

Mã đề: 209

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$ (C_m), với m là tham số. Xác định tất cả giá trị của m để cho đồ thị hàm số (C_m) có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung?

- A. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$. B. $0 < m < 2$. C. $m \neq 1$. D. $-\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 2: Giả sử hệ phương trình $\begin{cases} \log_2(3y-2) = 2 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (a; b)$ thì $2b - a$ bằng

- A. $2 + \log_2 3$. B. 4. C. $4 - \log_2 3$. D. 2.

Câu 3: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

- A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 4: Phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2)^2 = 8$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 8.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = a \sin 2x - b \cos 2x$ thỏa mãn $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$ và $\int_a^b dx = 3$. Tính tổng $a + b$ bằng:

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 8.

Câu 6: Với $a > 0$, cho các mệnh đề sau

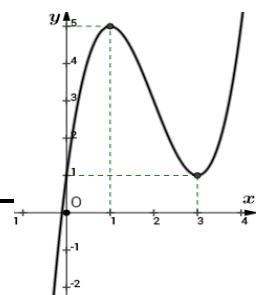
$$(i). \int \frac{dx}{ax+1} = \frac{1}{a} \ln(ax+1) + C. \quad (ii). \int a^{x+3} dx = \frac{a^{x+3}}{\ln a} + C$$

$$(iii). \int (ax+b)^{22} dx = \frac{(ax+b)^{23}}{23} + C.$$

Số các khẳng định sai là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 8: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x) dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx$

A. $P = 15$.

B. $P = 37$.

C. $P = 27$.

D. $P = 19$.

Câu 9: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[2; 6]$ và thỏa mãn $\int_2^3 f(x) dx = 3$; $\int_3^6 f(x) dx = 7$; $\int_3^6 g(x) dx = 5$. Hãy tìm mệnh đề KHÔNG đúng.

A. $\int_3^6 [3g(x) - f(x)] dx = 8$.

B. $\int_2^3 [3f(x) - 4] dx = 5$.

C. $\int_2^{\ln e^6} [2f(x) - 1] dx = 16$.

D. $\int_3^{\ln e^6} [4f(x) - 2g(x)] dx = 16$.

Câu 10: Giả sử $\int e^{2x} (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4) dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$. Khi đó $a + b + c + d$ bằng

A. -2 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 5 .

Câu 11: Nếu $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$ thì $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $f(t) = 2t^2 + 2t$.

B. $f(t) = t^2 - t$.

C. $f(t) = t^2 + t$.

D. $f(t) = 2t^2 - 2t$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt 5 cm , 13 cm , 12 cm . Một hình trụ có chiều cao bằng 8 cm ngoại tiếp lăng trụ đã cho có thể tích bằng

A. $V = 338\pi\text{ cm}^3$.

B. $V = 386\pi\text{ cm}^3$.

C. $V = 507\pi\text{ cm}^3$.

D. $V = 314\pi\text{ cm}^3$.

Câu 13: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2a$, vẽ tia Ax về phía điểm B sao cho điểm B luôn cách tia Ax một đoạn bằng a . Gọi H là hình chiếu của B lên tia Ax , khi tam giác AHB quay quanh trục AB thì đường gấp khúc AHB vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

A. $\frac{(2+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$.

C. $\frac{(1+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y - 3z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Kết luận nào dưới đây là ĐÚNG?

A. $d // (P)$.

B. d cắt (P) .

C. $d \perp (P)$.

D. (P) chứa d .

- Câu 15:** Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$ và $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$. Tập nghiệm S của phương trình $3F(x) + \ln(x^3 + 3) = 2$ là:
- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{-2; 2\}$. C. $S = \{1; 2\}$. D. $S = \{-2; 1\}$.
- Câu 16:** Hàm số $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi:
- A. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $a \in (-3; +\infty)$. C. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $a \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.
- Câu 17:** Giả sử $\int x(1-x)^{2017} dx = \frac{(1-x)^a}{a} - \frac{(1-x)^b}{b} + C$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $2a - b$ bằng:
- A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. 2020.
- Câu 18:** Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2mx - 2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?
- A. $m \leq \frac{4}{3}$. B. $m \geq -\frac{3}{2}$. C. $m \leq -\frac{16}{3}$. D. $m \leq -\frac{32}{27}$.
- Câu 19:** Hai tiếp tuyến tại hai điểm cực trị của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ cách nhau một khoảng là:
- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 20:** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng:
- A. 17 m/s. B. 36 m/s. C. 26 m/s. D. 29 m/s.
- Câu 21:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -1; 1)$ lên các trục Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (MNP) có phương trình là
- A. $x - 2y + 2z - 2 = 0$. B. $x - 2y + 2z - 6 = 0$. C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $x + 2z - 4 = 0$.
- Câu 22:** Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{3 + 9^x}$, $x \in \mathbb{R}$. Nếu $a + b = 3$ thì $f(a) + f(b - 2)$ có giá trị bằng
- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 23:** Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ là
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $H(3; -4; 2)$ là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $2x - 3y + 4z - 26 = 0$.

B. $x - 3y + 2z - 17 = 0$.

C. $4x + 2y - 3z + 2 = 0$.

D. $3x - 4y + 2z - 29 = 0$.

Câu 25: Biết đường thẳng $y = x + 2$ cắt đường cong $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26: Người ta thay nước mới cho một bể bơi dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu $h_1 = 280$ cm. Giả sử $h(t)$ cm là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3}$. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

A. 7545,2 s.

B. 7234,8 s.

C. 7200,7 s.

D. 7560,5 s.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 3$. Kết luận nào sau đây là **ĐÚNG**?

A. Cực đại hàm số bằng 3.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Đồ thị của hàm số có 2 cực trị.

Câu 28: Phương trình $x^3 + x(x+1) = m(x^2 + 1)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi:

A. $-6 \leq m \leq -\frac{3}{2}$.

B. $-1 \leq m \leq 3$.

C. $m \geq 3$.

D. $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 0)$, $B(0; -\sqrt{2}; 0)$, $M\left(\frac{6}{5}; -\sqrt{2}; 2\right)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Điểm C thuộc d sao cho chu vi tam giác ABC là nhỏ nhất thì độ dài

CM bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. 4.

C. 2.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Câu 30: Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2\log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15)$ (*). Tập nghiệm T của bất phương trình (*) là:

A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$.

B. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$.

C. $T = (2; 8)$.

D. $T = (2; 19)$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t) dt$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$. Tính $M - m$.

- A. 18. B. 12. C. 16. D. 9.

Câu 32: Cho a là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn $3\log_3(1 + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) > 2\log_2 \sqrt{a}$. Tìm phần nguyên của $\log_2(2017a)$.

- A. 14. B. 22. C. 16. D. 19.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-1; 2; 3)$. Tính bán kính r của mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

- A. $r = 3$. B. $r = \sqrt{3}$. C. $r = \sqrt{6}$. D. $r = 2$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 14$, $BC = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD và $MN = 8$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BC và MN . Tính $\sin \alpha$.

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Tam giác SAB vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SB = 4\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Tính khoảng cách l từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $l = 2$. B. $l = 2\sqrt{2}$. C. $l = \sqrt{2}$. D. $l = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2}$.

- A. $F(x) = e^x + e^{-x} + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x} + C$.
C. $F(x) = e^x - e^{-x} + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$.

Câu 37: Cho các tích phân $I = \int_0^{\alpha} \frac{1}{1 + \tan x} dx$ và $J = \int_0^{\alpha} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$ với $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, khẳng định **sai** là

- A. $I = \int_0^{\alpha} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$. B. $I - J = \ln|\sin \alpha + \cos \alpha|$.
C. $I = \ln|1 + \tan \alpha|$. D. $I + J = \alpha$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(P): 3x + y + z - 4 = 0$, $(Q): 3x + y + z + 5 = 0$ và $(R): 2x - 3y - 3z + 1 = 0$. Xét các mệnh đề:

- (1): $(P) \parallel (Q)$ (2): $(P) \perp (R)$.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (1) đúng, (2) sai. B. (1) sai, (2) đúng. C. (1) đúng, (2) đúng. D. (1) đúng, (2) sai.

Câu 39: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BD . Lấy điểm không đối P trên cạnh AB (khác A, B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng

- A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{27\sqrt{2}}{12}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $x - y + 3z - 1 = 0$ và $3x - 7z + 2 = 0$. Một vector chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u} = (7; 16; 3)$. B. $\vec{u} = (7; 0; -3)$. C. $\vec{u} = (-4; 1; -3)$. D. $\vec{u} = (0; -16; 3)$.

Câu 41: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

- A. $y = \frac{x-3}{2x+2}$. B. $y = \frac{x}{x^2-1}$. C. $y = \log_{\sqrt{2}}(6-3x)$. D. $y = 2\left(\frac{e}{4}\right)^{x+1}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{2x-2}{3n} = \frac{y+1}{4} = \frac{3z+6}{2m}$ ($m, n \neq 0$) và mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 2z + 5 = 0$. Khi đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì $m+n$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 3. D. -5.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O , các đỉnh $B(m; 0; 0)$, $D(0; m; 0)$, $A'(0; 0; n)$ với $m, n > 0$ và $m+n=4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Khi đó thể tích tứ diện $BDA'M$ đạt giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{245}{108}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{64}{27}$. D. $\frac{75}{32}$.

Câu 44: Cho một cây nến hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15 cm và 5 cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

- A. 1500 ml. B. $600\sqrt{6}$ ml. C. 1800 ml. D. $750\sqrt{3}$ ml.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$ và điểm $I(4; -1; 2)$. Mặt phẳng (Q) vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Oxy) , đồng thời (Q) cách điểm I một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

- A. $x - 2y - 1 = 0$ hoặc $2x - y - 4 = 0$. B. $x + 2y - 7 = 0$ hoặc $x + 2y + 3 = 0$.
C. $y - 2z + 10 = 0$ hoặc $y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2 = 0$ hoặc $2x + y - 12 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ cắt các mặt phẳng Oxy, Oxz

lần lượt tại các điểm M, N . Độ dài MN bằng

- A. 3. B. $\sqrt{14}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 47: Bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S = [a; b]$ thì $b - 2a$ bằng

A. 6.

B. 10.

C. 12.

D. 16.

Câu 48: Hàm số $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$ có tập xác định là

A. $(-8; -4) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$. C. $(-8; 3) \setminus \{-4\}$. D. $(-4; 3)$.

Câu 49: Cho các số thực a, b, c thỏa $0 < a \neq 1$ và $b > 0, c > 0$. Khẳng định nào sau đây không đúng?

A. $\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$. B. $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$.
C. $a^{f(x)} b^{g(x)} = c \Leftrightarrow f(x) + g(x) \log_a b = \log_a c$. D. $\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai mặt phẳng $4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $2x - 2y + z + 1 = 0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó là

A. $V = \frac{27}{8}$. B. $V = \frac{81\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{64}{27}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	D	B	C	C	C	D	D	B

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	D	A	D	D	D	B	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

B	A	A	D	C	B	A	D	C	D
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	A	B	C	C	C	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	D	B	B	B	C	D	A

Hướng dẫn giải

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$ (C_m), với m là tham số. Xác định tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục trung?

- A.** $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $m \neq 1$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < 1$.

Chọn **A**.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$

Ycđb $\Leftrightarrow y'$ có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt và cùng dấu.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (2m-1) > 0 \\ p = 2m-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 2: Giả sử hệ phương trình $\begin{cases} \log_2(3y-2) = 2 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (a; b)$ thì $2b - a$ bằng

- A.** $2 + \log_2 3$. **B.** 4. **C.** $4 - \log_2 3$. **D.** 2.

Chọn **C**.

$$\begin{cases} \log_2(3y-2) = 2 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-2 = 4 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 4^x + 2^x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2^x = 3 \\ 2^x = -4(\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra $2b - a = 4 - \log_2 3$.

Câu 3: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$. Chọn D.

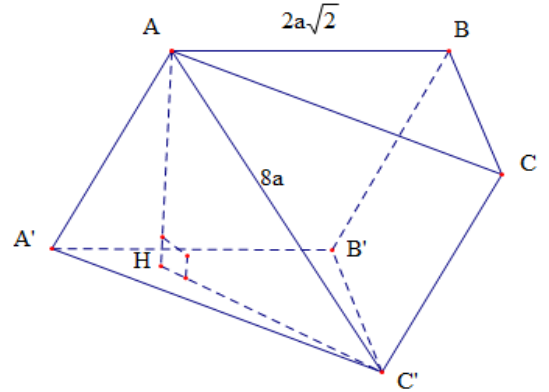
Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(A'B'C')$

$$\Rightarrow \angle HC'A = 45^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AHC'$ vuông cân tại H.

$$\Rightarrow AH = \frac{AC'}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$$

NX:



$$V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}AH.S_{ABC} = \frac{2}{3}.4a\sqrt{2}.\frac{(2a\sqrt{2})^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn D.

Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(A'B'C')$

$$\Rightarrow \angle HC'A = 45^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AHC'$ vuông cân tại H.

$$\Rightarrow AH = \frac{AC'}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$$

$$\text{NX: } V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}AH.S_{ABC} = \frac{2}{3}.4a\sqrt{2}.\frac{(2a\sqrt{2})^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 4: Phương trình $\log_{\sqrt[4]{2}}(x^2 - 2)^2 = 8$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 8.

Chọn B.

$$\log_{\sqrt[4]{2}}(x^2 - 2)^2 = 8 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{ĐK: } x^2 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{2}$$

$$(1) \Rightarrow (x^2 - 2)^2 = (\sqrt[4]{2})^8$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \vee x = 2 \\ x = 0. \end{cases}$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = a \sin 2x - b \cos 2x$ thỏa mãn $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$ và $\int_a^b adx = 3$. Tính tổng $a + b$ bằng:

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Chọn **C.**

$$f'(x) = 2a \cos 2x + 2b \sin 2x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \Leftrightarrow -2a = -2 \Leftrightarrow a = 1$$

$$\int_a^b adx = \int_1^b dx = 3 \Leftrightarrow b - 1 = 3 \Leftrightarrow b = 4$$

Vậy $a + b = 1 + 4 = 5$.

Câu 6: Với $a > 0$, cho các mệnh đề sau

$$(i). \int \frac{dx}{ax+1} = \frac{1}{a} \ln(ax+1) + C. \quad (ii). \int a^{x+3} dx = \frac{a^{x+3}}{\ln a} + C \quad (iii). \int (ax+b)^{22} dx = \frac{(ax+b)^{23}}{23} + C$$

Số các khẳng định sai là:

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta thấy } \left(\frac{1}{a} \ln(ax+1) + C \right)' = \frac{1}{ax+1} \text{ nên (i) đúng}$$

$$\left(\frac{a^{x+3}}{\ln a} + C \right)' = \frac{1}{\ln a} a^{x+3} \cdot \ln a = a^{x+3} \text{ nên (ii) đúng}$$

$$\left(\frac{(ax+b)^{23}}{23} + C \right)' = a(ax+b)^{22} \text{ nên (iii) sai}$$

Do đó có 2 đáp án đúng

Chọn đáp án B

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.** $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$
B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$
D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$

Hướng dẫn giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên **B, D** loại

$y = f(x)$ giao với trục hoành tại điểm $(0;1)$ nên $d > 0$ nên chọn **C**

Chọn đáp án C

Câu 8: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x)dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7]dx$

A. $P = 15$

B. $P = 37$

C. $P = 27$

D. $P = 19$

Hướng dẫn giải:

$$t = 5 - 3x \Rightarrow dx = -\frac{dt}{3}$$

Để tính P ta đặt $x = 0 \Rightarrow t = 5$ nên

$$x = 2 \Rightarrow t = -1$$

$$\begin{aligned} P &= \int_5^{-1} [f(t) + 7] \left(-\frac{dt}{3}\right) = \frac{1}{3} \int_{-1}^5 [f(t) + 7] dt = \frac{1}{3} \left(\int_{-1}^5 f(t) dt + 7 \int_{-1}^5 dt \right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 15 + \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot (6) = 19 \end{aligned}$$

chọn đáp án D

Câu 9: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[2; 6]$ và thỏa mãn

$$\int_2^3 f(x)dx = 3; \int_3^6 f(x)dx = 7; \int_3^6 g(x)dx = 5. \text{ Hãy tìm mệnh đề KHÔNG đúng.}$$

A. $\int_3^6 [3g(x) - f(x)]dx = 8$

B. $\int_2^3 [3f(x) - 4]dx = 5$

C. $\int_2^{\ln e^6} [2f(x) - 1]dx = 16$

D. $\int_3^{\ln e^6} [4f(x) - 2g(x)]dx = 16$

Hướng dẫn giải: $\int_2^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx = \int_2^6 f(x)dx = 10$

Ta có: $\int_3^6 [3g(x) - f(x)]dx = 3 \int_3^6 g(x)dx - \int_3^6 f(x)dx = 15 - 7 = 8$ nên A đúng

$$\int_2^3 [3f(x) - 4]dx = 3 \int_2^3 f(x)dx - 4 \int_2^3 dx = 9 - 4 = 5 \text{ nên B đúng}$$

$$\int_2^{\ln e^6} [2f(x) - 1]dx = \int_2^6 [2f(x) - 1]dx = 2 \int_2^6 f(x)dx - 1 \int_2^6 dx = 20 - 4 = 16 \text{ nên C đúng}$$

$$\int_3^{\ln e^6} [4f(x) - 2g(x)]dx = \int_3^6 [4f(x) - 2g(x)]dx = 4 \int_3^6 f(x)dx - 2 \int_3^6 g(x)dx = 28 - 10 = 18$$

Nên D sai

Chọn đáp án D

Câu 10. Giả sử $\int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$. Khi đó $a + b + c + d$ bằng

A. -2

B. 3

C. 2

D. 5

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$ nên

$$\begin{aligned} ((ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C)' &= (3ax^2 + 2bx + c)e^{2x} + 2e^{2x}(ax^3 + bx^2 + cx + d) \\ &= (2ax^3 + (3a + 2b)x^2 + (2b + 2c)x + c + 2d)e^{2x} \\ &= (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)e^{2x} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2a = 2 \\ 3a + 2b = 5 \\ 2b + 2c = -2 \\ c + 2d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = 3 \end{cases} . \text{ Vậy } a + b + c + d = 3.$$

Câu 11. Nếu $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 f(t)dt$, với $t = \sqrt{1+x}$ thì $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây ?

A. $f(t) = 2t^2 + 2t$ B. $f(t) = t^2 - t$ C. $f(t) = t^2 + t$ D. $f(t) = 2t^2 - 2t$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = \sqrt{1+x}$, suy ra $t^2 = 1+x$, $2tdt = dx$

$$\text{Ta có } \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 \frac{t^2 - 1}{1+t} \cdot 2tdt = \int_1^2 (t-1) \cdot 2tdt = \int_1^2 (2t^2 - 2t)dt$$

Câu 12. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt 5cm, 13cm, 12cm. Một hình trụ có chiều cao bằng 8cm ngoại tiếp lăng trụ đã cho có thể tích bằng

A. $V = 338\pi \text{ cm}^3$ B. $V = 386\pi \text{ cm}^3$ C. $V = 507\pi \text{ cm}^3$ D. $V = 314\pi \text{ cm}^3$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt là 5 ; 12 ; 13 nên đáy là tam giác vuông với độ dài cạnh huyền là 13. Suy ra hình trụ nội tiếp hình lăng trụ đứng có đáy là đường tròn bán kính là $\frac{13}{2}$.

$$\text{Vậy thể tích hình trụ đó là } V = \pi \left(\frac{13}{2} \right)^2 \cdot 8 = 338\pi \text{ (đvtt)}.$$

Câu 13. Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2a$, vẽ tia Ax về phía điểm B sao cho điểm B luôn cách tia Ax một đoạn bằng a . Gọi H là hình chiếu của B lên tia Ax, khi tam giác AHB quay

quanh trục AB thì đường gấp khúc AHB vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

A. $\frac{(2+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$

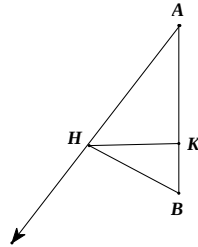
B. $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$

C. $\frac{(1+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Khi quay quanh tam giác AHB thì đường gấp khúc AHB vẽ lên một mặt tròn xoay. Diện tích mặt tròn xoay này bằng tổng diện tích xung quanh hai hình nón đường sinh AH và BH.

Ta có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = a\sqrt{3}$

$$HK = \frac{AH \cdot BH}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích xung quanh hình nón có đường sinh AH là $S_1 = \pi \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^2\pi}{2}$

Diện tích xung quanh hình nón có đường sinh BH là $S_2 = \pi \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^2\pi}{2}$

Diện tích mặt tròn xoay cần tìm là $S = S_1 + S_2 = \frac{(3+\sqrt{3})a^2\pi}{2}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y - 3z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Kết luận nào dưới đây là ĐÚNG ?

A. $d // (P)$

B. d cắt (P)

C. $d \perp (P)$

D. (P) chứa d .

Hướng dẫn giải

Chọn D

(P) có một VTPT $\vec{n} = (2; -5; -3)$.

d có một VTCP $\vec{u} = (2; -1; 3)$ và đi qua $A(2; 0; -1)$

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ nên $d // (P)$ hoặc (P) chứa d .

Mặt khác $A(2; 0; -1) \in (P)$ (P) chứa d .

Câu 15. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$ và $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$. Tập nghiệm S của phương trình $3F(x) + \ln(x^3 + 3) = 2$ là:

- A.** $S = \{2\}$. **B.** $S = \{-2; 2\}$. **C.** $S = \{1; 2\}$. **D.** $S = \{-2; 1\}$.

Ta có: $F(x) = \int \frac{dx}{e^x + 3} = \frac{1}{3} \int \left(1 - \frac{e^x}{e^x + 3}\right) dx = \frac{1}{3} (x - \ln(e^x + 3)) + C$.

Do $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$ nên $C = 0$. Vậy $F(x) = \frac{1}{3} (x - \ln(e^x + 3))$.

Do đó: $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2 \Leftrightarrow x = 2$

Chọn A.

Câu 16. Hàm số $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi:

- A.** $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $a \in (-3; +\infty)$. **C.** $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. **D.** $a \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Hàm số $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $-3a^2 + 10a - 2 > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < a < 3$.

Chọn D.

Câu 17. Giả sử $\int x(1-x)^{2017} dx = \frac{(1-x)^a}{a} - \frac{(1-x)^b}{b} + C$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $2a - b$ bằng:

- A.** 2017. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2020.

Ta có:

$$\int x(1-x)^{2017} dx = \int (x-1+1)(1-x)^{2017} dx = \int \left((1-x)^{2017} - (1-x)^{2018}\right) dx = -\frac{(1-x)^{2018}}{2018} + \frac{(1-x)^{2019}}{2019} + C$$

Vậy $a = 2019, b = 2018 \Rightarrow 2a - b = 2020$.

Chọn D.

Câu 18. Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2mx - 2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A.** $m \leq \frac{4}{3}$. **B.** $m \geq -\frac{3}{2}$. **C.** $m \leq -\frac{16}{3}$. **D.** $m \leq -\frac{32}{27}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 2m$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi

$$y' = -3x^2 + 6x + 2m \leq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 2m \geq 3x^2 - 6x, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 2m \geq \min_{(0; +\infty)} (3x^2 - 6x)$$

Mà $3x^2 - 6x = 3(x-1)^2 - 3 \geq -3$ nên $\min_{(0;+\infty)}(3x^2 - 6x) = -3 \Rightarrow m \geq -\frac{3}{2}$.

Chọn **B.D**

Câu 19. Hai tiếp tuyến tại hai điểm cực trị của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ cách nhau một khoảng là:

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$. Do đó: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=-1 \\ x=-1 \Rightarrow y=3 \end{cases}$.

Hai tiếp tuyến tại 2 điểm cực trị là $y = -1$ và $y = 3$. Do đó khoảng cách giữa chúng là 4.

Chọn **B**.

Câu 20. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng:

A. 17 m/s.

B. 36 m/s.

C. 26 m/s

D. 29 m/s.

Vận tốc của chất điểm là $v = s' = -3t^2 + 12t + 17 = -3(t-2)^2 + 29 \leq 29$.

Vậy vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng 29 khi $t = 2$.

Chọn **D**.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -1; 1)$ lên các trục Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $x - 2y + 2z - 2 = 0$

B. $x - 2y + 2z - 6 = 0$

C. $x - 2y - 4 = 0$

D. $x + 2z - 4 = 0$.

Hướng dẫn:

Chọn **B**

Ta có: $M(2; 0; 0), N(0; -1; 0), P(0; 0; 1)$

$\Rightarrow (MNP): \frac{x}{2} - \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 2 = 0$

Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (MNP) có phương trình là:
 $x - 2y + 2z - 6 = 0$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{3+9^x}$, $x \in \mathbb{R}$. Nếu $a+b=3$ thì $f(a) + f(b-2)$ có giá trị bằng

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn:

Chọn **A**

Ta có: $b-2=1-a$

$$f(a) = \frac{9^a}{3+9^a}; f(b-2) = f(1-a) = \frac{9^{1-a}}{3+9^{1-a}} = \frac{3}{3+9^a}$$

$$\Rightarrow f(a) + f(b-2) = \frac{9^a}{3+9^a} + \frac{3}{3+9^a} = 1$$

Câu 23: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 1$ $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2

D. 0.

Hướng dẫn:

Chọn A

TXĐ: $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 1$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = +\infty \text{ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng } x = 1$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) chẵn các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $H(3; -4; 2)$ là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $2x - 3y + 4z - 26 = 0$

B. $x - 3y + 2z - 17 = 0$

C. $4x + 2y - 3z + 2 = 0$

D. $3x - 4y + 2z - 29 = 0$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

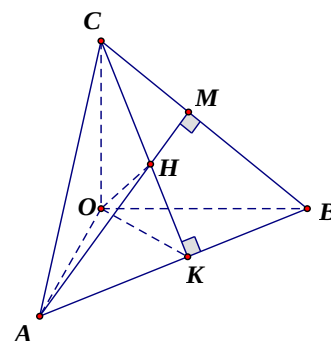
Gọi CK, AM là hai đường cao của tam giác ABC.

Suy ra $H = AM \cap CK$.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} AB \perp (OKC) \Rightarrow AB \perp OH \\ BC \perp (AOM) \Rightarrow BC \perp OH \end{array} \right\} \Rightarrow OH \perp (ABC)$$

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm H và nhận $\overline{OH}$ làm một VTPT

Nên mặt phẳng (ABC) có phương trình: $3x - 4y + 2z - 29 = 0$.



Câu 25: Biết đường thẳng $y = x + 2$ cắt đường cong $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ tại hai điểm A, B. Độ dài đoạn AB bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn:

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm : $x+2 = \frac{2x+1}{2x-1} \Leftrightarrow 2x^2+x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=-\frac{3}{2} \Rightarrow y=\frac{1}{2} \end{cases}$

$$A(1; 3), B\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 26: Người ta thay nước mới cho một bể bơi dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu $h_1 = 280 \text{ cm}$. Giả sử $h(t) \text{ cm}$ là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3}$. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

A. 7545,2 s.

B. 7234,8 s.

C. 7200,7 s.

D. 7560,5 s.

Hướng dẫn giải

Sau m giây mức nước của bể là

$$h(m) = \int_0^m h'(t) dt = \int_0^m \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3} dt = \frac{3\sqrt[3]{(t+3)^4}}{2000} \Big|_0^m = \frac{3}{2000} [\sqrt[3]{(m+3)^4} - 3\sqrt[3]{3}]$$

Yêu cầu bài toán, ta có $\frac{3}{2000} [\sqrt[3]{(m+3)^4} - 3\sqrt[3]{3}] = \frac{3}{4} \cdot 280$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{(m+3)^4} = 140000 + 3\sqrt[3]{3} \Rightarrow m = \sqrt[4]{(140000 + 3\sqrt[3]{3})^3} - 3 = 7234,8. \text{ Chọn B}$$

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 3$. Kết luận nào sau đây là **ĐÚNG**?

A. Cực đại hàm số bằng 3.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Đồ thị của hàm số có 2 cực trị.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $f'(x) = x^4 - 4x = x(x^2 - 4)$. Giải $f'(x) = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-9	3	-9	$+\infty$	

Cực đại hàm số bằng 3. **Đáp án A.**

Câu 28: Phương trình $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi:

A. $-6 \leq m \leq -\frac{3}{2}$.

B. $-1 \leq m \leq 3$.

C. $m \geq 3$.

D. $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính bỏ túi.

$$x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow mx^4 - x^3 + (2m-1)x^2 - x + m = 0$$

Chọn $m = 3$ phương trình trở thành $3x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 3 = 0$ (không có nghiệm thực) nên loại đáp án B, **C**.

Chọn $m = -6$ phương trình trở thành $-6x^4 - x^3 - 13x^2 - x - 6 = 0$ (không có nghiệm thực) nên loại đáp án **A**.

Kiểm tra với $m = 0$ phương trình trở thành $-x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên chọn đáp án **D**.

Tự luận

Ta có $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$ (1)

Xét hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^3 + x^2 + x)'(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(x^4 + 2x^2 + 1)'}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(3x^2 + 2x + 1)(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(4x^3 + 4x)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{-x^6 - 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x + 1}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \end{aligned}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$-\frac{3}{4}$	$\searrow$	0

Phương trình (1) có nghiệm thực khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **D**.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;0)$, $B(0;-\sqrt{2};0)$, $M\left(\frac{6}{5};-\sqrt{2};2\right)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=2-t \end{cases}$. Điểm C thuộc d sao cho chu vi tam giác ABC là nhỏ nhất thì độ dài CM bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. 4.

C. 2.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

ĐÁP ÁN

Do AB có độ dài không đổi nên chu vi tam giác ABC nhỏ nhất khi $AC + CB$ nhỏ nhất.

$$\text{Vì } C \in d \Rightarrow C(t; 0; 2-t) \Rightarrow AC = \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9}, BC = \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4}$$

$$\Rightarrow AC + CB = \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9} + \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4}.$$

$$\text{Đặt } \vec{u} = (\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}; 3), \vec{v} = (-\sqrt{2}t + \sqrt{2}; 2) \text{ áp dụng bất đẳng thức } |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9} + \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4} \geq \sqrt{(\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2 + 25}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ}$$

$$\text{khi } \frac{\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}t + \sqrt{2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow t = \frac{7}{5} \Rightarrow C\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow CM = \sqrt{\left(\frac{6}{5} - \frac{7}{5}\right)^2 + 2 + \left(2 - \frac{3}{5}\right)^2} = 2.$$

Chọn **C**.

Câu 30: Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2\log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15)$ (*). Tập nghiệm T của bất phương trình (*) là:

A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$.

B. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$.

C. $T = (2; 8)$.

D. $T = (2; 19)$.

Hướng dẫn giải

$$2\log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15) \Leftrightarrow \log_a(23x - 23) > \log_a(x^2 + 2x + 15)$$

Nếu $a > 1$ ta có

$$\log_a(23x - 23) > \log_a(x^2 + 2x + 15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x - 23 > x^2 + 2x + 15 \\ x^2 + 2x + 15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 19$$

Nếu $0 < a < 1$ ta có

$$\log_a(23x - 23) > \log_a(x^2 + 2x + 15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x - 23 < x^2 + 2x + 15 \\ 23x - 23 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x > 19 \end{cases}$$

Mà $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình. Chọn **D**.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t) dt$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$. Tính $M - m$.

A. 18

B. 12

C. 16

D. 9

Giải:

$$f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t) dt = \left(t^4 - 4t^2 \right) \Big|_1^{\sqrt{x}} = x^2 - 4x + 3, \text{ với } x \geq 0.$$

$$f'(x) = 2x - 4; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [1; 6].$$

$$f(0) = 3; f(2) = -1; f(6) = 15. \text{ Suy ra } M = 15, m = -1. \text{ Suy ra } M - m = 16.$$

Đáp án: C.

Câu 32: Cho a là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn $3\log_3(1 + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) > 2\log_2 \sqrt{a}$. Tìm phần nguyên của $\log_2(2017a)$.

A. 14

B. 22

C. 16

D. 19

Giải:

$$\text{Đặt } t = \sqrt[6]{a}, t > 0, \text{ từ giả thiết ta có } 3\log_3(1 + t^3 + t^2) > 2\log_2 t^3$$

$$\Leftrightarrow f(t) = \log_3(1 + t^3 + t^2) - \log_2 t^2 > 0$$

$$f'(t) = \frac{1}{\ln 3} \cdot \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + t^2 + 1} - \frac{2}{\ln 2} \cdot \frac{1}{t} = \frac{(3\ln 2 - 2\ln 3)t^3 + (2\ln 2 - 2\ln 3)t^2 - 2\ln 3}{\ln 2 \cdot \ln 3 \cdot (t^4 + t^3 + t)}$$

Vì đề xét a nguyên dương nên ta xét $t \geq 1$.

$$\text{Xét } g(t) = (3\ln 2 - 2\ln 3)t^3 + (2\ln 2 - 2\ln 3)t^2 - 2\ln 3$$

$$\text{Ta có } g'(t) = 3\ln \frac{8}{9} t^2 + 2\ln \frac{4}{9} t = t \left(3\ln \frac{8}{9} t + 2\ln \frac{4}{9} \right)$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2\ln \frac{9}{4}}{3\ln \frac{8}{9}} < 0.$$

Lập bảng biến thiên suy ra hàm số $g(t)$ giảm trên khoảng $[1; +\infty)$.

$$\text{Suy ra } g(t) \leq g(1) = 5\ln 2 - 6\ln 3 < 0 \Rightarrow f'(t) < 0.$$

Suy ra hàm số $f(t)$ luôn giảm trên khoảng $[1; +\infty)$.

Nên $t = 4$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t) = 0$.

$$\text{Suy ra } f(t) > 0 \Leftrightarrow f(t) > f(4) \Leftrightarrow t < 4 \Leftrightarrow \sqrt[6]{a} < 4 \Leftrightarrow a < 4096.$$

Nên số nguyên a lớn nhất thỏa mãn giả thiết bài toán là $a = 4095$.

$$\text{Lúc đó } \log_2(2017a) \approx 22,97764311.$$

Nên phần nguyên của $\log_2(2017a)$ bằng 22.

Đáp án: **B**.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Tính bán kính r của mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

A. $r = 3$

B. $r = \sqrt{3}$

C. $r = \sqrt{6}$

D. $r = 2$

Giải:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; 0)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) : $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $x - 1 + 2(y - 1) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Bán kính mặt cầu cần tìm: $r = d_{(O, (ABC))} = \frac{9}{3} = 3$.

Đáp án: **A**.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 14, BC = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD và $MN = 8$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BC và MN . Tính $\sin \alpha$.

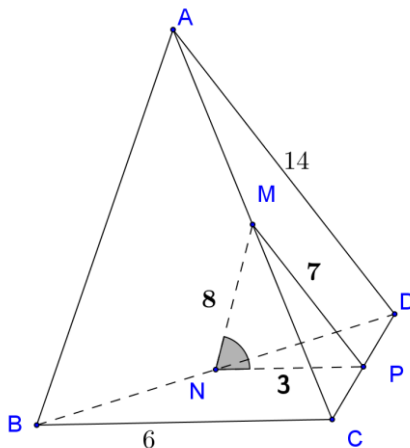
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Giải:



Gọi P là trung điểm của cạnh CD , ta có $\alpha = (MN, BC) = (MN, NP)$.

Trong tam giác MNP , ta có $\cos MNP = \frac{MN^2 + PN^2 - MP^2}{2MN \cdot NP} = \frac{1}{2}$. Suy ra $MNP = 60^\circ$.

Suy ra $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Tam giác SAB vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SB = 4\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Tính khoảng cách l từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) .

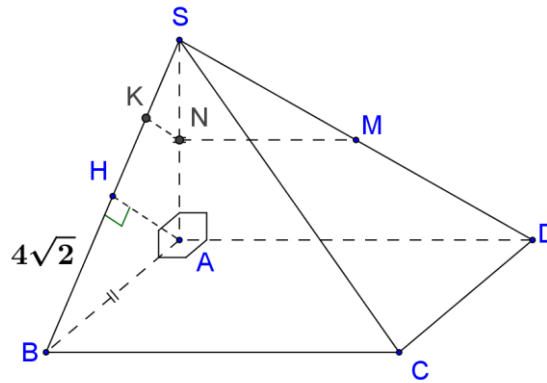
A. $l = 2$

B. $l = 2\sqrt{2}$

C. $l = \sqrt{2}$

D. $l = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Giải:



Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD), (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$

Gọi N, H, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và đoạn SH .

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$

Mà $AH \perp SB$ ($\triangle ABC$ cân tại A có AH là trung tuyến).

Suy ra $AH \perp (SBC)$, do đó $KN \perp (SBC)$ (vì $KN \parallel AH$, đường trung bình).

Mặt khác $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel (SBC).$

Nên $d(M, (SBC)) = d(N, (SBC)) = NK = \frac{1}{2}AH = 2\sqrt{2}.$

Đáp án: **B.**

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2}.$

A. $F(x) = e^x + e^{-x} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x} + C$

C. $F(x) = e^x - e^{-x} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$

Hướng dẫn:

Chọn C.

Ta có: $F(x) = \int \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2} dx = \int \sqrt{(e^x + e^{-x})^2} dx = \int (e^x + e^{-x}) dx = e^x - e^{-x} + C$

Câu 37: Cho các tích phân $I = \int_0^{\alpha} \frac{1}{1 + \tan x} dx$ và $J = \int_0^{\alpha} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$ với $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, khẳng định **sai** là

A. $I = \int_0^{\alpha} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx.$

B. $I - J = \ln |\sin \alpha + \cos \alpha|$

C. $I = \ln|1 + \tan \alpha|$.

D. $I + J = \alpha$.

Hướng dẫn:

Chọn C

Ta có $\frac{1}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ nên A đúng.

$I - J = \int_0^\alpha \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int_0^\alpha \frac{d(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x} = \ln|\cos x + \sin x| \Big|_0^\alpha = \ln|\cos \alpha + \sin \alpha|$ B đúng

$I + J = \int_0^\alpha dx = x \Big|_0^\alpha = \alpha$ D đúng.

Nhận xét: C sai do áp dụng sai nguyên hàm cơ bản.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(P): 3x + y + z - 4 = 0, (Q): 3x + y + z + 5 = 0$ và $(R): 2x - 3y - 3z + 1 = 0$. Xét các mệnh đề (1): $(P) \parallel (Q)$ và (2): $(P) \perp (R)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (1) đúng, (2) sai. B. (1) sai, (2) đúng. C. (1) đúng, (2) đúng. D. (1) đúng, (2) sai.

Hướng dẫn:

Chọn C

Do $\vec{n}_P = \vec{n}_Q$ và $M(0; 0; 4) \in (P)$ nhưng không thuộc (Q) nên $(P) \parallel (Q)$ vậy (1) đúng.

Mặt khác $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_R = 0$ nên $(P) \perp (R)$ nên (2) đúng. Vậy (1) và (2) đúng.

Câu 39: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BD . Lấy điểm không đổi P trên cạnh AB (khác A, B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng

A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{27\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn:

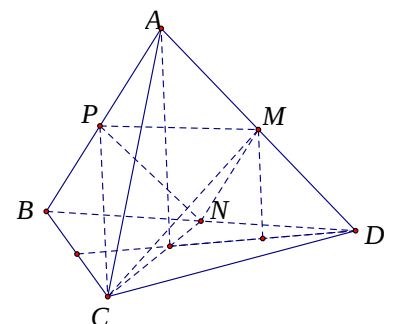
Chọn A

Do $AB \parallel (CMN)$ nên $d(P, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d(D, (CMN))$

Vậy $V_{PCMN} = V_{DPMN} = V_{MCND} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$

(Do diện tích đáy và chiều cao đều bằng một nửa).

Mặt khác $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{27\sqrt{2}}{12}$ nên $V_{MCND} = \frac{1}{4} \cdot \frac{27\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$



Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $x - y + 3z - 1 = 0$ và $3x - 7z + 2 = 0$. Một vector chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u} = (7; 16; 3)$. B. $\vec{u} = (7; 0; -3)$. C. $\vec{u} = (-4; 1; -3)$. D. $\vec{u} = (0; -16; 3)$.

Hướng dẫn:**Chọn A**

Vector chỉ phương của Δ chính là tích có hướng của hai vector pháp tuyến của hai mặt phẳng đã cho.

Câu 41: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. $y = \frac{x-3}{2x+2}$. **B.** $y = \frac{x}{x^2-1}$. **C.** $y = \log_{\sqrt{2}}(6-3x)$ **D.** $y = 2\left(\frac{e}{4}\right)^{x+1}$.

Hướng dẫn:**Chọn A**

Ta có $y' = \frac{8}{(2x+2)^2} > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1)$ nên chọn A

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \frac{2x-2}{3n} = \frac{y+1}{4} = \frac{3z+6}{2m} (m, n \neq 0)$ và mặt phẳng $(P): 3x+4y-2z+5=0$. Khi đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì $m+n$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 4; -2)$

VTCP của đường thẳng d là $\vec{u} = \left(\frac{3n}{2}; 4; \frac{2m}{3}\right)$

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P)

$$\Leftrightarrow \frac{n}{2} = 1 = -\frac{m}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m+n = -1$$

Chọn đáp án: B

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O , các đỉnh $B(m; 0; 0)$, $D(0; m; 0)$, $A'(0; 0; n)$ với $m, n > 0$ và $m+n=4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Khi đó thể tích tứ diện $BDA'M$ đạt giá trị lớn nhất bằng

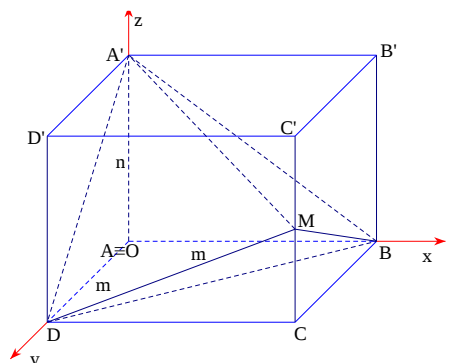
A. $\frac{245}{108}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{64}{27}$. **D.** $\frac{75}{32}$.

Hướng dẫn giải

Tọa độ điểm $C(m; m; 0)$, $C'(m; m; n)$, $M\left(m; m; \frac{n}{2}\right)$

$\vec{BA'} = (-m; 0; n)$, $\vec{BD} = (-m; m; 0)$, $\vec{BM} = \left(0; m; \frac{n}{2}\right)$

$$[\vec{BA'}, \vec{BD}] = (-mn; -mn; -m^2)$$



$$V_{BDA'M} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BM}| = \frac{m^2 n}{4}$$

$$\text{Ta có } m.m.(2n) \leq \left(\frac{m+m+2n}{3} \right)^3 = \frac{512}{27} \Rightarrow m^2 n \leq \frac{256}{27}$$

$$\Rightarrow V_{BDA'M} \leq \frac{64}{27}$$

Chọn đáp án: C

Câu 44: Cho một cây nến hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15cm và 5cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

- A. 1500 ml. B. $600\sqrt{6}$ ml. C. 1800 ml. **D. $750\sqrt{3}$ ml.**

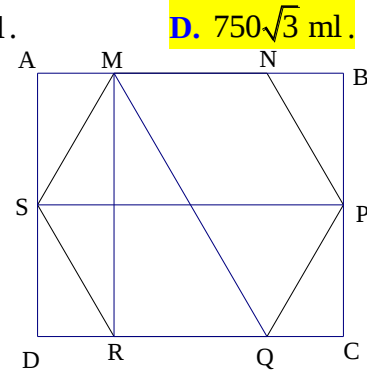
Hướng dẫn giải

Ta có $AB=10$ cm, $AD=5\sqrt{3}$ cm

$$S_{ABCD} = 50\sqrt{3}$$

$$V = S_{ABCD} \cdot h = 750\sqrt{3}$$

Chọn đáp án: D



Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$ và điểm $I(4; -1; 2)$. Mặt phẳng (Q) vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Oxy) , đồng thời (Q) cách điểm I một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

- A. $x - 2y - 1 = 0$ hoặc $2x - y - 4 = 0$. **B. $x + 2y - 7 = 0$ hoặc $x + 2y + 3 = 0$.**
C. $y - 2z + 10 = 0$ hoặc $y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2 = 0$ hoặc $2x + y - 12 = 0$.

Hướng dẫn giải

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_p = (2; -1; 0)$

VTPT của mặt phẳng (Oxy) là $\vec{k} = (0; 0; 1)$

VTPT của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_q = [\vec{n}_p, \vec{k}] = (-1; -2; 0)$

Phương trình mặt phẳng $(Q): x + 2y + D = 0$

$$\text{Theo bài ra ta có: } d(I; (Q)) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|4 - 2 + D|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} D + 2 = 5 \\ D + 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 3 \\ D = -7 \end{cases}$$

Chọn đáp án: B

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ cắt các mặt phẳng Oxy, Oxz lần lượt tại các điểm M, N . Độ dài MN bằng

A. 3

B. $\sqrt{14}$ C. $3\sqrt{2}$

D. 4

Hướng dẫn giải:

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = -2 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(11; -2; 0)$$

$$\text{Tọa độ điểm } N \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow N(8; 0; -1)$$

$$\text{Độ dài } MN = \sqrt{(8-11)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{14}$$

Câu 47: Bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S = [a; b]$ thì $b - 2a$ bằng

A. 6

B. 10

C. 12

D. 16

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } 2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x} \Leftrightarrow 50.5^x + 20.2^x \leq 133.\sqrt{10^x} \text{ chia hai vế bất phương trình cho } 5^x \text{ ta được: } 50 + \frac{20.2^x}{5^x} \leq \frac{133.\sqrt{10^x}}{5^x} \Leftrightarrow 50 + 20.\left(\frac{2}{5}\right)^x \leq 133.\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x, (t \geq 0) \text{ phương trình (1) trở thành: } 20t^2 - 133t + 50 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq t \leq \frac{25}{4}$$

$$\text{Khi đó ta có: } \frac{2}{5} \leq \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x \leq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^2 \leq \left(\frac{2}{5}\right)^x \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2 \text{ nên } a = -4, b = 2$$

$$\text{Vậy } b - 2a = 10$$

Câu 48: Hàm số $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$ có tập xác định là

A. $(-8; -4) \cup (3; +\infty)$ B. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ C. $(-8; 3) \setminus \{-4\}$ D. $(-4; 3)$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Tập xác định của hàm số } y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2) \text{ là: } \begin{cases} x^2 - 16 \neq 0 \\ 24 - 5x - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 4 \\ -8 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập xác định là: } D = (-8; 3) \setminus \{-4\}.$$

Câu 49: Cho các số thực a, b, c thỏa $0 < a \neq 1$ và $b > 0, c > 0$. Khẳng định nào sau đây không đúng?

$$\text{A. } \log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$$

$$\text{B. } a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b.$$

$$\text{C. } a^{f(x)} b^{g(x)} = c \Leftrightarrow f(x) + g(x) \log_a b = \log_a c$$

$$\text{D. } \log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$$

Hướng dẫn giải:

$\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$ chỉ đúng khi cơ số $a > 1$. Vậy với $0 < a \neq 1$ thì đẳng thức $\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$ sai.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai mặt phẳng $4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $2x - 2y + z + 1 = 0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó là

A. $V = \frac{27}{8}$

B. $V = \frac{81\sqrt{3}}{8}$

C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

D. $V = \frac{64}{27}$

Hướng dẫn giải:

Theo bài ra hai mặt phẳng $4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $2x - 2y + z + 1 = 0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Mà hai mặt phẳng $(P): 4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z + 1 = 0$ song song với nhau nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng sẽ bằng cạnh của hình lập phương.

Ta có $M(0; 0; -1) \in (Q)$ nên $d((Q), (P)) = d(M, (P)) = \left| \frac{-2-7}{\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 2^2}} \right| = \frac{3}{2}$

Vậy thể tích khối lập phương là: $V = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$.

----- HẾT -----