx^2 + 2mx + m - 1$

Xét trường hợp 1 : $m = 0 \Rightarrow y' = -1$ (không thỏa mãn)

Xét trường hợp 2 : $m \neq 0$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

$y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ hay

$$\begin{cases} 3m > 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 18 : Chọn C

Phân tích:

Hàm số đã cho có $y' = 3mx^2 - 2x + 3$, ý tưởng giải tương tự như câu 17, chúng ta cũng xét 2 trường hợp của tham số m , và trường hợp $m=0$ cũng không thỏa mãn

Ta xét trường hợp $m \neq 0$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;0)$

khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in (-3;0)$

$$\Leftrightarrow 3mx^2 - 2x + 3 \geq 0, \forall x \in (-3;0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{2x-3}{3x^2}, \forall x \in (-3;0)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{3x^2}, \forall x \in [-3;0]$ ta có

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 6x}{9x^4}, \text{ ta thấy hàm } f(x) \text{ nghịch biến}$$

trên khoảng $[-3;0]$ nên $\max_{x \in [-3;0]} f(x) = f(-3) = -\frac{1}{3}$

$$\text{Nên } m \geq -\frac{1}{3}$$

Câu 19 : Chọn B

Phân tích: nhớ lại điều kiện để điểm $x = x_0$ là cực đại (cực tiểu) của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \text{ (} y''(x_0) > 0 \text{)} \end{cases}$$

Vì $x=2$ là điểm cực điểm của hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + 3(m^2 - 1)x \text{ nên ta có}$$

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \text{ giải hệ bất phương trình này ta có}$$

$$\text{được } m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

Câu 20 : Chọn B

Phân tích: đối với dạng bài toán này có thể thử bằng máy tính CASIO, tuy nhiên người ra đề đã ra số quá to để khi thử máy tính không ra được kết quả chính xác, các em có thể là như sau

$$\begin{aligned} \log_3(9^{50} + 6x^2) &= \log_{\sqrt{3}}(3^{50} + 2x) \\ \Leftrightarrow \log_3(9^{50} + 6x^2) &= \log_3(3^{50} + 2x)^2 \\ \Rightarrow 9^{50} + 6x^2 &= (3^{50} + 2x)^2 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \cdot 3^{50} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 21 : Chọn C

Phân tích:

$$V_{E.BCD} = \frac{1}{3} d(E, (BCD)) \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = 3a^3$$

Câu 22 : Chọn B

Phân tích: Gọi H là trung điểm của BC, kẻ $AK \perp A'H$, khi đó ta chứng minh được rằng $d(A, (A'BC)) = AK$

$$\text{Ta có } AH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}, AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Từ hệ thức}$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$$

$$\text{Thể tích hình cần tính là } V = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}a \cdot 2a = 3a^3$$

Câu 23: Chọn D

Phân tích: các em thử bằng máy tính CASIO nhé !

Câu 24 : Đáp án khác

Phân tích:

Để tìm bán kính mặt cầu của những khối chóp mà hình dạng của nó không có gì đặc biệt thì phương pháp chung đó là :

- Xác định đường cao khối chóp **SH**. Xác định **K** là tâm vòng tròn ngoại tiếp đáy.
 - Dựng trục đường tròn đáy: Là đường thẳng qua tâm vòng tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với đáy (Đường thẳng này song song với đường cao của khối chóp)
 - Dựng mặt phẳng trung trực của một cạnh bên cắt trục đường tròn tại điểm **I** là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp
 (Thông thường ta xác định tâm **I** theo cách kẻ **IE** vuông góc với SA_1 tại trung điểm **E** của SA_1)

Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp theo công thức sau :

$$R^2 = IA_1^2 = IK^2 + KA_1^2 \quad (1) \text{ và}$$

$$R^2 = \frac{SA_1^2}{4} + IE^2 = \frac{SA_1^2}{4} + KF^2 + (IK - EF)^2 \quad (2) \text{ với}$$

K là hình chiếu của **E** lên đáy

Quay lại với bài toán trên , ta có thể làm theo 2 cách một cách là dựng hình như trên và cách còn lại là dùng phương pháp tọa độ hóa

Cách 1 : trình bày theo phương pháp hình học không gian

Trước tiên ta tính toán các số liệu của bài toán : $AC = CD = a\sqrt{2}$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a$

Gọi **K** là trung điểm của cạnh **CD** . Dựng trục đường tròn của đáy là đường thẳng đi qua **K** và song song với **SA** (chiều cao của hình chóp)

Gọi **E** là trung điểm của **SC** , qua **E** kẻ đường thẳng vuông góc với **SC** và cắt trục đường tròn của đáy tại **I** . Ta có **I** là tâm của mặt cầu của hình chóp ngoại tiếp **S.CDE**

Kẻ $EF // SA$ suy ra $EF \perp (ABCD)$. Theo công thức đã nói ở trên ta có :

$$\Rightarrow R^2 = a^2 + \left(IK - \frac{a\sqrt{6}}{2} \right)^2 + 2a^2$$

$$R^2 = IE^2 + \frac{SC^2}{4} = KF^2 + (IK - EF)^2 + \frac{SC^2}{4}$$

$$\Rightarrow R^2 = a^2 + \left(IK - \frac{a\sqrt{6}}{2} \right)^2 + 2a^2$$

$$R^2 = IK^2 + KD^2 = IK^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Từ 2 phương trình trên ta có } IK = \frac{4a}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\left(\frac{4a}{\sqrt{6}} \right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2} = a\sqrt{\frac{19}{6}}$$

Cách 2 : Sử dụng phương pháp tọa độ hóa

Trong mặt phẳng không gian cho hệ tọa độ **Oxyz** với $O \equiv A$, tia **AD** trùng với tia **Oy** , tia **AB** trùng với tia **Ox** , tia **AS** trùng với tia **Oz**

Khi đó ta có : $A(0;0;0)$, $AB = a \Rightarrow B(a;0;0)$,

$AD = 2a \Rightarrow D(0;2a;0)$, $AS = a\sqrt{6} \Rightarrow S(0;0;a\sqrt{6})$,

$BC = a \Rightarrow C(a;a;0)$. Vì **E** là trung điểm của **AD** nên $E(0;a;0)$

Khi đó bài toán trở thành viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm **S,E,D,C** khi đã biết tọa độ của chúng. Để không phức tạp trong tính toán các em nên cho $a = 1$ khi đó tọa độ các điểm sẽ là

$$E(0;1;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S(0;0;\sqrt{6})$$

Phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm đó có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ với $d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$

Lần lượt thay tọa độ các điểm **S,D,E,C** vào phương trình trên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 1+2b+d=0 \\ 6+2\sqrt{6}c+d=0 \\ 4+4b+d=0 \\ 2+2a+2b+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{-1}{2} \\ b=\frac{-3}{2} \\ c=\frac{-2\sqrt{6}}{3} \\ d=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{19}{6}}$$

Câu 25 : Chọn D

Phân tích: Thiết diện của mặt phẳng đi qua đỉnh nón với nón là hình tam giác có đỉnh là đỉnh nón

Gọi H là trung điểm của AB, khi đó ta có

$IH \perp AB$. Đặt $IH = x$. Ta lần lượt tính được độ dài các đoạn sau theo x và a .

$$OH = \sqrt{OI^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2} \text{ và}$$

$AB = 2AH = 2\sqrt{a^2 - x^2}$ khi đó diện tích tam giác

OAB sẽ được tính là :

$$S = \frac{1}{2}OH.AB = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2} \sqrt{a^2 - x^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$S = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \leq \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 + a^2 - x^2}{2} = \frac{5}{8}a^2$$

Câu 26 : Chọn D

Câu 27: Chọn D

Phân tích: anh đã nói ở câu trên cách tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng nên anh không nhắc lại nữa

$$\text{Ta có } x + m\sqrt{x^2 + x + 1} = x + m|x|\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} = x(1+m)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} = x(1-m)$ để tồn tại đường

$$\text{tiệm cận ngang thì } \begin{cases} 1-m=0 \\ 1+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Câu 28 : Chọn C

$$\left(\ln \frac{2x-1}{x+1}\right)' = \frac{\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)'}{\frac{2x-1}{x+1}} = \frac{3}{(2x-1)(x+1)} = \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+1}$$

áp dụng công thức $\ln u = \frac{u'}{u}$

Câu 29 : Chọn B

Phân tích: Thực chất đây là bài toán tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Để tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho ta có 2 hướng giải là dùng khảo sát hàm số hoặc dùng bất đẳng thức

Cách 1 . khảo sát hàm số

Hàm số $y = 0,025x^2(30-x)$ có

$$y' = 0.025x(60-3x)$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 20$. Ta thấy các giá trị

$y(0) = 0, y(20) = 10$ nên để lượng đường huyết

giảm nhiều nhất thì ta cần tiêm với liều lượng là 20

Cách 2 : áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$y = 0,0125.x.x.(60-2x) \leq 0,0125 \left(\frac{x+x+60-2x}{3}\right)^3 = 100$$

dấu bằng xảy ra khi $x = x = 60-2x \Rightarrow x = 20$

Cũng tương tự như thế nhưng nếu các em nhìn nhanh ra nó thì sẽ tiết kiệm hơn đó !

Câu 30 Chọn C

Phân tích: thể tích hình chóp thì sẽ được tính

$$\text{nghư sau } V_{C'ABC} = \frac{1}{3}d(C', (ABC)).S_{ABC} = \frac{1}{3}V$$

Câu 31 : Chọn C

$$\text{Phân tích: } a^2 + 4b^2 = 12ab \Rightarrow (a+2b)^2 = 16ab$$

Lấy $\ln 2$ vế của phương trình trên ta có

$$2\ln(a+2b) = 4\ln 2 + \ln a + \ln b$$

$$\Leftrightarrow \ln(a+2b) = 2\ln 2 + \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$$

Câu 32 : Chọn B

Phân tích: Khi quay hình tam giác ABC quanh cạnh AC thì hình nón có đường sinh là AB thì sẽ nhận BH là bán kính hình tròn đáy, và hình nón nhận BC là đường sinh sẽ nhận BH là bán kính hình tròn đáy (với H là chân đường cao từ B xuống AC)

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{AH}{BH} = 4$$

Câu 33 : Chọn B

$$\text{Phân tích: hàm số } y = \frac{x-1}{2x+1} \text{ có } y' = \frac{3}{(2x+1)^2} > 0$$

nên hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và

$\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Vì hàm số đã cho liên tục và xác định

trên $[1; 3]$ nên ta có GTNN của hàm số đó là

$$y(1) = 0 \text{ và GTLN của hàm số đó là } y(3) = \frac{2}{7}$$

Câu 34 : Chọn D

Phân tích: thể tích hình cần tính là hiệu thể tích của hình nón có bán kính đáy là BC là chiều cao là AB và hình nón có bán kính đáy là MN, chiều cao là AM

$$V = \frac{1}{3}\pi(10.4^2 - 5.2^2) = \frac{140\pi}{3}$$

Câu 35: Chọn C

Phân tích: vì cơ sở của bất phương trình đã cho lớn hơn 1 nên ta có $x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$

Câu 36: Chọn D

Phân tích: Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo của đáy của hình chóp

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \\ SO = (SAC) \cap (SBD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$AB // DC \Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(B, (SCD))$$

$$\text{Ta có } \frac{d(B, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{DB}{DO} = 2 \text{ nên}$$

$$d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vì O là chân đường cao của hình chóp nên ta có cách dựng khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) như sau : Kẻ $OH \perp CD, OK \perp SH$ thì ta

$$\text{có } OK = d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác SOH

$$\text{vuông tại O ta có } \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} \Rightarrow SO = a$$

$$\text{Thể tích hình cần tính là } V = \frac{1}{3}a.a.2a = \frac{2}{3}a^3$$

Câu 37: Chọn A

Phân tích: đề không cho số liệu gì ta chỉ nhìn trực quan để đánh giá đồ thị

Dễ thấy đây là đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất, nên ta loại ý B, C

Ta thấy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại điểm có hoành độ dương nên ta chọn ý A vì ý D giao điểm của nó với trục hoành có hoành độ là $-2 < 0$ nên không hợp lý khi chọn vào đồ thị trên đề bài

Câu 38 : Chọn D

Phân tích: thiết diện của hình nón với mặt phẳng qua đỉnh của nón là hình tam giác vuông cân có độ dài là $2a$ nên ta tính được chiều cao và bán kính đáy của hình nón là a (tương ứng là chiều cao của hình tam giác vuông cân tại đỉnh O và thiết diện nó là hình vuông cân nên cạnh huyền của hình vuông cân sẽ đi qua tâm của đáy). Nên thể tích hình cần tính là $V = \frac{\pi a^3}{3}$

Câu 39: Chọn B

Phân tích: hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có $y' = 3x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta thấy $y(-1) = 4, y(1) = 0$ nên

giá trị y_{CD} là 4

Câu 40 : Chọn C

Phân tích: với dạng bài toán này các em thử đáp án để tiết kiệm thời gian làm bài nhé

Cách giải chi tiết

$$\sqrt{3^x + 6} = 3^x \Leftrightarrow 9^x - 3^x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = -2 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

Câu 41: Chọn A

Phân tích: áp dụng công thức tính thể tích bình thường để tính thôi các em !

$$V = \frac{1}{3} S_A . S_{ABC} = \frac{1}{3} a . \frac{1}{2} . 2a . 2a . \sin 120^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Lưu ý khi diện tích hình tam giác khi đã biết 2 đồ dài 2 cạnh và góc xen giữa là

$$S = \frac{1}{2} AB . AC . \sin(AB, AC)$$

Câu 42 : Chọn A

Phân tích: hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có

$$y' = \frac{(2x - 4)(x + 1) - (x^2 - 4x + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 5}{(x + 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{6} \\ x = -1 - \sqrt{6} \end{cases}$$

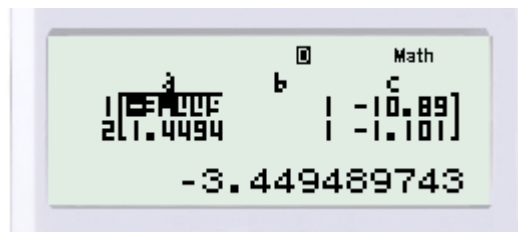
Giả sử 2 điểm cực trị lần lượt là

$$A(-1 + \sqrt{6}; -6 + 2\sqrt{6}), B(-1 - \sqrt{6}; -6 - 2\sqrt{6})$$

Khi đó phương trình đi qua 2 điểm A, B là

$$y = 2x - 4 \text{ (các em nhập vào máy tính để tìm}$$

luôn cho nhanh nhé)



bấm '='

cho ta kết quả như trên

Nên $a.b = 2 . -4 = -8$

Câu 43 : Chọn A

Phân tích: phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{2x + 4}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng

$$MN \text{ là } x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = 1$$

Câu 44 : chọn D

Phân tích: ta có các nhận xét sau :

$$\log_a b . \log_b a = 1 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\Rightarrow M = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2017$$

$$\Rightarrow M = \log_x (2.3 \dots 2017) = \log_x 2017!$$

$$\Rightarrow x^M = 2017!$$

Câu 45 : Chọn B

Phân tích: bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \right)^x > 7 + 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (7 - 4\sqrt{3})^x > 7 + 4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(7 + 4\sqrt{3})^x} > 7 + 4\sqrt{3} \Rightarrow x < -1$$

Câu 46 : Chọn A

Phân tích: Với dạng bài này các em nên chuyển biểu thức đã cho về dạng phân thức , số mũ nguyên , các dạng hàm sơ cấp cơ bản để tìm điều kiện xác định nếu các em không biết xác định điều kiện xác định từ hàm ban đầu nhé !

$$(4x^2 - 1)^{-4} = \frac{1}{(4x^2 - 1)^4} \text{ nên điều kiện xác định là}$$

$$4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq \frac{-1}{2} \text{ hay tập xác định của}$$

$$\text{nó là } \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; \frac{-1}{2} \right\}$$

Câu 47 : Chọn A

Câu 48 : Chọn A

Phân tích:

Cuối tháng 1 người mẹ đó nhận được :

$$4.10^6 (1 + 1\%)$$

Cuối tháng 2 người mẹ đó nhận được

$$\begin{aligned} & \left[4.10^6 (1 + 1\%) + 4.10^6 \right] (1 + 1\%) \\ &= 4.10^6 (1 + 1\%)^2 + 4.10^6 (1 + 1\%) \end{aligned}$$

Cuối tháng 3 người mẹ đó nhận được

$$\begin{aligned} & \left[4.10^6 (1 + 1\%)^2 + 4.10^6 (1 + 1\%) \right] (1 + 1\%) \\ &= 4.10^6 (1 + 1\%)^3 + 4.10^6 (1 + 1\%)^2 + 4.10^6 (1 + 1\%) \end{aligned}$$

...

Cuối tháng thứ 11 người mẹ đó nhận được số tiền là

$$\begin{aligned} & 4.10^6 (1 + 1\%)^{11} + 4.10^6 (1 + 1\%)^{10} + \dots + 4.10^6 (1 + 1\%) \\ &= \frac{4.10^6}{1\%} (1 + 1\%) \left[(1 + 1\%)^{11} - 1 \right] \\ &= 46730012,05 \end{aligned}$$

Vì đến đầu tháng 12 mẹ mới rút nên mẹ được công thêm cả tiền lương của tháng 12 nữa nên tổng số tiền mẹ sẽ nhận được là

$$46730012,05 + 4.10^6 \approx 56730000$$

Lưu ý ta có công thức tính toán với bài toán : ‘

hàng tháng gửi vào ngân hàng a đồng , lãi suất r% , thì số tiền thu được sau n tháng là

$$A = \frac{a}{r} (1 + r) \left[(1 + r)^n - 1 \right] \text{ (lời giải trên áp dụng}$$

công thức này)

Câu 49 : Chọn C

Phân tích: nhiều em đã không phân biệt được giá trị cực đại với giá trị lớn nhất

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy được giá trị cực đại của hàm số là bằng 2 và giá trị cực tiểu của hàm số là bằng 0 (đây cũng là giá trị nhỏ nhất luôn). Hàm số đạt cực đại tại x=5 và đạt cực tiểu tại x=2 và x=8 , hàm số đã cho có 2 cực tiểu và 1 cực đại

Câu 50 : Chọn C

Phân tích: lấy logarit cơ số 2 của 2 vế của bất phương trình ta có

$$\begin{aligned} f(x) > 1 &\Leftrightarrow \log_2 (f(x)) > 0 \Leftrightarrow -x + x^2 \log_2 5 > 0 \\ &\Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0 \end{aligned}$$

Câu 1: Chọn C

Phân tích: $BCA = 30^\circ \Rightarrow BCD = 60^\circ$ nên tam giác BCD là tam giác đều.

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = 2S_{BCD} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Nên thể tích hình cần tính là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$$

Câu 2 : Chọn C

Phân tích: Hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có

$$y' = 4x^3 + 4(m-4)x. \text{ Để đồ thị hàm số đã cho có}$$

3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3

nghiệm phân biệt

Ta thấy :

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m - 4 = 0(*) \end{cases}$$

Để phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 hay $4 - m > 0 \Rightarrow m < 4$.

Nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là

$$x_1 = \sqrt{4-m}, x_2 = -\sqrt{4-m}$$

Giả sử các điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho

lần lượt là : $A(\sqrt{4-m}; -m^2 + 9m - 11), B(0; m + 5),$

$$C(-\sqrt{4-m}; -m^2 + 9m - 11).$$

Theo bài ra ta có trọng tâm của tam giác ABC là $O(0;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} 0 = \frac{m + 5 + 2(-m^2 + 9m - 11)}{3} \\ 0 = \frac{0 + \sqrt{4-m} - \sqrt{4-m}}{3} \end{cases} \Rightarrow m = 1$$

Câu 3 : Chọn D

Phân tích: Đây là bài toán khá hay và khi tính toán cần phải áp dụng bất đẳng thức vào để tìm giá trị lớn nhất của thể tích.

Đặt tên các đỉnh như hình vẽ

Gọi độ dài cạnh đáy hình của hình chóp tứ giác đều là x . Theo bài ra ta có chiều cao của hình tam giác (là mặt bên của hình chóp tứ giác đều)

$$\text{là } DI = BK = \frac{BD - x}{2} = \frac{5\sqrt{2} - x}{2}$$

Khi đó chiều cao của hình chóp tứ giác đều

$$\text{được tạo thành là } h = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

Thể tích hình cần tính là

$$V = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} \left(x \in \left(0; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \right)$$

Đến đây có nhiều cách giải nhưng cách giải nhanh nhất có lẽ là ta thay từng đáp án vào và xét từng giá trị của các đáp án đã cho để tìm kết quả đúng!

Câu 4 : Chọn D

Phân tích:

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: đường thẳng $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: đường thẳng $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \text{ hoặc}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$$

Cách nhận biết số đường tiệm cận:

$$\text{Cho hàm phân thức } f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là số

$$\text{nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} v(x) = 0 \\ u(x) \neq 0 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi

$\deg u(x) \leq \deg v(x)$ trong đó $\deg$ là bậc của đa thức.

Từ lý thuyết và nhận xét trên ta dễ dàng thấy được đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận gồm 2 đường tiệm cận ngang là $y = 1; y = -1$ và 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$

Câu 5 : Chọn C

Phân tích: Nhiều em đã mặc định rằng $\ln x > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên có tập xác định là $(0; +\infty)$

Tuy nhiên đó là đáp án sai vì các em đã học không kỹ lý thuyết và nhớ nhầm điều kiện tồn tại của hàm $\ln$ với tập giá trị của hàm $\ln$. Điều kiện tồn tại của hàm $y = \ln x$ là $x > 0$

Quay lại với bài toán ta có : Điều kiện để căn thức tồn tại là $\ln x + 3 \geq 0 \Rightarrow \ln x \geq -3 \Rightarrow x \geq \frac{1}{e^3}$

Câu 6 : Chọn D

Phân tích: Để xét tính đồng biến nghịch biến của hàm số nào đó ta thường xét dấu của đạo hàm bậc nhất của hàm đó

Hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + 10$ có $y' = -3x^2 - 12x$
Ta thấy $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 0)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$ và ngược lại hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty)$

Câu 7 : Chọn B

Phân tích: Các em nhìn vào đồ thị hàm số $f'(x)$ thì thấy nó chỉ đổi chiều khi x đi qua điểm 2 hay tại điểm đó thì hàm số đạt cực trị và khi x đi qua điểm 1 thì đồ thị hàm số không đổi dấu nên nó không có cực trị tại đó

Câu 8 : Chọn A

Phân tích: Phương trình đã cho tương đương với $-x^3 + 3x - 4 = m - 4$ (*). Để tìm số nghiệm của (*) ta tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$ (hình vẽ đã cho) và đường thẳng $d: y = m - 4$ (là đường thẳng song song với trục hoành)

Phương trình (*) có 2 nghiệm hay đường thẳng cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt

$$\text{hay } \begin{cases} m - 4 = 0 \\ m - 4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

Câu 9 : Chọn A

Phân tích: Theo bài toán ta sẽ có được bán kính

$$\text{đáy của hình trụ là } r_1 = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = r\sqrt{3}$$

$$\text{Tỉ số thể tích là } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}{4r\pi(r\sqrt{3})^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow 9V_1 = 8V_2$$

Câu 10 : Chọn D

Phân tích: Khi quay hình chữ nhật một vòng quanh cạnh AD thì được hình trụ có chiều cao là AD và bán kính đáy là DC

$$\text{Thể tích cần tính là } V = B.h = a.\pi.(3a)^2 = 9\pi a^3$$

Câu 11 : Chọn A

Phân tích: Đây là hàm bậc nhất trên bậc nhất nên nó có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

$$\text{TCD của đồ thị hàm số } y = \frac{7}{2x+5} \text{ là } x = -\frac{5}{2} \text{ và}$$

$$\text{TCN là } y = 0$$

$$\text{Nhắc lại đồ thị hàm số } y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ có TCD là}$$

$$x = -\frac{d}{c} \text{ và TCN là } y = \frac{a}{c}$$

Câu 12 : Chọn C

Phân tích: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có

$$y' = 4x^3 - 4x. \text{ Xét tính biến thiên của } y' \text{ ta có}$$

$$y' < 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x < 0 \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

Nên hàm số đã cho nghịch biến trong các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Ngược lại thì ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 13 : Chọn A

Phân tích: Để giải quyết được bài toán này các em cần dựng được mặt phẳng đi qua AC' và song song với BD sau đó tìm giao điểm của nó với các cạnh SB, SD

Để dựng được mặt phẳng đi qua AC' và song song với BD ta làm như sau : Gọi O là giao điểm của AC và BD , gọi I là giao điểm của SO và AC' . Qua I kẻ $B'D'$ song song với BD , khi đó ta có mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng $(AD'C'B')$ Ta dễ dàng nhận thấy rằng I là trọng tâm của

$$\text{tam giác } SAC \text{ nên } \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Theo định lí Ta lét ta có } \frac{SD'}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}.$$

Áp dụng công thức tính tỉ số thể tích của khối chóp tam giác (tứ diện ta có)

$$\frac{V_{SAD'C'}}{V_{SADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Mà } V_{SADC} = V_{SABC} = \frac{1}{2} V_{SABCD} \text{ nên}$$

$$V_{SAD'C'B'} = V_{SAD'C'} + V_{SAB'C'} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{V}{3}$$

Câu 14 : Chọn C

Phân tích: Đây là một câu dễ nếu các em không thể suy luận nhanh thì nên thử các trường hợp của đáp án để cho dễ được đáp án chính xác nhất nhé !

Câu 15 : Chọn B

Phân tích: Anh sẽ giải nhanh câu này và phân ý tưởng giải anh sẽ nói chi tiết ở câu 24.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Kẻ $SH \perp AB$ ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB, SH \in (SAB) \end{cases}$$

$$\text{Và } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (các em nhớ nhanh cách tính}$$

đường cao của tam giác đều có cạnh là a nhé)

Qua O dựng trục đường tròn của đáy, dựng đường trung trực của SH , hai đường thẳng này giao nhau tại I và I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp cần tìm

$$\text{Tính } R: R = \sqrt{IO^2 + OC^2} = \sqrt{\frac{SH^2}{4} + \frac{AC^2}{4}} = \frac{a\sqrt{11}}{4}$$

Câu 16 : Chọn C

Phân tích: Khi quay tam giác BMC quanh cạnh AB ta thấy khối tròn xoay tạo ra sẽ là hình có thể tích bằng thể tích hình nón có đường cao là cạnh AB và đường sinh là cạnh BC trừ đi hình nón có đường cao là cạnh AB và đường sinh là cạnh huyền BM của tam giác ABM

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo ra là

$$V = \frac{1}{3} AB \cdot \pi AC^2 - \frac{1}{3} AB \cdot \pi AM^2 = 96\pi$$

Câu 17: Chọn B

Phân tích: TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Hàm số đã cho có $y' = 3mx^2 + 2mx + m - 1$

- Xét trường hợp 1: $m = 0 \Rightarrow y' = -1$ (không thỏa mãn)
- Xét trường hợp 2: $m \neq 0$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

$y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ hay

$$\begin{cases} 3m > 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 18 : Chọn C

Phân tích:

Hàm số đã cho có $y' = 3mx^2 - 2x + 3$, ý tưởng giải tương tự như câu 17, chúng ta cũng xét 2 trường hợp của tham số m , và trường hợp $m=0$ cũng không thỏa mãn.

Ta xét trường hợp $m \neq 0$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;0)$

khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in (-3;0)$

$$\Leftrightarrow 3mx^2 - 2x + 3 \geq 0, \forall x \in (-3;0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{2x-3}{3x^2}, \forall x \in (-3;0)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{3x^2}, \forall x \in [-3;0]$ ta có

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 6x}{9x^4}, \text{ ta thấy hàm } f(x) \text{ nghịch biến}$$

$$\text{trên khoảng } [-3;0] \text{ nên } \max_{x \in [-3;0]} f(x) = f(-3) = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Nên } m \geq -\frac{1}{3}$$

Câu 19 : Chọn B

Phân tích: Nhớ lại điều kiện để điểm $x = x_0$ là cực đại (cực tiểu) của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \text{ (} y''(x_0) > 0 \text{)} \end{cases}$$

Vì $x = 2$ là điểm cực điểm của hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + 3(m^2 - 1)x \text{ nên ta có}$$

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases}$$

Giải hệ bất phương trình này ta được

$$m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

Câu 20 : Chọn B

Phân tích: Đối với dạng bài toán này có thể thử bằng máy tính CASIO, tuy nhiên người ra đề đã ra số quá to để khi thử máy tính không ra được kết quả chính xác, các em có thể làm như sau

$$\begin{aligned} \log_3(9^{50} + 6x^2) &= \log_{\sqrt{3}}(3^{50} + 2x) \\ \Leftrightarrow \log_3(9^{50} + 6x^2) &= \log_3(3^{50} + 2x)^2 \\ \Rightarrow 9^{50} + 6x^2 &= (3^{50} + 2x)^2 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \cdot 3^{50} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 21 : Chọn C

Phân tích:

$$V_{E.BCD} = \frac{1}{3} d(E, (BCD)) \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = 3a^3$$

Câu 22 : Chọn B

Phân tích: Gọi H là trung điểm của BC , kẻ $AK \perp A'H$, khi đó ta chứng minh được rằng $d(A, (A'BC)) = AK$

$$\text{Ta có } AH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}, AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Từ hệ thức}$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$$

$$\text{Thể tích hình cần tính là } V = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}a \cdot 2a = 3a^3$$

Câu 23 : Chọn D

Các em thử bằng máy tính CASIO nhé!

Câu 24 : Đáp án khác

Phân tích:

Để tìm bán kính mặt cầu của những khối chóp mà hình dạng của nó không có gì đặc biệt thì phương pháp chung đó là:

- Xác định đường cao khối chóp SH . Xác định K là tâm vòng tròn ngoại tiếp đáy.

- Dựng trục đường tròn đáy: Là đường thẳng qua tâm vòng tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc

với đáy (đường thẳng này song song với đường cao của khối chóp)

- Dựng mặt phẳng trung trực của một cạnh bên cắt trục đường tròn tại điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp

(Thông thường ta xác định tâm I theo cách kẻ IE vuông góc với SA_1 tại trung điểm E của SA_1)

Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp theo công thức sau :

$$R^2 = IA_1^2 = IK^2 + KA_1^2 \quad (1) \text{ và}$$

$$R^2 = \frac{SA_1^2}{4} + IE^2 = \frac{SA_1^2}{4} + KF^2 + (IK - EF)^2 \quad (2) \text{ với}$$

K là hình chiếu của E lên đáy

Quay lại với bài toán trên, ta có thể làm theo 2 cách: một cách là dựng hình như trên và cách còn lại là dùng phương pháp tọa độ hóa.

➤ Cách 1 : Trình bày theo phương pháp hình học không gian.

Trước tiên ta tính toán các số liệu của bài toán :

$$AC = CD = a\sqrt{2}, SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a$$

Gọi K là trung điểm của cạnh CD . Dựng trục đường tròn của đáy là đường thẳng đi qua K và song song với SA (chiều cao của hình chóp) Gọi E là trung điểm của SC , qua E kẻ đường thẳng vuông góc với SC và cắt trục đường tròn của đáy tại I . Ta có I là tâm của mặt cầu của hình chóp ngoại tiếp $S.CDE$

Kẻ $EF \parallel SA$ suy ra $EF \perp (ABCD)$. Theo công thức đã nói ở trên ta có :

$$\Rightarrow R^2 = a^2 + \left(IK - \frac{a\sqrt{6}}{2} \right)^2 + 2a^2$$

$$R^2 = IE^2 + \frac{SC^2}{4} = KF^2 + (IK - EF)^2 + \frac{SC^2}{4}$$

$$\Rightarrow R^2 = a^2 + \left(IK - \frac{a\sqrt{6}}{2} \right)^2 + 2a^2$$

$$R^2 = IK^2 + KD^2 = IK^2 + \frac{a^2}{2}$$

Từ 2 phương trình trên ta có $IK = \frac{4a}{\sqrt{6}}$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\left(\frac{4a}{\sqrt{6}} \right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2} = a\sqrt{\frac{19}{6}}$$

➤ Cách 2 : Sử dụng phương pháp tọa độ hóa

Trong mặt phẳng không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv A$, tia AD trùng với tia Oy , tia AB trùng với tia Ox , tia AS trùng với tia Oz

Khi đó ta có : $A(0;0;0), AB = a \Rightarrow B(a;0;0),$

$$AD = 2a \Rightarrow D(0;2a;0), AS = a\sqrt{6} \Rightarrow S(0;0;a\sqrt{6}),$$

$BC = a \Rightarrow C(a;a;0)$. Vì E là trung điểm của AD nên $E(0;a;0)$

Khi đó bài toán trở thành viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm S, E, D, C khi đã biết tọa độ của chúng. Để không phức tạp trong tính toán các em nên cho $a = 1$ khi đó tọa độ các điểm sẽ là $E(0;1;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S(0;0;\sqrt{6})$

Phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm đó có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$$

(với $d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$)

Lần lượt thay tọa độ các điểm S, D, E, C vào phương trình trên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 1 + 2b + d = 0 \\ 6 + 2\sqrt{6}c + d = 0 \\ 4 + 4b + d = 0 \\ 2 + 2a + 2b + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = \frac{-3}{2} \\ c = \frac{-2\sqrt{6}}{3} \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{19}{6}}$$

Câu 25 : Chọn D

Phân tích: Thiết diện của mặt phẳng đi qua đỉnh nón với nón là hình tam giác có đỉnh là đỉnh nón Gọi H là trung điểm của AB , khi đó ta có $IH \perp AB$. Đặt $IH = x$. Ta lần lượt tính được độ dài các đoạn sau theo x và a .

$$OH = \sqrt{OI^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2} \right)^2 + x^2} \text{ và}$$

$AB = 2AH = 2\sqrt{a^2 - x^2}$ khi đó diện tích tam giác OAB sẽ được tính là :

$$S = \frac{1}{2}OH.AB = \sqrt{\left(\frac{a}{2} \right)^2 + x^2} \sqrt{a^2 - x^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$S = \sqrt{\left(\frac{a}{2} \right)^2 + x^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \leq \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 + a^2 - x^2}{2} = \frac{5}{8}a^2$$

Câu 26 : Chọn B

Câu 27 : Chọn D

Phân tích: Anh đã nói ở câu trên cách tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng nên anh không nhắc lại nữa.

$$\text{Ta có } x + m\sqrt{x^2 + x + 1} = x + m|x|\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} = x(1+m), \lim_{x \rightarrow -\infty} = x(1-m)$ để tồn tại đường

tiệm cận ngang thì $\begin{cases} 1-m=0 \\ 1+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=\pm 1$

Câu 28 : Chọn C

$$\left(\ln \frac{2x-1}{x+1} \right)' = \frac{\left(\frac{2x-1}{x+1} \right)'}{\frac{2x-1}{x+1}} = \frac{3}{(2x-1)(x+1)} = \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+1}$$

áp dụng công thức $\ln u = \frac{u'}{u}$

Câu 29 : Chọn B

Phân tích: Thực chất đây là bài toán tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Để tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho ta có 2 hướng giải là dùng khảo sát hàm số hoặc dùng bất đẳng thức.

➤ Cách 1: Khảo sát hàm số

Hàm số $y = 0,025x^2(30-x)$ có

$$y' = 0,025x(60-3x).$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 20$. Ta thấy các giá trị

$y(0) = 0, y(20) = 10$ nên để lượng đường huyết giảm nhiều nhất thì ta cần tiêm với liều lượng là 20

➤ Cách 2 : Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$y = 0,0125.x.x.(60-2x) \leq 0,0125 \left(\frac{x+x+60-2x}{3} \right)^3 = 100$$

dấu bằng xảy ra khi $x = x = 60-2x \Rightarrow x = 20$

Cũng tương tự như thế nhưng nếu các em nhìn nhanh ra nó thì sẽ tiết kiệm hơn đó!

Câu 30 : Chọn C

Phân tích: Thể tích hình chóp sẽ được tính như

$$\text{sau } V_{C'ABC} = \frac{1}{3} d(C', (ABC)) . S_{ABC} = \frac{1}{3} V$$

Câu 31 : Chọn C

Phân tích: $a^2 + 4b^2 = 12ab \Rightarrow (a+2b)^2 = 16ab$

Lấy ln 2 vế của phương trình trên ta có

$$2\ln(a+2b) = 4\ln 2 + \ln a + \ln b$$

$$\Leftrightarrow \ln(a+2b) = 2\ln 2 + \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$$

Câu 32 : Chọn B

Phân tích: Khi quay hình tam giác ABC quanh cạnh AC thì hình nón có đường sinh là AB thì sẽ nhận BH là bán kính hình tròn đáy, và hình nón nhận BC là đường sinh sẽ nhận BH là bán kính hình tròn đáy (với H là chân đường cao từ B xuống AC)

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{AH}{BH} = 4$$

Câu 33 : Chọn B

Phân tích: Hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ có $y' = \frac{3}{(2x+1)^2} > 0$

nên hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{-1}{2} \right)$ và

$\left(\frac{-1}{2}; +\infty \right)$. Vì hàm số đã cho liên tục và xác định

trên $[1; 3]$ nên ta có GTNN của hàm số đó là

$$y(1) = 0 \text{ và GTLN của hàm số đó là } y(3) = \frac{2}{7}$$

Câu 34 : Chọn D

Phân tích: Thể tích hình cần tính là hiệu thể tích của hình nón có bán kính đáy là BC, chiều cao là AB và hình nón có bán kính đáy là MN, chiều cao là AM

$$V = \frac{1}{3} \pi (10.4^2 - 5.2^2) = \frac{140\pi}{3}$$

Câu 35 : Chọn C

Phân tích: Vì cơ sở của bất phương trình đã cho lớn hơn 1 nên ta có $x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$

Câu 36 : Chọn D

Phân tích: Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo của đáy của hình chóp.

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$SO = (SAC) \cap (SBD)$$

$$AB // DC \Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(B, (SCD))$$

$$\text{Ta có } \frac{d(B, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{DB}{DO} = 2 \text{ nên}$$

$$d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vì O là chân đường cao của hình chóp nên ta có cách dựng khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) như sau: Kẻ $OH \perp CD, OK \perp SH$ thì ta có

$$OK = d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác SOH

$$\text{vuông tại O ta có } \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} \Rightarrow SO = a$$

$$\text{Thể tích hình cần tính là } V = \frac{1}{3} a.a.2a = \frac{2}{3} a^3$$

Câu 37 : Chọn A

Phân tích: Để không cho số liệu gì ta chỉ nhìn trực quan để đánh giá đồ thị

Dễ thấy đây là đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất, nên ta loại ý B, C

Ta thấy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại điểm có hoành độ dương nên ta chọn ý **A** vì ý **D** giao điểm của nó với trục hoành có hoành độ là $-2 < 0$, không hợp lý khi chọn vào đồ thị trên đề bài

Câu 38 : Chọn D

Phân tích: Thiết diện của hình nón với mặt phẳng qua đỉnh của nón là tam giác vuông cân tại đỉnh chóp có độ dài là $2a$ nên ta tính được chiều cao và bán kính đáy của hình nón là a (tương ứng là chiều cao của tam giác vuông cân tại đỉnh O và thiết diện nó là tam giác vuông cân nên cạnh huyền của tam giác vuông cân sẽ đi qua tâm của đáy).

Vậy thể tích hình cần tính là $V = \frac{\pi a^3}{3}$

Câu 39: Chọn B

Phân tích: Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có $y' = 3x^2 - 3$
 $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta thấy $y(-1) = 4, y(1) = 0$ nên giá trị y_{CD} là 4

Câu 40 : Chọn C

Phân tích: Với dạng bài toán này các em thử đáp án để tiết kiệm thời gian làm bài nhé

Cách giải chi tiết:

$$\sqrt{3^x + 6} = 3^x \Leftrightarrow 9^x - 3^x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = -2 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

Câu 41: Chọn A

Phân tích: Áp dụng công thức tính thể tích bình thường để tính thôi các em !

$$V = \frac{1}{3} S_A . S_{ABC} = \frac{1}{3} a . \frac{1}{2} . 2a . 2a . \sin 120^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Lưu ý: Diện tích tam giác khi đã biết độ dài 2 cạnh và góc xen giữa là

$$S = \frac{1}{2} AB . AC . \sin(AB, AC)$$

Câu 42 : Chọn A

Phân tích: Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có

$$y' = \frac{(2x - 4)(x + 1) - (x^2 - 4x + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 5}{(x + 1)^2}$$

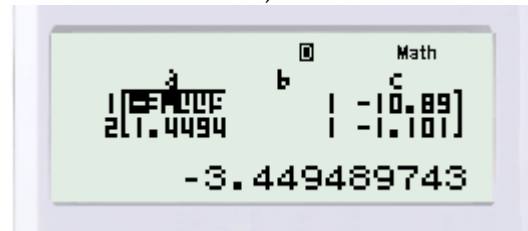
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{6} \\ x = -1 - \sqrt{6} \end{cases}$$

Giả sử 2 điểm cực trị lần lượt là

$$A(-1 + \sqrt{6}; -6 + 2\sqrt{6}), B(-1 - \sqrt{6}; -6 - 2\sqrt{6})$$

Khi đó phương trình đi qua 2 điểm A, B là

$y = 2x - 4$ (các em nhập vào máy tính để tìm luôn cho nhanh nhé)



bấm '=' cho ta kết quả như trên

Nên $a.b = 2 . -4 = -8$

Câu 43 : Chọn A

Phân tích: Phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{2x + 4}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng

$$MN \text{ là } x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = 1$$

Câu 44 : Chọn D

Phân tích: Ta có các nhận xét sau :

$$\log_a b . \log_b a = 1 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\Rightarrow M = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2017$$

$$\Rightarrow M = \log_x (2.3 \dots 2017) = \log_x 2017!$$

$$\Rightarrow x^M = 2017!$$

Câu 45 : Chọn B

Phân tích: Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \right)^x > 7 + 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (7 - 4\sqrt{3})^x > 7 + 4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(7 + 4\sqrt{3})^x} > 7 + 4\sqrt{3} \Rightarrow x < -1$$

Câu 46 : Chọn A

Phân tích: Với dạng bài này các em nên chuyển biểu thức đã cho về dạng phân thức, số mũ nguyên, các dạng hàm sơ cấp cơ bản để tìm điều kiện xác định nếu các em không biết xác định điều kiện xác định từ hàm ban đầu nhé !

$$(4x^2 - 1)^{-4} = \frac{1}{(4x^2 - 1)^4} \text{ nên điều kiện xác định là}$$

$$4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq -\frac{1}{2} \text{ hay tập xác định của}$$

$$\text{nó là } \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

Câu 47 : Chọn A

Câu 48 : Chọn A

Phân tích:

Cuối tháng 1 người mẹ đó nhận được :

$$4.10^6 (1 + 1\%)$$

Cuối tháng 2 người mẹ đó nhận được

$$\left[4.10^6 (1 + 1\%) + 4.10^6 \right] (1 + 1\%)$$

$$= 4.10^6 (1 + 1\%)^2 + 4.10^6 (1 + 1\%)$$

Cuối tháng 3 người mẹ đó nhận được

$$\left[4.10^6 (1 + 1\%)^2 + 4.10^6 (1 + 1\%) \right] (1 + 1\%)$$

$$= 4.10^6 (1 + 1\%)^3 + 4.10^6 (1 + 1\%)^2 + 4.10^6 (1 + 1\%)$$

...

Cuối tháng thứ 11 người mẹ đó nhận được số tiền là

$$4.10^6 (1 + 1\%)^{11} + 4.10^6 (1 + 1\%)^{10} + \dots + 4.10^6 (1 + 1\%)$$

$$= \frac{4.10^6}{1\%} (1 + 1\%) \left[(1 + 1\%)^{11} - 1 \right]$$

$$= 46730012,05$$

Vì đến đầu tháng 12 mẹ mới rút nên mẹ được công thêm cả tiền lương của tháng 12 nữa nên tổng số tiền mẹ sẽ nhận được là

$$46730012,05 + 4.10^6 \approx 56730000$$

Lưu ý ta có công thức tính toán với bài toán : ‘ hàng tháng gửi vào ngân hàng a đồng , lãi suất r% , thì số tiền thu được sau n tháng là

$$A = \frac{a}{r} (1 + r) \left[(1 + r)^n - 1 \right] \text{ (lời giải trên áp dụng}$$

công thức này)

Câu 49 : Chọn C

Phân tích: Nhiều em không phân biệt được giá trị cực đại với giá trị lớn nhất.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy được giá trị cực đại của hàm số là bằng 2 và giá trị cực tiểu của hàm số là bằng 0 (đây cũng là giá trị nhỏ nhất luôn). Hàm số đạt cực đại tại x=5 và đạt cực tiểu tại x=2 và x=8 , hàm số đã cho có 2 cực tiểu và 1 cực đại.

Câu 50 : Chọn C

Phân tích: Lấy logarit cơ số 2 của 2 vế bất phương trình ta có

$$f(x) > 1 \Leftrightarrow \log_2 (f(x)) > 0 \Leftrightarrow -x + x^2 \log_2 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$$