

THPT THANH CHƯƠNG 1 – NGHỆ AN

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 LẦN 2

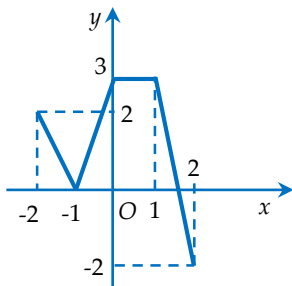
Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{x - 1}$?

- A. $y = 2$. B. $x = 1$.
C. $y = -2$ và $y = 0$. D. $y = 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, $f(x) = 3 \forall x \in [0; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. Nếu $x \in (0; 1)$ thì $f'(x) = 0$.
B. Nếu $x \in (-2; 0)$ thì $f'(x) > 0$.
C. Nếu $x \in (-2; 0)$ thì $f'(x) < 0$.
D. Nếu $x \in (0; 2)$ thì $f'(x) < 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x + 1$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $ABC = 60^\circ$, khoảng cách từ S đến mặt phẳng đáy bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó?

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$.
C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y - 4 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; -1; -4)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.
C. $\vec{n} = (-2; 1; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên tập xác định.

Câu 7: Với các số thực dương a, b, c bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b = \log_a c + \log_c b$.
B. $\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c$.
C. $\log_a b = \log_a c \cdot \log_b c$.
D. $\log_a b = \log_c a \cdot \log_c b$.

Câu 8: Tìm tập nghiệm của phương trình $(\sqrt{2})^{x(x+3)} = 4$.

- A. $\{-4; 1\}$. B. $\{3\}$. C. $\{1; 4\}$. D. $\{-4; 2\}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-3	4	2	3	$+\infty$

Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y = 3$, $y = 4$.
B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 3$.
C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 0$.
D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 3$ và một tiệm cận đứng $x = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau.
 B. Mặt phẳng (P) đi qua tâm của mặt cầu (S) .
 C. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) tiếp xúc nhau.
 D. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) không cắt nhau.

Câu 11: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $G.A'BC$ theo V ?

- A. $\frac{V}{12}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{5}$. D. $\frac{V}{9}$.

Câu 12: Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{(1-2i)(3-i)^2}{1-i}$ có tọa độ là:

- A. $(9; -13)$. B. $(9; 13)$.
 C. $(13; 9)$. D. $(-13; 9)$.

Câu 13: Tìm số phức z biết $\bar{z} = (3-i)(2+3i)$.

- A. $z = 7 + 9i$. B. $z = 9 - 7i$.
 C. $z = 7 - 9i$. D. $z = 9 + 7i$.

Câu 14: Tìm nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) = -3$.

- A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = \sqrt{3}$. D. $x = 2$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-2; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$?

- A. $M(4; 3; 1)$. B. $M(-1; 3; 5)$.
 C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $M(4; 3; 4)$

Câu 16: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3(x-1) < 3$.

- A. 7. B. 26. C. 15. D. 27.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y' = x^4 - 6x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Hàm số có 1 điểm cực trị.

C. Hàm số có 2 điểm cực trị.

D. Hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 18: Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \log_2 \left\{ \log_3 \left[\log_4 \left(4^{3^2} \right) \right] \right\}.$$

- A. $P = 5$. B. $P = 12$. C. $P = -32$. D. $P = 32$.

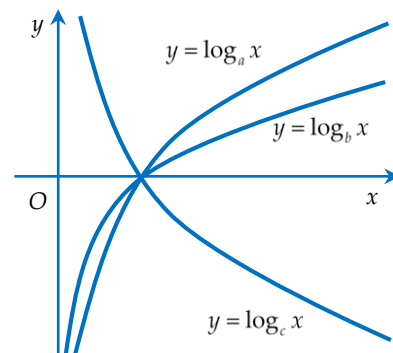
Câu 19: Tập xác định của hàm số $y = \ln(4 - 3x - x^2)$ là:

- A. $D = [-4; 1]$. B. $D = (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.
 C. $D = (-4; 1)$. D. $D = (1; 4)$.

Câu 20: Cho hình nón có chiều cao bằng đường kính đáy và bằng 2. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó?

- A. $S_{xq} = \pi\sqrt{3}$. B. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{3}$.
 C. $S_{xq} = \pi\sqrt{5}$. D. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{5}$.

Câu 21: Cho ba số thực dương a, b, c đồng thời khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$; $y = \log_b x$; $y = \log_c x$ được cho như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $c < a < b$. B. $a < b < c$.
 C. $b < a < c$. D. $c < b < a$.

Câu 22: Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$; $\int_0^2 [f(x) - g(x)] dx = 3$;

$\int_0^2 [f(x) + g(x)] dx = 7$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$?

- A. $I = 0$. B. $I = -2$. C. $I = 3$. D. $I = 2$.

Câu 23: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2 + 3i)z - 2 = \bar{z} - 5i$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 2a + 6b$.

- A. $P = -5$. B. $P = -7$. C. $P = 7$. D. $P = 5$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $4\pi R^2$. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó?

A. $V = 2\pi R^3$. B. $V = \frac{2\pi R^3}{3}$.

C. $V = 3\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 2?

A. $m = 0$. B. $m < 2$. C. $m = 2$. D. $m > 2$.

Câu 26: Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, thể tích $V = \frac{3a^3}{4}$. Tính độ dài cạnh bên của khối chóp đó?

A. $3a\sqrt{2}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 27: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos^2 x$.

A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = 4\cos x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Câu 28: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 - 2z_2| + |z_2 - 2z_1|$.

A. $2\sqrt{10}$. B. $\sqrt{19}$. C. $2\sqrt{19}$. D. $6\sqrt{3}$.

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = 15x^2 - (m^2 + 10m + 10)$ cắt nhau tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng?

A. $m = -12$ và $m = 2$. B. $m = 8$ và $m = 2$.

C. $m = 1$ và $m = -12$. D. $m = -12$ và $m = \pm 2$.

Câu 30: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin^2 x dx = \frac{\pi^2}{a} + \frac{\pi\sqrt{3}}{b} + \frac{3}{c}$, với a, b

là các số nguyên. Tính $S = a + 2b + c$.

A. $S = 7$. B. $S = -5$. C. $S = 4$. D. $S = 8$.

Câu 31: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x \ln x^2$ tại điểm $x = 4$ có kết quả là $f'(4) = a \ln 2 + b$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = a + 2^b$ bằng bao nhiêu?

A. $P = 4$. B. $P = 8$. C. $P = 10$. D. $P = 16$.

Câu 32: Quả bóng đá mà chúng ta thường nhìn thấy hôm nay được ghép từ những miếng da hình lục giác đều và ngũ giác đều lại với nhau nhưng ít người biết được cha đẻ của nó là kiến trúc sư nổi tiếng Richard Buckminster Fuller. Thiết kế của ông còn được đi vào huyền thoại với một giải Nobel hóa học khi các nhà khoa học ở Đại học Rice phát hiện ra một phân tử chứa các nguyên tử các bon có vai trò lớn trong công nghệ nano hiện nay... Loại bóng này được sử dụng lần đầu tiên tại Vòng chung kết World Cup 1970 ở Mexico và cho đến nay vẫn là một kiệt tác. Nếu xem mỗi miếng da của quả bóng khi khâu xong là một mặt phẳng, hỏi quả bóng đó khi chưa bơm căng là một hình đa diện có bao nhiêu cạnh?

A. 180 cạnh.

B. 120 cạnh.

C. 60 cạnh.

D. 90 cạnh.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1| = 2$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + 2i)z - i$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó?

A. $I(-1; -2)$.

B. $I(1; 2)$.

C. $I(-1; -3)$.

D. $I(1; 3)$.

Câu 34: Bạn An mua một chiếc máy tính trị giá 10 triệu đồng bằng hình thức trả góp với lãi suất 0,7% mỗi tháng. Để mang máy về dùng, ban đầu An trả 3 triệu đồng. Kể từ tháng tiếp theo sau khi mua An trả mỗi tháng 500 ngàn đồng. Hỏi tháng cuối cùng An phải trả bao nhiêu tiền thì hết nợ (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?

A. 401 ngàn đồng.

B. 375 ngàn đồng.

C. 391 ngàn đồng.

D. 472 ngàn đồng.

Câu 35: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $|x \ln x| - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. $0 < m < \frac{1}{e}$.

B. $0 < m < \frac{1}{2}$.

C. $0 < m < e$.

D. $\frac{1}{e} < m < e$.

Câu 36: Biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + cx + d$ có phương trình $y = -6x + 2017$. Tính giá trị của hàm số tại $x = 2$.

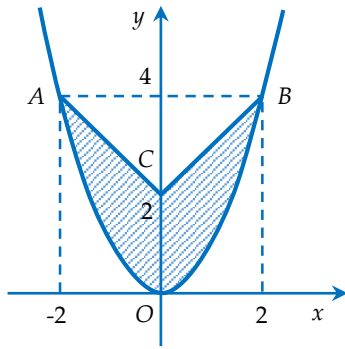
A. 2007.

B. 2029.

C. 2005.

D. 2027.

Câu 37: Tính diện tích S của phần hình phẳng giới hạn bởi đường Parabol đi qua gốc tọa độ và hai đoạn thẳng AC và BC như hình vẽ bên dưới?



- A. $S = \frac{25}{6}$. B. $S = \frac{20}{3}$. C. $S = \frac{10}{3}$. D. $S = 9$.

Câu 38: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $R = 5$, chiều cao $h = 2\sqrt{3}$. Lấy hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 60° . Khi đó, khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng:

- A. 3. B. 4. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Cho $\int_0^b \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 3}} = 2$ với $b \in K$. Khi đó K là khoảng nào trong các khoảng sau:

- A. $K = (1; 2)$. B. $K = (0; 1)$.
C. $K = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $K = (2; 3)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Gọi Δ' là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng Oxy . Véc tơ chỉ phương của Δ' là:

- A. $\vec{u} = (1; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.
C. $\vec{u} = (1; 3; 0)$. D. $\vec{u} = (1; 3; 1)$.

Câu 41: Một con tàu ra khơi đánh bắt xa bờ. Khi thủy thủ đoàn phát hiện có đàn cá phía trước, thuyền trưởng ra lệnh cho tàu chạy chậm lại theo vận tốc được tính bởi $v(t) = 9 - 27t$ (km/h) cho đến khi dừng hẳn thì vừa đến khu vực đàn cá cách địa điểm lúc phát lệnh dừng tàu là 1,5km. Hỏi với 1,5km đó tàu chạy hết thời gian trong bao lâu?

- A. 20 phút. B. 25 phút.
C. 30 phút. D. 16 phút.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 2; 4)$, $B(2; -1; 3)$, $C(3; 2; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị bé nhất?

- A. $M(-1; 3; -1)$. B. $M(1; 2; -1)$.
C. $M(3; 3; 1)$. D. $M(3; 1; -1)$.

Câu 43: Cho các số thực dương x, y . Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = e^{3\log_x y} + \frac{12}{\frac{1}{\ln x}}$.

- A. $P_{\min} = 8\sqrt{3}$. B. $P_{\min} = e^2 \sqrt{3}$.
C. $P_{\min} = 8\sqrt{2}$. D. $P_{\min} = 4\sqrt{6}$.

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng $2a$, góc giữa chúng bằng 60° . Tính thể tích V của khối tứ diện đó?

- A. $V = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.
C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 45: Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z - 2|^2 - |z + i|^2 = 1$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z - 4 - i| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$?

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46: Khi dựng nhà bằng gỗ, người ta thường kê dưới chân mỗi cột một viên đá để không bị nhanh hỏng chân cột theo thời gian (gọi là đá tảng). Càng về sau càng có nhiều nghệ nhân làm đá một cách tinh xảo và đẹp mắt. Xét viên đá tảng được chia làm ba phần (như hình bên). Phần dưới cùng là khối chóp cụt lục giác đều có cạnh đáy nhỏ bằng $180mm$, cạnh đáy lớn là $200mm$. Phần ở giữa là một phần của khối cầu có tâm trùng với tâm đáy nhỏ của khối chóp cụt và bán kính $R = 50\sqrt{97}mm$, khối cầu này cắt đáy lớn của khối chóp cụt theo giao diện là một hình tròn nội tiếp lục giác đều. Phần trên cùng là khối trụ có chiều cao $12mm$. Chiều cao của viên đá là $482mm$. Tính

thể tích của viên (khối) đá tảng đó (Lấy kết quả gần đúng đến mm^3)?



- A. $44988430mm^3$. B. $44999430mm^3$.
C. $44998430mm^3$. D. $44898430mm^3$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt có phương trình: $x - 2y - 2z + 5 = 0$, $2x + y + 2z + 4 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I nằm trên đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng đã cho lần lượt tại A và B sao cho góc $AIB > 90^\circ$. Phương trình mặt cầu (S) là phương trình nào trong các phương trình sau?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$.
B. $49(x^2 + y^2 + z^2) + 14(29x + 24y - 12z) + 1461 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y - z - 3 = 0$.
D. $49x^2 + 49y^2 + 49z^2 + 406x + 336y + 168z + 661 = 0$.

Câu 48: Tìm tất cả các số thực m để phương trình $m \ln x = \ln(1-x) + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- A. $(1;e)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(-e;e)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{10} = \frac{z-3}{-5}$. Đường thẳng Δ đi qua $M(3;-10;-8)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B . Tọa độ trung điểm I của AB là điểm nào trong các điểm sau?

- A. $I(7;14;10)$. B. $I(3;-10;-8)$.
C. $I(5;2;4)$. D. $I(5;2;-4)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-4;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Gọi M là điểm nằm trong mặt phẳng (P) . N là trung điểm của OM , H là hình chiếu vuông góc của O trên AM . Biết rằng khi M thay đổi thì đường thẳng HN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

- A. $R = 2\sqrt{3}$. B. $R = 3$.
C. $R = 3\sqrt{2}$. D. $R = 6$.

ĐÁP ÁN

1.C	6.D	11.D	16.B	21.A	26.B	31.B	36.A	41.A	46.C
2.A	7.B	12.A	17.D	22.D	27.A	32.D	37.B	42.C	47.A
3.D	8.A	13.B	18.A	23.B	28.C	33.C	38.B	43.C	48.D
4.D	9.A	14.B	19.C	24.D	29.A	34.C	39.A	44.C	49.D
5.C	10.D	15.D	20.C	25.A	30.C	35.A	40.D	45.D	50.B

ĐÁP ÁN

1C	2A	3D	4D	5C	6C	7B	8A	9D	10D
11D	12A	13B	14B	15D	16B	17D	18A	19C	20C
21A	22D	23B	24D	25A	26B	27A	28C	29A	30C
31B	32D	33C	34C	35A	36A	37B	38B	39A	40D
41A	42C	43C	44C	45D	46–	47A	48D	49D	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

Cách 1: Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1}{1 - \frac{1}{x}} = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1}{1 - \frac{1}{x}} = 0$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y = -2$; $y = 0$.

Cách 2: Sử dụng máy tính CASIO

Nhập vào máy tính biểu thức $\frac{\sqrt{X^2 - 2X + 3} - X}{X - 1}$ (như hình bên).

Sử dụng chức năng CALC:

– Để tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$, ta CALC cho $X = -10^{10} \rightarrow -\infty$, máy hiện kết quả bằng -2 .

Suy ra $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$.

– Để tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$, ta CALC cho $X = 10^{10} \rightarrow +\infty$, máy hiện kết quả bằng $-10^{-10} \approx 0$.

Như vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$.

Vậy đồ thị có tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y = -2$; $y = 0$.

Câu 2: Đáp án A.

Quan sát đồ thị, ta thấy:

– Với $x \in (-2; -1)$ và $x \in (1; 2)$ thì hàm số nghịch biến, hay $f'(x) < 0$.

– Với $x \in (-1; 0)$ thì hàm số đồng biến, hay $f'(x) > 0$.

– Với $x \in (0; 1)$ thì hàm số có dạng $f(x) = 3$ không đổi, hay $f'(x) = 0$.

Vậy chỉ có phương án A đúng.

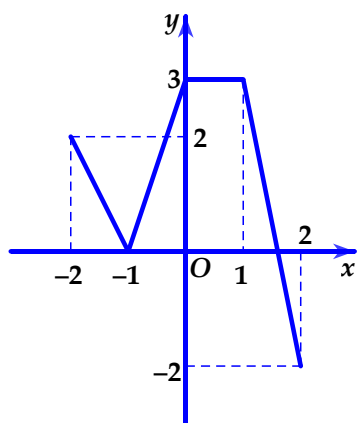
Câu 3: Đáp án D.

Lý thuyết về cực trị: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm $f'(x)$ trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó:

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .

Ta có $y' = 12x^3 - 24x^2 - 12x + 24 = 12(x-1)(x+1)(x-2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Đã nói là làm – Đã làm là không hời hợt – Đã làm là hết mình – Đã làm là không hối hận!



Lập bảng biến thiên của hàm số, ta thấy: Qua mỗi điểm $x = -1$ và $x = 2$, đạo hàm y' đổi dấu từ âm “-” sang dương “+”, nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1, x = 2$; qua điểm $x = 1$, đạo hàm y' đổi dấu từ dương “+” sang âm “-”, nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. Chỉ có phương án D đúng.

Câu 4: Đáp án D.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = BA \cdot BC \cdot \sin ABC = a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ (đvdt).

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot d(S; (ABCD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot 2a\sqrt{3} = a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 5: Đáp án C.

Mặt phẳng $2x - y - 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; 1; 0)$.

Câu 6: Đáp án C.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số luôn nghịch biến trên mỗi khoảng

$(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ (nghịch biến trên từng khoảng xác định).

Câu 7: Đáp án B.

Theo tính chất của logarit, ta có $\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c$.

Câu 8: Đáp án A.

$$\text{Phương trình } (\sqrt{2})^{x(x+3)} = 4 \Leftrightarrow (\sqrt{2})^{x^2+3x} = (\sqrt{2})^4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Câu 9: Đáp án D.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$ nên đồ thị có đường tiệm cận ngang

là $y = 3$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$ nên đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = 0$. Ta chọn phương

án D.

Câu 10: Đáp án D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2 > \sqrt{2} \Rightarrow d(I; (P)) > R. \text{ Suy ra mặt cầu } (S) \text{ và}$$

mặt phẳng (P) không cắt nhau.

Câu 11: Đáp án D.

$$\text{Ta có } V_{A'.ABC} = V_{A.A'BC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{V}{3}.$$

Gọi M là trung điểm của BC , do G là trọng tâm của ΔABC nên $AM = 3GM$.

$$\text{Suy ra } \frac{d(G; (A'BC))}{d(A; (A'BC))} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G; (A'BC)) = \frac{d(A; (A'BC))}{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{G.A'BC} = \frac{V_{A.A'BC}}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{V}{3} = \frac{V}{9}.$$

Đã nói là làm – Đã làm là không hời hợt – Đã làm là hết mình – Đã làm là không hối hận!

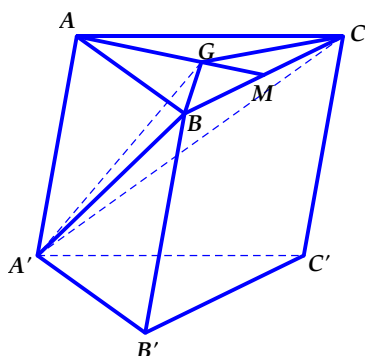
STUDY TIP

Hình bình hành (hoặc hình thoi) $ABCD$ có diện tích được tính theo công thức:

$$S = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

STUDY TIP

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (c \neq 0)$ đơn điệu trên từng khoảng xác định. Tính đồng biến (hay nghịch biến) của hàm số phụ thuộc vào kết quả $ad - bc$.



Câu 12: Đáp án A.

Sử dụng máy tính CASIO, ta tính được $z = \frac{(1-2i)(3-i)^2}{1-i} = 9-13i$. Suy ra số phức z có điểm biểu diễn là $(9; -13)$.

Câu 13: Đáp án B.

Sử dụng máy tính CASIO, ta tính được $\bar{z} = (3-i)(2+3i) = 9+7i \Rightarrow z = 9-7i$.

Câu 14: Đáp án B.

Phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ \log_2(3x-1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 3x-1 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 15: Đáp án D.

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{MA} = (1-x; 2-y; 3-z)$ và $\overrightarrow{MB} = (-2-x; 1-y; 2-z)$.

Để $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-x = 2(1-x) \\ 1-y = 2(2-y) \\ 2-z = 2(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$. Vậy $M(4; 3; 4)$.

Câu 16: Đáp án B.

Bất phương trình $\log_3(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 28 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 28$.

Số nghiệm nguyên của bất phương trình là $(27-2)+1 = 26$.

Câu 17: Đáp án D.

Ta có $y' = x^4 - 6x^2 + 1$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 + 2\sqrt{2} > 0 \\ x^2 = 3 - 2\sqrt{2} > 0 \end{cases}$

Suy ra phương trình $y' = 0$ có bốn nghiệm phân biệt. Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 18: Đáp án A.

Ta có $P = \log_2 \left\{ \log_3 \left[\log_4 \left(4^{3^{32}} \right) \right] \right\} = \log_2 \left\{ \log_3 \left[3^{32} \right] \right\} = \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$.

Câu 19: Đáp án C.

Hàm số $y = \ln(4-3x-x^2)$ xác định khi và chỉ khi $4-3x-x^2 > 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+4) < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 1$.

Câu 20: Đáp án C.

Từ giả thiết, ta có chiều cao và bán kính đáy của hình nón lần lượt là $h = 2, r = 1$.

Đường sinh hình nón là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{5}$. Vậy $S_{xq} = \pi rl = \sqrt{5}\pi$ (đvdt).

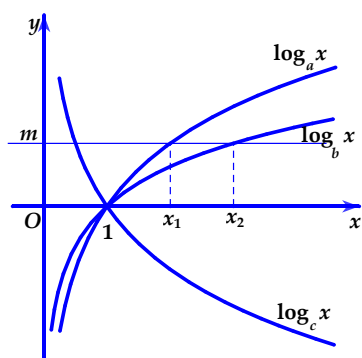
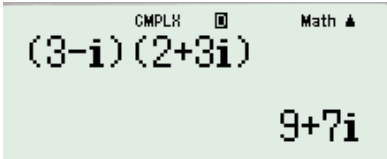
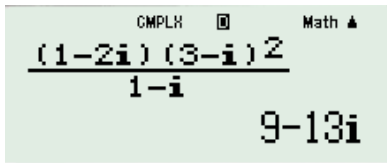
Câu 21: Đáp án A.

Ta thấy hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $a, b > 1$;

còn hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $0 < c < 1$.

Suy ra $0 < c < 1 < a, b$.

Mặt khác: Lấy $y = m$, khi đó tồn tại x_1, x_2 sao cho $\begin{cases} \log_a x_1 = m \\ \log_b x_2 = m \end{cases}$ (hình bên).



Khi đó $\begin{cases} x_1 = a^m \\ x_2 = b^m \end{cases}$. Dễ thấy $x_1 < x_2$ nên $a^m < b^m \Leftrightarrow a < b$. Vậy $c < a < b$.

Câu 22: Đáp án D.

Đặt $\int_0^2 f(x)dx = a$ và $\int_0^2 g(x)dx = b$. Ta có hệ: $\begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$

Suy ra $\int_0^2 f(x)dx = 5$. Lại có $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$

Vậy $I = \int_1^2 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 5 - 3 = 2$.

Câu 23: Đáp án B.

Từ giả thiết, ta có $(2 + 3i)z - 2 = \bar{z} - 5i \Leftrightarrow (2 + 3i)(a + bi) - 2 = (a - bi) - 5i$

$\Leftrightarrow 2a - 3b - 2 + (3a + 2b)i = a - (b + 5)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b - 2 = a \\ 3a + 2b = -b - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = 2 \\ 3a + 3b = -5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = -\frac{11}{12} \end{cases}$. Vậy $P = 2a + 6b = -\frac{3}{2} - \frac{11}{2} = -7$.

Câu 24: Đáp án D.

Gọi chiều cao của hình trụ là h ($h > 0$).

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 4\pi R^2 \Leftrightarrow h = R$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi R^3$ (đvtt).

Câu 25: Đáp án A.

Bài toán: Tìm m để hàm số $y = f(x; m) = a'x^3 + b'x^2 + c'x + d'$ đơn điệu một chiều trên khoảng có độ dài bằng l .

- Bước 1: Tính $y' = f'(x; m) = 3a'x^2 + 2b'x + c' = ax^2 + bx + c$.
- Bước 2: Hàm số $y = f(x; m)$ đơn điệu trên khoảng $(x_1; x_2) \Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \text{ (hay } \Delta' > 0) \end{cases}$ (1)
 - Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \text{ (hay } \Delta' > 0) \end{cases}$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.
 - Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \text{ (hay } \Delta' > 0) \end{cases}$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.
- Hàm số đơn điệu trên khoảng có độ dài bằng $l \Leftrightarrow |x_1 - x_2| = l$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = l^2 \Leftrightarrow S^2 - 4P = l^2 \quad (2)$$
- Giải (2) tìm m , rồi đối chiếu với (1) để tìm các giá trị thỏa mãn.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 + 6x + m$. Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2) \Leftrightarrow$ Phương

trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và $\begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta' = 9 - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$.

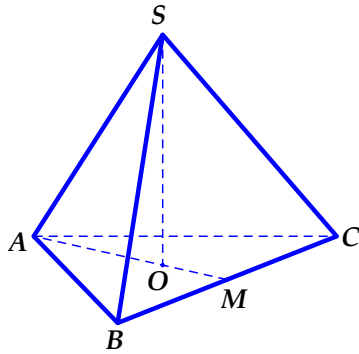
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 4$

Đã nói là làm – Đã làm là không hời hợt – Đã làm là hết mình – Đã làm là không hối hận!

$$\Leftrightarrow (-2)^2 - 4 \cdot \frac{m}{3} = 4 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Câu 26: Đáp án B.

Hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tâm O . Khi đó $SO \perp (ABC)$.



$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4}. \text{ Từ giả thiết, có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\Delta ABC}$$

$$\text{Suy ra } SO = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{3a^2 \sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } BC \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow OA = \frac{2}{3} AM = a.$$

$$\text{Vậy } SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a.$$

Câu 27: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int 2 \cos^2 x dx = \int (1 + \cos 2x) dx = x + \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Câu 28: Đáp án C.

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + \sqrt{2}i \rightarrow A \\ z_2 = 1 - \sqrt{2}i \rightarrow B \end{cases}$$

Nhập vào máy tính CASIO phép tính $|A - 2B| + |B - 2A|$, ta được kết quả $2\sqrt{19}$.

$$\text{Vậy } P = 2\sqrt{19}.$$

Câu 29: Đáp án A.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^4 - 5x^2 + 2 = 15x^2 - (m^2 + 10m + 10)$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 20x^2 + m^2 + 10m + 12 = 0 \quad (1). \text{ Đặt } x^2 = t, (t \geq 0), \text{ phương trình có dạng:}$$

$$t^2 - 20t + m^2 + 10m + 12 = 0 \quad (2)$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) (ẩn t) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn điều kiện $0 < t_1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 100 - (m^2 + 10m + 12) > 0 \\ S = 20 > 0 \\ P = m^2 + 10m + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - \sqrt{113} < m < -5 + \sqrt{113} \\ m > -5 + \sqrt{13} \\ m < -5 - \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5 + \sqrt{13} < m < -5 + \sqrt{113} \\ -5 - \sqrt{113} < m < -5 - \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra, phương trình (1) có bốn nghiệm là } -\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow 3\sqrt{t_1} = \sqrt{t_2} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1.$$

$$\text{Kết hợp với Vi-ét, ta có } \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 + t_2 = 20 \\ t_1 t_2 = m^2 + 10m + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 18 \\ m^2 + 10m + 12 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -12 \\ m = 2 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện thì cả hai giá trị $m = -12$ và $m = 2$ đều thỏa mãn.

Câu 30: Đáp án C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin^2 x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin^2 x dx &= x \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \right) dx \\ &= \frac{\pi}{3} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right) - \left(\frac{x^2}{4} + \frac{1}{8}\cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right) - \left(\frac{\pi^2}{36} - \frac{3}{16} \right) = \frac{\pi^2}{36} + \frac{\pi\sqrt{3}}{-24} + \frac{3}{16}. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 36, b = -24, c = 16$. Vậy $P = a + 2b + c = 4$.

Câu 31: Đáp án B.

Ta có $f(x) = x \ln x^2 = 2x \ln |x|$ và $f'(x) = 2 \ln |x| + 2$.

Suy ra $f'(4) = 2 \ln 4 + 2 = 4 \ln 2 + 2$. Vậy $a = 4, b = 2 \Rightarrow P = a + 2^b = 4 + 4 = 8$.

Câu 32: Đáp án D.

– Lấy các điểm lần lượt là tâm của các hình ngũ giác đều, nối các tâm đó lại ta sẽ được một khối đa diện đều (H).

– Nhận thấy, (H) có các mặt là tam giác đều, mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 5 mặt nên (H) thuộc loại $\{3, 5\}$.

– Theo định lý Euler thì khối đa diện (H) có 12 đỉnh, 30 cạnh và 20 mặt (khối nhị thập diện/ 20 mặt đều). Do đó tương ứng với nó là 12 ngũ giác đều và 20 mặt lục giác đều.

– Vậy, khi quả bóng chưa bơm căng thì được một hình đa diện có $\frac{12 \cdot 5 + 20 \cdot 6}{2} = 90$ cạnh (tổng số cạnh của lục giác và ngũ giác đều trừ đi số cạnh chung).

Câu 33: Đáp án C.

Cách 1: Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Từ } w = (1 + 2i)z - i, \text{ ta có } z = \frac{w + i}{1 + 2i} = \frac{[x + (y + 1)i](1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{x + 2y + 2}{5} - \frac{2x - y - 1}{5}i$$

$$\text{Do } |z + 1| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{x + 2y + 7}{5} - \frac{2x - y - 1}{5}i \right| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{x + 2y + 7}{5} \right)^2 + \left(\frac{2x - y - 1}{5} \right)^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 4y^2 + 49 + 4xy + 14x + 28y}{25} + \frac{4x^2 + y^2 + 1 - 4xy - 4x + 2y}{25} = 4$$

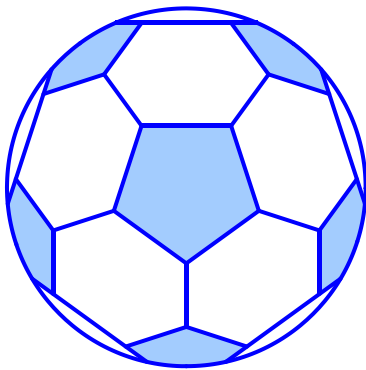
$$\Leftrightarrow \frac{5x^2 + 5y^2 + 10x + 30y + 50}{25} = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y - 10 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-1; -3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Cách 2: Tính nhanh

Áp dụng STUDY TIP: Ta có $|z + 1| = 2 \Leftrightarrow |z - (-1)| = 2$. Khi đó: $z_1 = -1, z_2 = 1 + 2i$ và $z_3 = -i$.

Đã nói là làm – Đã làm là không hời hợt – Đã làm là hết mình – Đã làm là không hối hận!



STUDY TIP

Khối đa diện loại $\{n, p\}$ có D đỉnh, C cạnh và M mặt thì ta có $nM = pD = 2C$, hay theo định lý Euler: $D + M = 2 + C$.

STUDY TIP

Cho $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ và số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = R$. Khi đó, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_2 \cdot z + z_3$ là một đường tròn có tâm là điểm biểu diễn của số phức $z_2 \cdot z_1 + z_3$, bán kính đường tròn là $r = |z_2| \cdot R$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I , với I là điểm biểu diễn của số phức $z_2 \cdot z_1 + z_3 = (1+2i)(-1) + (-i) = -1-3i \Rightarrow I(-1; -3)$, bán kính đường tròn là $r = |z_2| \cdot R = |1+2i| \cdot 2 = 2\sqrt{5}$.

Câu 34: Đáp án C.

Bài toán trả góp: Gọi số tiền vay là N , lãi suất mỗi kì hạn là $r\%$, n là số tháng phải trả, A là số tiền người đó phải trả vào hàng tháng để sau n tháng là trả hết nợ.

- Số tiền gốc còn lại sau tháng đầu tiên: $N + Nr - A = N(1+r) - A$.
- Cuối tháng thứ hai, số tiền còn nợ là:

$$[N(1+r) - A] + [N(1+r) - A]r - A = [N(1+r) - A](1+r) - A$$

$$= N(1+r)^2 - A(1+r) - A.$$
- Cuối tháng thứ ba, số tiền còn nợ là:

$$[N(1+r)^2 - A(1+r) - A](1+r) - A = N(1+r)^3 - A(1+r)^2 - A(1+r) - A.$$

.....

- Tương tự, cuối tháng thứ n , số tiền còn nợ là:

$$N(1+r)^n - A(1+r)^{n-1} - A(1+r)^{n-2} - \dots - A(1+r) - A.$$
- Sau n tháng, người đó trả hết nợ nên ta có:

$$N(1+r)^n - A(1+r)^{n-1} - A(1+r)^{n-2} - \dots - A(1+r) - A = 0$$

$$\Leftrightarrow N(1+r)^n - A[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow N \cdot x^n = A[x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1] \text{ với } x = 1+r.$$

$$\Leftrightarrow N \cdot x^n = A \cdot \frac{1 \cdot (1-x^n)}{1-x} = \frac{A(1-x^n)}{1-x} \quad (1)$$

Lời giải:

Áp dụng công thức (1) với $N = 7000000$ đồng, $r = 0,7\%/tháng$, $A = 500000$ đồng. Ta có:

$$7 \cdot 10^6 \cdot (1+r)^n = 5 \cdot 10^5 \cdot \frac{1-(1+r)^n}{1-(1+r)} \Leftrightarrow 14(1,007)^n = \frac{(1,007)^n - 1}{0,007} \Leftrightarrow (1,007)^n = \frac{50}{451}$$

$\Leftrightarrow n \approx 14,8$ tháng. Như vậy, sau hơn 14 tháng (gần 15 tháng) thì bạn An sẽ trả hết nợ.

Số tiền mà bạn An phải trả ở tháng thứ 14 là:

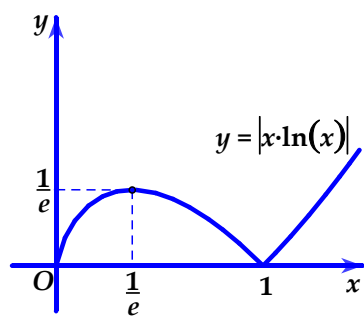
$$T_{14} = N(1+r)^{14} - A[(1+r)^{13} + (1+r)^{12} + \dots + (1+r) + 1] = N(1+r)^{14} - A \cdot \frac{(1+r)^{14} - 1}{(1+r) - 1}$$

$$\Rightarrow T_{14} = 7 \cdot 10^6 \cdot (1,007)^{14} - 5 \cdot 10^5 \cdot \frac{(1,007)^{14} - 1}{0,007} \approx 391000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 35: Đáp án A.

Điều kiện: $x > 0$. Phương trình $|x \ln x| - m = 0 \Leftrightarrow m = |x \ln x| \quad (1)$

Xét hàm số $f(x) = x \ln x$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(x) = \ln x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$.



x	0	$\frac{1}{e}$	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	+
$f(x)$	0	$-\frac{1}{e}$	0	$+\infty$
$ f(x) $	0	$\frac{1}{e}$	0	$+\infty$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $|f(x)|$ tại ba điểm phân biệt. Quan sát bảng biến thiên, suy ra $0 < m < \frac{1}{e}$.

Câu 36: Đáp án A.

Ta có $y' = 3x^2 + c$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{3}$. Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow -\frac{c}{3} > 0 \Leftrightarrow c < 0$.

Lại có $y = x^3 + cx + d = \frac{1}{3}x(3x^2 + c) + \frac{2c}{3}x + d = \frac{1}{3}xy' + \frac{2c}{3}x + d$. Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = \frac{2c}{3}x + d$.

Từ giả thiết, suy ra $\frac{2c}{3}x + d = -6x + 2017 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2c}{3} = -6 \\ d = 2017 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -9 \\ d = 2017 \end{cases}$

Vậy $y = x^3 - 9x + 2017$ và $y(2) = 2^3 - 9 \cdot 2 + 2017 = 2007$.

Câu 37: Đáp án B.

Ta tìm được phương trình parabol là $(P): y = x^2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 4$ (hình bên) là:

$$S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3} \text{ (đvdt)}.$$

Diện tích $\triangle ABC$ là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4 \text{ (đvdt)}$.

Vậy diện tích hình cần tính (miền tô màu) là: $S_0 = S - S_{\triangle ABC} = \frac{20}{3}$.

Câu 38: Đáp án B.

Gọi O, O' lần lượt tâm là hai đáy của hình trụ với $A \in (O), B \in (O')$ (hình vẽ).

Suy ra OO' là trục của hình trụ. Từ điểm A dựng $AH \perp (O'), (H \in (O'))$, khi đó

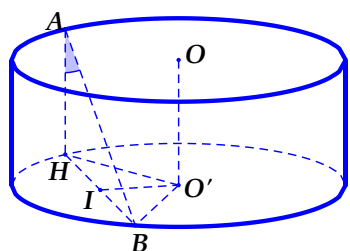
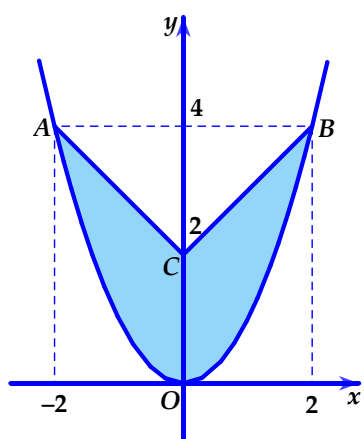
$AH \parallel OO'$ và $(AB, OO') = (AB, AH) = HAB = 60^\circ$.

Ta có $AH = OO' = 2\sqrt{3}$, do $\triangle AHB$ vuông tại H nên $\tan HAB = \frac{HB}{AH}$

$\Rightarrow HB = 2\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = 6$.

Trong mặt phẳng chứa (O') , gọi I là trung điểm của BH nên $O'I \perp BH$.

Đã nói là làm – Đã làm là không hời hợt – Đã làm là hết mình – Đã làm là không hối hận!



Do $O'I \perp BH, O'I \perp AH \Rightarrow O'I \perp (AHB) \Rightarrow O'I = d(O; (AHB))$.

Lại có $OO' \parallel (AHB) \Rightarrow d(AB, OO') = d(OO', (AHB)) = d(O; (AHB)) = O'I$

$$\Rightarrow d(AB, OO') = O'I = \sqrt{R^2 - \left(\frac{HB}{2}\right)^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Câu 39: Đáp án A.

Đặt $\sqrt{e^x + 3} = t \Rightarrow e^x + 3 = t^2 \Rightarrow e^x dx = 2t dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 2 \\ x = b \Rightarrow t = \sqrt{e^b + 3} \end{cases}$

$$\text{Khi đó } \int_0^b \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 3}} = 2 \int_2^{\sqrt{e^b + 3}} dt = 2t \Big|_2^{\sqrt{e^b + 3}} = 2\sqrt{e^b + 3} - 4.$$

Từ giả thiết, suy ra $2\sqrt{e^b + 3} - 4 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{e^b + 3} = 3 \Leftrightarrow e^b = 6 \Leftrightarrow b = \ln 6$.

Vậy $b \in (1; 2)$ hay $K = (1; 2)$.

Câu 40: Đáp án D.

Phương trình mặt phẳng $(Oxy): z = 0$.

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$ và cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $M(4; 11; 0)$.

Gọi B là điểm đối xứng của $A(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oxy) , ta tìm được tọa độ điểm $B(1; 2; -3)$.

Khi đó $\vec{BM} = (3; 9; 3)$. Suy ra đường thẳng Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ qua mặt phẳng (Oxy) nên có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 1)$.

Câu 41: Đáp án A.

Gọi $t_1(h)$ là thời điểm mà thuyền trưởng bắt đầu phát lệnh dừng tàu, và $t_2(h)$ là thời điểm mà tàu dừng hẳn.

$$\text{Khi đó, ta có } v(t_2) = 0 \Leftrightarrow 9 - 27t_2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = \frac{1}{3}(h).$$

Theo bài ra, từ thời điểm thuyền trưởng bắt đầu phát lệnh dừng tàu đến thời điểm tàu dừng hẳn, thì tàu đi được một quãng đường là $1,5(km)$.

$$\text{Nghĩa là: } S = \int_{t_1}^{\frac{1}{3}} (9 - 27t) dt = 1,5(km) \Leftrightarrow \left(9t - \frac{27t^2}{2} \right) \Big|_{t_1}^{\frac{1}{3}} = 1,5 \text{ với } t_1 < \frac{1}{3}(h).$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} - 9t_1 + \frac{27t_1^2}{2} = 1,5 \Leftrightarrow \frac{27}{2}t_1^2 - 9t_1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ t_1 = \frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Do } t_1 < \frac{1}{3} \text{ nên } t_1 = 0(h).$$

Vậy tàu chạy quãng đường $1,5(km)$ đó trong $t_2 - t_1 = \frac{1}{3}(h) = 20$ phút.

Câu 42: Đáp án C.

Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Suy ra $G(2; 1; 3)$ và $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |3\vec{MG}| = 3MG.$$

STUDY TIP

Hàm quãng đường là nguyên hàm của hàm vận tốc.

Với điểm $M \in (P)$, để $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của G trên mặt phẳng (P) .

Phương trình tham số của đường thẳng $GM \perp (P)$ là:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

Điểm $M = MG \cap (P)$ nên có tọa độ là $M(3; 3; 1)$.

Câu 43: Đáp án C.

Ta có $P = e^{3\log_x y} + \frac{12}{\frac{1}{y^{\log_x y}}} = (e^{\log_x y})^3 + \frac{12}{y^{\log_x e}} = (e^{\log_x y})^3 + \frac{12}{e^{\log_x y}}$.

Đặt $e^{\log_x y} = t, (t > 0)$ thì $P = t^3 + \frac{12}{t} = f(t)$.

Đạo hàm $f'(t) = 3t^2 - \frac{12}{t^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}$ do $t > 0$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, suy ra $\min P = \min f(t) = f(\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}$.

Câu 44: Đáp án C.

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot \sin(AB, CD) \cdot d(AB, CD) = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a \sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ \cdot 2a = \frac{a^3}{2}$ (đvtt).

Câu 45: Đáp án D.

Giả sử $z_1 = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn $M(x; y)$. Từ giả thiết, ta có:

$$|z_1 - 2|^2 + |z_1 + i|^2 = 1 \Leftrightarrow |(x-2) + yi|^2 + |x + (y+1)i|^2 = 1$$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 - x^2 - (y+1)^2 = 1 \Leftrightarrow -4x - 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$. Suy ra tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$.

Giả sử $z_2 = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $N(a; b)$. Từ giả thiết, ta có:

$|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |(a-4) + (b-1)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b-1)^2 = 5$. Khi đó tập hợp các điểm $N(a; b)$ biểu diễn số phức z_2 là đường tròn $(C): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 5$ có tâm $I(4; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Ta có $d(I; \Delta) = \frac{|2 \cdot 4 + 1 - 1|}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5} > \sqrt{5} \Rightarrow d(I; \Delta) > R$, nên đường thẳng Δ và đường tròn (C) không cắt nhau.

Nhận thấy $|z_1 - z_2| = |(x-a) + (y-b)i| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = MN$. Để $|z_1 - z_2|$ đạt nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất. Quan sát hình vẽ, ta thấy $MN_{\min} \Leftrightarrow MN \perp \Delta$ hay $MN = d(I; \Delta) - R = \frac{8\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

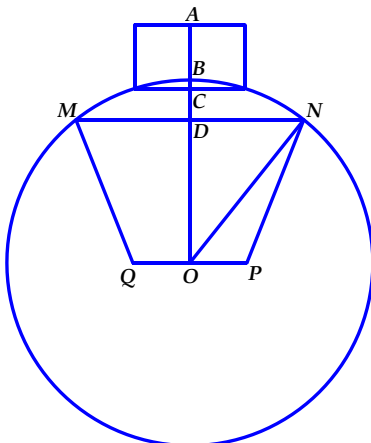
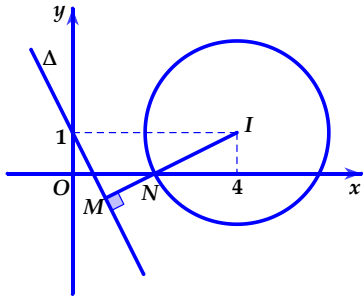
Câu 46:

Chia khối đá tảng làm ba phần như hình vẽ bên. Hình vẽ này biểu diễn thiết diện của khối đá khi cắt bởi mặt phẳng đi qua M, N và vuông góc với đáy của khối đá (với M, N là trung điểm hai cạnh đối diện của đáy lục giác đều lớn) và độ dài $MN = 200\sqrt{3} (mm)$.

STUDY TIP

Tứ diện $ABCD$ có thể tích được tính theo công thức sau:

$$V = \frac{AB \cdot CD}{6} \cdot \sin(AB, CD) \cdot d(AB, CD)$$



– Phần 1: Khối chóp cắt có chiều cao $h = OD = \sqrt{R^2 - \left(\frac{MN}{2}\right)^2} = 50\sqrt{85} (mm)$; hai đáy là hai lục giác đều cạnh $180 (mm)$ và $200 (mm)$ nên diện tích mỗi đáy là $S_1 = 6 \cdot \frac{180^2 \sqrt{3}}{4} = 48600\sqrt{3} (mm^2)$ và $S_2 = 6 \cdot \frac{200^2 \sqrt{3}}{4} = 60000\sqrt{3} (mm^2)$.

Thể tích khối chóp cắt là:

$$V_1 = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \approx 43275229,64 (mm^3) \xrightarrow{\text{SHIFT STO}} A.$$

– Phần 2: Một phần của khối cầu (chính là hiệu của hai chỏm cầu), chỏm cầu lớn có chiều cao BD , thể tích V_{C_1} và chỏm cầu nhỏ có chiều cao BC , thể tích V_{C_2} .

$$OB = R = 50\sqrt{97}, OD = 50\sqrt{85} \Rightarrow BD = OB - OD = 50(\sqrt{97} - \sqrt{85}) (mm)$$

$$OA = 482 (mm), AC = 12 (mm) \Rightarrow OC = OA - AC = 470 (mm)$$

$$\Rightarrow CD = OC - OD = 470 - 50\sqrt{85} (mm) \Rightarrow BC = BD - CD = 50\sqrt{97} - 470 (mm).$$

$$V_{C_1} = \pi \cdot BD^2 \left(R - \frac{BD}{3} \right), V_{C_2} = \pi \cdot BC^2 \left(R - \frac{BC}{3} \right).$$

Thể tích của phần 2 là: $V_2 = V_{C_1} - V_{C_2} \approx 731708,5803 (mm^3) \xrightarrow{\text{SHIFT STO}} B.$

– Phần 3: Là một khối trụ có chiều cao $h' = AC = 12 (mm)$, bán kính đường tròn

đáy $r = \sqrt{R^2 - OC^2} = \sqrt{(50\sqrt{97})^2 - 470^2} = 60\sqrt{6} (mm)$. Thể tích của khối trụ này là:

$$V_3 = \pi r^2 h' = \pi (60\sqrt{6})^2 \cdot 12 = 259200\pi (mm^3) \xrightarrow{\text{SHIFT STO}} C.$$

Vậy thể tích của khối đá tảng là: $V = V_1 + V_2 + V_3 = A + B + C = 44821239,03 (mm^3)$

Câu 47: Đáp án A.

Tâm I của mặt cầu (S) nằm trên đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ nên có tọa độ $I(3t-2; 2t-2; 1-t)$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ khi $d(I; (P)) = d(I; (Q))$

$$\Leftrightarrow \frac{|3t-2-2(2t-2)-2(1-t)+5|}{3} = \frac{|2(3t-2)+2t-2+2(1-t)+4|}{3} \Leftrightarrow |t+5| = |6t|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-\frac{5}{7} \end{cases} \text{ Suy ra } \begin{cases} I(1;0;0) \\ I\left(-\frac{29}{7}; -\frac{24}{7}; \frac{12}{7}\right) \end{cases}$$

Sau khi biết tọa độ điểm I , ta sẽ viết được phương trình đường thẳng $IA \perp (P)$, $IB \perp (Q)$ và tìm được tọa độ của các điểm $A = IA \cap (P)$ và $B = IB \cap (Q)$. Tính $\angle AIB = (\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB})$. Do $\angle AIB > 90^\circ$ nên ta chỉ tìm được điểm $I(1;0;0)$ thỏa mãn.

Vậy phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R = 2$ là:

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0.$$

Câu 48: Đáp án D.

Phương trình $m \ln x = \ln(1-x) + m \Leftrightarrow m(\ln x - 1) = \ln(1-x) \Leftrightarrow m = \frac{\ln(1-x)}{\ln x - 1}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\ln x - 1}$ trên khoảng $(0;1)$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{\frac{-1}{1-x}(\ln x - 1) - \frac{\ln(1-x)}{x}}{(\ln x - 1)^2} = \frac{1}{(\ln x - 1)^2} \left[\frac{\ln x - 1}{x - 1} - \frac{\ln(1-x)}{x} \right]$.

Với $x \in (0;1)$ thì $\begin{cases} \ln x < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x - 1 < -1 < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases}$ và $\begin{cases} 1 - x < 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(1-x) < 0 \\ x > 0 \end{cases}$

Suy ra $\frac{\ln x - 1}{x - 1} > 0$ và $\frac{\ln(1-x)}{x} < 0$. Vậy $f'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$.

Bảng biến thiên: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.

x	0		1
$f'(x)$		+	
$f(x)$	0	↗ $+\infty$	

Để phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(0;1) \Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$. Quan sát bảng biến thiên, ta được $m > 0$.

Câu 49: Đáp án D.

Ta có $A \in d_1 \Rightarrow A(1+a; 2-2a; -a-3)$ và $B \in d_2 \Rightarrow B(4+2b; 10b-2; 3-5b)$.

Khi đó: $\overrightarrow{MA} = (a-2; 12-2a; 5-a)$; $\overrightarrow{MB} = (1+2b; 10b+8; 11-5b)$.

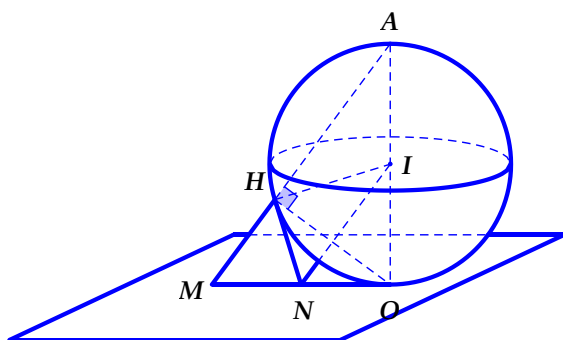
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Ba điểm A, M, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = k(2b+1) \\ 12-2a = k(10b+8) \\ 5-a = k(11-5b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2bk-k=2 \\ 2a+10bk+8k=12 \\ a-5bk+11k=5 \end{cases}$. Ta coi đây là hệ ba phương trình

với ba ẩn a, bk và k . Sử dụng máy tính CASIO, ta tìm được các nghiệm:

$\begin{cases} a=3 \\ bk=\frac{1}{3} \\ k=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ k=\frac{1}{3} \end{cases}$. Vậy $A(4; -4; -6), B(6; 8; -2)$ và trung điểm AB là $I(5; 2; -4)$.

Câu 50: Đáp án B.



Mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$ chứa điểm O và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -2; 1)$.

Ta thấy $\overrightarrow{OA} = (4; -4; 2) = 2\overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow \overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{n_{(P)}}$ là hai vectơ cùng phương. Suy ra $OA \perp (P)$. Mà $M \in (P) \Rightarrow OA \perp AM \Rightarrow \Delta OAM$ vuông tại O .

Ta có: N là trung điểm của OM , $\triangle OHM$ vuông tại $H \Rightarrow NO = NH$; I là trung điểm của OA , $\triangle OHA$ vuông tại $H \Rightarrow IO = IH$. Suy ra $\triangle ION = \triangle IHN$ (c.c.c)

$\Rightarrow \angle ION = \angle IHN = 90^\circ \Rightarrow HN \perp IH$, mà $IA = IH = IO$. Như vậy, HN luôn luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm I , bán kính $R = \frac{1}{2}OA = 3$ là mặt cầu cố định.