

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHÚ XUYỀN A

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút.

Họ, tên:.....Số báo danh:.....

Mã đề thi 186

- Câu 1.** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ đồng biến trên các khoảng
A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 2.** Cho khối nón có chiều cao bằng 8, độ dài đường sinh bằng 10. Khi đó thể tích khối nón là
A. 128π . B. 124π . C. 140π . D. 96π .
- Câu 3.** Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm bất kỳ thuộc hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là
A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 1. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 4.** Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ lần lượt là
A. $x=1$ và $y=1$. B. $x=-1$ và $y=1$. C. $y=1$ và $x=1$. D. $y=2$ và $x=1$.
- Câu 5.** Hình lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì thể tích của khối lăng trụ đó là
A. $\frac{1}{3}S.h$. B. $S.h$. C. $\frac{1}{2}S.h$. D. $\frac{1}{6}S.h$.
- Câu 6.** Phương trình các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ là.
A. $y=1$. B. $y=-1$. C. $x=1$. D. $y=1$ và $y=-1$.
- Câu 7.** Số giá trị của tham số m để ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m-4)x^2 + 1 - m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông là
A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.
- Câu 8.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$. Phương trình các đường tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của nó với trục hoành là.
A. $y=0$ và $y=x-1$. B. $y=x+1$ và $y=x+4$.
C. $y=0$ và $y=4x+4$. D. $y=x-1$ và $y=x+1$.
- Câu 10.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ với $x > 0$ là.
A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

- Câu 11.** Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A trên mặt biển cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở cách B 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo đò đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h . Vị trí của điểm M cách B một khoảng bằng bao nhiêu để người đó đi đến kho C ít tốn thời gian nhất.
- A. 0 km . B. 7 km . C. $2\sqrt{5}\text{ km}$. D. $5\sqrt{2}\text{ km}$.
- Câu 12.** Một người đem gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 1% một tháng. Biết rằng cứ sau mỗi quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền bao gồm cả vốn lẫn lãi gấp ba lần số tiền ban đầu
- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.
- Câu 13.** Nếu $\log 4 = a$ thì $\log 4000$ bằng
- A. $3 + a$. B. $4 + a$. C. $3 + 2a$. D. $4 + 2a$.
- Câu 14.** Cho $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$. Tính $\log_{12} 35$
- A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\frac{3b+2ac}{c+2}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\frac{3b+3ac}{c+1}$.
- Câu 15.** Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{2-2x} = \left(\frac{8}{27}\right)^{x-2}$ là
- A. $\left\{\frac{8}{5}\right\}$. B. $\left\{\frac{8}{3}\right\}$. C. $\{4\}$. D. $\{2\}$.
- Câu 16.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$ là
- A. 6. B. 3. C. 5. D. -4.
- Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$, $SB = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Thể tích của $S.ABC$ là
- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2}{3}a^3\sqrt{3}$. C. $3a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{3}a^3\sqrt{3}$.
- Câu 18.** Tập nghiệm của bất phương trình $(2^x - 4)(x^2 - 2x - 3) < 0$ là
- A. $(-\infty; -1) \cup (2; 3)$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$. C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; 3)$.
- Câu 19.** Với giá trị nào của m để bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ có nghiệm đúng với mọi số thực x ?
- A. $m \neq 2$. B. $m \in \emptyset$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $m \in (-5 - 2\sqrt{3}; -5 + 2\sqrt{3})$.
- Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, ΔABC vuông cân, $AB = BC = a$, B' là trung điểm của SB , C' là chân đường cao hạ từ A của ΔSAC . Thể tích của $S.AB'C'$ là
- A. $\frac{a^3}{9}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3}{27}$.
- Câu 21.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(2^x - 1) = -2$ bằng
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 22.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$ là
- A. $\frac{7}{125}$. B. 630. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{1}{125}$.
- Câu 23.** Giá trị thực của a để hàm số $y = \log_{2a+3} x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- A. $a > 1$. B. $a > -1$. C. $0 < a < 1$. D. $0 < a \neq 1$.
- Câu 24.** Cho hàm số $y = f(x) = x \cdot e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?
- A. Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $\left(1; \frac{1}{e}\right)$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- Câu 25.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Hãy chọn đáp án đúng ?
- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên với $x \neq 1$.
- Câu 26.** Khối trụ tròn xoay có bán kính đáy là r và chiều cao h thì có thể tích là
- A. $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ B. $\pi r^2 h$ C. $2 \pi r h$ D. $\frac{1}{3} \pi r^3 h$
- Câu 27.** Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác ABC có diện tích bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 4$. Thể tích của khối chóp là
- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 8 D. $\frac{1}{2}$
- Câu 28.** Cho hàm số: $y = x^3 + x^2 + mx + 1$. Tất cả các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
- A. $m > \frac{1}{3}$ B. $m \geq \frac{1}{3}$ C. $m \leq \frac{1}{3}$ D. $m < \frac{1}{3}$
- Câu 29.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $A'A = b$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là
- A. $\frac{a^2 b \sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3 b \sqrt{3}}{3}$ C. $a^2 b \sqrt{3}$ D. $a^3 b \sqrt{3}$
- Câu 30.** Khối nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông là $2a$ thì có thể tích là
- A. $\frac{4 \pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2 \pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ D. $2 \pi a^3 \sqrt{2}$
- Câu 31.** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ điểm cực đại của hàm số là
- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = -1$ hoặc $x = 1$.
- Câu 32.** Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, thể tích khối trụ bằng 90π . Diện tích xung quanh của hình trụ đó là
- A. 36π . B. 60π . C. 81π . D. 78π .
- Câu 33.** Hình trụ có bán kính bằng a . Gọi AB, CD là hai đường kính của hai đáy sao cho $AB \perp CD$. Thể tích khối trụ đó bằng bao nhiêu khi $ABCD$ là tứ diện đều.

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\pi a^3\sqrt{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại C , $BC = a$, $AC = b$. Khi quay tam giác ABC quanh AC . Thể tích khối tròn xoay tạo thành là

- A. $\frac{1}{3}\pi a^2b$. B. πa^2b . C. $\frac{1}{3}\pi a^3b$. D. πa^3b .

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a$, I thuộc cạnh SB sao cho $SI = \frac{1}{3}SB$. Thể tích của khối chóp $S.ACI$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là

- A. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. B. $(-4; 1)$. C. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. D. $(1; 2)$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(-1; 2; 0)$, $B(-2; 1; 1)$ và có tâm nằm trên trục Oz , có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - z - 5 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - y - 5 = 0$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $\triangle ABC$ vuông cân, $AB = BC = a$. Thể tích $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{3}\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm O của $\triangle ABC$ đến $(A'BC)$ là $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u} = (x; 0; 1)$, $\vec{v} = (\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0)$. Tìm x để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° ?

- A. $x = -1$. B. $x = \pm 1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$, $SA \perp (ABCD)$

$(\widehat{SB, (ABCD)}) = 60^\circ$, M thuộc SA sao cho $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $(BCM) \cap SD = N$. Thể tích của khối chóp $S.BCMN$ là

- A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 43.** Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$, các giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị nằm về 2 phía của trục tung là
- A. $m > 0$. B. $m \geq \frac{1}{3}$. C. $m \leq \frac{1}{3}$. D. $m < 0$.
- Câu 44.** Cho hình chóp $S.ABC$, $SA = 3a$, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC có $AB = BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là
- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{3}{2}a$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.
- Câu 45.** Cho hình trụ có diện tích toàn phần 6π . Kích thước của khối trụ bằng bao nhiêu để thể tích của nó đạt giá trị lớn nhất?
- A. $r = 1, h = 2$. B. $r = 2, h = 1$. C. $r = 1, h = 1$. D. $r = 2, h = 2$.
- Câu 46.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2 + e^{3x})^2$ là
- A. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$. B. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$.
C. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C$. D. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C$.
- Câu 47.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là
- A. $\frac{1}{2}(x^2\sqrt{1+x^2}) + C$. B. $\frac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2})^3 + C$.
C. $\frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C$. D. $\frac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2}) + C$.
- Câu 48.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x^2 + 3x + 1}$ là
- A. $\ln \left| \frac{2x+1}{x+1} \right| + C$. B. $\ln \left| \frac{x+1}{2x+1} \right| + C$. C. $\ln \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| + C$. D. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{2x+1}{x+1} \right| + C$.
- Câu 49.** Hàm số $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x + C$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây
- A. $\frac{1}{2}\sin 2x$ B. $\cos^2 2x$ C. $\frac{1}{2}\cos 2x$ D. $\sin^2 2x$
- Câu 50.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{-3\sin 3x + 2\cos 3x}{5\sin 3x - \cos 3x}$ là
- A. $-\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$ B. $-\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$
C. $\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$ D. $\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	A	B	D	B	C	C	A	C	C	A	A	A	B	A	A	C	C	B	D	B	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	B	A	A	B	B	C	A	D	C	C	A	B	A	D	A	D	B	A	A	C	A	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ đồng biến trên các khoảng

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vì hàm số đã cho là hàm bậc ba có $a = -1 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(0, 2)$.

Câu 2. Cho khối nón có chiều cao bằng 8, độ dài đường sinh bằng 10. Khi đó thể tích khối nón là

- A. 128π . B. 124π . C. 140π . D. 96π .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Bán kính đường tròn đáy là $R = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 36 \cdot 8 = 96\pi.$$

Câu 3. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm bất kỳ thuộc hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là

- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 1. D. $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $y = 2 + \frac{1}{x-1}$ và tiệm cận đứng là $x = 1$. Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ lần lượt là hai điểm

thuộc hai nhánh của đồ thị thỏa $x_1 < 1 < x_2$. Đặt $\begin{cases} a = 1 - x_1 \\ b = x_2 - 1 \end{cases}, (a > 0, b > 0)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_1 = 1 - a \Rightarrow y_1 = 2 - \frac{1}{a} \\ x_2 = b + 1 \Rightarrow y_2 = 2 + \frac{1}{b} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (a + b)^2 + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)^2 = (a + b)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{ab}\right)^2\right] \geq 4ab \cdot \frac{2}{ab} = 8$$

$$\text{Suy ra } AB_{\min} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 4. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ lần lượt là

- A. $x = 1$ và $y = 1$. B. $x = -1$ và $y = 1$. C. $y = 1$ và $x = 1$. D. $y = 2$ và $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5. Hình lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì thể tích của khối lăng trụ đó là

- A. $\frac{1}{3}S.h$. B. $S.h$. C. $\frac{1}{2}S.h$. D. $\frac{1}{6}S.h$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Công thức thể tích khối lăng trụ.

Câu 6. Phương trình các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ là.

- A. $y = 1$. B. $y = -1$. C. $x = 1$. D. $y = 1$ và $y = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x}} = -1.$$

Do đó $y = -1$ là một đường tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x}} = 1.$$

Do đó: $y = 1$ là một đường tiệm cận ngang.

Câu 7. Số giá trị của tham số m để ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m-4)x^2 + 1-m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1: Ta có $y' = 4x^3 + 2(6m-4)x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 2(6m-4)x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + 3m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 - 3m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $2 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$.

Tọa độ điểm cực trị là $A(0; 1-m)$, $B(\sqrt{2-3m}; -9m^2 + 11m - 3)$, $C(-\sqrt{2-3m}; -9m^2 + 11m - 3)$.

$$\overline{AB} = (\sqrt{2-3m}; -9m^2 + 11m - 4); \overline{AC} = (-\sqrt{2-3m}; -9m^2 + 11m - 4)$$

Vì tam giác ABC luôn cân tại A nên $\triangle ABC$ vuông cân tại A khi và chỉ khi

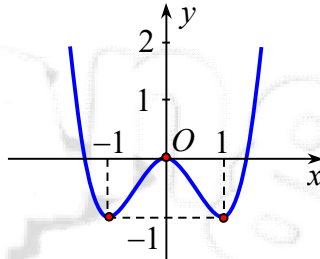
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (3m-2) + (3m-2)^4 = 0 \Leftrightarrow 3m-2 = -1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3} (n).$$

Cách 2: (Dùng công thức nhanh)

Đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m-4)x^2 + 1 - m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông $\Leftrightarrow b^3 + 8a = 0$

$$\Leftrightarrow (6m-4)^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}.$$

Câu 8. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây:



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3.$

B. $y = -x^4 + 2x^2.$

C. $y = x^4 - 2x^2.$

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Nhận thấy đây là đồ thị hàm bậc bốn có hệ số $a > 0$ nên loại đáp án A và B.

Hàm số đạt cực đại tại $O(0;0)$ nên đi qua điểm $O(0;0)$. Vậy chọn đáp án C.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$. Phương trình các đường tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của nó với trục hoành là.

A. $y = 0$ và $y = x - 1.$

B. $y = x + 1$ và $y = x + 4.$

C. $y = 0$ và $y = 4x + 4.$

D. $y = x - 1$ và $y = x + 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 2x - 1.$

Phương trình hoành độ giao điểm với trục hoành là

$$x^3 - x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow y'(-1) = 4 \Rightarrow y = 4(x + 1)$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow y'(1) = 0 \Rightarrow y = 0.$

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ với $x > 0$ là.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$	
y'		-	0	+
y		$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy $\min_{(0;+\infty)} y = y(1) = 3$.

Cách 2: (Áp dụng BĐT Cauchy)

$$y = x^2 + \frac{2}{x} = x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x^2 = \frac{1}{x} = \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy $\min_{(0;+\infty)} y = y(1) = 3$.

Câu 11. Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A trên mặt biển cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở cách B 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo đò đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h . Vị trí của điểm M cách B một khoảng bằng bao nhiêu để người đó đi đến kho C ít tốn thời gian nhất.

A. 0 km.

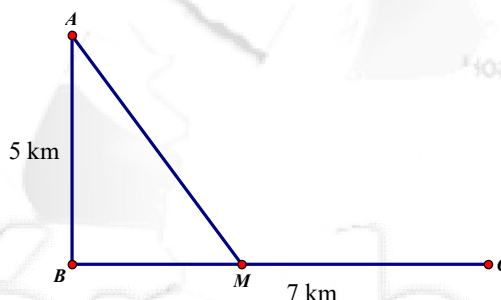
B. 7 km.

C. $2\sqrt{5}$ km.

D. $5\sqrt{2}$ km.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $BM = x$, ta có $AM = \sqrt{x^2 + 25}$, $BC = 7 - x$

Thời gian để người canh hải đăng đi từ A đến C là $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$, $(0 \leq x \leq 7)$

$$f'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6} = \frac{3x - 2\sqrt{x^2 + 25}}{12\sqrt{x^2 + 25}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2\sqrt{x^2 + 25} = 0 \Leftrightarrow 9x^2 = 4(x^2 + 25) \Leftrightarrow 5x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$$

$$f(0) = \frac{29}{12}; f(2\sqrt{5}) = \frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}; f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}$$

$$\text{Do đó } \min_{x \in [0;7]} f(x) = f(2\sqrt{5}) = \frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}$$

Vậy $BM = 2\sqrt{5} \text{ (km)}$.

- Câu 12.** Một người đem gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 1% một tháng. Biết rằng cứ sau mỗi quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền bao gồm cả vốn lẫn lãi gấp ba lần số tiền ban đầu
- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi a là số tiền người đó gửi ban đầu

Số tiền nhận được cả gốc lẫn lãi sau N năm là $T = a(1 + 0,03)^{\frac{N}{4}}$

$$\frac{T}{a} = 3 \Leftrightarrow (1 + 0,03)^{\frac{N}{4}} = 3 \Leftrightarrow 4N \cdot \ln 1,03 = \ln 3 \Rightarrow N = \frac{\ln 3}{4 \ln 1,03} \approx 9,29$$

- Câu 13.** Nếu $\log 4 = a$ thì $\log 4000$ bằng
- A. $3 + a$. B. $4 + a$. C. $3 + 2a$. D. $4 + 2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\log 4000 = \log(4 \cdot 10^3) = \log 4 + \log 10^3 = \log 4 + 3 = a + 3$.

- Câu 14.** Cho $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$. Tính $\log_{12} 35$
- A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\frac{3b+2ac}{c+2}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\frac{3b+3ac}{c+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $a = \log_{27} 5 = \log_3 5 = \frac{1}{3} \log_3 5, b = \log_8 7 = \log_2 7 = \frac{1}{3} \log_2 7$

$$\log_{12} 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 12} = \frac{\log_2 7 + \log_2 5}{\log_2 (3 \cdot 2^2)} = \frac{\log_2 7 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{\log_2 3 + \log_2 2^2} = \frac{3b + c \cdot 3a}{c + 2} = \frac{3b + 3ac}{c + 2}$$

Chú ý: Có thể bấm máy thử các đáp án.

- Câu 15.** Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{2-2x} = \left(\frac{8}{27}\right)^{x-2}$ là
- A. $\left\{\frac{8}{5}\right\}$. B. $\left\{\frac{8}{3}\right\}$. C. $\{4\}$. D. $\{2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2-2x} = \left(\frac{8}{27}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 2-2x = -3(x-2) \Leftrightarrow x = 4$$

- Câu 16.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$ là:
- A. 6. B. 3. C. 5. D. -4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{8}(2^x)^2 - \frac{3}{4}2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

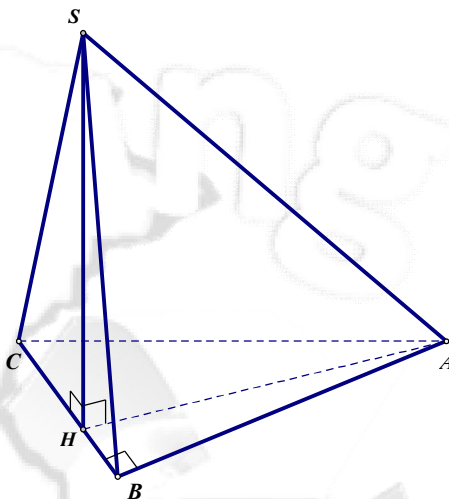
Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$, $SB = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Thể tích của $S.ABC$ là

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2}{3}a^3\sqrt{3}$. C. $3a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{3}a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Trong mặt phẳng (SBC) kẻ $SH \perp BC$ tại H . Do $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}SB.\sin \widehat{SBH}.\frac{1}{2}.BA.BC = \frac{1}{3}2a\sqrt{3}.\sin 30^\circ.\frac{1}{2}.3a.4a = 2a^3\sqrt{3}.$$

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $(2^x - 4)(x^2 - 2x - 3) < 0$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup (2; 3)$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$. C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } (2^x - 4)(x^2 - 2x - 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 4 > 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -1 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (2; 3)$.

Câu 19. Với giá trị nào của m để bất phương trình $9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0$ có nghiệm đúng với mọi số thực x ?

- A. $m \neq 2$. B. $m \in \emptyset$.
C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $m \in (-5 - 2\sqrt{3}; -5 + 2\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0$ (1). Đặt $3^x = t$, ($t > 0$) ta được bất phương trình:

$$t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0 \quad (2) \Leftrightarrow (t+1)(t-2m-3) > 0 \Leftrightarrow t > 2m+3 \text{ (vì } t > 0).$$

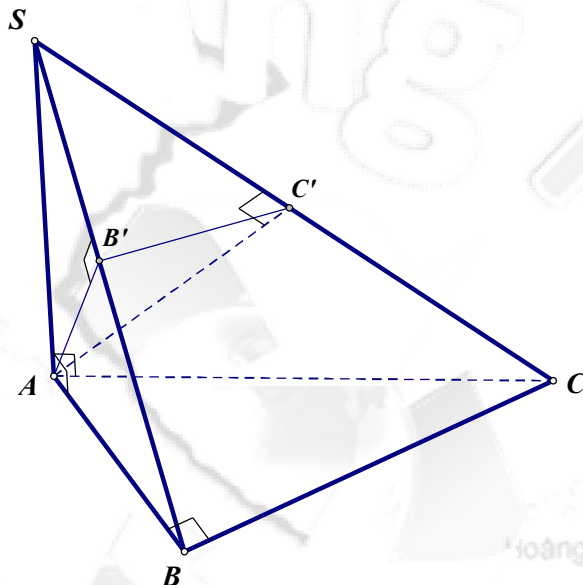
Để BPT (1) đúng với mọi x thì BPT (2) đúng với mọi $t > 0$. Vậy $2m+3 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, ΔABC vuông cân, $AB = BC = a$, B' là trung điểm của SB , C' là chân đường cao hạ từ A của ΔSAC . Thể tích của $S.AB'C'$ là

- A. $\frac{a^3}{9}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A và có AC' là đường cao nên

$$\frac{AS^2}{AC^2} = \frac{SC'}{CC'} \Rightarrow \frac{SC'}{CC'} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}. \text{ Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^3}{6}.$$

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AB'C'}} = \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = \frac{1}{6} \text{ suy ra } V_{S.AB'C'} = \frac{a^3}{36}.$$

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\log_2(2^x - 1) = -2$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_2(2^x - 1) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 1 > 0 \\ 2^x - 1 = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \log_2 \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{5}{4}.$$

Câu 22. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$ là:

- A. $\frac{7}{125}$. B. 630. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{1}{125}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

ĐK: $x > 0; x \neq 1$.

$$\text{Ta có } \log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{\log_5 x} + 1 \right) \cdot \frac{1}{4} \log_5^2 x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \log_5^2 x + \frac{3}{4} \log_5 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x_1 = 1 \\ \log_5 x_2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 5^{-4} \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}.$$

Câu 23. Giá trị thực của a để hàm số $y = \log_{2a+3} x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $a > 1$.

B. $a > -1$.

C. $0 < a < 1$.

D. $0 < a \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có hàm số $y = \log_{2a+3} x$ đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow 2a+3 > 1 \Leftrightarrow a > -1$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x) = x \cdot e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $\left(1; \frac{1}{e}\right)$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $y' = e^{-x}(1-x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	0

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Hãy chọn đáp án đúng:

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên với $x \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Do đó hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 26. Khối trụ tròn xoay có bán kính đáy là r và chiều cao h thì có thể tích là

A. $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

B. $\pi r^2 h$

C. $2 \pi r h$

D. $\frac{1}{3} \pi r^3 h$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Công thức: $V = S.h = \pi r^2 h$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác ABC có diện tích bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 4$. Thể tích của khối chóp là

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. 8. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Công thức $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 4 = \frac{8}{3}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$. Tất cả các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $m > \frac{1}{3}$ B. $m \geq \frac{1}{3}$ C. $m \leq \frac{1}{3}$ D. $m < \frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 + 2x + m$ có $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot m = 4 - 12m$

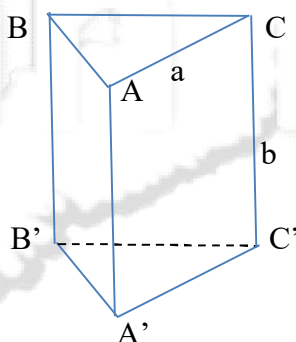
YCBT tương đương với $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = b$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^2 b \sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3 b \sqrt{3}}{3}$ C. $a^2 b \sqrt{3}$ D. $a^3 b \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 b \sqrt{3}}{4}.$$

Câu 30. Khối nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông là $2a$ thì có thể tích là

- A. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ D. $2\pi a^3 \sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do ΔSBC vuông cân tại S có $SA = 2a$ nên $AB = 2a\sqrt{2}$

Bán kính mặt đáy bằng chiều cao là $h = r = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 31. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ điểm cực đại của hàm số là

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = -1$ hoặc $x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$.

Do $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ a.b < 0 \end{cases}$ nên có thể chọn ngay điểm cực đại của hàm số là $x = 0$ (hoặc lập BBT).

Câu 32. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, thể tích khối trụ bằng 90π . Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

- A. 36π . B. 60π . C. 81π . D. 78π .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$V = B.h = 90\pi \Rightarrow \pi R^2 = \frac{90\pi}{10} \Leftrightarrow R = 3.$$

$$S_{xq} = C.h = 2\pi R.h = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\pi \text{ (đvdt)}.$$

Câu 33. Hình trụ có bán kính bằng a . Gọi AB , CD là hai đường kính của hai đáy sao cho $AB \perp CD$. Thể tích khối trụ đó bằng bao nhiêu khi $ABCD$ là tứ diện đều.

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3 \sqrt{2}$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\pi a^3 \sqrt{2}$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3 \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

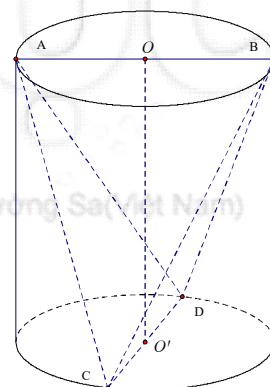
Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên chiều cao của hình trụ $h = OO'$

Ta có:

$$AO = a; AO' = \sqrt{AC^2 - O'C^2} = a\sqrt{3}. \text{ Suy ra:}$$

$$OO' = \sqrt{O'A^2 - AO^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 h = \pi a^2 \sqrt{2}.$$



Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại C , $BC = a$, $AC = b$. Khi quay tam giác ABC quanh AC . Thể tích khối tròn xoay tạo thành là

- A. $\frac{1}{3}\pi a^2 b$. B. $\pi a^2 b$. C. $\frac{1}{3}\pi a^3 b$. D. $\pi a^3 b$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

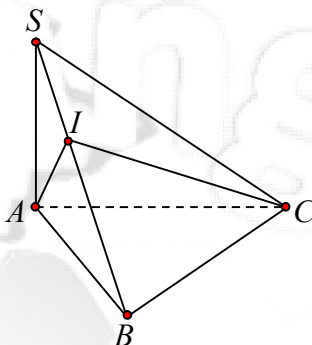
$$V = \frac{1}{3} AC.S_d = \frac{1}{3} AC.\pi BC^2 = \frac{1}{3} \pi a^2 b.$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a$, I thuộc cạnh SB sao cho $SI = \frac{1}{3}SB$. Thể tích của khối chóp $S.ACI$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có: $\frac{V_{S.ACI}}{V_{S.ABC}} = \frac{SI}{SB} = \frac{1}{3}$. Suy ra: $V_{S.ACI} = \frac{1}{3}V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^3}{9}$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là

- A. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. B. $(-4; 1)$. C. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. D. $(1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4) \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 4 > 0 \\ x^2 + x > -2x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x < -4 \vee x > 1 \end{cases}$$

Vậy $S = (-\infty; -4) \cup (1; 2)$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

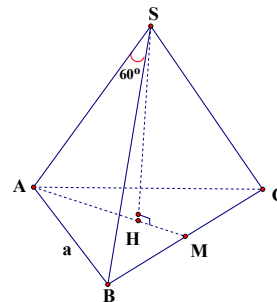
Ta có $\triangle SAB$ đều nên $SA = AB = a$

Gọi M là trung điểm của BC , H là trọng

tâm $\triangle ABC$ nên $AH = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Câu 38. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(-1;2;0)$, $B(-2;1;1)$ và có tâm nằm trên trục Oz , có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - z - 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 5 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - y - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi tâm $I(0;0;c) \in Oz$

Ta có phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - 2cz + d = 0$.

Do mặt cầu đi qua $A(-1;2;0)$, $B(-2;1;1)$ ta có hệ
$$\begin{cases} d = -5 \\ -2c + d = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ d = -5 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - z - 5 = 0$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $\triangle ABC$ vuông cân, $AB = BC = a$. Thể tích $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{3}$.

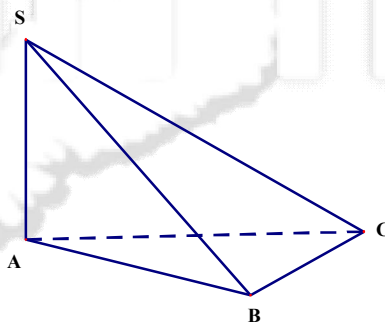
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{3}\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot a = \frac{a^3}{6}$.

Câu 40. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm O của $\triangle ABC$ đến $(A'BC)$ là $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

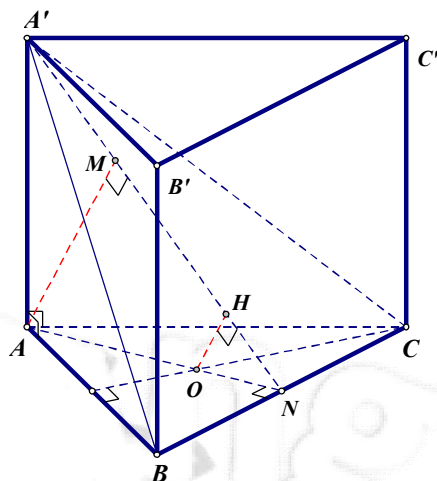
B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi O là tâm, N là trung điểm BC , M là hình chiếu của A lên $A'N$. Khi đó ta có $d(O, (A'BC)) = \frac{a}{6} \Rightarrow AM = \frac{a}{2}$.

Trong $\triangle AA'N$ vuông nên ta có $\frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AM^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{\frac{3}{8}}$

suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

- Câu 41.** Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u} = (x; 0; 1)$, $\vec{v} = (\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0)$. Tìm x để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° ?
- A.** $x = -1$. **B.** $x = \pm 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \cos 60^\circ = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{2 + 2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 1}} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = x \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 1 = 2x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$, $SA \perp (ABCD)$ $(\widehat{SB, (ABCD)}) = 60^\circ$, M thuộc SA sao cho $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $(BCM) \cap SD = N$. Thể tích của khối chóp $S.BCMN$ là
- A.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $(\widehat{SB, (ABCD)}) = 60^\circ$ suy ra: $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Do đó: $SA = a\sqrt{3}$; $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$.

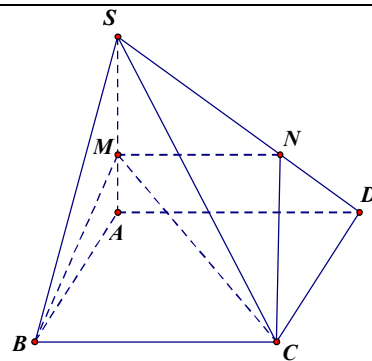
Ta có:

$$\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}; MN \parallel AD \text{ nên } \frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}.$$

Do đó:

$$V_{S.BCNM} = V_{S.BCM} + V_{S.CMN} = \frac{SM}{SA} \cdot V_{S.ABC} + \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot V_{S.CMN}$$

$$\text{Vậy: } V_{S.BCNM} = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) \frac{a^3 \sqrt{3}}{2} = \frac{5a^3 \sqrt{3}}{9}.$$



Câu 43. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$, các giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị nằm về 2 phía của trục tung là

- A. $m > 0$. B. $m \geq \frac{1}{3}$. C. $m \leq \frac{1}{3}$. D. $m < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$y' = 3x^2 + 2x + m$. Hàm số có hai điểm cực trị nằm về 2 phía của trục tung khi $y' = 0$ có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m < 0$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA = 3a$, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC có $AB = BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là

- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{3}{2}a$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$V_{S.ABCD} = a^3 \sqrt{3}$$

$$AC = 2a\sqrt{3}, SB = a\sqrt{13}, SC = a\sqrt{21}$$

$$S_{\Delta SBC} = \sqrt{p(p-SB)(p-SC)(p-BC)} = 2\sqrt{3}a^2$$

$$d(A; (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3}{2}a.$$

Câu 45. Cho hình trụ có diện tích toàn phần 6π . Kích thước của khối trụ bằng bao nhiêu để thể tích của nó đạt giá trị lớn nhất?

- A. $r = 1, h = 2$. B. $r = 2, h = 1$. C. $r = 1, h = 1$. D. $r = 2, h = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 6\pi \Leftrightarrow h = \frac{3-r^2}{r} \text{ với } r \in (0; 3)$$

$$V = \pi r^2 h = \pi(3r - r^3)$$

$$\text{Đặt } f(r) = 3r - r^3; f'(r) = 3 - 3r^2 = 0 \Leftrightarrow r = 1$$

$$\text{Suy ra: } \max f(r) = 2 \text{ khi } r = 1 \Rightarrow h = 2.$$

Câu 46. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2 + e^{3x})^2$ là:

- A. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$. B. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$.

C. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C.$

D. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C.$

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$\int f(x) dx = \int (2 + e^{3x})^2 dx = \int (4 + 4e^{3x} + e^{6x}) dx = 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$$

Câu 47. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là

A. $\frac{1}{2}(x^2\sqrt{1+x^2}) + C.$

B. $\frac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2})^3 + C.$

C. $\frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C.$

D. $\frac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2}) + C.$

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow tdt = xdx$

$$\int f(x) dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C$$

Câu 48. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x^2+3x+1}$ là

A. $\ln \left| \frac{2x+1}{x+1} \right| + C.$

B. $\ln \left| \frac{x+1}{2x+1} \right| + C.$

C. $\ln \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| + C.$

D. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{2x+1}{x+1} \right| + C.$

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{2x^2+3x+1} \right) dx = \int \left(\frac{-1}{x+1} + \frac{2}{2x+1} \right) dx = -\ln|x+1| + \ln|2x+1| + C = \ln \left| \frac{2x+1}{x+1} \right| + C.$$

Câu 49. Hàm số $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x + C$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây:

A. $\frac{1}{2}\sin 2x$

B. $\cos^2 2x$

C. $\frac{1}{2}\cos 2x$

D. $\sin^2 2x$

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

$$F'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4x = \sin^2 2x.$$

Câu 50. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{-3\sin 3x + 2\cos 3x}{5\sin 3x - \cos 3x}$ là

A. $-\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

B. $-\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

C. $\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

D. $\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$-3\sin 3x + 2\cos 3x = A(5\sin 3x - \cos 3x) + B(15\cos 3x + 3\sin 3x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5A + 3B = -3 \\ -A + 15B = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{-17}{26} \\ B = \frac{7}{78} \end{cases}$$

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{-17}{26} + \frac{7}{78} \frac{15\cos 3x + 3\sin 3x}{5\sin 3x - \cos 3x} \right) dx = -\frac{17}{26}x + \frac{7}{78} \ln |5\sin 3x - \cos 3x| + C.$$

