

SỞ GD&ĐT VĨNH LONG

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (40 câu, 8.0 điểm)

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

B. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$

C. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C.$

D. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C, (a > 0, a \neq 1).$

Câu 2: Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x=2$ và $x=5$ quanh trục Ox bằng

A. $\int_2^5 (x-1) dx.$

B. $\int_2^5 \sqrt{x-1} dx.$

C. $\pi \int_2^5 (x-1) dx.$

D. $\pi^2 \int_2^5 (x-1) dx.$

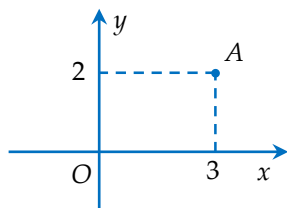
Câu 3: Cho số phức z thỏa mãn $z = i(3+4i)$. Môđun của z là

A. $|z|=7.$ B. $|z|=\sqrt{5}.$ C. $|z|=5.$ D. $|z|=25.$

Câu 4: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Kết quả $\int_3^2 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

A. 3. B. $\frac{5}{2}.$ C. -1. D. 1.

Câu 5: Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. Phần thực là -3 , phần ảo là 2 .
 B. Phần thực là -3 , phần ảo là $2i$.
 C. Phần thực là 3 , phần ảo là $-2i$.
 D. Phần thực là 3 , phần ảo là 2 .

ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM HỌC 2016 – 2017

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng chứa trục Oy và cách $A(1;3;5)$ một đoạn dài nhất. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $x+5z-18=0.$ B. $x+5z=0.$

C. $3x+4z=0.$ D. $x+5y=0.$

Câu 7: Số phức z thỏa mãn $z+2\bar{z}=6-3i$ có phần ảo bằng

A. $-3.$ B. $3.$ C. $3i.$ D. $2i.$

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z=(1+i)^{15}$ là:

A. $\bar{z}=128+128i.$

B. $\bar{z}=128-128i.$

C. $\bar{z}=-1.$

D. $\bar{z}=-128-128i.$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Tìm số đo của $\angle ABC$.

A. $135^\circ.$ B. $120^\circ.$ C. $45^\circ.$ D. $60^\circ.$

Câu 10: Kết quả của phép tính tích phân $\int_0^1 \ln(2x+1) dx = a \ln 3 + b$, $(a, b \in \mathbb{Q})$ khi đó giá trị của ab^3 bằng:

A. $-\frac{3}{2}.$ B. 3. C. 1. D. $\frac{3}{2}.$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -3x+2z-1=0$. Vector pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-3;2;-1).$ B. $\vec{n}=(3;2;-1).$

C. $\vec{n}=(-3;0;2).$ D. $\vec{n}=(3;0;2).$

Câu 12: Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, $(a, b \in \mathbb{Z})$.

Khi đó, giá trị của $a.b$ là

A. 2. B. -2. C. -4. D. 3.

Câu 13: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \cot x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng:

A. $-\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. B. $\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

C. $\ln 2$. D. $-\ln 2$.

Câu 14: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $2x - y + 2z - 11 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0, (\beta): 2x + 3y - z + 16 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là:

A. $\sqrt{14}$. B. 15. C. 0. D. $\sqrt{23}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm giá trị của m .

A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 16$. D. $y = 0$.

Câu 17: Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A. $\tan x$ và $\frac{1}{\sin^2 x}$. B. e^x và e^{-x} .

C. x^2 và x . D. $\sin x$ và $\cos x$.

Câu 18: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm số môđun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 19: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$ là:

A. $x^2 + \ln|x|$. B. $x^2 + \ln x + C$.

C. $x^2 - \ln|x| + C$. D. $x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 20: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$ thỏa $F(0) = -\ln 3$.

A. $\ln(e^2 + 2) + \ln 3$. B. $\ln(e^2 + 2) + 2\ln 3$.

C. $\ln(e^2 + 2) - \ln 3$. D. $\ln(e^2 + 2) - 2\ln 3$.

Câu 21: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số sau $y = x^2$ và $y = x$ là:

A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 22: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi ba đường $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ và $y = 0$ quay quanh trục Ox .

A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{5\pi}{6}$. C. π . D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 23: Biết rằng:

$$\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} = a \ln 5 + b \ln 2, (a, b \in \mathbb{Z}).$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + b = 0$. B. $a - b = 0$.

C. $a + 2b = 0$. D. $2a - b = 0$.

Câu 24: Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần thực và phần ảo là:

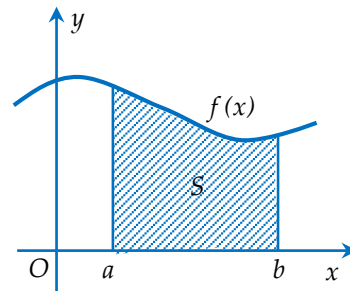
A. Phần thực bằng $a^2 + b^2$ và phần ảo là $2a^2b^2$.

B. Phần thực bằng $a + b$ và phần ảo là a^2b^2 .

C. Phần thực bằng $a^2 - b^2$ và phần ảo là $2ab$.

D. Phần thực bằng $a - b$ và phần ảo là ab .

Câu 25: Diện tích hình phẳng S đối với hình vẽ bên là:



A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_b^a f(x) dx$. D. $S = \int_a^b -f(x) dx$.

Câu 26: Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{7}$. C. $|z| = 7$. D. $|z| = 25$.

Câu 27: Giá trị của tham số thực m bằng bao nhiêu để bình phương số phức $z = \frac{(m + 9i)(1 + i)}{2}$ là số thực?

A. Không có giá trị m thỏa. B. $m = -9$.

C. $m = 9$. D. $m = \pm 9$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $|z + i| = 1$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = z - 2i$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó là

A. $I(0;-1)$. B. $I(0;-3)$.

C. $I(0;3)$. D. $I(0;1)$.

Câu 29: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-3)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $6x-3y-2z+6=0$. B. $6x-3y+2z+6=0$.

C. $6x-3y+2z-6=0$. D. $6x-3y-2z-6=0$.

Câu 30: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ thỏa $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{2}{3}$. B. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+1$.

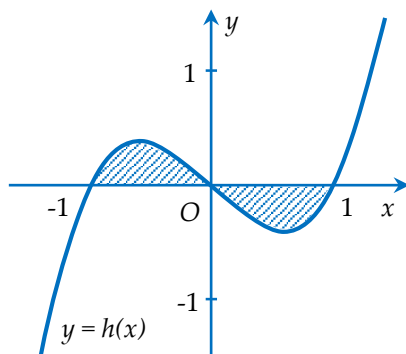
C. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}$. D. $F(x)=-\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{4}{3}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-2z+5=0$ và $(\beta):3x+4y-8z-5=0$. Khi đó vị trí tương đối của (α) và (β) là

A. (α) cắt (β) . B. $(\alpha) \equiv (\beta)$.

C. $(\alpha) \perp (\beta)$. D. $(\alpha) // (\beta)$.

Câu 32: Cho đồ thị hàm số $y=h(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong hình vẽ) bằng



A. $\int_{-1}^0 h(x)dx + \int_0^1 h(x)dx$. B. $\int_{-1}^1 h(x)dx$.

C. $\int_{-1}^0 h(x)dx + \int_0^1 h(x)dx$. D. $-\int_{-1}^0 h(x)dx + \int_0^1 h(x)dx$.

Câu 33: Cho 2 số phức $z_1=3-3i$, $z_2=-1+2i$. Phần ảo của số phức $w=z_1+2z_2$ là

A. -1 . B. 1 . C. -7 . D. 7 .

Câu 34: Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng K và a, b, c là 3 số bất kỳ thuộc K . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f(t)dt$.

B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(t)dt$.

C. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx (c \in (a;b))$.

Câu 35: Với $a \neq 0$. Cho biểu thức $B = \int_{-1}^1 ax^2 dx$.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $B = a \int_{-1}^1 x^2 dx$. B. $B = -\int_1^{-1} ax^2 dx$.

C. $B = \int_1^0 ax^2 dx + \int_0^{-1} ax^2 dx$. D. $B = \frac{2a}{3}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua điểm $N(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho tam giác ABC đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x+2y+3z-6=0$. B. $x+y+z-6=0$.

C. $3x+2y+z-6=0$. D. $x+2y+3z=0$.

Câu 37: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $I > J$. B. $I = J$. C. $I < J$. D. $I = 2J$.

Câu 38: Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ và đặt $t = \sqrt{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int_1^2 (t^2 + t) dx$. B. $I = \int_1^2 (t^2 - t) dx$.

C. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dx$. D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dx$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(3,0,0)$, $N(0,0,4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN=7$. B. $MN=1$.

C. $MN=5$. D. $MN=10$.

Câu 40: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^x$, trục Ox , hai đường thẳng $x=0$, $x=1$. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình đó xung quanh trục hoành được cho bởi công thức

A. $\left(\pi \int_0^1 e^x dx \right)^2$.

B. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$

C. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

D. $\pi \left(\int_0^1 e^2 dx \right)^2$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (2,0 điểm)

Bài 1: (0,5 điểm) Tìm tích phân sau:

$$A = \int_1^2 \left(x^2 + 4x + \frac{4}{x^2} \right) dx.$$

Bài 2: (0,5 điểm) Tìm hai số thực $x; y$ thỏa mãn $(2x - y)i + y(1 - 2i)^2 = 3 + 7i$.

Bài 3: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -1; 2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - z + 2 = 0$.

a) Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

b) Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) .

ĐÁP ÁN

1.D	6.B	11.C	16.C	21.D	26.A	31.A	36.B
2.C	7.B	12.B	17.D	22.B	27.D	32.C	37.B
3.C	8.A	13.D	18.C	23.A	28.B	33.B	38.D
4.C	9.A	14.C	19.D	24.C	29.D	34.A	39.C
5.D	10.A	15.A	20.D	25.B	30.A	35.C	40.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D.

Vì $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (a > 0, a \neq 1)$ nên D sai.

Câu 2: Đáp án C.

$$V = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_2^5 (x-1) dx.$$

Câu 3: Đáp án C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } z = i(3+4i) = -4+3i &\Rightarrow |z| = |-4+3i| \\ &= \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5. \end{aligned}$$

Câu 4: Đáp án C.

$$\text{Ta có: } \int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_2^3 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_2^3 f(x) dx = 3 - 2 = 1.$$

$$\text{Vậy } \int_3^2 f(x) dx = -1.$$

Câu 5: Đáp án D.

Câu 6: Đáp án B.

Vì (α) chứa Oy nên phương trình mặt phẳng (α)

có dạng: $ax + cz = 0$.

Khoảng cách từ $A(1;3;5)$ đến (α) là:

$$d = \frac{|a+5c|}{\sqrt{a^2+c^2}}.$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$$d^2 = \frac{(a+5c)^2}{a^2+c^2} \leq \frac{(1^2+5^2)(a^2+c^2)}{a^2+c^2} = 26.$$

Suy ra $0 \leq d \leq \sqrt{26}$.

Vậy $\max d = \sqrt{26}$ khi $\frac{a}{1} = \frac{c}{5} \Leftrightarrow c = 5a$.

Tức $(\alpha): x+5z=0$.

Câu 7: Đáp án B.

Gọi số phức $z = a+bi (a, b \in \mathbb{R})$.

$$\text{Từ: } z + 2\bar{z} = 6 - 3i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 6 - 3i$$

$$\Leftrightarrow 3a - bi = 6 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ -b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy phần ảo của số phức z là 3.

Câu 8: Đáp án A.

Ta có:

$$\begin{aligned} z &= (1+i)^{15} = (1+i) \cdot (1+i)^{14} = (1+i) \cdot [(1+i)^2]^7 \\ &= (1+i)(2i)^7 = 128(1+i) \cdot i \cdot (i^2)^3 \\ &= -128i \cdot (1+i) = 128 - 128i \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \bar{z} = 128 + 128i$$

Câu 9: Đáp án A.

$$\overrightarrow{BA} = (0;1;0); \overrightarrow{BC} = (1;-1;0)$$

$$\cos ABC = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{0-1+0}{1 \cdot \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $ABC = 135^\circ$

Câu 10: Đáp án A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = dx \end{cases} \text{ ta có } \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \ln(2x+1) dx &= \left[x \ln(2x+1) \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{2x}{2x+1} dx \\ &= \ln 3 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{2x+1} \right) dx = \ln 3 - \left(x - \frac{1}{2} \ln|2x+1| \right) \Big|_0^1 \\ &= \ln 3 - \left(1 - \frac{1}{2} \ln 3 \right) = \frac{3}{2} \ln 3 - 1 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{3}{2}, b = -1. \text{ Do đó } ab^3 = \frac{3}{2}(-1)^3 = -\frac{3}{2}$$

Câu 11: Đáp án C.

Vì $(P): -3x + 2z - 1 = 0$ nên mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-3; 0; 2)$.

Câu 12: Đáp án B.

Ta có

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\sin x + 1)}{\sin x + 1} = \ln|\sin x + 1| \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \ln 2 - \ln \frac{3}{2} = \ln 2 - (\ln 3 - \ln 2) = 2\ln 2 - \ln 3.$$

Vậy $a.b = 2.(-1) = -2$.

Câu 13: Đáp án D.

Ta có:

$$\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{1}{\sin x} d(\sin x) = \ln|\sin x| + C$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \ln\left|\sin \frac{\pi}{2}\right| + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$$

$$F(x) = \ln|\sin x| \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \ln\left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

Câu 14: Đáp án C.

Ta có: $(\alpha) \begin{cases} \text{qua } M(2; -1; 2) \\ \parallel (Q) \end{cases}$

$$\Rightarrow (\alpha): 2x - y + 3z + m = 2.2 - (-1) + 3.2 + m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -11.$$

Vậy C là đáp án đúng.

Câu 15: Đáp án A.

Ta thấy các VTPT $\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (2; 3; -1)$ và $2 \neq 16$ nên $(\alpha) \parallel (\beta)$. Lấy điểm $A(0; 0; 2) \in (\alpha)$.

$$\text{Khi đó: } d((\alpha), (\beta)) = d(A; (\beta)) = \frac{|2.0 + 3.0 - 2 + 16|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}.$$

Câu 16: Đáp án C.

Từ phương trình mặt cầu suy ra tọa độ tâm $I(1; -2; 2)$.

$$\text{Ta có } R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$$

$$= \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 - (-m)} = \sqrt{9 + m}.$$

$$\text{Mà } R = 5 \Rightarrow \sqrt{9 + m} = 5 \Rightarrow 9 + m = 25 \Rightarrow m = 16.$$

Câu 17: Đáp án D.

$$\text{Vì } \int \cos x dx = \sin x + C.$$

Câu 18: Đáp án C.

$$\text{Vì } |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó

$$|z - 1| = |z - i| \Leftrightarrow |x + yi - 1| = |x + yi - i|$$

$$\Leftrightarrow |x - 1 + yi| = |x + (y - 1)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -2y + 1 \Leftrightarrow y = x. (1)$$

Lại có

$$|w| = |2z + 2 - i| = |2(x + yi) + 2 - i|$$

$$= |(2x + 2) + (2y - 1)i| = \sqrt{(2x + 2)^2 + (2y - 1)^2}$$

Thay $x = y$ từ (1) ta được:

$$|w| = \sqrt{(2x + 2)^2 + (2x - 1)^2} = \sqrt{8x^2 + 4x + 5}$$

$$= \sqrt{8\left(x^2 + 2x \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{9}{16}\right)}$$

$$= \sqrt{8\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{2}} \geq \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 19: Đáp án D.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x} = 2x + \frac{1}{x} \text{ nên}$$

$$\int \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx = 2 \int x dx + \int \frac{1}{x} dx = x^2 + \ln|x| + C.$$

Câu 20: Đáp án D.

$$\text{Đặt } t = e^x + 2 \Rightarrow dt = e^x dx$$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln|t| + C = \ln(e^x + 2) + C.$$

$$F(0) = -\ln 3 \Rightarrow \ln 3 + C = -\ln 3 \Rightarrow C = -2\ln 3.$$

Cách 2:

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{e^x + 2} d(e^x + 2) = \ln(e^x + 2) + C.$$

$$F(0) = -\ln 3 \Rightarrow \ln 3 + C = -\ln 3 \Rightarrow C = -2\ln 3.$$

Câu 21: Đáp án D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn là:

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx = \left. \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{6}.$$

Câu 22: Đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa $y = \sqrt{x}$

$$\text{và } y = 2 - x \text{ là: } \sqrt{x} = 2 - x \Leftrightarrow x = 1.$$

Các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = 2 - x$ lần lượt cắt $y = 0$ tại $x = 1$ và $x = 2$.

Do đó để tích thể tích khối tròn xoay ta chia phần hình phẳng giới hạn bởi ba đường trên thành hai phần và tính thể tích từng phần.

Phần 1: Hình phẳng giới hạn bởi các đường
 $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

Thể tích khối tròn xoay là

$$V_1 = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}.$$

Phần 2: Hình phẳng giới hạn bởi các đường
 $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay là

$$V_2 = \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx = \pi \int_1^2 (4-4x+x^2) dx \\ = \pi \left(4x - 2x^2 + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 = \frac{5\pi}{6}.$$

Câu 23: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = \int_1^5 \frac{3}{x(x+3)} dx \\ = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx \\ = (\ln|x| - \ln|x+3|) \Big|_1^5 = (\ln 5 - \ln 8) - (\ln 1 - \ln 4) \\ = \ln 5 - 3\ln 2 + 2\ln 2 = \ln 5 - \ln 2. \\ \Rightarrow a = 1; b = -1 \Rightarrow a + b = 0.$$

Câu 24: Đáp án C.

$$\text{Ta có } z^2 = (a+bi)^2 = a^2 + 2abi + (bi)^2 \\ = a^2 - b^2 + 2abi \\ \text{Vậy phần thực bằng } a^2 - b^2 \text{ và phần ảo là } 2ab$$

Câu 25: Đáp án B.

Câu 26: Đáp án D.

Ta có:

$$z = 4 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

Câu 27: Đáp án D.

$$\text{Ta có: } z^2 = \frac{(m+9i)^2 (1+i)^2}{4} = \frac{(m+9i)^2 2i}{4}$$

Để bình phương của z là số thực thì
 $(m+9i)^2 = m^2 - 9 + 18mi$ là số thuần ảo hay
 $m^2 - 9 = 0$

$$\text{Vậy } m = \pm 9$$

Câu 28: Đáp án B.

$$\text{Ta có: } |z+i| = 1 \Leftrightarrow |w+2i+i| = 1 \Leftrightarrow |w+3i| = 1$$

Đặt $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có: $\Leftrightarrow |x + (y+3)i| = 1$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y+3)^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 1$ là đường
 tròn tâm $I(0; -3)$ và bán kính 1.

Câu 29: Đáp án D.

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn
 chắn ta có:

$$(\alpha): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x - 3y - 2z - 6 = 0.$$

Câu 30: Đáp án A.

Ta có $F(x) = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} e^{3x} + C$. Theo đề $F(0) = 1$
 nên $\frac{1}{3} e^0 + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$.

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{3} e^{3x} + \frac{2}{3}.$$

Câu 31: Đáp án A.

Mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n}_1 = (2; 3; -2)$ và mặt
 phẳng (β) có VTPT $\vec{n}_2 = (3; 4; -8)$.

Do $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương nên loại B, D.

Mặt khác $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 34 \neq 0$ nên loại C.

Câu 32: Đáp án C.

Ta có:

$h(x) \geq 0; \forall x \in [-1; 0]$ và $h(x) \leq 0; \forall x \in [0; 1]$ nên
 diện tích hình phẳng cần tìm bằng:

$$S = \int_{-1}^0 h(x) dx - \int_0^1 h(x) dx = \int_{-1}^0 h(x) dx + \int_1^0 h(x) dx.$$

Câu 33: Đáp án B.

Ta có:

$$w = z_1 + 2z_2 = (3-3i) + 2(-1+2i) \\ = 3-3i-2+4i = (3-2) + (-3+4)i = 1+i$$

Phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2$ là 1.

Câu 34: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$$

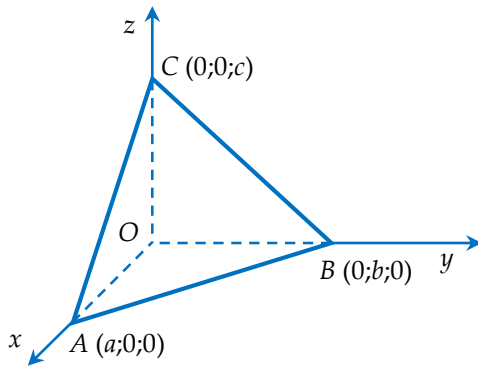
Câu 35: Đáp án C.

Theo tính chất của tích phân suy ra A, B đúng

$$B = \int_{-1}^1 ax^2 dx = a \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{2a}{3} \Rightarrow D \text{ đúng}$$

$$B = \int_1^0 ax^2 dx + \int_0^{-1} ax^2 dx = \int_1^{-1} ax^2 dx \Rightarrow C \text{ sai.}$$

Câu 36: Đáp án B.



Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C

có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Vì (α) đi qua $N(1; 2; 3)$ nên ta có $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ (1)

Theo giả thiết tam giác ABC đều suy ra

$$\begin{cases} AB = AC \\ AB = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = a^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 = b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow a = b = c. \text{ Thay vào (1)} \Rightarrow a = b = c = 6$$

$$\text{Vậy } (\alpha): \frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0.$$

Câu 37: Đáp án B.

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$\text{Và } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Câu 38: Đáp án D.

Đặt

$$t = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=3 \Rightarrow t=2 \end{cases}$$

Do đó

$$\begin{aligned} I &= \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \left(\frac{t^2-1}{1+t} \right) 2t dt \\ &= \int_1^2 (t-1) 2t dt = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt. \end{aligned}$$

Câu 39: Đáp án C.

Độ dài đoạn

$$\begin{aligned} MN &= \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5. \end{aligned}$$

Câu 40: Đáp án B.

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình đó xung quanh trục hoành được cho bởi công thức

$$\pi \int_a^b (f(x))^2 dx = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (2,0 điểm)

Bài 1:

$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 \left(x^2 + 4x + \frac{4}{x^2} \right) dx = \int_1^2 \left(x^2 + 4x + 4x^{-2} \right) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} + 4x - \frac{4}{x} \right) \Big|_1^2 \\ A &= \frac{26}{3} - \frac{1}{3} = \frac{25}{3} \end{aligned}$$

Bài 2:

$$\text{Ta có: } (2x - y)i + y(1 - 2i)^2 = 3 + 7i$$

$$\Leftrightarrow (2x - y)i + y(-3 - 4i) = 3 + 7i$$

$$\Leftrightarrow -3y + (2x - 5y)i = 3 + 7i \Leftrightarrow \begin{cases} -3y = 3 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Bài 3:

a) Do mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng

$$(P) \text{ nên } R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 3 - 2 + 2|}{\sqrt{1 + 9 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{11}}.$$

Phương trình mặt cầu (S) :

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = \frac{4}{11}.$$

b) Tiếp điểm $H(x; y; z)$ của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) là hình chiếu vuông góc của tâm I lên mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; -1)$.

Ta có

$$\begin{cases} H \in (P) \\ \vec{IH} = t\vec{n}, t \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y - z + 2 = 0 \\ x - 1 = t \\ y + 1 = 3t \\ z - 2 = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{11} \\ x = \frac{13}{11} \\ y = -\frac{5}{11} \\ z = \frac{20}{11} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{13}{11}; -\frac{5}{11}; \frac{20}{11}\right).$$