

ĐỀ CHÍNH THỨC

Họ và tên: Lớp: SBD:

Mã đề thi 774

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (9.0 điểm)

Câu 1: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{x \ln x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = e$, $x = e^3$.

- A.** $S = \frac{3}{2}$ (đvdt). **B.** $S = \ln 3$ (đvdt). **C.** $S = 1$ (đvdt). **D.** $S = -\ln 3$ (đvdt).

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $M(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm A , M và cắt (α) theo một giao tuyến vuông góc với AM .

- A.** $4x - 5y - 2z - 9 = 0$. **B.** $2x + y - 4z + 1 = 0$.
C. $2x + y - z - 1 = 0$. **D.** $4x - 5y - 2z + 9 = 0$.

Câu 3: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx$.

- A.** $I = \frac{2}{5}$. **B.** $I = \frac{1}{2}$. **C.** $I = \frac{-2}{5}$. **D.** $I = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$, $B(0;-1;-1)$, $C(-1;-2;0)$, $D'(3;-2;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 5: Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$.

- A.** Một đường thẳng. **B.** Một hình vuông. **C.** Một đoạn thẳng. **D.** Một đường tròn.

Câu 6: Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z = 4 - 3i + \frac{5 + 4i}{3 + 6i}$.

- A.** $a = \frac{73}{15}$; $b = -\frac{17}{5}i$. **B.** $a = \frac{73}{15}$, $b = -\frac{17}{5}$. **C.** $a = -\frac{17}{5}$, $b = \frac{73}{15}$. **D.** $a = \frac{73}{15}$, $b = \frac{17}{5}$.

Câu 7: Tính $F(x) = \int x \sin x dx$.

- A.** $F(x) = -x \cos x + \cos x + C$. **B.** $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.
C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$. **D.** $F(x) = x \cos x + \cos x + C$.

Câu 8: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x - 4) \leq 3$.

- A.** $-1 \leq x \leq 4$. **B.** $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$. **D.** $-1 < x < 4$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;-3)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-1+3t \end{cases}$,

$d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc d_1, d_2 .

- A.** $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$ **B.** $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=-3 \end{cases}$ **C.** $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=-3 \end{cases}$ **D.** $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=-3 \end{cases}$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-3+t \end{cases}$ và điểm $A(1;0;2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , d vuông góc và cắt Δ .

- A.** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-4}$ **B.** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-4}$ **C.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{-4}$ **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-4}$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

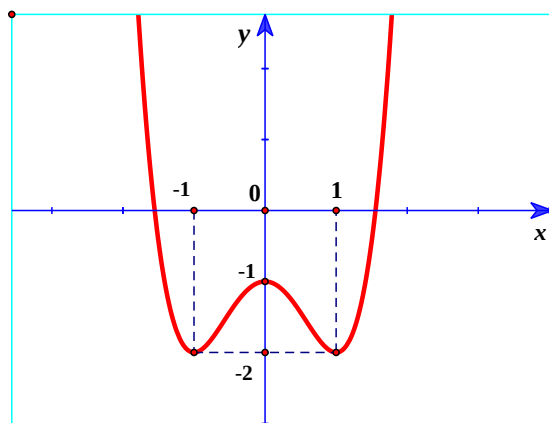
Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Xác định công thức tính diện tích S của (H) .

- A.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$ **C.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$ **D.** $S = \pi \int_a^b f(x) dx$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(1;-2;5)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua K cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho K là trực tâm tam giác ABC .

- A.** $x - y - z + 2 = 0$. **B.** $x - 2y + 5z - 30 = 0$.
C. $x - y - z - 2 = 0$. **D.** $x - 2y + 5z + 30 = 0$.

Câu 14: Xác định hàm số có đồ thị trong hình vẽ?



A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x^4}{2} + x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $I(1; -2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

A. $2x + y + 3z - 12 = 0$. **B.** $2x + y + 3z + 9 = 0$. **C.** $2x + y + 3z + 12 = 0$. **D.** $2x + y + 3z - 9 = 0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng P đi qua $M(1; 1; 2)$ sao cho khoảng cách từ điểm $N(3; -1; 4)$ đến mặt phẳng P là lớn nhất.

A. $x - y + z - 8 = 0$. **B.** $x - y + z - 2 = 0$. **C.** $x - y + z + 2 = 0$. **D.** $x - y + z + 8 = 0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -2; -3)$ và bán kính $R = 3$.

A. $(S): (x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$. **B.** $(S): (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$. **D.** $(S): (x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 18: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $S = (-\infty; 3)$. **B.** $S = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$. **C.** $S = \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$. **D.** $S = (3; +\infty)$.

Câu 19: Cho $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = 29$. **B.** $f(4) = 5$. **C.** $f(4) = -5$. **D.** $f(4) = -29$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; -1; 4)$, $B(-2; 3; 2)$. Tìm phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $2x - 2y + z - 1 = 0$. **B.** $x - y + z + 1 = 0$. **C.** $x - y + z - 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; -2; 3)$, $C(0; 1; 4)$.

A. $11x + 2y + 5z - 22 = 0$. **B.** $11x + 2y + 5z + 22 = 0$.

C. $2x - y + z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + z + 4 = 0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 4; -1)$.

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. **D.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 23: Tìm số thực x, y thỏa mãn $(x+y) + (2x-y)i = 3-6i$.

A. $x = -1; y = 4$. **B.** $y = -1; x = 4$. **C.** $x = 1; y = -4$. **D.** $x = -1; y = -4$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2; 1; 3)$; $B(0; -1; -1)$; $C(-1; -2; 0)$; $D'(3; -2; 1)$. Tính thể tích hình hộp.

A. 24.

B. 12.

C. 36.

D. 18.

Câu 25: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào được cho dưới đây?

A. $y = \frac{-2x+3}{5-x}$.

B. $y = \frac{x}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x+3}{x^2-4}$.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i) = 7+4i$. Tính $|w| = |z+2i|$.

A. $|w| = \sqrt{29}$.

B. $|w| = 5$.

C. $|w| = \sqrt{29}$.

D. $|w| = \sqrt{5}$.

Câu 27: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 13 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 26$.

B. $P = -22$.

C. $P = 2\sqrt{13}$.

D. $P = 0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$.

Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (Oyz) .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8y - 2z = 0$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z - 64 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 12y - 2z - 8 = 0$.

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 14y - 10z + 48 = 0$.

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(P): y = x^2 - 1$, trục tung và tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(-1;0)$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $V = \frac{5}{4}\pi$ (đvtt).

B. $V = \frac{4}{5}\pi$ (đvtt).

C. $V = \frac{4}{5}$ (đvtt).

D. $V = -\frac{4}{5}\pi$ (đvtt).

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu.

A. $I(4;-1;0), R=16$.

B. $I(-4;1;0), R=16$.

C. $I(4;-1;0), R=4$.

D. $I(-4;1;0), R=4$.

Câu 31: Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1+3i$, $z_2 = -3-2i$ và $z_3 = 4+i$. Xác định hình tính của tam giác ABC .

A. Tam giác ABC là tam giác cân.

B. Tam giác ABC là tam giác đều.

C. Tam giác ABC là tam giác vuông cân.

D. Tam giác ABC là tam giác vuông.

Câu 32: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_2(4-x)-1}$.

A. $D = (-\infty; 2)$.

B. $D = (-\infty; 2]$.

C. $D = (2; +\infty)$.

D. $D = [2; +\infty)$.

Câu 33: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và trục hoành.

A. $S = \frac{4}{3}$.

B. $S = -\frac{4}{3}\pi$.

C. $-\frac{4}{3}$.

D. $\frac{4}{3}\pi$.

Câu 34: Cho $\int_{-1}^0 \frac{3x^2+5x-1}{x-2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $S = a + 2b$.

A. $S = 40$.

B. $S = 60$.

C. $S = 30$.

D. $S = 50$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 4 = 0$ và điểm $A(1;1;2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A , song song với (P) và vuông góc với d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{-3}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 66 = 0$ và điểm $M(6; 7; 5)$. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P) .

A. $H(10; 13; 7)$. B. $H(10; -13; 7)$. C. $H(10; -7; 25)$. D. $H(10; 7; 25)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $MNPQ$ có $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; -4)$. Tìm tọa độ điểm Q .

A. $Q(-2; -3; -4)$. B. $Q(2; 3; -4)$. C. $Q(-2; -3; 4)$. D. $Q(4; 4; 2)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(0; 2; 0)$, $M(2; 1; -1)$ và cắt các trục Ox , Oz lần lượt tại B , C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6.

A. $2x + 3y + z - 6 = 0$; $x - 6y + 8z + 12 = 0$. B. $2x + 3y + z - 6 = 0$; $x - 6y + 8z - 12 = 0$.

C. $2x + 3y + z + 6 = 0$; $x - 6y + 8z - 12 = 0$. D. $2x + 3y + z + 6 = 0$; $x - 6y + 8z + 12 = 0$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 3 = 0$.

A. $2x + 3y + z - 1 = 0$. B. $x + 3y + 2z + 1 = 0$. C. $x + 3y + 2z - 1 = 0$. D. $2x + 3y + z + 1 = 0$.

Câu 40: Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = m - 1$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt?

A. $-1 < m < 3$. B. $0 \leq m \leq 4$. C. $-1 \leq m \leq 3$. D. $0 < m < 4$.

Câu 41: Tính tích phân $I = \int_0^1 xe^x dx$.

A. $I = 2e - 1$. B. $I = 1 - 2e$. C. $I = 1$. D. $I = -1$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-3; 3; -2)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox sao cho M cách đều hai điểm A và B .

A. $M(1; 0; 0)$. B. $M(0; -1; 0)$. C. $M(-1; 0; 0)$. D. $M(0; 1; 0)$.

Câu 43: Tính $F(x) = \int \frac{x^4}{x^5 - 1} dx$.

A. $F(x) = -\frac{1}{5} \ln|x^5 - 1| + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{5} \ln|x^4 - 1| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{5} \ln|x^5 - 1| + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{5} \ln|x^4 - 1| + C$.

Câu 44: Tính tích phân $I = \int_1^2 x(x-1)^2 dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = 4$.

C. $I = 5$.

D. $I = \frac{7}{12}$.

Câu 45: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x\sqrt{\ln(1+x^2)}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $V = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} + \frac{\pi}{6} \right) (\text{đvtt}).$

B. $V = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{\pi}{6} \right) (\text{đvtt}).$

C. $V = \pi \left(-\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{\pi}{6} \right) (\text{đvtt}).$

D. $V = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 - \frac{4}{9} + \frac{\pi}{6} \right) (\text{đvtt}).$

II. PHẦN TỰ LUẬN (1.0 điểm)

Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{\ln^2 x}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=e$.

ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (9.0 điểm)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	C	D	B	C	C	D	D	D	C	B	C	D	B	C	D	A	A	A	C	A	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45					
B	A	D	B	D	C	B	A	A	C	A	B	A	D	D	C	C	C	D	B					

Câu 1: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{x \ln x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = e$, $x = e^3$.

- A. $S = \frac{3}{2} \text{ (đvdt)}$. B. $S = \ln 3 \text{ (đvdt)}$. C. $S = 1 \text{ (đvdt)}$. D. $S = -\ln 3 \text{ (đvdt)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

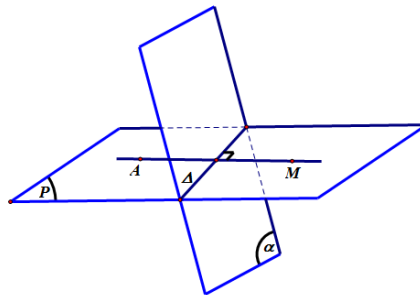
$$\text{Ta có } S = \int_e^{e^3} \left| \frac{1}{x \ln x} \right| dx = \int_e^{e^3} \frac{1}{x \ln x} dx = \int_e^{e^3} \frac{1}{\ln x} d(\ln x) = \ln(\ln x) \Big|_e^{e^3} = \ln 3.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $M(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm A , M và cắt (α) theo một giao tuyến vuông góc với AM .

- A. $4x - 5y - 2z - 9 = 0$. B. $2x + y - 4z + 1 = 0$.
C. $2x + y - z - 1 = 0$. D. $4x - 5y - 2z + 9 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Giả sử $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$) (*) là mặt phẳng cần tìm.

$$\text{Theo giả thiết } A, M \in (P) \Rightarrow \begin{cases} B + 2C + D = 0 \\ -A + B + D = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Theo giả thiết } \begin{cases} (P) \cap (\alpha) = \Delta \\ \Delta \perp AM \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(\alpha)}] \\ \vec{u}_\Delta \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (A; B; C) \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 0) \\ \overrightarrow{AM} = (-1; 0; -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta = (C; C; -A - B) \\ \overrightarrow{AM} = (-1; 0; -2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{u}_A \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -C + 2(A + B) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} A = -2C \\ B = \frac{5}{2}C \\ D = -\frac{9}{2}C \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Thế (3) vào (*)}, \text{ ta được: } -2Cx + \frac{5}{2}Cy + Cz - \frac{9}{2}C = 0 \Leftrightarrow -4x + 5y + 2z - 9 = 0.$$

Câu 3: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = \frac{2}{5}$.

B. $I = \frac{1}{2}$.

C. $I = \frac{-2}{5}$.

D. $I = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$I = \int_0^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx = - \int_0^{\pi} \cos^4 x d(\cos x) = - \left. \frac{\cos^5 x}{5} \right|_0^{\pi} = \frac{2}{5}.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$, $B(0;-1;-1)$, $C(-1;-2;0)$, $D'(3;-2;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

A. $\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{AB}(-2;-2;-4) = -2(1;1;2) = -2\vec{x}$$

$$\overrightarrow{AC}(-3-3;-3) = -3(1;1;1) = -3\vec{y}$$

Mặt phẳng $(ABCD)$ qua điểm A và nhận $[\vec{x}; \vec{y}] = (-1;1;0)$ là vec tơ pháp tuyến nên có phương trình $-x + y + 1 = 0$.

$$d(A; (A'B'C'D')) = d(D'; (ABCD)) = \frac{|-3-2+1|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 5: Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thoả mãn điều kiện $|z - i| = 1$.

A. Một đường thẳng.

B. Một hình vuông.

C. Một đoạn thẳng.

D. Một đường tròn.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Đặt } z = x + yi. |z - i| = 1 \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 1.$$

Đây là phương trình đường tròn có tâm $I(0;1)$ bán kính $R=1$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là một đường tròn.

Câu 6: Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z = 4 - 3i + \frac{5+4i}{3+6i}$.

A. $a = \frac{73}{15}; b = -\frac{17}{5}i$. **B.** $a = \frac{73}{15}, b = -\frac{17}{5}$. **C.** $a = -\frac{17}{5}, b = \frac{73}{15}$. **D.** $a = \frac{73}{15}, b = \frac{17}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$z = 4 - 3i + \frac{5 + 4i}{3 + 6i} = 4 - 3i + \frac{(5 + 4i)(3 - 6i)}{3^2 + 6^2} = 4 - 3i + \frac{39 - 18i}{45} = \frac{219 - 153i}{45} = \frac{73}{15} - \frac{17}{5}i.$$

Vậy phần thực $a = \frac{73}{15}$, phần ảo $b = -\frac{17}{5}$.

Câu 7: Tính $F(x) = \int x \sin x dx$.

A. $F(x) = -x \cos x + \cos x + C$.

B. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$.

D. $F(x) = x \cos x + \cos x + C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } F(x) = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$$

Câu 8: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x - 4) \leq 3$.

A. $-1 \leq x \leq 4$.

B. $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$.

D. $-1 < x < 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; -3)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$,

$d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc d_1, d_2 .

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = -3 \end{cases}$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng d_1, d_2 có vector chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; -1; 3), \vec{u}_2 = (-1; 1; -2)$.

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -1; 0)$

Do đó, đường thẳng Δ có phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$ và điểm $A(1; 0; 2)$. Viết

phương trình đường thẳng d đi qua A , d vuông góc và cắt Δ .

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-4}$.

B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-4}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $H = d \cap \Delta$ nên $H(1+t; 2-3t; -3+t)$

Ta có: $AH \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_{\Delta}} = 0 \Leftrightarrow (t; 2-3t; t-5) \cdot (1; -3; 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Suy ra $\overrightarrow{AH} = (1; -1; -4)$ nên d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-4}$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $f'(x) = x^3 - 4x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			1			-3		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số vừa nghịch biến, vừa đồng biến.

Vậy D sai.

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Xác định công thức tính diện tích S của (H) .

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu hỏi lý thuyết

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(1; -2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua K cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A, B, C sao cho K là trực tâm tam giác ABC .

A. $x - y - z + 2 = 0$.

B. $x - 2y + 5z - 30 = 0$.

C. $x - y - z - 2 = 0$.

D. $x - 2y + 5z + 30 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua K và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại $A(a; 0; 0)$,

$B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ nên (α) có phương trình: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

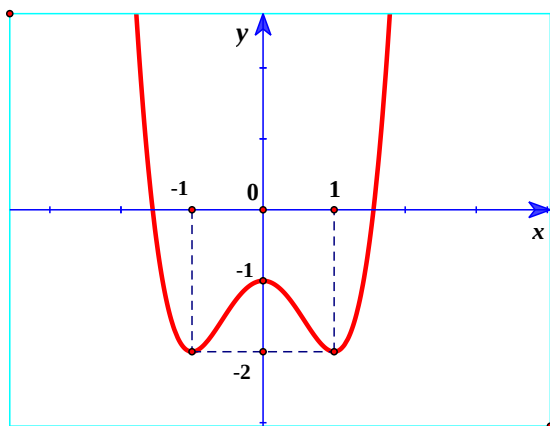
(α) đi qua $K(1; -2; 5)$ suy ra $\frac{1}{a} + \frac{-2}{b} + \frac{5}{c} = 1$ (*)

K là trực tâm tam giác ABC suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + 5c = 0 \\ -a + 5c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5c \\ b = -\frac{5c}{2} \end{cases}$

Thay vào (*): $\frac{1}{5c} + \frac{-2}{-\frac{5c}{2}} + \frac{5}{c} = 1 \Leftrightarrow 1 + 4 + 25 = 5c \Leftrightarrow c = 6 \Rightarrow a = 30; b = -15$.

Vậy (α) : $\frac{x}{30} + \frac{y}{-15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 5z - 30 = 0$.

Câu 14: Xác định hàm số có đồ thị trong hình vẽ?



A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

B. $y = \frac{x^4}{2} + x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hệ số $a > 0$ và có ba cực trị nên chọn **C**.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $I(1; -2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

A. $2x + y + 3z - 12 = 0$.

B. $2x + y + 3z + 9 = 0$.

C. $2x + y + 3z + 12 = 0$.

D. $2x + y + 3z - 9 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $I(1; -2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; 3)$ là:

$$2x - 1 + 1y + 2 + 3z - 3 = 0 \text{ hay } 2x + y + 3z - 9 = 0.$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng P đi qua $M(1; 1; 2)$ sao cho khoảng cách từ điểm $N(3; -1; 4)$ đến mặt phẳng P là lớn nhất.

A. $x - y + z - 8 = 0$. **B.** $x - y + z - 2 = 0$. **C.** $x - y + z + 2 = 0$. **D.** $x - y + z + 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $d(N, P) \leq MN$. Do đó khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng P lớn nhất khi $d(N, P) = MN$ xảy ra $\Leftrightarrow MN \perp P$. Như vậy mặt phẳng P cần tìm là mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với MN . Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 2)$ là vectơ pháp tuyến của P .

Vậy phương trình mặt phẳng $P: 2x - 1 - 2y - 1 + 2z - 2 = 0$ hay $x - y + z - 2 = 0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -2; -3)$ và bán kính $R = 3$.

A. $(S): (x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$. **B.** $(S): (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$. **D.** $(S): (x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng: Nếu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R thì $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Ta được đáp án C

Câu 18: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $S = (-\infty; 3)$. **B.** $S = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$. **C.** $S = \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$. **D.** $S = (3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$$

Câu 19: Cho $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = 29$. **B.** $f(4) = 5$. **C.** $f(4) = -5$. **D.** $f(4) = -29$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } f(1) = 12; f(4) - f(1) = 17 \Leftrightarrow f(4) = 17 + 12 = 29$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; -1; 4)$, $B(-2; 3; 2)$. Tìm phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $2x - 2y + z - 1 = 0$. **B.** $x - y + z + 1 = 0$. **C.** $x - y + z - 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua trung điểm $I(0;1;3)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (-4; 4; -2)$ là vpt. Vậy $(P): -4x + 4(y-1) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x - 2y + z - 1 = 0$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(1;-2;3)$, $C(0;1;4)$.

A. $11x + 2y + 5z - 22 = 0$.

B. $11x + 2y + 5z + 22 = 0$.

C. $2x - y + z - 4 = 0$.

D. $2x - y + z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 1; 4)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-11; -2; -5)$

Mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C nên qua điểm $A(2;0;0)$ và nhận vector $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-11; -2; -5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là:

$$-11(x-2) - 2(y-0) - 5(z-0) = 0 \Leftrightarrow -11x - 2y - 5z + 22 = 0 \Leftrightarrow 11x + 2y + 5z - 22 = 0$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường phẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;4;-1)$.

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có đường phẳng đi qua $A(1;2;3)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4)$ có phương trình chính tắc: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 23: Tìm số thực x, y thỏa mãn $(x+y) + (2x-y)i = 3-6i$.

A. $x = -1; y = 4$.

B. $y = -1; x = 4$.

C. $x = 1; y = -4$.

D. $x = -1; y = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } (x+y) + (2x-y)i = 3-6i \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$; $B(0;-1;-1)$; $C(-1;-2;0)$; $D'(3;-2;1)$. Tính thể tích hình hộp.

A. 24.

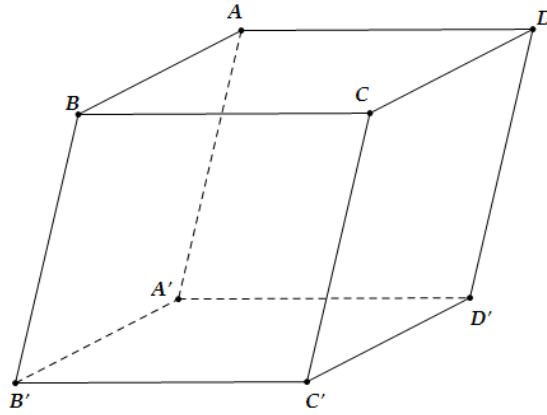
B. 12.

C. 36.

D. 18.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{BA} = (2; 2; 4)$; $\overrightarrow{BC} = (-1; -1; 1)$

$$[\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}] = (6; -6; 0) \Rightarrow S_{ABCD} = \left| [\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}] \right| = \sqrt{6^2 + (-6)^2} = 6\sqrt{2}.$$

Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua điểm $A(2; 1; 3)$ và có vector pháp tuyến $[\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}] = (6; -6; 0)$ có phương trình: $6(x-2) - 6(y-1) + 0(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

$$h = d(D'; (ABCD)) = \frac{|3 - (-2) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}.$$

Vậy thể tích hình hộp là $V = S_{ABCD} \cdot h = 6\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 24$.

Câu 25: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào được cho dưới đây?

A. $y = \frac{-2x+3}{5-x}$.

B. $y = \frac{x}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x+3}{x^2-4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Hàm số $y = \frac{-2x+3}{5-x}$ có 1 tiệm cận ngang $y = \frac{-2}{-1} = 2$.

+ Hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có 1 tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

+ Hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ có 1 tiệm cận ngang $y = 1$.

+ Hàm số $y = \frac{2x+3}{x^2-4}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i) = 7+4i$. Tính $|w| = |z+2i|$.

A. $|w| = \sqrt{29}$.

B. $|w| = 5$.

C. $|w| = \sqrt{29}$.

D. $|w| = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \bar{z}(1+2i) = 7+4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{7+4i}{1+2i} = 3-2i \Rightarrow z = 3+2i \Rightarrow z+2i = 3+4i$$

$$\Rightarrow |w| = |z+2i| = |3+4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 27: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 13 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 26$.

B. $P = -22$.

C. $P = 2\sqrt{13}$.

D. $P = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{PT: } z^2 - 2z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2\sqrt{3}i \\ z_2 = 1 - 2\sqrt{3}i \end{cases}$$

$$P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = (1^2 + (2\sqrt{3})^2) + (1^2 + (-2\sqrt{3})^2) = 26$$

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$.
Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm A , B , C và có tâm thuộc mặt phẳng (Oyz) .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8y - 2z = 0$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z - 64 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 12y - 2z - 8 = 0$.

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 14y - 10z + 48 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) cần lập có tâm I thuộc $(Oyz) \Rightarrow I(0;b;c)$ nên (S) có phương trình dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2by - 2cz + d = 0$$

Vì (S) đi qua $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -16b + d = -64 \\ -12b - 4c + d = -56 \\ -24b - 8c + d = -160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7 \\ c = 5 \\ d = 48 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{phương trình của } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 14y - 10z + 48 = 0.$$

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(P): y = x^2 - 1$, trục tung và tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(-1;0)$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $V = \frac{5}{4}\pi$ (đvtt).

B. $V = \frac{4}{5}\pi$ (đvtt).

C. $V = \frac{4}{5}\pi$ (đvtt).

D. $V = -\frac{4}{5}\pi$ (đvtt).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $M(-1;0): y = y'(-1)(x+1) = -2x - 2$.

Gọi (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(P): y = x^2 - 1$, trục tung.

Gọi (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi đường: $y = -2x - 2$, trục tung.

Thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) quanh trục Ox là:

$$V_1 = \pi \int_{-1}^0 (x^2 - 1)^2 dx \text{ (đvtt)}.$$

Thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) quanh trục Ox là:

$$V_2 = \pi \int_{-1}^0 (-2x - 2)^2 dx \text{ (đvtt)}.$$

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox là:

$$V = V_1 - V_2 = \pi \int_{-1}^0 (x^2 - 1)^2 dx - \pi \int_{-1}^0 (2x + 2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^0 ((x^2 - 1)^2 - (2x + 2)^2) dx = \pi \int_{-1}^0 (x^4 - 6x^2 - 8x - 3) dx = \frac{4}{5} \pi$$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu.

A. $I(4; -1; 0), R = 16$. **B.** $I(-4; 1; 0), R = 16$. **C.** $I(4; -1; 0), R = 4$. **D.** $I(-4; 1; 0), R = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là $I(-4; 1; 0), R = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + 0^2 - 1} = 4$.

Câu 31: Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1 + 3i, z_2 = -3 - 2i$ và $z_3 = 4 + i$. Xác định hình tính của tam giác ABC .

A. Tam giác ABC là tam giác cân. **B.** Tam giác ABC là tam giác đều.
C. Tam giác ABC là tam giác vuông cân. **D.** Tam giác ABC là tam giác vuông.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$A(-1; 3), B(-3; -2)$ và $C(4; 1)$

$$AB = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}; AC = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}; BC = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$$

Vì $\begin{cases} AB = AC \\ AB^2 + AC^2 = BC^2 \end{cases}$ nên tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A .

Câu 32: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_2(4 - x) - 1}$.

A. $D = (-\infty; 2)$. **B.** $D = (-\infty; 2]$. **C.** $D = (2; +\infty)$. **D.** $D = [2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi: } \begin{cases} 4 - x > 0 \\ \log_2(4 - x) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ 4 - x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 2$$

Vậy $D = (-\infty; 2]$.

Câu 33: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và trục hoành.

A. $S = \frac{4}{3}$. **B.** $S = -\frac{4}{3}\pi$. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Do đó, diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^2 |2x - x^2| dx = \left| \int_0^2 (2x - x^2) dx \right| = \left| \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 \right| = \left| \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3}.$$

Câu 34: Cho $\int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $S = a + 2b$.

A. $S = 40$.

B. $S = 60$.

C. $S = 30$.

D. $S = 50$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = \int_{-1}^0 3x + 11 + \frac{21}{x - 2} dx = \left(\frac{3x^2}{2} + 11x + 21 \ln |x - 2| \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{19}{2} + 21 \ln \frac{2}{3}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 21 \\ b = \frac{19}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } S = a + 2b = 21 + 2 \cdot \frac{19}{2} = 40.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 4 = 0$ và điểm $A(1; 1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A , song song với (P) và vuông góc với d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{-3}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+2}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 1)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$

Đường thẳng d' qua điểm A , song song với (P) và vuông góc với d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}' = [\vec{n}, \vec{u}] = (1; 4; 3)$

Phương trình chính tắc của d' : $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 66 = 0$ và điểm $M(6; 7; 5)$. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P) .

A. $H(10; 13; 7)$.

B. $H(10; -13; 7)$.

C. $H(10; -7; 25)$.

D. $H(10; 7; 25)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi d là đường thẳng qua điểm $M(6; 7; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow d$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2; 3; 1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 7 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Hình chiếu H của M lên (P) chính là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

$$H \in d \Rightarrow H(6 + 2t; 7 + 3t; 5 + t)$$

$$H \in (P) \Rightarrow 2(6 + 2t) + 3(7 + 3t) + (5 + t) - 66 = 0 \Leftrightarrow 14t - 28 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(10; 13; 7)$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $MNPQ$ có $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; -4)$. Tìm tọa độ điểm Q .

- A.** $Q(-2; -3; -4)$. **B.** $Q(2; 3; -4)$. **C.** $Q(-2; -3; 4)$. **D.** $Q(4; 4; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-2; -3; 0)$, $\overrightarrow{QP} = (-x_Q; -y_Q; -4 - z_Q)$. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành khi và

$$\text{chỉ khi } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_Q = -2 \\ -y_Q = -3 \\ -4 - z_Q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = -4 \end{cases}. \text{ Vậy } Q(2; 3; -4).$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(0; 2; 0)$, $M(2; 1; -1)$ và cắt các trục Ox , Oz lần lượt tại B , C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6.

- A.** $2x + 3y + z - 6 = 0$; $x - 6y + 8z + 12 = 0$. **B.** $2x + 3y + z - 6 = 0$; $x - 6y + 8z - 12 = 0$.
C. $2x + 3y + z + 6 = 0$; $x - 6y + 8z - 12 = 0$. **D.** $2x + 3y + z + 6 = 0$; $x - 6y + 8z + 12 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $B \in Ox \Rightarrow B(b; 0; 0)$, $C \in Oz \Rightarrow C(0; 0; c)$. Vì $OABC$ là một tứ diện nên $B \neq O$ và

$$C \neq O. \text{ Suy ra } a, b \neq 0, OA = 2, OB = |b|, OC = |c|, V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} |b \cdot 2 \cdot c| = \frac{1}{3} |b \cdot c|.$$

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Phương trình mặt phẳng (α) theo đoạn chắn là $\frac{x}{a} + \frac{y}{2} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (α) đi qua M và thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6 khi:

$$\begin{cases} \frac{2}{b} + \frac{1}{2} + \frac{-1}{c} = 1 \\ \frac{1}{3} |b \cdot c| = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2c - b = 9 \\ bc = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c - 9 \\ 2c^2 - 9c - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = 6 \end{cases} \vee \begin{cases} b = -12 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (vn)$$

Với $\begin{cases} b = 3 \\ c = 6 \end{cases}$, phương trình mặt phẳng (α) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1$ hay $2x + 3y + z - 6 = 0$.

Với $\begin{cases} b = -12 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases}$, phương trình mặt phẳng (α) : $\frac{x}{-12} + \frac{y}{2} + \frac{2z}{-3} = 1$ hay $x - 6y + 8z + 12 = 0$.

- Câu 39:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 3 = 0$.
- A.** $2x + 3y + z - 1 = 0$. **B.** $x + 3y + 2z + 1 = 0$. **C.** $x + 3y + 2z - 1 = 0$. **D.** $2x + 3y + z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

(P) có vtpt $\vec{n}_1 = (2; -1; -1)$, (Q) có vtpt $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$

Vì mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) nên có vtpt $\vec{n} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = (-2; -3; -1)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm $-2(x-1) - 3(y+2) - (z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + z + 1 = 0$

- Câu 40:** Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = m - 1$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt?
- A.** $-1 < m < 3$. **B.** $0 \leq m \leq 4$. **C.** $-1 \leq m \leq 3$. **D.** $0 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) : $-x^3 + 3x^2 - 1 = m - 1 \Leftrightarrow m = -x^3 + 3x^2$

Xét hàm số $g(x) = -x^3 + 3x^2$, $g'(x) = -3x^2 + 6x$. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Lập bảng xét dấu $g'(x)$ ta được: $g_{CB} = g(2) = 4$, $g_{CT} = g(0) = 0$

Vậy đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi:

$$g_{CB} < m < g_{CT} \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

- Câu 41:** Tính tích phân $I = \int_0^1 xe^x dx$.

- A.** $I = 2e - 1$. **B.** $I = 1 - 2e$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = -1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$. Suy ra $I = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$

- Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-3; 3; -2)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox sao cho M cách đều hai điểm A và B .
- A.** $M(1; 0; 0)$. **B.** $M(0; -1; 0)$. **C.** $M(-1; 0; 0)$. **D.** $M(0; 1; 0)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Cách 1: Gọi $M(x; 0; 0) \in Ox$

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (1-x; -2; -3)$; $\overrightarrow{MB} = (-3-x; 3; -2)$.

M cách đều hai điểm A và B

$$\Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + (-2)^2 + (-3)^2 = (-x-3)^2 + (3)^2 + (-2)^2 \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy: $M(-1; 0; 0)$.

Cách 2: Ta thấy ngay hoặc đáp án A hoặc đáp án C đúng.

Từ đáp án A và C ta tính : MA , MB và được đáp án đúng là C.

Câu 43: Tính $F(x) = \int \frac{x^4}{x^5-1} dx$.

A. $F(x) = -\frac{1}{5} \ln|x^5-1| + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{5} \ln|x^4-1| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{5} \ln|x^5-1| + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{5} \ln|x^4-1| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = x^5 - 1 \Rightarrow dt = 5x^4 dx \Leftrightarrow \frac{1}{5} dt = dx$

Nên $\int \frac{x^4}{x^5-1} dx = \frac{1}{5} \int \frac{1}{t} dt = \frac{1}{5} \ln|t| + C = \frac{1}{5} \ln|x^5-1| + C$

Câu 44: Tính tích phân $I = \int_1^2 x(x-1)^2 dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = 4$.

C. $I = 5$.

D. $I = \frac{7}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = x-1 \Rightarrow x = t+1 \Rightarrow dx = dt$. Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=0$ và $x=2 \Rightarrow t=1$.

Khi đó: $I = \int_0^1 (t+1)t^2 dt = \int_0^1 (t^3 + t^2) dt = \left(\frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}t^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$.

Câu 45: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x\sqrt{\ln(1+x^2)}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $V = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} + \frac{\pi}{6} \right) (đvtt)$.

B. $V = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{\pi}{6} \right) (đvtt)$.

C. $V = \pi \left(-\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{\pi}{6} \right) (đvtt)$.

D. $V = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 - \frac{4}{9} + \frac{\pi}{6} \right) (đvtt)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét phương trình: $x\sqrt{\ln(1+x^2)} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Thể tích của khối tròn xoay $V = \pi \int_0^1 \left(x\sqrt{\ln(1+x^2)} \right)^2 dx = \pi \int_0^1 x^2 \cdot \ln(1+x^2) dx$

Đặt: $\begin{cases} u = \ln(1+x^2) \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{1+x^2} \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$

$V = \pi \left(\frac{x^3}{3} \cdot \ln(1+x^2) \Big|_0^1 - \frac{2}{3} \int_0^1 \frac{x^4}{1+x^2} dx \right) = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 - \frac{2}{3} \int_0^1 \left(x^2 - 1 + \frac{1}{1+x^2} \right) dx \right)$

$$= \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 - \left(\frac{2x^3}{9} - \frac{2}{3}x \right) \Big|_0^1 - \frac{2}{3} \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \right) = \pi \left(\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{2}{3} I_1 \right) \text{ với } I_1 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

Xét tích phân $I_1 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$, đặt: $x = \tan t \Rightarrow dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt = (\tan^2 t + 1) dt$

Đổi cận: khi $x = 0 \Rightarrow t = 0$; khi $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \tan^2 t} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}. \text{ Vậy } V = \pi \left(\frac{2}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{\pi}{6} \right).$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (1.0 điểm)

Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{\ln^2 x}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$.

Hướng dẫn giải

Diện tích của hình phẳng là $S = \int_1^e \left| \frac{\ln^2 x}{x} \right| dx = \left| \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx \right|$

Đặt: $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = e \Rightarrow t = 1$

$$S = \left| \int_0^1 t^2 dt \right| = \left| \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{3}.$$