

- Câu 1.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(1-2x) \leq 3$.
- A. $S = \left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left[-\frac{7}{2}; +\infty\right)$ C. $\left[-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ D. $\left[-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right]$
- Câu 2.** Xét hai số thực a, b dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $(\ln a^b) = b \ln a$. B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.
C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh huyền bằng $2a$ và $SA = 2a$, SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.
- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-1}$,
 $d_2: \begin{cases} x = -3-t \\ y = 6+t \\ z = -3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. d_1 và d_2 cắt nhau.
C. d_1 và d_2 trùng nhau. D. d_1 song song với d_2 .
- Câu 5.** Hàm số nào sau đây đạt cực trị tại điểm $x = 0$.
- A. $y = \sqrt{x}$. B. $y = x^4 - 1$. C. $y = \frac{x^2 - 2}{x}$. D. $y = x^3$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) .
- A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
- Câu 7.** Cho các số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$.
- A. $\overline{w} = 4 - i$. B. $\overline{w} = 4 + i$.
C. $\overline{w} = -4 + i$. D. $\overline{w} = -4 - i$.
- Câu 8.** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x - 1$.
- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{37}{14}$. D. $S = \frac{799}{300}$.

Câu 9. Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2}$.

A. $f(x) = \frac{\sin x}{(2 + \sin x)^2} + C$.

B. $f(x) = \frac{1}{2 + \cos x} + C$.

C. $f(x) = -\frac{1}{2 + \sin x} + C$.

D. $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \sin x} + C$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{x}\right)^\pi$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số đi qua $A(1;1)$.

Câu 11. Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \pi a^2$.

B. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi a^2$.

C. $S_{xq} = \frac{3}{4}\pi a^2$.

D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$.

A. $M(1; -5)$.

B. $M(5; -5)$.

C. $M(1; 1)$.

D. $M(5; 1)$.

Câu 13. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$

Câu 14. Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z = 3 + i$.

A. $z = 1 - i$.

B. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

C. $z = 1 + i$.

D. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.

Câu 15. Đồ thị hàm số nào dưới đây cắt trục hoành tại một điểm?

A. $y = \log x$.

B. $y = \log_2(x^2 + 2)$.

C. $y = \frac{1}{2^x}$.

D. $y = e^x$.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

A. $\int f(x)dx = 2e^{2x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$.

C. $\int f(x)dx = 2xe^{2x-1} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$.

Câu 17. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+2}{x-1}$.

A. $x = 1$.

B. $y = 2$.

C. $y = 3$.

D. $y = 1$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và (P) .

A. $M(3; -4; 4)$.

B. $M(-5; -4; -4)$.

C. $M(-3; -4; -4)$.

D. $M(5; 0; 8)$.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S .

A. $S = \pi a^2$.

B. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$.

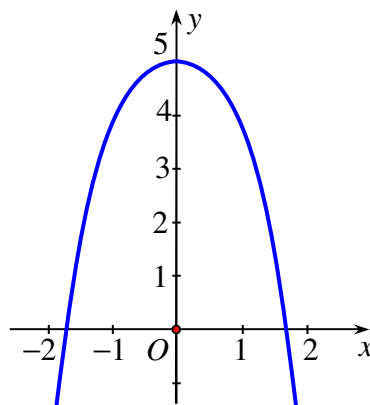
D. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 20. Hình đa diện nào sau đây có tâm đối xứng?

- A. Hình tứ diện đều.
- B. Hình chóp tứ giác đều.
- C. Hình lăng trụ tam giác.
- D. Hình hộp.

Câu 21. Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong 4 đồ thị của các hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hãy chọn phương án đúng.

- A. $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 5$.
- B. $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5$.
- C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 5$.
- D. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 5$.



Câu 22. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị của $T = M + m$.

- A. $T = -20$.
- B. $T = -4$.
- C. $T = 2$.
- D. $T = -24$.

Câu 23. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Số phức $z = 3 - 2i$ có phần thực là 3, phần ảo là -2 .
- B. Số 0 không phải là số phức.
- C. Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ là $|z| = 5$.
- D. Điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 3i$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.
- B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.
- C. $\vec{n} = (-1; 2; -3)$.
- D. $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Câu 25. Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1)dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$.
- B. $S = 0$.
- C. $S = 2$.
- D. $S = -2$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 2^{x^2+a}$ và $f'(1) = 2 \ln 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 1$.
- B. $-2 < a < 0$.
- C. $0 < a < 1$.
- D. $a < -2$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 1)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}, \quad d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1+t \end{cases}. \text{Viết phương trình chính tắc của đường thẳng } \Delta \text{ đi}$$

qua điểm M vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

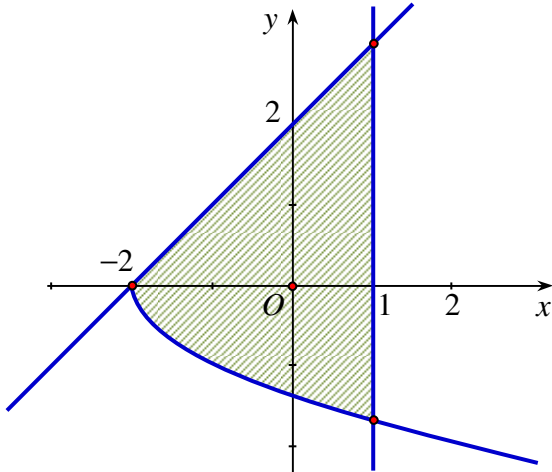
- A. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{3}$.
- B. $\Delta: \frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{3}$.
- C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{3}$.
- D. $\Delta: \frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -12$.
- B. $F(9) = 6$.
- C. $F(9) = 12$.
- D. $F(9) = -6$.

Câu 29. Biết rằng $\log_{42} 2 = 1 + m \log_{42} 3 + n \log_{42} 7$ với m, n là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m.n = 2$.
- B. $m.n = -1$.
- C. $m.n = -2$.
- D. $m.n = 1$.

- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (0; 2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; -4)$; $\vec{c} = (2; -1; 0)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
- A. $\vec{u} = (1; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (-3; 4; -3)$. C. $\vec{u} = (-3; 4; 3)$. D. $\vec{u} = (3; 4; 3)$.
- Câu 31.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .
- A. $3x - y - z - 7 = 0$.
 B. $3x - y - z + 7 = 0$.
 C. $3x - y - z + 7 = 0$ và $3x - y - z - 15 = 0$.
 D. $3x - y - z - 15 = 0$.
- Câu 32.** Cho hình phẳng H được giới hạn bởi các đường $y = -\sqrt{x+2}$, $y = x+2$, $x = 1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng H quanh trục hoành.
- A. $V = \frac{27\pi}{2}$. B. $V = \frac{9\pi}{2}$.
 C. $V = 9\pi$. D. $V = \frac{55\pi}{6}$.
- 
- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = AB = AC = a$, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $S = 6\pi a^2$. B. $S = \frac{48\pi a^2}{7}$. C. $S = \frac{12\pi a^2}{7}$. D. $S = 24\pi a^2$.
- Câu 34.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, đáy ABC thỏa mãn điều kiện $\frac{\cot A + \cot B + \cot C}{2} = \frac{BC}{AB \cdot AC} + \frac{CA}{BC \cdot BA} + \frac{AB}{CA \cdot CB}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên DB và DC . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCHK$.
- A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$. D. $V = \frac{4\pi}{3}$.
- Câu 35.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 36km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} (m/s^2)$. Tính quãng đường mà ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.
- A. 90m . B. 246m . C. 58m . D. 102m .
- Câu 36.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2^{3x} + (m-1)3^x + m-1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 1$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.
- Câu 37.** Cho a, b là hai số thực dương. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$.
- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.
- Câu 38.** Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tìm giá trị nhỏ nhất h của tổng khoảng cách từ điểm M thuộc (C) tới hai đường thẳng $\Delta_1: x-1=0$ và $\Delta_2: y-2=0$.
- A. $h = 4$. B. $h = 3$. C. $h = 5$. D. $h = 2$.

- Câu 39.** Gọi n, d lần lượt là số tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $n+d=1$. **B.** $n+d=2$. **C.** $n+d=3$. **D.** $n+d=4$.
- Câu 40.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{x^3-3mx^2+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
A. $m \neq 0$. **B.** $m = 0$. **C.** $m \in (0; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 41.** Tìm tích T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0$.
A. $T = 2$. **B.** $T = 8$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 4$.
- Câu 42.** Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?
A. 35 tháng. **B.** 36 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 38 tháng.
- Câu 43.** Người ta định xây dựng một trạm biến áp 110 KV tại ô đất C cạnh đường quốc lộ MN để cấp điện cho hai khu công nghiệp A và B như hình vẽ. Hai khu công nghiệp A và B cách quốc lộ lần lượt là $AM = 3\text{km}$, $BN = 6\text{km}$. Biết rằng quốc lộ MN có độ dài 12 km. Hỏi phải đặt trạm biến áp cách khu công nghiệp A bao nhiêu km để tổng chiều dài đường dây cấp điện cho hai khu công nghiệp A và B là ngắn nhất.
A. $3\sqrt{5}\text{ km}$. **B.** 5 km. **C.** 3 km. **D.** $\sqrt{34}\text{ km}$.
- Câu 44.** Tìm môđun của số phức z biết $z-4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$.
A. $|z|=1$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=\frac{1}{2}$.
- Câu 45.** Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy bằng a ; góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
A. $V = a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 2a^3$.
- Câu 46.** Cho hàm số $y = \frac{1}{(x-m)\log_2[x^2-2(2m-1)x+4m^2]}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho xác định với mọi $x \in (1; +\infty)$.
A. $m \in (-\infty; 2)$. **B.** $m \in (-1; 1]$. **C.** $m \in (-\infty; 1)$. **D.** $m \in (-\infty; 1]$.
- Câu 47.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) - mx$ có cực trị.
A. $m \in (0; 1)$. **B.** $m \in (-\infty; 1)$. **C.** $m \in (0; 1]$. **D.** $m \in (-\infty; 0)$.
- Câu 48.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.
A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 49. Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -5 - 3i$. Tìm điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_3 , biết rằng trong mặt phẳng phức điểm M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ và mô đun số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. **B.** $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(2; -3; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Ax , By là hai tiếp tuyến với mặt cầu (S) và $Ax \perp By$. Gọi M , N lần lượt là điểm di động trên Ax , By sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với mặt cầu (S) . Tính giá trị của $AM \cdot BN$.

- A.** $AM \cdot BN = 19$. **B.** $AM \cdot BN = 24$. **C.** $AM \cdot BN = 38$. **D.** $AM \cdot BN = 48$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	A	B	B	D	A	A	C	B	B	C	A	D	A	D	C	C	C	D	B	A	B	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	C	D	B	B	D	A	A	A	D	D	B	C	B	A	C	B	C	C	D	A	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(1-2x) \leq 3$.

- A. $S = \left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left[-\frac{7}{2}; +\infty\right)$. C. $\left[-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left[-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_2(1-2x) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x > 0 \\ 1-2x \leq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \geq -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \leq x < \frac{1}{2}$$

Câu 2. [2D2-1] Xét hai số thực a, b dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(\ln a^b) = b \ln a$. B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.
C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

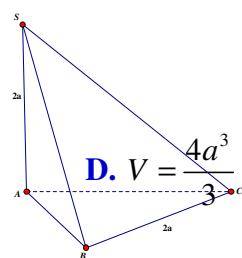
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức $\log_m n^k = k \log_m n; (0 < m \neq 1; n > 0) \Rightarrow \ln a^b = b \ln a$.

Câu 3. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh huyền bằng $2a$ và $SA = 2a$, SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 2a^3$.



cân tại
Tính thể

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{2a \cdot (a\sqrt{2})^2}{6} = \frac{2a^3}{3}$$

Câu 4. [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-1}$,

$$d_2: \begin{cases} x = -3 - t \\ y = 6 + t \\ z = -3 \end{cases}. \text{ Mệnh đề nào sau đây là đúng?}$$

- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. d_1 và d_2 cắt nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 song song với d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;1;-3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;-2;-1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua $B(-3;6;-3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1;1;0)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1;1;-1) \neq \vec{0}$, $\vec{AB} = (-5;5;0)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = 0$.

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau.

Cách 2 :

$$\text{Có } d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+a \\ y = 1-2a \\ z = -3-a \end{cases}$$

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} -3-t = 2+a \\ 6+t = 1-2a \\ -3 = -3-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 = t+a \\ t+2a = -5 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 \\ a = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất. Chọn B.

Câu 5. [2D1-1] Hàm số nào sau đây đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

A. $y = \sqrt{x}$.

B. $y = x^4 - 1$.

C. $y = \frac{x^2-2}{x}$.

D. $y = x^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số $y = \sqrt{x}$ có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ với $\forall x > 0$ nên không có cực trị. Loại A.

Hàm số $y = \frac{x^2-2}{x} = x - \frac{2}{x}$ có $y' = 1 + \frac{2}{x^2} > 0$ với $\forall x \neq 0$ nên không có cực trị. Loại C.

Hàm số $y = x^3$ có $y' = 3x^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên không có cực trị. Loại D.

Hàm số $y = x^4 - 1$ có $y' = 4x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	0	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

Câu 6. [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) .

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Do mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) nên $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3.$

Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

Câu 7. [2D4-1] Cho các số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. $\overline{w} = 4 - i.$

B. $\overline{w} = 4 + i.$

C. $\overline{w} = -4 + i.$

D. $\overline{w} = -4 - i.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$w = z_1 + z_2 = (1 + 2i) + (3 - i) = 4 + i \Rightarrow \overline{w} = 4 - i.$ Chọn A.

Câu 8. [2D3-2] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x - 1$.

A. $S = \frac{4}{3}.$

B. $S = 2.$

C. $S = \frac{37}{14}.$

D. $S = \frac{799}{300}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 3.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \left| \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 \right| = \left| 0 - \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3}.$$

Câu 9. [2D3-1] Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2}.$

A. $f(x) = \frac{\sin x}{(2 + \sin x)^2} + C.$

B. $f(x) = \frac{1}{2 + \cos x} + C.$

C. $f(x) = -\frac{1}{2 + \sin x} + C.$

D. $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \sin x} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = \int \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2} dx = \int f'(x) dx = \int \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2} dx = \int \frac{d(2 + \sin x)}{(2 + \sin x)^2} = -\frac{1}{2 + \sin x} + C.$

Câu 10. [2D2-1] Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{x}\right)^\pi$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}.$

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số đi qua $A(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có hàm số $y = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ xác định khi $\frac{1}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 11. [2H2-1] Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \pi a^2$.

B. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi a^2$.

C. $S_{xq} = \frac{3}{4}\pi a^2$.

D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

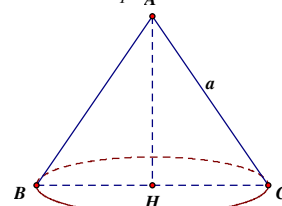
Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Khi quay tam giác ABC quanh đường cao AH , ta được hình nón có bán kính đường tròn đáy là $R = BH = \frac{a}{2}$, đường sinh là

$l = AB = a$.

Vậy diện tích xung quanh là $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{2}\pi a^2$.



Câu 12. [2D4-1] Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$.

A. $M(1; -5)$.

B. $M(5; -5)$.

C. $M(1; 1)$.

D. $M(5; 1)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $w = z + i\bar{z} = 3 - 2i + i(3 + 2i) = 3 - 2i + 3i - 2 = 1 + i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $M(1; 1)$.

Câu 13. [2D1-2] Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $y' = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	0		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	0

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 14. T[2D4-1] Tìm số phức z thỏa mãn $(1-2i)z=3+i$.

- A. $z=1-i$. B. $z=\frac{1}{5}-\frac{7}{5}i$. C. $z=1+i$. D. $z=\frac{1}{5}+\frac{7}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $(1-2i)z=3+i \Leftrightarrow z=\frac{3+i}{1-2i} \Leftrightarrow z=\frac{1}{5}+\frac{7}{5}i$.

Câu 15. [2D2-1] Đồ thị hàm số nào dưới đây cắt trục hoành tại một điểm ?

- A. $y=\log x$. B. $y=\log_2(x^2+2)$. C. $y=\frac{1}{2^x}$. D. $y=e^x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\log x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=10^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Câu 16. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$.

- A. $\int f(x)dx=2e^{2x}+C$. B. $\int f(x)dx=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}+C$.
C. $\int f(x)dx=2xe^{2x-1}+C$. D. $\int f(x)dx=\frac{e^{2x}}{2}+C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\int f(x)dx=\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$

Câu 17. [2D1-1] Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1+\frac{2x+2}{x-1}$.

- A. $x=1$. B. $y=2$. C. $y=3$. D. $y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$y=1+\frac{2x+2}{x-1}=\frac{3x+1}{x-1}$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 3$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1+\frac{2x+2}{x-1}$ là $y=3$.

Câu 18. [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 3x+y-2z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và (P) .

- A. $M(3;-4;4)$. B. $M(-5;-4;-4)$. C. $M(-3;-4;-4)$. D. $M(5;0;8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $M(a; b; c)$.

$$M = (d) \cap (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-1}{2} = \frac{b+2}{1} = \frac{c-2}{3} \\ 3a+b-2c+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=5 \\ 3b-c=-8 \\ 3a+b-2c+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-4 \\ c=-4 \end{cases}$$

Vậy $M(-3; -4; -4)$.

Cách khác:

$$\text{Có } d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2+3t \end{cases}$$

Xét phương trình: $3(1+2t) + (-2+t) - 2(2+3t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow M(-3; -4; -4)$.

Câu 19. [2H2-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S .

- A. $S = \pi a^2$. B. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$. D. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

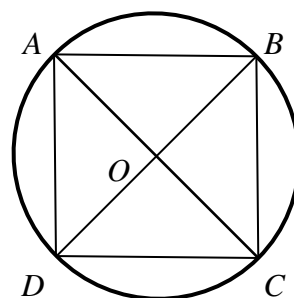
Chọn C.

Do hình trụ và hình lập phương có cùng chiều cao nên ta chỉ cần chú ý đến mặt đáy như hình vẽ bên:

Đường tròn đáy của hình trụ có bán kính bằng một nửa

đường chéo của hình vuông $ABCD$; $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Do đó, thể tích hình trụ cần tìm bằng $S = 2\pi Rh = 2\pi \frac{a\sqrt{2}}{2} a = \pi a^2 \sqrt{2}$



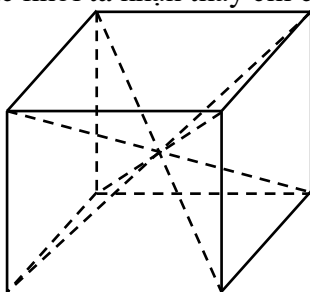
Câu 20. [2H1-1] Hình đa diện nào sau đây có tâm đối xứng?

- A. Hình tứ diện đều. B. Hình chóp tứ giác đều.
C. Hình lăng trụ tam giác. D. Hình hộp.

Hướng dẫn giải

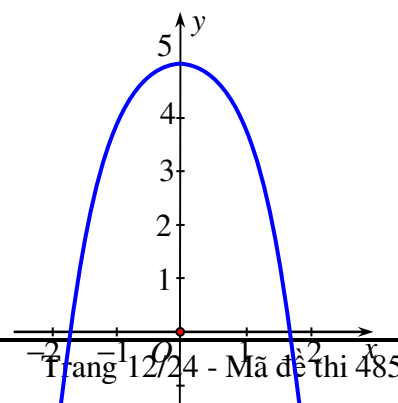
Chọn D.

Dựa vào hình vẽ các khối ta nhận thấy chỉ có hình hộp mới có tâm đối xứng.



Câu 21. [2D1-1] Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong 4 đồ thị của các hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hãy chọn phương án đúng.

- A. $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 5$. B. $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5$.



C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 5$. D. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Ta thấy đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực trị nên loại đáp án D

+ Từ trái sang phải, đồ thị hàm số đi từ dưới lên, do đó hệ số của x^4 phải âm. Suy ra loại được đáp án A

+ Với $x = \pm 2$ thì $y < 0$. Thay $x = \pm 2$ vào hai đáp án B, C ta thấy đáp án B thỏa mãn còn đáp án C không thỏa mãn.

Câu 22. [2D1-2] Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị của $T = M + m$.

A. $T = -20$. B. $T = -4$. C. $T = 2$. D. $T = -24$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Có $y' = 3x^2 - 6x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[-2; 1]$

x	-2	0	1
y'	0	+	0
y	-20	0	-2

Từ bảng biến thiên suy ra đáp án là A.

Câu 23. [2D4-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Số phức $z = 3 - 2i$ có phần thực là 3, phần ảo là -2 .
 B. Số 0 không phải là số phức.
 C. Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ là $|z| = 5$.
 D. Điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào các tính chất và định nghĩa khẳng định A, C, D đúng

B sai vì số 0 là một số phức với phần thực bằng 0 và phần ảo bằng 0.

Câu 24. [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (-1; 2; -3)$. D. $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Từ phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}(1;2;-3)$.

Câu 25. [2D3-2] Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1)dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2$.

D. $S = -2$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x+1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \int_1^2 \ln(x+1)dx = (x+1)\ln(x+1) \Big|_1^2 - \int_1^2 dx = 3\ln 3 - 2\ln 2 - 1$$

$$\text{Vậy } a = 3; b = -2; c = -1 \Rightarrow S = a + b + c = 0$$

Câu 26. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = 2^{x^2+a}$ và $f'(1) = 2 \ln 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 1$.

B. $-2 < a < 0$.

C. $0 < a < 1$.

D. $a < -2$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f'(x) = (2^{x^2+a})' = 2x \cdot 2^{x^2+a} \cdot \ln 2$$

$$\text{Theo đề bài: } f'(1) = 2 \ln 2 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{1+a} \cdot \ln 2 = 2 \ln 2 \Leftrightarrow 2^{1+a} = 1 \Leftrightarrow 1+a = 0 \Leftrightarrow a = -1$$

Câu 27. [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}, \quad d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1+t \end{cases}. \text{Viết phương trình chính tắc của đường thẳng } \Delta \text{ đi}$$

qua điểm M vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

A. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\Delta: \frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\Delta: \frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d_1 có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-1;2)$

Gọi $A(-1+t; 2+2t; 1+t)$ là giao điểm của Δ và d_2

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (t-2; 2t+1; t)$$

$$\Delta \perp d_1 \text{ nên } \overrightarrow{MA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-2-1 \cdot (2t+1) + 2t = 0 \Leftrightarrow t = 3 \Rightarrow A(2;5;4)$$

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{MA} = (1;7;3)$ làm một VTCP nên $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 28. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -12$. B. $F(9) = 6$. C. $F(9) = 12$. D. $F(9) = -6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\int_0^9 f(x)dx = F(x)\Big|_0^9 = F(9) - F(0) \Rightarrow F(9) = \int_0^9 f(x)dx + F(0) = 9 + 3 = 12$.

Câu 29. [2D2-2] Biết rằng $\log_{42} 2 = 1 + m \log_{42} 3 + n \log_{42} 7$ với m, n là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m.n = 2$. B. $m.n = -1$. C. $m.n = -2$. D. $m.n = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\log_{42} 2 = \log_{42} 42 + \log_{42} 3^m + \log_{42} 7^n = \log_{42} (42.3^m.7^n)$

$$\Leftrightarrow 42.3^m.7^n = 2 \Leftrightarrow 3^m.7^n = \frac{1}{21} = 3^{-1}.7^{-1}.$$

$$\text{Mà } m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow mn = 1.$$

Câu 30. [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (0;2;1)$, $\vec{b} = (-1;1;-4)$; $\vec{c} = (2;-1;0)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

- A. $\vec{u} = (1;1;-3)$. B. $\vec{u} = (-3;4;-3)$. C. $\vec{u} = (-3;4;3)$. D. $\vec{u} = (3;4;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (0-1-2; 2+1+1; 1-4-0) = (-3;4;-3)$.

Câu 31. [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

- A. $3x - y - z - 7 = 0$. B. $3x - y - z + 7 = 0$.
C. $3x - y - z + 7 = 0$ và $3x - y - z - 15 = 0$. D. $3x - y - z - 15 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$d_1, d_2 \text{ lần lượt có VTCP là } \vec{u}_1 = (1; 1; 2), \vec{u}_2 = (1; 2; 1) \Rightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 1; 1)$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 0)$ và có bán kính $R = \sqrt{11}$

Gọi (P) là mặt phẳng song song với d_1, d_2 và tiếp xúc với (S)

$$\Rightarrow \vec{n} = -[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (3; -1; -1) \text{ là VTPT của } (P) \text{ nên } (P): 3x - y - z + D = 0$$

$$\text{Vì } (P) \text{ tiếp xúc với } (S) \Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 + D|}{\sqrt{11}} = \sqrt{11} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 7 \\ D = -15 \end{cases}$$

Do đó mặt phẳng (P) $3x - y - z + 7 = 0$ (nhận)

Hoặc $3x - y - z - 15 = 0$ (loại vì chứa đường thẳng d_1).

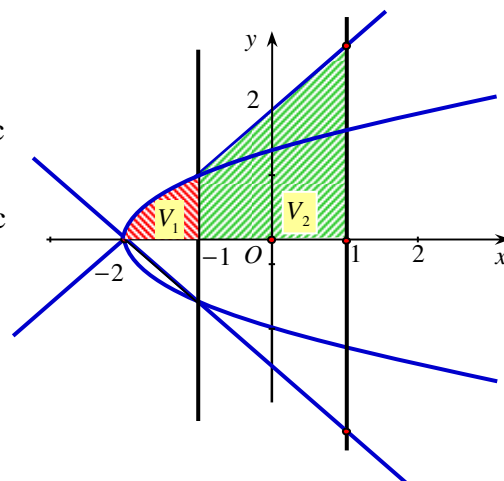
Câu 32. [2D3-3] Cho hình phẳng H được giới hạn bởi các đường $y = -\sqrt{x+2}$, $y = x+2$, $x = 1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng H quanh trục hoành.

A. $V = \frac{27\pi}{2}$.

B. $V = \frac{9\pi}{2}$.

C. $V = 9\pi$.

D. $V = \frac{55\pi}{6}$.



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = -\sqrt{x+2}$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -\sqrt{x+2}$, $y = x+2$ là:

$$\sqrt{x+2} = x+2 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = (x+2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+2 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = -2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng $y = \sqrt{x+2}$, $x = -2, x = -1$ khi quay quanh trục Ox .

V_2 là thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x+2$; $x = -1; x = 1$ khi quay quanh trục Ox .

$$V_1 = \pi \int_{-2}^{-1} (\sqrt{x+2})^2 dx = \frac{1}{2} \pi; V_2 = \pi \int_{-1}^1 (x+2)^2 dx = \frac{26}{3} \pi.$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 = \frac{55\pi}{6}.$$

Câu 33. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = AB = AC = a$, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = 6\pi a^2$.

B. $S = \frac{48\pi a^2}{7}$.

C. $S = \frac{12\pi a^2}{7}$.

D. $S = 24\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do $(ABC) \perp (SBC)$ nên kẻ $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Do ABC cân tại A nên H là trung điểm BC .

Do $SA = AB = AC$ nên AH là trục của tam giác SBC

$$SA^2 = AH^2 + SH^2 \Leftrightarrow a^2 = a^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{BC^2}{4} = \frac{SB^2 + SC^2}{2} \Leftrightarrow BC^2 = 2\left(a^2 + \frac{6a^2}{9}\right) = \frac{10a^2}{3}$$

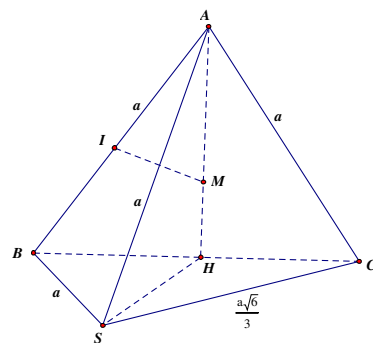
$$\Leftrightarrow BC = \frac{\sqrt{30}a}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{a^2 - \frac{10a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Gọi I là trung điểm AB , kẻ $IM \perp AB, M \in AH$.

Vậy M là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC; R = AM$

$$\text{Ta có } AM.AH = AI.AB = \frac{1}{2}AB^2 \Rightarrow AM = \frac{a^2}{2.AH} = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$$



Câu 34. [2H1-4] Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, đáy ABC thỏa mãn điều kiện $\frac{\cot A + \cot B + \cot C}{2} = \frac{BC}{AB.AC} + \frac{CA}{BC.BA} + \frac{AB}{CA.CB}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên DB và DC . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCHK$.

A. $V = \frac{32\pi}{3}$.

B. $V = \frac{8\pi}{3}$.

C. $V = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$.

D. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Trong mặt phẳng (ABC) gọi d_1 và d_2 là trung trực của AB và AC .

$I = d_1 \cap d_2$. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Để chứng minh d_1 là trục đường tròn ngoại

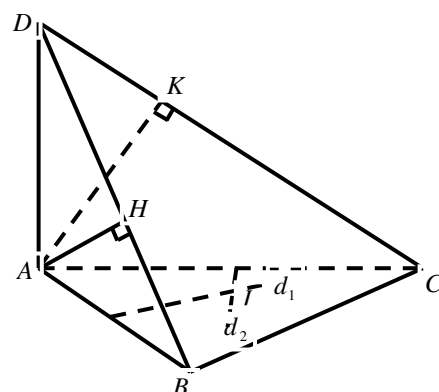
tiếp tam giác AHB còn d_2 là trục đường tròn ngoại

tiếp tam giác AKC .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCKH$.

Gọi R là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCKH$ thì R cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$$



$$\begin{aligned} \text{Nên } \frac{\cot A + \cot B + \cot C}{2} &= \frac{BC}{AB \cdot AC} + \frac{CA}{BC \cdot BA} + \frac{AB}{CA \cdot CB} \\ \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2 + c^2}{8S} &= \frac{a \sin A}{bc \sin A} + \frac{b \sin B}{ca \sin B} + \frac{c \sin C}{ab \sin C} \\ \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2 + c^2}{8S} &= \frac{a^2}{4RS} + \frac{b^2}{4RS} + \frac{c^2}{4RS} \Leftrightarrow R = 2 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{32\pi}{3}. \end{aligned}$$

Câu 35. [2D3-3] Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường mà ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

- A. 90 m . B. 246 m . C. 58 m . D. 100 m .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đổi $36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$.

Khi ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$

$$\Rightarrow \text{Vận tốc của ô tô khi đó là } v = \int a(t) dx = \int \left(1 + \frac{t}{3}\right) dx = t + \frac{t^2}{6} + C \text{ (m/s)}$$

$$\text{Khi ô tô bắt đầu tăng tốc thì } v(0) = 10 \Leftrightarrow 0 + \frac{0^2}{6} + C = 10 \Leftrightarrow C = 10.$$

$$\Rightarrow v = t + \frac{t^2}{6} + 10 \text{ (m/s)}$$

Vậy quãng đường ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc là

$$s = \int_0^6 \left(t + \frac{t^2}{6} + 10\right) dt = 90 \text{ m}.$$

Câu 36. [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2^{3x} + (m-1)3^x + m-1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 1$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $2^{3x} + (m-1)3^x + m-1 > 0$

$$\Leftrightarrow 2^{3x} + (m-1)(3^x + 1) > 0 \Leftrightarrow 2^{3x} > (1-m)(3^x + 1) \Leftrightarrow \frac{2^{3x}}{3^x + 1} > 1-m$$

$$\text{Vì } \frac{2^{3x}}{3^x + 1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{ycbt} \Leftrightarrow 1-m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 37. [2D1-4] Cho a, b là hai số thực dương. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$.

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

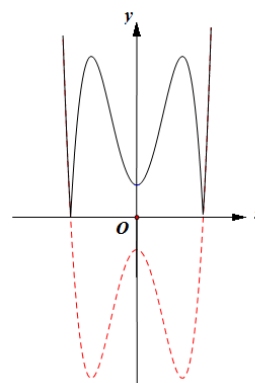
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $g(x) = x^4 - ax^2 - b$

Dựa vào đồ thị minh họa ta thấy.

- Đồ thị của hàm số $g(x) = x^4 - ax^2 - b$ là phần nằm phía dưới trục hoành và hai nhánh phía trên trục hoành.
- Đồ thị của hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$ là sự kết hợp của hai phần đồ thị: một phần đồ thị nằm phía trên trục hoành, một phần đồ thị phía dưới trục hoành ta lấy đối xứng của $g(x) = x^4 - ax^2 - b$ qua trục hoành.
- Dựa vào đồ thị $\Rightarrow$ Hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$ có 5 cực trị.



Câu 38. [2D1-4] Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tìm giá trị nhỏ nhất h của tổng khoảng cách từ điểm M thuộc (C) tới hai đường thẳng $\Delta_1: x-1=0$ và $\Delta_2: y-2=0$.

A. $h = 4$.

B. $h = 3$.

C. $h = 5$.

D. $h = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Lấy tùy ý $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{2x_0}{x_0-2} = 2 + \frac{4}{x_0-2} \Rightarrow M\left(x_0; 2 + \frac{4}{x_0-2}\right)$.

Khi đó

- $d(M; \Delta_1) = |x_0 - 1|$
- $d(M; \Delta_2) = \left|2 + \frac{4}{x_0-2} - 2\right| = \left|\frac{4}{x_0-2}\right| = \frac{4}{|x_0-2|}$

Do đó $h = d(M; \Delta_1) + d(M; \Delta_2) = |x_0 - 1| + \frac{4}{|x_0 - 2|}$

$= |x_0 - 2 + 1| + \frac{4}{|x_0 - 2|} \geq |x_0 - 2| - 1 + \frac{4}{|x_0 - 2|} \geq 3$ (Lưu ý ở đây $|a+b| \geq |a| - |b|$) $\Rightarrow \text{Min } h = 3$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (x_0 - 2) \cdot 1 < 0 \\ |x_0 - 2| = \frac{4}{|x_0 - 2|} \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 0$.

Câu 39. [2D1-3] Gọi n, d lần lượt là số tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $n + d = 1$.

B. $n + d = 2$.

C. $n + d = 3$.

D. $n + d = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x\left(\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x\left(\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{2x^2-1}+1)}{2(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2-1}+1}{2x+2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vậy hàm số có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng. Tức là, $n = 2$ và $d = 1 \Rightarrow n + d = 3$.

Câu 40. [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{x^3-3mx^2+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \neq 0$.

B. $m = 0$.

C. $m \in (0; +\infty)$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } f'(x) = (3x^2 - 6mx) \cdot \left(\frac{1}{\pi}\right)^{x^3-3mx^2+m} \cdot \ln\left(\frac{1}{\pi}\right)$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 6mx) \ln\left(\frac{1}{\pi}\right) \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \quad (1)$$

Vì tam thức $3x^2 - 6mx$ có $\Delta = m^2$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 41. [2D2-2] Tìm tích T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0$.

A. $T = 2$.

B. $T = 8$.

C. $T = 6$.

D. $T = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{4^{x^2}}{4} - 6 \frac{2^{x^2}}{4} + 2 = 0 \Leftrightarrow 4^{x^2} - 6 \cdot 2^{x^2} + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} = 2 \\ 2^{x^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy $T = 2$

Câu 42. [2D2-4] Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất $0,5\%/$ tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

- A. 35 tháng. B. 36 tháng. C. 37 tháng. D. 38 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi a là số tiền vay, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1 = a(1+r) - m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là:

$$N_2 = [a(1+r) - m] + [a(1+r) - m]r - m = a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$$

Số tiền nợ sau tháng thứ ba là:

$$\begin{aligned} N_3 &= a(1+r)^3 - m[(1+r) + 1] + [a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]]r - m \\ &= a(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m \end{aligned}$$

....

Số tiền nợ sau n tháng là: $N_n = a(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \dots - m$

$$\text{Hay } N_n = a(1+r)^n - m\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1\right] = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Sau n tháng anh Nam trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$.

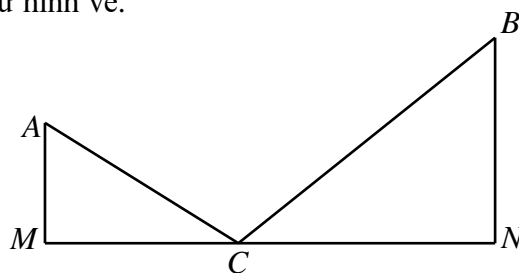
$$10^9 (1+0,005)^n - 30 \cdot 10^6 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,005} = 0 \Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,0005} = 0$$

$$\Leftrightarrow 100 \cdot 1,005^n - 3 \cdot 200 \cdot (1,005^n - 1) = 0 \Leftrightarrow 500 \cdot 1,005^n = 600 \Leftrightarrow n = \log_{1,005} \frac{6}{5} \approx 36,55$$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

Câu 43. [2D1-4] Người ta định xây dựng một trạm biến áp 110 Kv tại ô đất C cạnh đường quốc lộ MN để cấp điện cho hai khu công nghiệp A và B như hình vẽ.

Hai khu công nghiệp A và B cách quốc lộ lần lượt là $AM = 3km$, $BN = 6km$. Biết rằng quốc lộ MN có độ dài $12km$. Hỏi phải đặt trạm biến áp cách khu công nghiệp A bao nhiêu km để tổng chiều dài đường dây cấp điện cho hai khu công nghiệp A và B là ngắn nhất.



- A. $3\sqrt{5}km$. B. $5km$. C. $3km$. D. $\sqrt{34}km$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $AC = x$

Ta có: $MC = \sqrt{x^2 - 9}$; $CN = 12 - \sqrt{x^2 - 9}$

Khi đó $BC = \sqrt{(12 - \sqrt{x^2 - 9})^2 - 36}$.

Khi đó: $AC + CB = f(x) = x + \sqrt{(12 - \sqrt{x^2 - 9})^2 - 36}$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} + \frac{x-12}{\sqrt{x^2-24x+180}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = -\frac{x-12}{\sqrt{x^2-24x+180}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2-24x+180} = (12-x)\sqrt{x} \Leftrightarrow x^2(x^2-24x+180) = (12-x)^2(x^2+9)$$

$$\Leftrightarrow 27x^2 + 216x - 1296 = 0 \Leftrightarrow x = 12 \text{ (loại)} \text{ và } x = 4 \text{ (nhận)}$$

Khi đó $AC = 5$.

Câu 44. [2D4-3] Tìm môđun của số phức z biết $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$.

A. $|z| = 1$.

B. $|z| = 4$.

C. $|z| = 2$.

D. $|z| = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i \Leftrightarrow (1+3i)z = (|z|+4) + (|z|-4)i$

Lấy môđun hai vế, ta được $|(1+3i)z| = |(|z|+4) + (|z|-4)i| \Leftrightarrow |z|\sqrt{10} = \sqrt{(|z|+4)^2 + (|z|-4)^2}$

$$\Leftrightarrow 10|z|^2 = (|z|+4)^2 + (|z|-4)^2 \Leftrightarrow 8|z|^2 = 32 \Leftrightarrow |z|^2 = 4 \Rightarrow |z| = 2.$$

Câu 45. [2H1-3] Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy bằng a ; góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{2}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

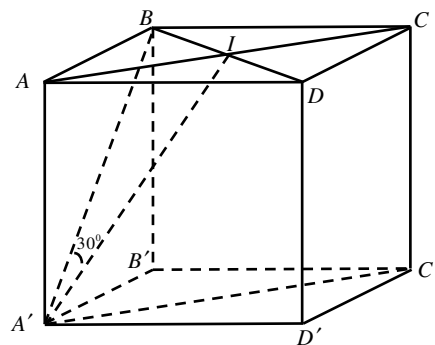
Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều

nên $ABCD, A'B'C'D'$ là hình vuông cạnh bằng a ,

và các cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Có $BI \perp (ACC'A')$ tại I . Hình chiếu của $A'B$ lên

mặt phẳng $(A'ACC')$ là $A'I$.



Vậy góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ bằng $\widehat{BA'I} = 30^\circ$.

$$\text{Có } BI = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'B = 2BI = a\sqrt{2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{2}$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = S_{ABCD} \cdot AA' = a^3$.

Câu 46. [2D2-3] Cho hàm số $y = \frac{1}{(x-m)\log_2[x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2]}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho xác định với mọi $x \in (1; +\infty)$.

A. $m \in (-\infty; 2)$.

B. $m \in (-1; 1]$.

C. $m \in (-\infty; 1)$.

D. $m \in (-\infty; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số $y = \frac{1}{(x-m)\log_2 [x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2]}$ xác định với $\forall x \in (1; +\infty)$ khi

$$\begin{cases} x-m \neq 0 \\ x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 > 0 \text{ (lđ)} \text{ với } \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \notin (1; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 1 \\ x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 \neq 1 \end{cases}$$

Câu 47. [2D2-4] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - mx$ có cực trị.

A. $m \in (0; 1)$.

B. $m \in (-\infty; 1)$.

C. $m \in (0; 1]$.

D. $m \in (-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - mx$$

TXĐ: $D = (0; +\infty)$. Ta có: $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - m$

Hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm đó $\Leftrightarrow m = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm đó

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \sqrt{x^2 + 1} = \frac{1}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ x^2 = \frac{1-m^2}{m^2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Câu 48. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Dựng hình vuông $ABCD$ tâm O .

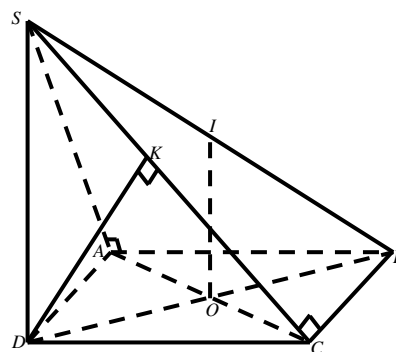
Do $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ nên hình chóp $S.ABC$ nội tiếp mặt cầu tâm I đường kính SB .

Do O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $OI \perp (ABC)$.

$$\Rightarrow SD \perp (ABCD).$$

Kẻ $DK \perp SC$

$$\Rightarrow (AB; (SBC)) = (DC; (SAB)) = \widehat{SCD} = 30^\circ.$$



$$SD = DC \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{1}{6} \cdot SD \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3 \sqrt{3}}{9}.$$

Câu 49. [2D4-4] Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -5 - 3i$. Tìm điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_3 , biết rằng trong mặt phẳng phức điểm M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ và mô đun số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. **B.** $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có điểm $M(x; y) \in d: x - 2y + 1 = 0$ nên $M(2y - 1; y) \Rightarrow z_3 = 2y - 1 + yi$

Do đó $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1 = 3(2y - 1 + yi) - (-5 - 3i) - 2(1 + 3i) = 6y + (3y - 3)i$

Suy ra $|w| = \sqrt{(6y)^2 + (3y - 3)^2} = 3\sqrt{5y^2 - 2y + 1} = 3\sqrt{5\left(y - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \geq 3\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}, \forall y \in \mathbb{R}$

Vậy $\min |w| = \frac{6\sqrt{5}}{5}$, dấu bằng xảy ra khi $y = \frac{1}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Câu 50. [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(2; -3; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Ax , By là hai tiếp tuyến với mặt cầu (S) và $Ax \perp By$. Gọi M , N lần lượt là điểm di động trên Ax , By sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với mặt cầu (S) . Tính giá trị của $AM \cdot BN$.

A. $AM \cdot BN = 19$. **B.** $AM \cdot BN = 24$. **C.** $AM \cdot BN = 38$. **D.** $AM \cdot BN = 48$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặc biệt hóa bài toán như sau:

Dựng hình lập phương nhận A, B là tâm của hình vuông của hai mặt đối diện.

Chọn tia Ax, By và M, N như hình vẽ.

$$AM = BN = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Suy ra: } AM \cdot BN = \frac{AB^2}{2} = \frac{38}{2} = 19.$$

