

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 150

- Câu 1:** Tìm m để phương trình: $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.
A. $m = -4$. **B.** $m = \pm 6$. **C.** $m = -6$. **D.** Không tồn tại m .
- Câu 2:** Cho số phức $u = 2(4 - 3i)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?
A. Môđun của u bằng 10.
B. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng $6i$.
C. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6 .
D. Số phức liên hợp của u là $\bar{u} = 8 + 6i$.
- Câu 3:** Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ
A. $64\pi \text{ cm}^3$. **B.** $8\pi \text{ cm}^3$. **C.** $32\pi \text{ cm}^3$. **D.** $16\pi \text{ cm}^3$.
- Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 5:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.
A. $m < -2$ hoặc $m > 1$. **B.** $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.
C. $m < -2$ hoặc $m = 1$. **D.** $m < -2$.
- Câu 6:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.
 Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.
A. 7. **B.** 5.
C. 3. **D.** 9.
- Câu 7:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.
A. $\int \sin 2x dx = -2 \cos 2x + C$. **B.** $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.
C. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$. **D.** $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
- Câu 8:** Tìm điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy ?
A. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. **D.** $\left(\frac{-2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$.
- Câu 9:** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?
- | | | | |
|------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| y' | - | | - |
| y | 1 | $+\infty$ | 1 |
- A.** $y = \frac{x+1}{x+2}$. **B.** $y = \frac{x+3}{2+x}$. **C.** $y = \frac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 10: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.
B. $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y$ với mọi $x > 0, y > 0$.
C. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.
D. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;-1;2)$. H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH) .

- A. $3x + 2y + 2z - 6 = 0$. B. $x - y - 2 = 0$.
C. $6x - 8y - z - 12 = 0$. D. $-7x + 5y - z + 14 = 0$.

Câu 13: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{27}$, $y = \frac{27}{x}$.

- A. $S = 234$. B. $S = 27 \ln 3$. C. $S = \frac{26}{3}$. D. $S = 27 \ln 3 - \frac{26}{3}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có đồ thị (C_m) . Tìm số thực m để đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{17}{2}$. C. $m = 1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$. D. $m = 4$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số luôn có cực trị.
B. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
D. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

Câu 16: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$, $|z_1| = |z_2| = 1$. Tính $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2$.

- A. $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = 0$. B. $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = 1$. C. $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = 2$. D. $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = -1$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

- A. $M(1;0;-4)$. B. $M(-1;0;4)$. C. $M(1;0;4)$. D. $M(-1;0;-4)$.

Câu 18: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của khối trụ.

- A. $12\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

Câu 19: Cho $\log_2 5 = a$ và $\log_3 5 = b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. B. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. C. $\log_6 5 = \frac{1}{ab}$. D. $\log_6 5 = \frac{a+b}{ab}$.

- Câu 20:** Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- A. $(1, +\infty)$. B. $[1, +\infty)$.
C. $(2, +\infty)$. D. $[2, +\infty)$.
- Câu 21:** Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.
- A. $3a-1$ B. $3a+1$ C. $a-1$ D. a^3-1
- Câu 22:** Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.
- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{13}{4}$ D. 3
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r .
- A. $r = \sqrt{2}$ B. $r = \sqrt{3}$ C. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$ D. $r = \sqrt{\frac{9}{2}}$
- Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; m)$, $\vec{b} = (2; m; -1)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.
- A. $m = 2$. B. $m = 1$.
C. $m = -2$. D. $m = -1$.
- Câu 25:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$
- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.
- Câu 26:** Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$.
- A. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$. B. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$.
C. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$. D. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.
- Câu 27:** Ta có tích phân $I = 4 \int_1^e x(1+\ln x)dx = a.e^2 + b$; với a, b là các số nguyên. Tính $M = ab + 4(a+b)$.
- A. $M = -5$. B. $M = -2$.
C. $M = 5$. D. $M = -6$.
- Câu 28:** Phương trình $\log_2(5-2^x) = 2-x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1x_2$.
- A. 2. B. 11. C. 3. D. 9.

- Câu 29:** Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là một nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$. Xét các mệnh đề sau:
- (I): $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.
- (II): $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ ($k \in \mathbb{R}$).
- (III): $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.
- Những mệnh đề nào là mệnh đề đúng ?
- A.** (I) và (II) **B.** (I), (II) và (III) **C.** (II) **D.** (I).
- Câu 30:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A.** $\frac{64\sqrt{2}}{81}$ **B.** $\frac{64\sqrt{2}}{27}$ **C.** $\frac{128\sqrt{2}}{81}$ **D.** $\frac{32\sqrt{2}}{9}$.
- Câu 31:** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$?
- A.** $y = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 2$.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B .
- A.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.
- Câu 33:** Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2\cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$.
- A.** $x^2 + \cos x + 2\sin x - 2$. **B.** $2 + \cos x + 2\sin x$.
C. $x^2 - \cos x + 2\sin x$. **D.** $x^2 - \cos x + 2\sin x + 2$.
- Câu 34:** Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông cân tại C và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABD) , tam giác ABD là tam giác đều và có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.
- A.** $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.
- Câu 35:** Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$, với $a > 1$, $b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 2$.
- Câu 36:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng
- $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (P) ?
- A.** $\vec{n} = (5; -6; 7)$. **B.** $\vec{n} = (-5; -6; 7)$. **C.** $\vec{n} = (-5; 6; -7)$. **D.** $\vec{n} = (-5; 6; 7)$.

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m-1)x^2 + (m^2 - m + 7)x + m - 5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

- A. $\begin{cases} m=3 \\ m=-2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m=-3 \\ m=2 \end{cases}$. C. $m=3$. D. $m=2$.

Câu 38: Cho m là số thực dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{3}{16}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m \in \left(3; \frac{7}{2}\right)$. B. $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $m \in \left(\frac{3}{2}; 3\right)$. D. $m \in \left(\frac{7}{2}; 5\right)$.

Câu 39: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.
 B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

Câu 40: Gọi M, N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x-14}{x+2}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Tìm hoành độ điểm I .

- A. $-\frac{7}{2}$. B. 7 . C. $\frac{7}{2}$. D. 3 .

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$.

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{53}$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

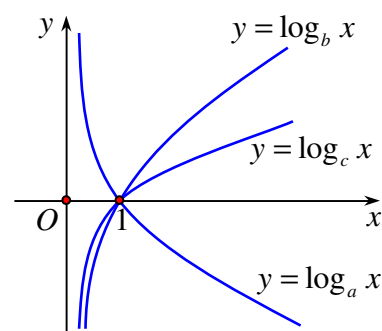
Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x=6+3t \\ y=8+4t \\ z=11+6t \end{cases} \text{ và } (d'): \begin{cases} x=7+4t' \\ y=10+6t' \\ z=6+t' \end{cases}$$

- A. Chéo nhau. B. Song song.
 C. Trùng nhau. D. Cắt nhau.

Câu 43: Cho ba số dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a < b < c$.
 B. $a < c < b$.
 C. $c < a < b$.
 D. $b < a < c$.



Câu 44: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$.

- A. -13. B. 9. C. 13. D. -9.

Câu 45: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

- A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. B. $2R\sqrt{3}$. C. $R\sqrt{2}$. D. R .

Câu 46: Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a , thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

- A. $4a$. B. $3a$. C. a . D. $2a$.

Câu 47: Hình đa diện đều 12 mặt thuộc loại $\{p, q\}$. Tính $p - q$.

- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 48: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m + n$.

- A. 2. B. 8. C. -6. D. 9.

Câu 49: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2}\cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$.

- A. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$. B. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$. C. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$. D. $1 - \frac{\pi}{4}$.

Câu 50: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \bar{z}_0$?

- A. $M(2; -1)$. B. $M(-2; -1)$. C. $M(2; 1)$. D. $M(-1; 2)$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	B	C	D	A	B	C	B	D	D	C	B	A	A	B	B	A	A	D	A	B	D	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	A	A	A	D	D	B	A	D	C	B	B	C	B	D	A	C	A	D	C	D	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1:** [2D2-3] Tìm m để phương trình: $\log_{\sqrt{3}} x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1
- A. $m = -4$. B. $m = \pm 6$. C. $m = -6$. D. Không tồn tại m .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x = t \Leftrightarrow x = \sqrt{3}^t$; $x < 1 \Rightarrow t < 0$

$$\log_{\sqrt{3}} x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0 (*) \Leftrightarrow t^2 - mt + 9 = 0 (**) \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 9}{t}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 9}{t}$; $f'(t) = \frac{t^2 - 9}{t^2}$

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	6	$+\infty$	

Vậy phương trình (*) có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 khi và chỉ khi phương trình (**) có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 0. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $m = -6$.

- Câu 2:** [2D4-1] Cho số phức $u = 2(4 - 3i)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?
- A. Môđun của u bằng 10.
 B. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng $6i$.
 C. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6 .
 D. Số phức liên hợp của u là $\bar{u} = 8 + 6i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$u = 8 - 6i \Rightarrow |u| = 10$. Vậy A, C, D đúng.

- Câu 3:** [2H2-3] Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ
- A. $64\pi \text{ cm}^3$. B. $8\pi \text{ cm}^3$. C. $32\pi \text{ cm}^3$. D. $16\pi \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giả sử hình chữ nhật có chiều dài a ($0 < a < 6$), chiều rộng b ($0 < b < 6$).

Ta có chiều cao hình trụ bằng a , bán kính hình trụ bằng $\frac{b}{2}$.

Theo giả thiết ta có $a + b = 6 \Rightarrow a = 6 - b$.

Ta có $V = B.h = \pi \frac{b^2}{4} (6 - b)$.

Đặt $f(b) = \frac{\pi}{4} (6b^2 - b^3) \Rightarrow f'(b) = \frac{\pi}{4} (12b - 3b^2) \Rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 4 \end{cases}$.

Lập bảng biến thiên ta thấy $f(b)$ đạt giá trị lớn nhất khi $b = 4 \Rightarrow a = 2$

Vậy $V = 8\pi \text{ cm}^3$

Câu 4: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = 0; x = 1$. Vậy hàm số có hai cực trị.

Câu 5: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

A. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$

C. $m < -2$ hoặc $m = 1$.

D. $m < -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \ln x$ vậy $x \in (e^2; +\infty) \Rightarrow t \in (2; +\infty)$.

Hàm số có dạng: $y_t = \frac{mt - 2}{t - m - 1}$.

Hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

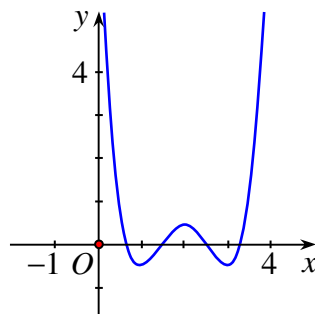
$\Leftrightarrow y_t = \frac{mt - 2}{t - m - 1}$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Ta có: $y_t' = \frac{-m^2 - m + 2}{(t - m - 1)^2}$.

$y_t = \frac{mt - 2}{t - m - 1}$ nghịch biến trên $(2; +\infty) \Leftrightarrow \frac{-m^2 - m + 2}{(t - m - 1)^2} < 0, \forall t \in (2; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m + 2 < 0 \\ m + 1 \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \Leftrightarrow m < -2. \\ m + 1 \leq 2 \end{cases}$$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.



A. 7.

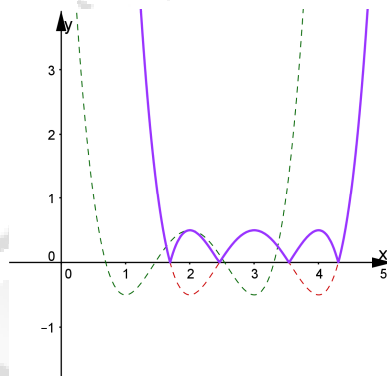
B. 5.

C. 3.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $f(x-1)$.

Đồ thị của hàm số $y = |f(x-1)|$ là gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $f(x-1)$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành của đồ thị hàm $f(x-1)$ qua trục Ox .

Suy ra: Đồ thị của hàm số $y = |f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 7: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

A. $\int \sin 2x dx = -2 \cos 2x + C$.

B. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

C. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$.

D. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 8: Tìm điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy ?

A. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$.

C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

D. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$. Suy ra điểm $M\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$ là điểm biểu diễn số phức z đã cho.

Câu 9: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

B. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Xét hàm số: $y = \frac{x+1}{x-2}$.

TCN: $y = 1$, TCD: $x = 2$.

$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$ nên hàm nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$.

Câu 10: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y$ với mọi $x > 0, y > 0$.

C. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.

D. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 11: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

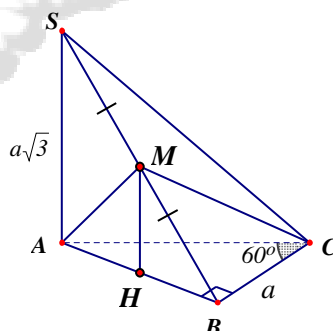
C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1 (Tính trực tiếp)



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow MH \parallel SA$ mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow MH \perp (ABC)$ và

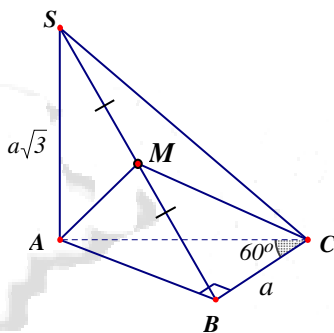
$$MH = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

ΔABC là nửa tam giác đều $AC = 2BC = 2a$ và $AB = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên diện tích

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Vậy thể tích $V_{MABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot MH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$.

Cách 2 (Áp dụng tỷ số thể tích tứ diện)



M trung điểm SB nên tỷ số thể tích tứ diện $\frac{V_{MABC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{MABC} = \frac{1}{2} V_{SABC}$

ΔABC là nửa tam giác đều $AC = 2BC = 2a$ và $AB = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên diện tích

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$. Vậy $V_{MABC} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 12: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;-1;2)$. H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH) .

A. $3x + 2y + 2z - 6 = 0$.

B. $x - y - 2 = 0$.

C. $6x - 8y - z - 12 = 0$.

D. $-7x + 5y - z + 14 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1 (PP giải tự luận)

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 2z - 6 = 0$

Gọi đường thẳng $\Delta: \begin{cases} \text{qua } D(1;-1;2) \\ \text{vuông góc}(ABC) \end{cases}$ suy ra $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

$H = \Delta \cap (ABC)$ giải hệ được $H\left(\frac{20}{17}; -\frac{15}{17}; \frac{36}{17}\right)$

Mặt phẳng (ADH) qua $A(2;0;0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\begin{cases} \overrightarrow{AD} = (-1; -1; 2) \\ \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{14}{17}; -\frac{15}{17}; \frac{36}{17}\right) \end{cases}$ nên

có vectơ pháp tuyến $[\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH}] = \left(-\frac{6}{17}; \frac{8}{17}; \frac{1}{17}\right)$ hay $\vec{n} = (-6; 8; 1)$

Vậy PT (ADH) : $-6x + 8y + z + 12 = 0 \Leftrightarrow 6x - 8y - z - 12 = 0$.

Cách 2 (PP trắc nghiệm – loại đáp án không hợp)

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 2z - 6 = 0$

Ta có (ADH) chứa đường thẳng AH với $AH \perp (ABC)$ nên $(ADH) \perp (ABC)$ nên các vectơ pháp tuyến chúng vuông góc nhau, tức là $\vec{n}_{ADH} \cdot \vec{n}_{ABC} = 0$.

Trong các đáp án chỉ có mặt phẳng thỏa là: $6x - 8y - z - 12 = 0$.

Cách khác: Chú ý rằng $mp(ADH)$ chính là mp chứa AD và vuông góc với (ABC) vì vậy không cần tìm điểm H .

Câu 13: [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{27}$, $y = \frac{27}{x}$.

A. $S = 234$.

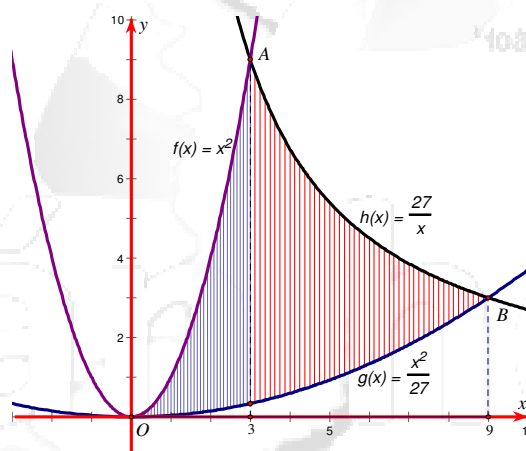
B. $S = 27 \ln 3$.

C. $S = \frac{26}{3}$.

D. $S = 27 \ln 3 - \frac{26}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Tìm giao điểm giữa các đồ thị:

$$O(0;0): \begin{cases} y = f(x) = x^2 \\ y = g(x) = \frac{x^2}{27} \end{cases}; B(9;0): \begin{cases} y = g(x) = \frac{x^2}{27} \\ y = h(x) = \frac{27}{x} \end{cases}, A(3;9): \begin{cases} y = h(x) = \frac{27}{x} \\ y = f(x) = x^2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy diện tích } S = \int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27}\right) dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27}\right) dx = \frac{26}{3} + \left(27 \ln 3 - \frac{26}{3}\right) = 27 \ln 3.$$

(Hoặc bấm máy tính để tính tích phân – hiệu với từng đáp án để chọn kết quả bằng 0)

$$\int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27}\right) dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27}\right) dx = \frac{26}{3} + \left(27 \ln 3 - \frac{26}{3}\right) = 27 \ln 3$$

Câu 14: Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m+5$ có đồ thị (C_m) . Tìm số thực m để đồ thị (C_m) có ba

điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{17}{2}$. C. $m = 1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$. D. $m = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

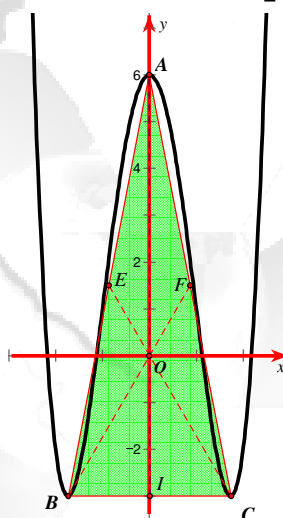
$$D = \mathbb{R}; y' = 4x^3 + 4(m-4)x = 4x(x^2 + m-4).$$

Điều kiện để có 3 cực trị: $m < 4$.

Khi đó tọa độ các cực trị của hàm trùng phương là $B(-\sqrt{4-m}; -m^2 + 9m - 11)$, $A(0; m+5)$,

$$C(\sqrt{4-m}; -m^2 + 9m - 11) \text{ suy ra tọa độ của } \triangle ABC \text{ là } G\left(0; \frac{-2m^2 + 19m - 17}{3}\right)$$

Toạ độ G trùng với gốc O khi $-2m^2 + 19m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{17}{2} \text{ (loại)} \\ m = 1 \text{ (nhận)} \end{cases}$. Vậy $m = 1$.



Câu 15: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số luôn có cực trị.
B. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
D. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mệnh đề sai là “Hàm số luôn có cực trị”. Vì hàm bậc ba có thể không có cực trị nào (trường hợp y' có $\Delta < 0$ hay $\Delta \leq 0$). Ba mệnh đề còn lại đều đúng.

Câu 16: [2D4-3] Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$, $|z_1| = |z_2| = 1$. Tính $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$.

- A. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 0$. B. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 1$. C. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 2$. D. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3})^2 = 1^2 + 1^2 + z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 \Leftrightarrow z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 1.$$

- Câu 17:** [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.
- A. $M(1;0;-4)$. B. $M(-1;0;4)$. C. $M(1;0;4)$. D. $M(-1;0;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$M \in d \Rightarrow M(1-t; -2+t; 2t)$$

$$MA^2 = t^2 + (6-t)^2 + (2-2t)^2 = 6t^2 - 20t + 40$$

$$MB^2 = (t-2)^2 + (4-t)^2 + (4-2t)^2 = 6t^2 - 28t + 36$$

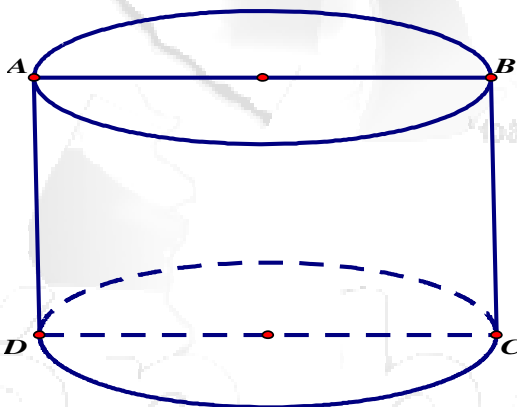
$$\text{Theo bài ra: } MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 76 = 28 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Vậy $M(-1;0;4)$.

- Câu 18:** [2H2-2] Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của khối trụ.
- A. $12\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



$$\text{Vì } AB = 4a \Rightarrow \text{diện tích đáy } S = \pi(2a)^2$$

$$\text{Vậy thể tích khối trụ } V = 3a \cdot 4a^2 \pi = 12\pi a^3.$$

- Câu 19:** [2D2-2] Cho $\log_2 5 = a$ và $\log_3 5 = b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. B. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. C. $\log_6 5 = \frac{1}{ab}$. D. $\log_6 5 = \frac{a+b}{ab}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$$

- Câu 20:** [2D1-2] Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. $(1, +\infty)$.

B. $[1, +\infty)$.

C. $(2, +\infty)$.

D. $[2, +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có: $y' = \frac{-m+1}{(x-m)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ thì $\begin{cases} -m+1 < 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 21: [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.

A. $3a-1$

B. $3a+1$

C. $a-1$

D. a^3-1

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$4^{x+1} = 64^a \Leftrightarrow 4^{x+1} = 4^{3a} \Leftrightarrow x+1 = 3a \Leftrightarrow x = 3a-1$$

Câu 22: [2D4-4] Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|.$$

A. $\frac{15}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{13}{4}$

D. 3

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$

Ta có: $z + \bar{z} = 2a$; $z \cdot \bar{z} = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$

$$\text{Khi đó } P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}| = \left| z \left(z^2 + 3 + \frac{\bar{z}}{z} \right) \right| - |z + \bar{z}|$$

$$P = |z| \cdot \left| z^2 + 3 + \frac{\bar{z}^2}{|z|^2} \right| - |z + \bar{z}| = |z^2 + 2z\bar{z} + \bar{z}^2 + 1| - |z + \bar{z}|$$

$$P = |(z + \bar{z})^2 + 1| - |z + \bar{z}| = |4a^2 + 1| - 2|a| = 4a^2 + 1 - 2|a| = \left(2|a| - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{3}{4}$$

Câu 23: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r .

A. $r = \sqrt{2}$

B. $r = \sqrt{3}$

C. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$

D. $r = \sqrt{\frac{9}{2}}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I(a; 0; 0)$ là tâm mặt cầu

➤ Vì (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên

$$\text{Bán kính mặt cầu } R^2 = 2^2 + d^2(I, (P)) \Leftrightarrow R^2 = 4 + \frac{(a+1)^2}{6} \quad (1)$$

➤ Vì (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r nên

$$\text{Bán kính mặt cầu } R^2 = r^2 + d^2(I, (Q)) \Leftrightarrow R^2 = r^2 + \frac{(2a-1)^2}{6} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } 4 + \frac{(a+1)^2}{6} = r^2 + \frac{(2a-1)^2}{6} \Leftrightarrow a^2 - 2a + 2r^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 9 - 2r^2$$

$$\text{Khi đó để có một mặt cầu } (S) \text{ thỏa yêu cầu bài toán thì } 9 - 2r^2 = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

Câu 24: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; m)$, $\vec{b} = (2; m; -1)$.

Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 6 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 25: [2D2-2] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

- A. $(-2; +\infty)$ B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-2; 2)$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Câu 26: [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$.

- A. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$. B. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$. C. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$. D. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

Câu 27: [2D3-3] Ta có tích phân $I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = a.e^2 + b$; với a, b là các số nguyên. Tính

$$M = ab + 4(a + b).$$

- A. $M = -5$. B. $M = -2$. C. $M = 5$. D. $M = -6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = 2 \int_1^e (1 + \ln x) d(x^2)$$

$$= 2 \left[(1 + \ln x) x^2 \Big|_1^e - \int_1^e x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \right] = 2 \left(2e^2 - 1 - \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2} \right) = 3e^2 - 1$$

Nên $a = 3, b = -1$ nên $M = 5$.

Câu 28: [2D2-3] Phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 x_2$.

A. 2.

B. 11.

C. 3.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x \Leftrightarrow 5 - 2^x = 2^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ nên $P = 2$.

Câu 29: [2D1-1] Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có $F(x), G(x)$ lần lượt là một nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

(I): $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.

(II): $k \cdot F(x)$ là một nguyên hàm của $k f(x) (k \in \mathbb{R})$.

(III): $F(x) \cdot G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot g(x)$.

Những mệnh đề nào là mệnh đề đúng ?

A. (I) và (II)

B. (I), (II) và (III)

C. (II)

D. (I).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 30: [2H2-4] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$

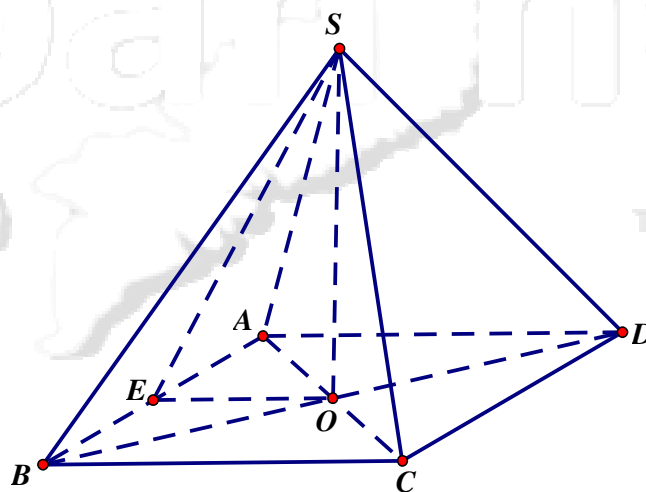
B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$

C. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$

D. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Đặt $AB = a$

Gọi O là tâm $ABCD$, E là trung điểm AB . Khi đó $(SAB, ABCD) = \angle SEO = 45^\circ$

$$\text{Suy ra } SO = OE = \frac{a}{2} \text{ và } SA = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mà } R_{S.ABCD} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{\frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2}} = \frac{3a}{4} = \sqrt{2} \Rightarrow a = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{32}{9} = \frac{64\sqrt{2}}{81}.$$

Câu 31: [2D1-2] Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$?

A. $y = -2$.

B. $x = -1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - 2}{1 + \frac{1}{x}} = -2, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 2}{1 + \frac{1}{x}} = -2.$$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -2$.

Câu 32: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B .

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng d do M cách đều A và B nên M thuộc mặt phẳng trung trực của AB . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Ta có mặt phẳng trung trực (Q) của AB đi qua $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ và có vector pháp tuyến

$\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 0)$ nên phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) là

$$-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - 1\left(y - \frac{5}{2}\right) + 0(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0$$

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q) .

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow C(0; 7; 0) \in d.$$

$$\text{Cho } x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow D(1;4;2) \in d$$

Đường thẳng đi qua $C(0;7;0)$ và nhận vector $\overrightarrow{CD}=(1;-3;2)$ làm vector chỉ phương nên

$$\text{phương trình tham số đường thẳng là } \begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$$

Câu 33: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x+2\cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=1$.

A. $x^2+\cos x+2\sin x-2$.

B. $2+\cos x+2\sin x$.

C. $x^2-\cos x+2\sin x$.

D. $x^2-\cos x+2\sin x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int f(x)dx = \int (2x+\sin x+2\cos x)dx = x^2-\cos x+2\sin x+C = F(x).$$

$$\text{Mà } F(0)=1 \Leftrightarrow 0^2-\cos 0+2\sin 0+C=1 \Leftrightarrow C=2.$$

$$\text{Vậy } F(x)=x^2-\cos x+2\sin x+2.$$

Câu 34: [2H1-2] Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông cân tại C và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABD) , tam giác ABD là tam giác đều và có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $a^3\sqrt{2}$.

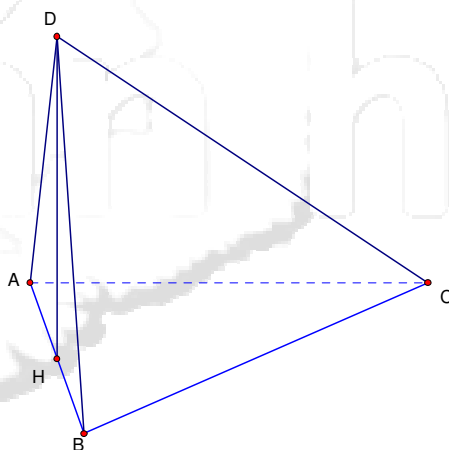
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi H là trung điểm của AB .

Ta có $DH \perp (ABC)$ và $DH=a\sqrt{3}$.

$\triangle ABC$ vuông cân tại C nên $2CA^2=AB^2 \Leftrightarrow AC=BC=a\sqrt{2}$.

$$\text{Do đó } V_{ABCD} = \frac{1}{3}DH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 35: [2D2-3] Cho $m=\log_a(\sqrt[3]{ab})$, với $a>1$, $b>1$ và $P=\log_a^2 b+16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt

giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 1$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 4$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Tự luận

Ta có $m = \log_a (\sqrt[3]{ab}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \Rightarrow \log_a b = 3m - 1; \log_b a = \frac{1}{3m - 1}$.

Do đó $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1}$.

Xét hàm số $f(m) = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1} \Rightarrow f'(m) = 18m - 6 - \frac{48}{(3m - 1)^2}$.

$f'(m) = 0 \Leftrightarrow 3m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$+\infty$	12	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 12 tại $m = 1$.

Cách 2: Trắc nghiệm

Ta có $m = \log_a (\sqrt[3]{ab}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \Rightarrow \log_a b = 3m - 1; \log_b a = \frac{1}{3m - 1}$.

Do đó $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1}$.

Thay các đáp án, nhận được đáp án A thỏa mãn yêu cầu $P = 12, m = 1$.

Câu 36: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$.

B. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$.

C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$.

D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì (P) song song với hai đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ nên $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = (-5; 6; 7)$.

Câu 37: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 - (2m-1)x^2 + (m^2-m+7)x + m-5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Có $y' = x^2 - 2(2m-1)x + m^2 - m + 7$.

Để hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (2m-1)^2 - (m^2 - m + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$$

Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ 2 cực trị của hàm số. Điều kiện $x_1 > 0, x_2 > 0$.

Theo Viet, ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2(2m-1) \\ P = x_1 \cdot x_2 = m^2 - m + 7 \end{cases}$

Để hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 74 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 74$$

$$\Leftrightarrow 4(2m-1)^2 - 2(m^2 - m + 7) = 74 \Leftrightarrow 14m^2 - 14m - 84 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$$

Do $x_1 > 0$ và $x_2 > 0$ nên $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow 2(2m-1) > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện ta có $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 38: [2D3-3] Cho m là số thực dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{3}{16}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m \in \left(3; \frac{7}{2}\right)$.

B. $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

C. $m \in \left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

D. $m \in \left(\frac{7}{2}; 5\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $I = \int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{1}{2} \int_0^m \frac{d(1+x^2)}{(1+x^2)^3} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1+x^2)^2} \Big|_0^m = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1+m^2)^2} + \frac{1}{4}$.

Mà $I = \frac{3}{16} \Rightarrow -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1+m^2)^2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow (1+m^2)^2 = 4 \Leftrightarrow 1+m^2 = 2 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Do m là số thực dương nên $m = 1$.

Câu 39: [2H1-2] Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.

B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

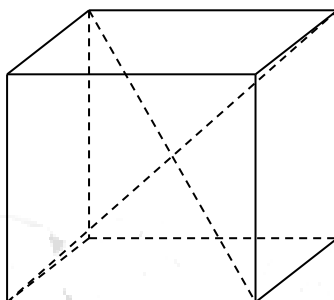
D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là giao của 2 đường chéo hình lập phương, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương bằng nửa đường chéo hình lập phương. Do đó

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Câu 40: [2D1-3] Gọi M, N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x-14}{x+2}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Tìm hoành độ điểm I .

A. $-\frac{7}{2}$.

B. 7.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x - 2 = \frac{7x-14}{x+2} \Rightarrow x^2 - 4 = 7x - 14 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow M(2; 0); N(5; 3).$$

Do I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên ta có $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$.

Câu 41: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{53}$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $R = IA = \sqrt{53}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{53}$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Câu 42: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 8 + 4t \\ z = 11 + 6t \end{cases} \text{ và } (d'): \begin{cases} x = 7 + 4t' \\ y = 10 + 6t' \\ z = 6 + t' \end{cases}.$$

A. Chéo nhau.

B. Song song.

C. Trùng nhau.

D. Cắt nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có

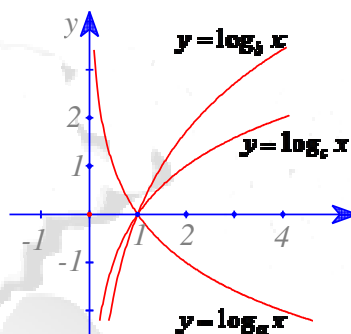
(d) đi qua $M(6; 8; 11)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; 4; 6)$.

(d') đi qua $N(7; 10; 6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = (4; 6; 1)$.

Khi đó $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (-32; 21; 2) \neq \vec{0}$ và $\vec{MN} = (1; 2; -5)$.

Do đó $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \vec{MN} = -32 + 42 - 10 = 0$. Vậy (d) và (d') cắt nhau.

Câu 43: [2D2-1] Cho ba số dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < b < c$.

B. $a < c < b$.

C. $c < a < b$.

D. $b < a < c$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$, hàm số $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ đồng biến nên $b > 1, c > 1$.

Cách 1. Với $x > 1$, ta có $\log_b x > \log_c x$ nên $b < c$. Vậy $a < b < c$.

Cách 2. Xét giao điểm của đường thẳng $y = 1$ và đồ thị $y = \log_b x; y = \log_c x$. Dễ thấy từ đó suy ra $b < c$.

Câu 44: [2D4-2] Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$.

A. -13.

B. 9.

C. 13.

D. -9.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i) \Leftrightarrow z + 2\bar{z} = -9 - 13i$.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $(a + bi) + 2(a - bi) = -9 - 13i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -9 \\ -b = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 13 \end{cases}$.

Câu 45: [2H2-4] Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

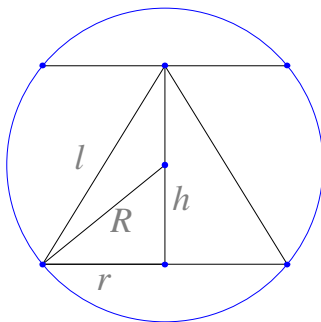
B. $2R\sqrt{3}$.

C. $R\sqrt{2}$.

D. R.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + \frac{3h^2}{4}}$.

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}} \sqrt{R^2 + \frac{3h^2}{4}} = \pi \sqrt{-\frac{3}{16}h^4 + \frac{R^2}{2}h^2 + R^4}.$$

Xét $f(h) = -\frac{3}{16}h^4 + \frac{R^2}{2}h^2 + R^4$ ($0 < h < 2R$).

Ta có $f'(h) = -\frac{3}{4}h^3 + R^2h$, $f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$2R$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$			

$f(h)$ đạt giá trị lớn nhất tại $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. Do đó S_{xq} đạt giá trị lớn nhất khi $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: [2H1-2] Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a , thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

A. $4a$.

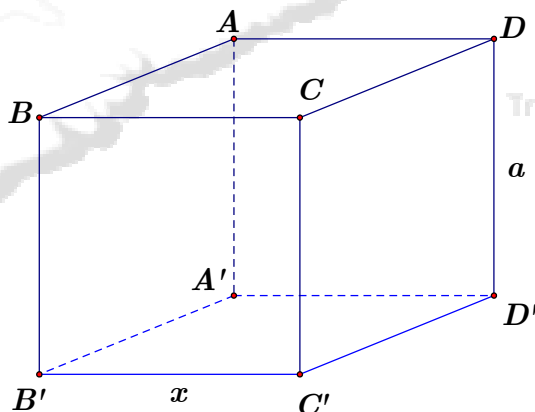
B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi cạnh đáy của lăng trụ là x , $x > 0$.

Thể tích của lăng trụ là $V = B.h = x^2.a = 4a^3$. Suy ra $x = 2a$.

Câu 47: [2H1-1] Hình đa diện đều 12 mặt thuộc loại $\{p, q\}$. Tính $p - q$.

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hình đa diện 12 mặt đều thuộc loại $\{5; 3\}$. Suy ra $p - q = 2$.

Câu 48: [2D1-3] Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m + n$.

A. 2.

B. 8.

C. -6.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $g(x) = (2m-n)x^2 + mx + 1$, $f(x) = x^2 + mx + n - 6$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2m - n$. Suy ra tiệm cận ngang là $y = 2m - n$.

Theo giả thiết ta có tiệm cận ngang là $y = 0$. Do đó ta có $2m - n = 0$. (1)

Mặt khác, tiệm cận đứng của đồ thị là $x = 0$ suy ra $f(0) = 0 \Leftrightarrow n - 6 = 0 \Leftrightarrow n = 6$

Khi đó $g(0) = 1 \neq 0$.

Từ (1) và (2) suy ra $n = 6$ và $m = 3$.

Vậy $m + n = 9$.

Câu 49: [2D1-3] Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2}\cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$.

A. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$.

B. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

C. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$.

D. $1 - \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét hàm số liên tục và xác định trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ta có $f'(x) = 1 - \sqrt{2}\sin x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}). \quad (1)$$

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên (1) suy ra $x = \frac{\pi}{4}$.

Ta có $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1$, $f(0) = \sqrt{2}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

Do đó $M = 1 + \frac{\pi}{4}$, $m = \sqrt{2}$.

Vậy: $M - m = 1 + \frac{\pi}{4} - \sqrt{2}$.

Câu 50: [2D4-2] Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \overline{z_0}$?

A. $M(2; -1)$.

B. $M(-2; -1)$.

C. $M(2; 1)$.

D. $M(-1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases}$

Theo giả thiết ta có $z_0 = -1 - 2i$. Suy ra $\overline{z_0} = -1 + 2i$.

Từ đó $w = i^3 \cdot \overline{z_0} = -i(-1 + 2i) = 2 + i$. Suy ra w có biểu diễn là $M(2; 1)$.