

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

Bài thi môn TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút

Mã đề 001

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao $h = 16$ và bán kính đáy $R = 12$ là

- A. 120π . B. 2304π . C. 192π . D. 240π .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 0)$, $B(0; 3; -4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Câu 3: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} x^2 - 1 < \log_{\frac{1}{5}} 3x - 3$.

- A. $S = 2; +\infty$. B. $S = -\infty; 1 \cup 2; +\infty$.
C. $S = -\infty; -1 \cup 2; +\infty$. D. $S = 1; 2$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2 x^2 = 2$.

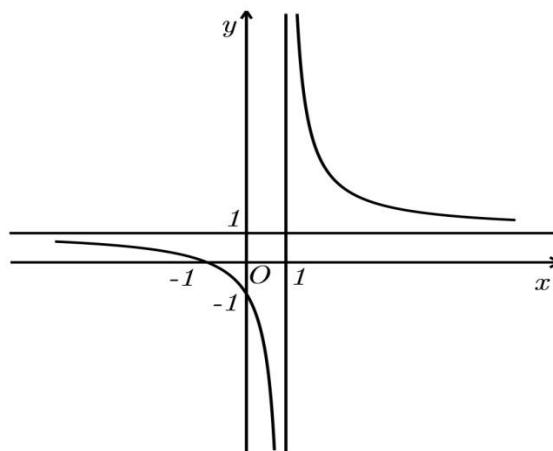
- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{2; -2\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 5: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. 2 D. 4

Câu 6: Viết biểu thức $A = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} : a^{\frac{11}{6}}$ ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỉ.

- A. $A = a^{\frac{23}{24}}$. B. $A = a^{-\frac{23}{24}}$. C. $A = a^{\frac{1}{12}}$. D. $A = a^{\frac{21}{44}}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $ab < 0, cd < 0$. B. $bd < 0, ad > 0$. C. $bc > 0, ad < 0$. D. $ac > 0, bd > 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 1; 2; 1$, $\vec{b} = -2; 3; 4$, $\vec{c} = 0; 1; 2$ và $\vec{d} = 4; 2; 0$. Biết $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Tổng $x + y + z$ là

- A. 5 B. 4 C. 2 D. 3

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $P: x - y - z - 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1; -2)$, song song với P và vuông góc với d là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.
 B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+5}{3}$.
 C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{-3}$.
 D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận? là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.BCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính theo a thể tích khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 13: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = -3 - 3i$. B. $w = 3 + 7i$. C. $w = -7 - 7i$. D. $w = 7 - 3i$.

Câu 14: Cho $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm mệnh đề sai.

- A. Số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = b - ai$.
 B. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .
 C. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.
 D. Tích của một số phức với số phức liên hợp của nó là một số thực.

Câu 15: Cho số phức $z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $i(\bar{z} - 2 + 3i) = 1 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 8$. B. $P = 4$. C. $P = -8$. D. $P = 0$.

Câu 16: Hình nón có chiều cao $10\sqrt{3}cm$, góc giữa một đường sinh với mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

- A. $S = 50\sqrt{3}\pi cm^2$. B. $S = 200\pi cm^2$. C. $S = 100\sqrt{3}\pi cm^2$. D. $S = 100\pi cm^2$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $A(2; 3; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - y + z + 4 = 0$ có phương trình là

- A. $x - y + z = 0$. B. $2x + 3y + z - 14 = 0$.
 C. $2x + 3y + z = 0$. D. $x - y + z - 6 = 0$.

Câu 18: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$?

- A. $y = 0$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 19: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{16}{15}$. B. $V = \frac{16\pi}{15}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 2017 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = 1; -2; 2$. B. $\vec{n}_3 = -2; 2; -1$. C. $\vec{n}_1 = 1; -1; 4$. D. $\vec{n}_2 = 2; 2; 1$.

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$.

- A. $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$. C. $y' = \frac{x}{x^2 + 1}$. D. $y' = -\frac{2x}{x^2 + 1}$.

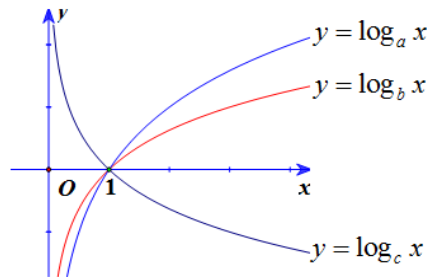
Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 1; -2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng của A qua mặt phẳng Oxz là

- A. $A'(-4; -1; 2)$. B. $A'(4; -1; 2)$. C. $A'(4; -1; -2)$. D. $A'(4; 1; 2)$.

Câu 23: Đồ thị của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

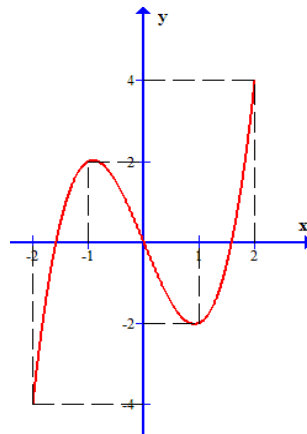
Câu 24: Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $c < b < a$. B. $b < c < a$. C. $b < a < c$. D. $c < a < b$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào dưới đây?



- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 26: Tập hợp nào dưới đây là tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} - \ln(x^2 - 1)$?

- A. $\mathbb{R} \setminus 2$. B. $-\infty; -1 \cup 1; 2$. C. $-\infty; 1 \cup 1; 2$. D. $1; 2$.

Câu 27: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

- A. $\int f(x) dx = 2e^{2x} + C$. B. $\int f(x) dx = e^{2x} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^{2x} \ln 2 + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$

Câu 28: Hình bát diện có bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 6.

C. 10.

D. 12.

Câu 29: Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $-1; 0$.

B. $0; 1$.

C. $-\infty; 0$ và $1; +\infty$.

D. $-\infty; -1$ và $0; +\infty$.

Câu 30: Cho hai số thực dương a, b . Khẳng định nào sai?

A. $\log_3 a < 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

B. $\ln a > 0 \Leftrightarrow a > 1$.

C. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b$.

D. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b$.

Câu 31: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = 2a, SBA = SCA = 90^\circ$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{2a}{3}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = 9\pi a^2$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = 6\pi a^2$.

D. $S = 8\pi a^2$.

Câu 32: Ông Nam bắt đầu đi làm cho công ty A với mức lương khởi điểm là 5 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông Nam được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm cho công ty A, tổng số tiền lương ông Nam nhận được là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 3016,20 triệu đồng

B. 4293,61 triệu đồng

C. 2873,75 triệu đồng

D. 3841,84 triệu đồng

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$; $B(0; b; 0)$; $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. 3.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = \cos x$ có đạo hàm liên tục trên K (K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng của $\mathbb{R}$) thỏa hệ thức $\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx$. Hỏi $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = \pi^x \cdot \ln x$.

B. $f(x) = -\pi^x \cdot \ln x$.

C. $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$.

D. $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 + i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \bar{z} - 1 - 2i$ là một đường tròn có tâm I . Khi đó tọa độ điểm I trong mặt phẳng phức Oxy là

A. $I(2; 1)$.

B. $I(-1; -2)$.

C. $I(-2; -1)$.

D. $I(1; 2)$.

Câu 36: Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái xe hãm phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $(-a) \text{ m/s}^2$. Biết ô tô chuyển động thêm được 20 m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $4; 5$.

B. $3; 4$.

C. $5; 6$.

D. $6; 7$.

Câu 37: Tập các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ là

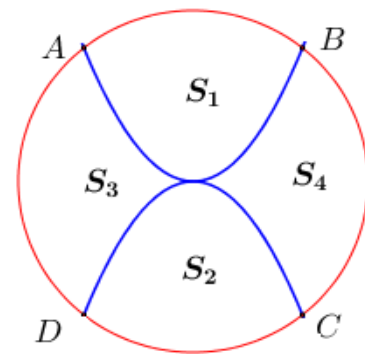
A. $[-2; 2]$.

B. $-2; 2$.

C. $(-2; -1)$.

D. $-2; -1]$.

Câu 38: Sân trường THPT A có một bồn hoa hình tròn tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường Parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O . Hai đường Parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4m$ (như hình vẽ bên). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí để trồng hoa là 150000 đồng/ m^2 , kinh phí để trồng cỏ là 100000 đồng/ m^2 . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 5.735.000 đồng. B. 3.275.000 đồng. C. 5.675.000 đồng. D. 1.752.000 đồng.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ là

- A. 9. B. 0. C. 11. D. 1.

Câu 40: Lúc 10 giờ sáng trên sa mạc, một nhà địa chất đang ở tại vị trí A , anh ta muốn đến vị trí B (bằng ô tô) trước 12 giờ trưa, với $AB = 70km$. Trong sa mạc thì xe chỉ có thể di chuyển với vận tốc là $30km/h$. Cách vị trí A $10km$ có một con đường nhựa chạy song song với đường thẳng nối từ A đến B , vì thế nhà địa chất đã chạy trên đường nhựa này rồi đến B . Trên đường nhựa thì xe di chuyển với vận tốc $50km/h$. Tìm thời gian ít nhất để nhà địa chất đến vị trí B ?

- A. 1 giờ 52 phút. B. 1 giờ 56 phút. C. 1 giờ 54 phút. D. 1 giờ 58 phút.

Câu 41: Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1; 3]$ thỏa

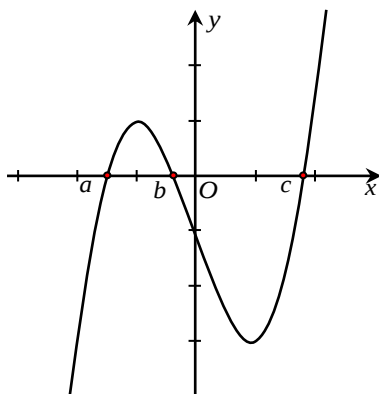
$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10, \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

- A. 7. B. 8. C. 6. D. 9.

Câu 42: Biết $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y - 2 = 6$. B. $y - 2 = 22$. C. $y - 2 = -18$. D. $y - 2 = 2$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f'(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



- A. 4 điểm. B. 1 điểm. C. 3 điểm. D. 2 điểm.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 5)$. Số các mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$ là

A. 1.

B. 4.

C. 5.

D. 8.

Câu 45: Cho biết $\int_1^2 \ln 9 - x^2 dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính

$$S = |a| + |b| + |c|.$$

A. $S = 34$.B. $S = 26$.C. $S = 18$.D. $S = 13$.

Câu 46: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0; z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47: Cho phương trình $m - 1 \log_{\frac{1}{2}}^2 x - 2^2 + 4m - 5 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x - 2} + 4m - 4 = 0$ (với m là tham số).

Gọi $S = [a; b]$ là tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{5}{2}, 4 \right]$. Tính $a + b$.

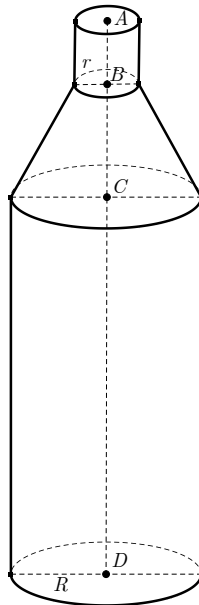
A. -3 .

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1034}{273}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Câu 48: Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình vẽ. Biết bán kính đáy $R = 5cm$, bán kính cổ chai $r = 2cm$, $AB = 3cm$, $BC = 6cm$, $CD = 16cm$. Tính thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó.



A. $495\pi \text{ cm}^3$.

B. $412\pi \text{ cm}^3$.

C. $490\pi \text{ cm}^3$.

D. $462\pi \text{ cm}^3$.

Câu 49: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $ASB = CSB = 60^\circ, CSA = 90^\circ, SA = SB = SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: Gọi $M(x_1; y_1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$. Khi đó giá trị của tổng $x_1 + y_1$ bằng

A. 6.

B. -11 .

C. 7.

D. 5.

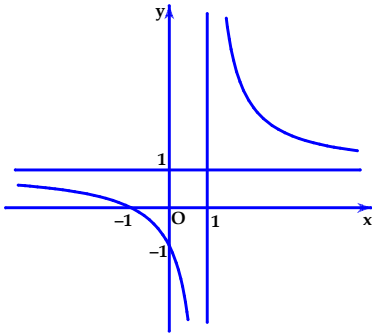
----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1D	2D	3A	4C	5C	6B	7C	8C	9A	10D
11D	12B	13A	14A	15A	16B	17A	18A	19B	20B
21A	22C	23C	24D	25A	26B	27D	28D	29A	30C
31A	32D	33D	34C	35C	36C	37D	38B	39A	40B
41C	42C	43D	44B	45D	46D	47B	48C	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

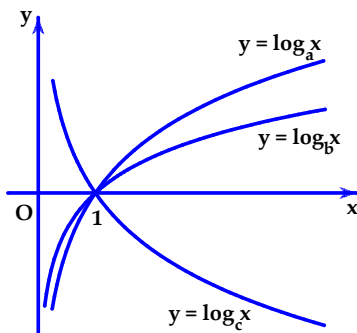
Câu 7: Đáp án C.



Quan sát hình vẽ, ta thấy hàm số có phương trình là $y = \frac{x+1}{x-1}$. Nhận thấy $ad = -1 < 0, bc = 1 > 0$ nên ta chọn đáp án C.

Câu 24: Đáp án D.

Quan sát hình bên, ta thấy:



– Hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, khi đó $a, b > 1$.

– Hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $0 < c < 1$.

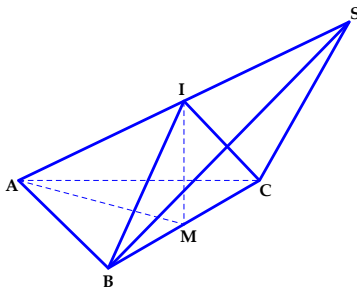
Như vậy $0 < c < 1 < a, b$. Ta loại ngay được A và C.

– Với mọi điểm $x_0 > 1$, thì ta có:

$$\log_a x_0 > \log_b x_0 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_{x_0} a} > \frac{1}{\log_{x_0} b} \Leftrightarrow \log_{x_0} a < \log_{x_0} b \Leftrightarrow a < b.$$

Vậy $0 < c < 1 < a < b$.

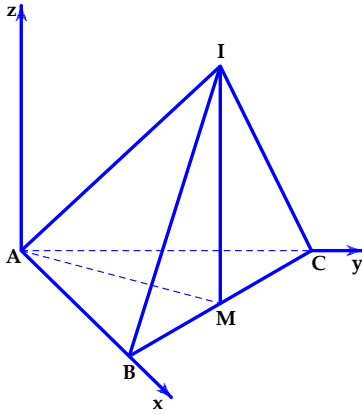
Câu 31: Đáp án A.



Gọi I là trung điểm SA . Do $\triangle SBA, \triangle SCA$ vuông tại B, C ($\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$) nên ta có $SI = IA = IB = IC = \frac{SA}{2} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi M là trung điểm của BC , do $\triangle ABC$ vuông tại A nên $MA = MB = MC = \frac{BC}{2}$, mà $IA = IB = IC$. Khi đó $IM \perp (ABC)$.

Bài toán trở thành: Cho hình chóp $I.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , biết $AB = a, AC = 2a$ và hình chiếu của I trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng IA và BC bằng $\frac{2a}{3}$. Tính IA .



Đặt $IM = b, (b > 0)$. Gắn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ: $A(0;0;0), B(a;0;0), C(0;2a;0), M\left(\frac{a}{2};a;0\right), I\left(\frac{a}{2};a;b\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = \left(\frac{a}{2}; a; b\right), \overrightarrow{BC} = (-a; 2a; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BC}] = (-2ab; -ab; 2a^2); \overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$.

$$\text{Suy ra } d(IA; BC) = \frac{|\overrightarrow{AI} \cdot [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB}]|}{\|[\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BC}]\|} = \frac{|-2a^2b|}{\sqrt{5a^2b^2 + 4a^4}} = \frac{2a}{3} \Leftrightarrow \frac{|ab|}{\sqrt{5a^2b^2 + 4a^4}} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 9a^2b^2 = 5a^2b^2 + 4a^4 \Leftrightarrow 4a^2(a^2 - b^2) = 0 \Leftrightarrow b = a = IM, AM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy $IA = \sqrt{AM^2 + IM^2} = \frac{3a}{2} = R$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Diện tích mặt cầu này là $S = 4\pi R^2 = 9\pi a^2$ (đvdt).

Câu 33: Đáp án D.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

Khi đó $d(O; (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$. Do $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ nên:

$$3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)(a^2 + b^2 + c^2) \geq \frac{3}{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}} \cdot 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3. \text{ Vậy } d(O; (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dấu "=" xảy ra $a = b = c = 1$.

Câu 34: Đáp án C.

Công thức tính nguyên hàm từng phần: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$.

Áp dụng công thức trên, ta có:

$$\int f(x)\sin x dx = -f(x)\cos x + \int f'(x)\cos x dx \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) = f(x) \\ v'(x) = \sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow u'(x) = f'(x) = \pi^x \Rightarrow f(x) = \int \pi^x dx = \frac{1}{\ln \pi} \int d(\pi^x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi} + C. \text{ Ta chọn đáp án C.}$$

Câu 35: Đáp án C.

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có $w = \bar{z} - 1 - 2i \Leftrightarrow \bar{z} = (x + 1) + (y + 2)i$.

$$\text{Từ } |z + 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x + 1) - (y + 2)i + 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x + 2) - (y + 1)i| = 1$$

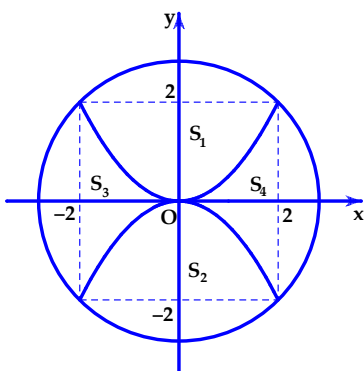
$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} = 1 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$. Vậy tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 1$.

Câu 36: Đáp án C.

Ta có vận tốc ban đầu là $v_0 = 15$. Khi xe dừng hẳn thì $v = 0$. Quãng đường $s = 20(m)$. Khi đó $a = -\frac{v^2 - v_0^2}{2S} = 5,625(m/s^2)$.

Câu 38: Đáp án B.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Từ giả thiết bài toán, ta viết được phương trình hai đường parabol lần lượt là $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = -\frac{1}{2}x^2$. Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 = 8$.



$$4 \times \left(\int_0^2 \frac{x^2}{2} dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx \right) \approx 9,899703948$$

Ans → A

$$9,899703948$$

$$100000A + 150000(8\pi - A) \approx 3274925,987$$

Diện tích bồn hoa hình tròn là $S = 8\pi(m^2)$.

Diện tích trồng cỏ được tính bằng:

$$S_3 + S_4 = 2S_4 = 2,2 \left(\int_0^2 \frac{x^2}{2} dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx \right) \approx 9,8997(m^2) \xrightarrow{\text{SHIFT STO}} A.$$

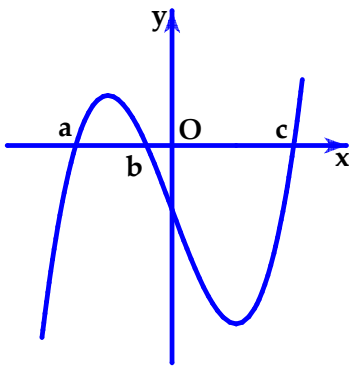
Diện tích trồng hoa là $S_1 + S_2 = S - (S_3 + S_4) = 8\pi - A(m^2)$.

Vậy tổng số tiền phải chi trả để trồng bồn hoa là:

$$100000A + 150000(8\pi - A) \approx 3275000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 43: Đáp án D.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ (hình bên), ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:



x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$f(b)$		$+\infty$
		$f(a)$		$f(c)$	

Từ bảng biến thiên ta có $f(b) > f(a) > 0$.

Từ đồ thị hình bên ta có: $\int_a^b f'(x) dx < -\int_b^c f'(x) dx$

$$\Leftrightarrow f(b) - f(a) < f(b) - f(c) \Leftrightarrow f(a) > f(c). \text{ Suy ra } f(b) > f(a) > f(c).$$

– Nếu $f(c) < 0$, $f(b) > f(a) > 0$ thì đồ thị $f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm.

– Nếu $f(b) > f(a) > f(c) = 0$ thì đồ thị $f(x)$ cắt (tiếp xúc) với trục hoành tại đúng một điểm.

– Nếu $f(b) > f(a) > f(c) > 0$ thì đồ thị $f(x)$ không cắt trục hoành.

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất hai điểm.

Câu 44: Đáp án B.

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$. Suy ra phương trình mặt phẳng

$$(\alpha) \text{ là: } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

$$\text{Ta có } M(1; 2; 5) \in (\alpha) \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1 \quad (*)$$

$$\text{Vì } OA = OB = OC \text{ nên } |a| = |b| = |c|.$$

– **Trường hợp 1:** Cả ba số a, b, c cùng dấu. Khi đó $|a| = |b| = |c| \Leftrightarrow a = b = c$.

$$\text{Ta có } (*) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 8 \text{ và phương trình } (\alpha): x + y + z - 8 = 0.$$

– **Trường hợp 2:** Có một trong ba số khác dấu với hai số còn lại.

$$+ \text{ Nếu } a, b \text{ cùng dấu và } c \text{ khác dấu, thì } |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow a = b = -c.$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} - \frac{5}{a} = 1 \Leftrightarrow a = b = -c = -2 \text{ và phương trình } (\alpha): x + y - z + 2 = 0.$$

$$+ \text{ Nếu } a, c \text{ cùng dấu và } b \text{ khác dấu, thì } |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow a = -b = c.$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Leftrightarrow a = -b = c = 4 \text{ và phương trình } (\alpha): x - y + z - 4 = 0.$$

+ Nếu b, c cùng dấu và a khác dấu, thì $|a| = |b| = |c| \Leftrightarrow -a = b = c$.

$$(*) \Leftrightarrow -\frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Leftrightarrow -a = b = c = 6 \text{ và phương trình } (\alpha): x - y - z + 6 = 0.$$

Vậy có bốn mặt phẳng (α) thỏa mãn.

Câu 45: Đáp án D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(9 - x^2) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 - 9} dx \\ v = x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I = \int_1^2 \ln(9 - x^2) dx = x \ln(9 - x^2) \Big|_1^2 - 2 \int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 9} dx$$

$$= 2 \ln 5 - \ln 8 - 2 \int_1^2 \left(1 + \frac{3}{2(x-3)} - \frac{3}{2(x+3)} \right) dx = 2 \ln 5 - 3 \ln 2 - 2 \left(x + \frac{3}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| \right) \Big|_1^2$$

$$= 2 \ln 5 - 3 \ln 2 - 2 \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{5} - \frac{3}{2} \ln \frac{1}{2} \right) = 5 \ln 5 - 6 \ln 2 - 2.$$

Như vậy $a = 5, b = -6, c = -2 \Rightarrow S = |a| + |b| + |c| = 13$.

Câu 46: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{2z_1 + z_2}{z_1 z_2} \Leftrightarrow z_1 z_2 = (z_1 + z_2)(2z_1 + z_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \left(2 \frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \quad (*)$$

Đặt $w = \frac{z_1}{z_2}$ thì phương trình $(*)$ tương đương với:

$$w = (w+1)(2w+1) \Leftrightarrow 2w^2 + 2w + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} w = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \\ w = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}. \text{ Vậy } |w| = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 47: Đáp án B.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 4(m-1)\log_2^2(x-2) + 4(m-5)\log_2(x-2) + 4m - 4 = 0 \quad (*)$$

Đặt $\log_2(x-2)=t$. Với $x \in \left[\frac{5}{2}, 4\right]$ thì $t \in [-1; 1]$.

Phương trình (*) trở thành: $(m-1)t^2 + (m-5)t + m-1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$ (1)

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$ trên $[-1; 1]$. Ta có $f'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2} \geq 0, \forall t \in [-1; 1]$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[-1; 1]$.

Để phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$ khi và chỉ khi đường thẳng

$y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(t)$, hay $f(-1) \leq m \leq f(1) \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Vậy $S = \left[-3; \frac{7}{3}\right] \Rightarrow a + b = -3 + \frac{7}{3} = -\frac{2}{3}$.

Câu 48: Đáp án C.

Phân tích: Thể tích của phần không gian bên trong chai nước ngọt bằng tổng thể tích của 3 phần (hình vẽ):

- **Phần I:** Hình trụ có bán kính đáy là $R = 5(cm)$ và chiều cao $h = CD = 16(cm)$.
- **Phần II:** Hình nón cụt với đáy lớn, nhỏ có bán kính lần lượt là $R = 5(cm)$ và $r = 2(cm)$, chiều cao $h_1 = BC = 6(cm)$.
- **Phần III:** Hình trụ có bán kính đáy là $r = 2(cm)$, chiều cao $h_2 = AB = 3(cm)$.

Lời giải:

Thể tích phần I là: $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 16 = 400\pi (cm^3)$.

Thể tích phần II là: $V_2 = \frac{\pi h_1}{3} (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{\pi \cdot 6}{3} \cdot (5^2 + 2^2 + 5 \cdot 2) = 78\pi (cm^3)$.

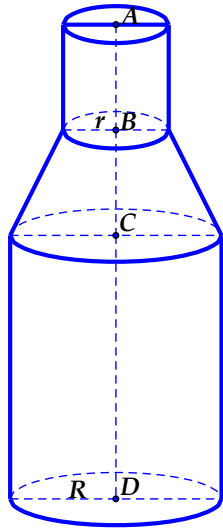
Thể tích phần III là: $V_3 = \pi r^2 h_2 = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi (cm^3)$.

Vậy thể tích phần không gian bên trong chai nước ngọt là:

$V = V_1 + V_2 + V_3 = 490\pi (cm^3)$.

Câu 49: Đáp án C.

Công thức tính nhanh thể tích khối chóp tam giác: Hình chóp S.ABC có $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ và $\widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma$ thì ta có:



STUDY TIP

Gọi R, r, h lần lượt là bán kính đáy lớn, bán kính đáy nhỏ và chiều cao của hình nón cụt. Thể tích khối nón cụt được tính theo công thức:

$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$V_{S.ABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma} \quad (1)$$

Áp dụng công thức (1) với $SA = SB = SC = 2a$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{CSA} = 90^\circ$ ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{(2a)^3}{6} \sqrt{1 - 2 \cos^2 60^\circ - \cos^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ \cdot \cos 90^\circ} = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{3}.$$