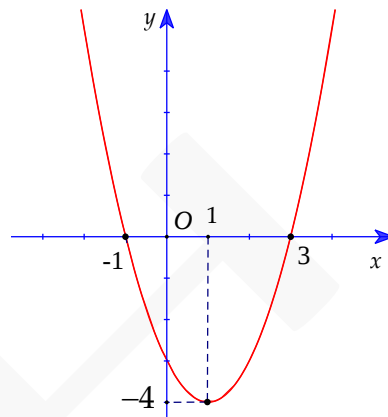


CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = f'(x)$

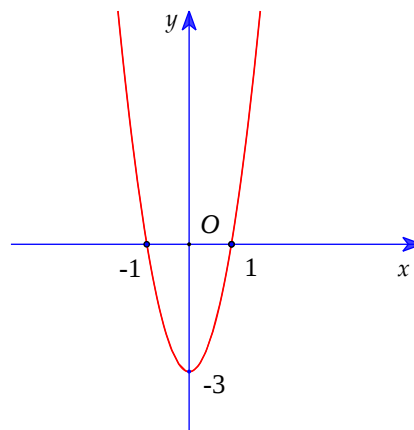


Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = -9$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Phần nguyên của giá trị diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành là



- A. 2. B. 27.
C. 29. D. 35.

Câu 2. [Sở giáo dục Hà Nội]: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:



Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

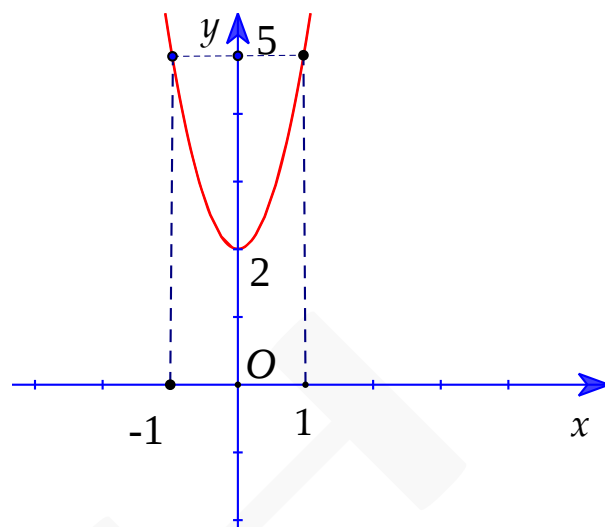
- A. $S = 9$. B. $S = \frac{27}{4}$.
C. $S = \frac{21}{4}$. D. $S = \frac{5}{4}$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Giá trị của $f(3) - f(1)$ là

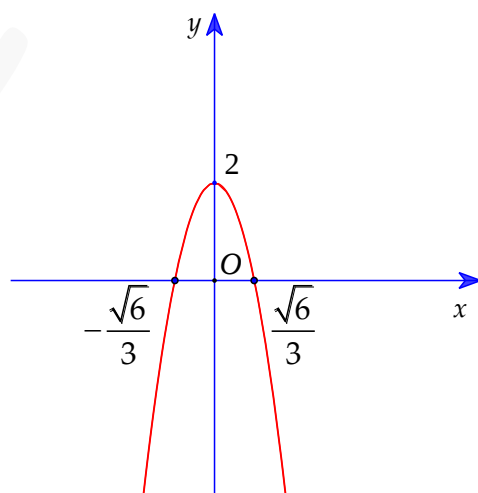
- A. 24. B. 26.
C. 28. D. 30.



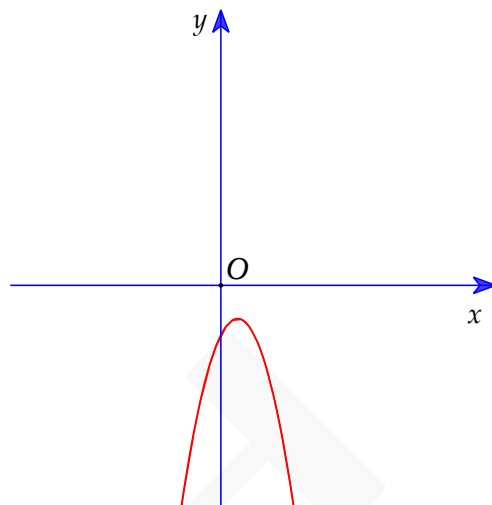
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Phần nguyên giá trị diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành là

- A. 6. B. 4.
C. 3. D. 2.



Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Hàm số (C) có thể là hàm số nào trong các hàm số sau:



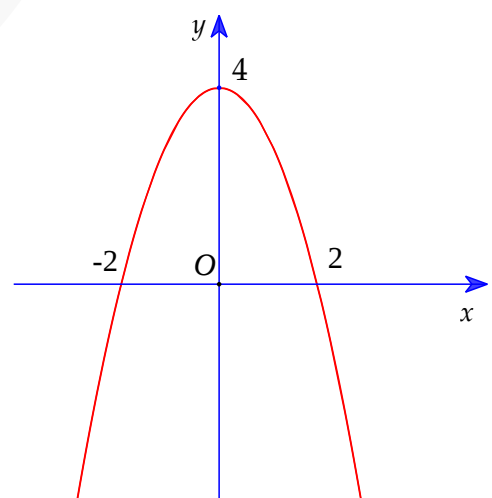
A. $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$.

B. $y = x^3 - 2x - 1$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

D. $y = -x^3 + x^2 - x + 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = \frac{13}{3}$ tại điểm có hoành độ dương và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Giá trị $3a + 2b + c - d$ là



A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a \neq 0$)

có đồ thị (C) . Đồ thị hàm số $y = f'(|x|)$ như hình

vẽ bên. Biết hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu tại

$x = -2$ và 2 cực trị đều âm, hỏi đồ thị hàm số (C)

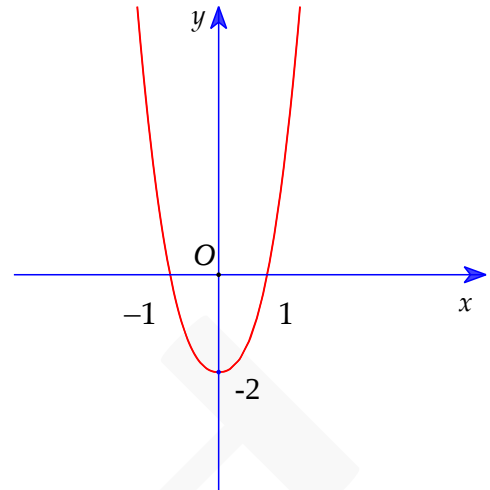
cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị

hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất

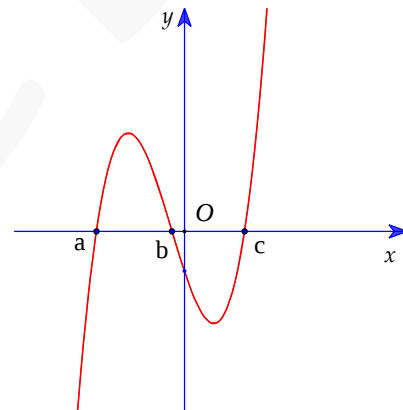
bao nhiêu điểm?

A. 1.

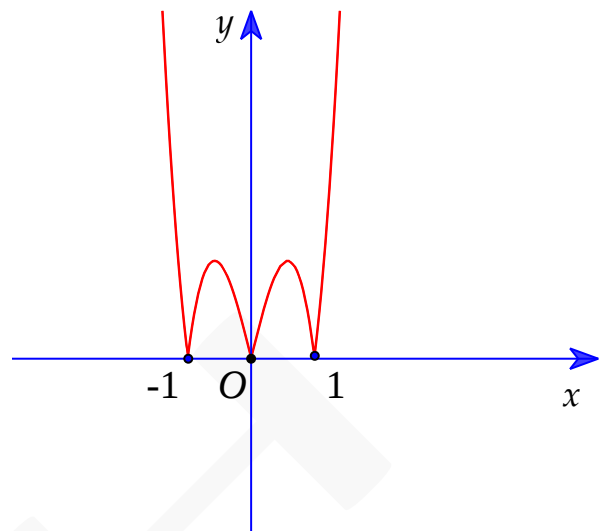
B. 2.

C. 3.

D. 4.

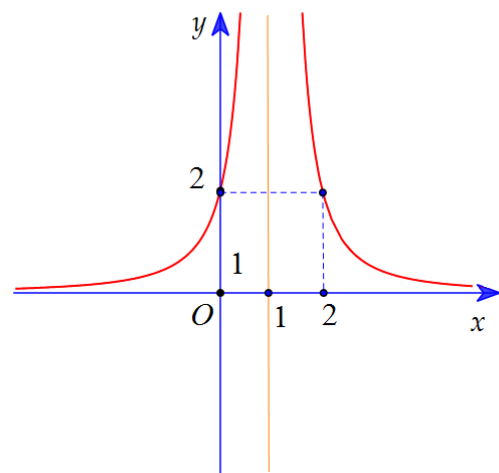


Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a > 0$) có đồ thị (C) , đồ thị hàm số $y = |f'(x)|$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với trục Ox tại 2 điểm. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành là



- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{8}{15}$.
C. $\frac{14}{15}$. D. $\frac{16}{15}$.

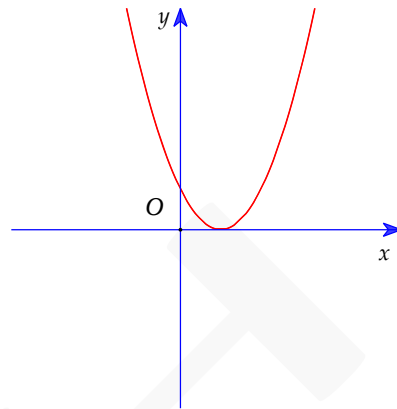
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}; -\frac{d}{c} \neq 0$) có đồ thị (C) , đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có dạng



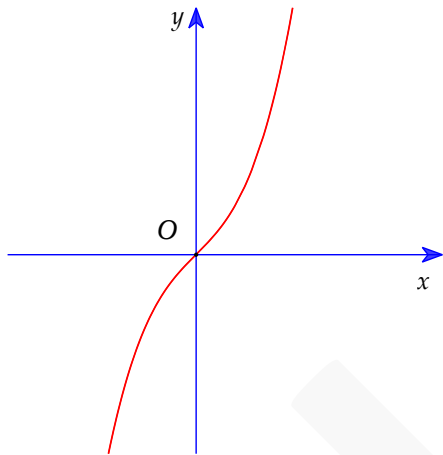
- A. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$. B. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.
C. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

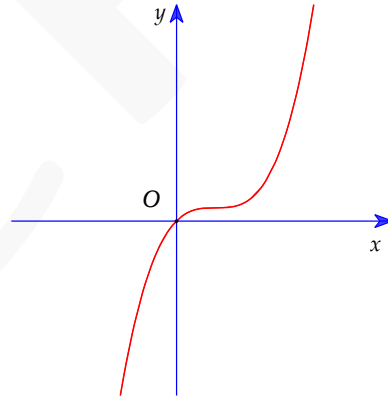
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị
hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên.
Đồ thị hàm số có thể là đồ thị nào trong các
hình vẽ sau



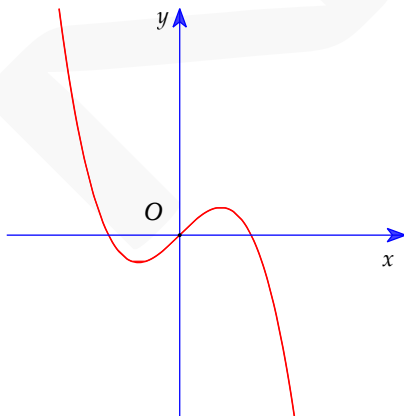
A.



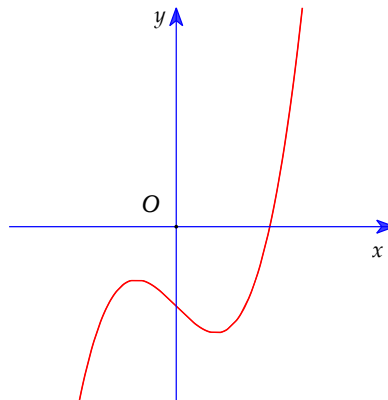
B.



C.

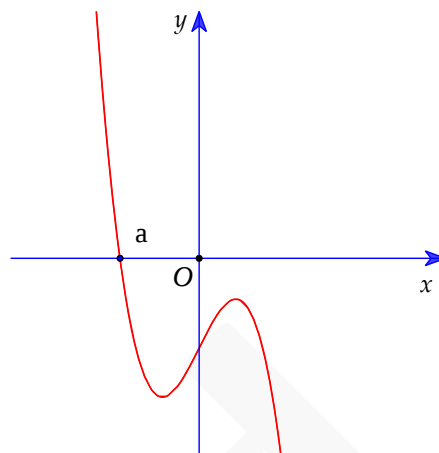


D.



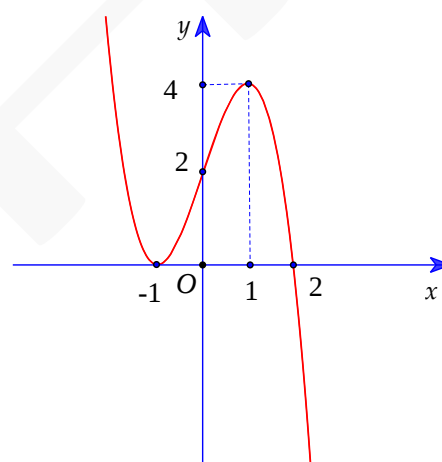
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) < 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

- A. 0. B. 1.
C. 2. D. 4.



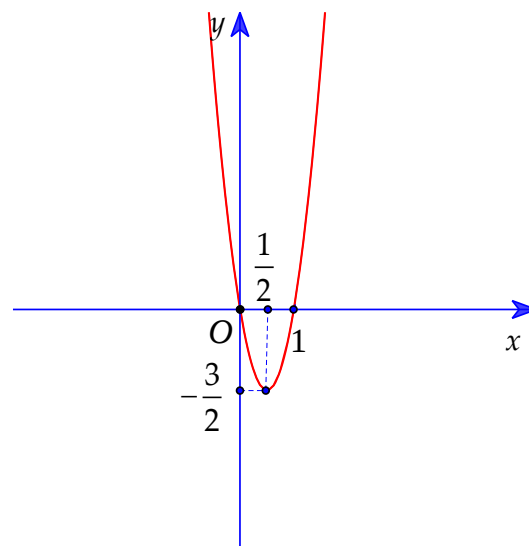
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = y = ax^4 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Giá trị $a + b + c + d$ là

- A. 4. B. 7.
C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{17}{4}$.



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại nằm trên trục tung có tung độ bằng 2. Giá trị $a + b + c + d$ là

- A. 1. B. -2.
C. 2. D. 3.



Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a > 0$) có đồ

thị hàm số $y = |f'(x)|$ như hình vẽ. Biết đồ thị

hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại

tại điểm có tung độ bằng -3 . Phương trình

$|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi giá trị m là

A. $-4 < m < -3$.

B. $0 < m < 4$.

C. $0 < m < 3$.

D. $3 < m < 4$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác

định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như

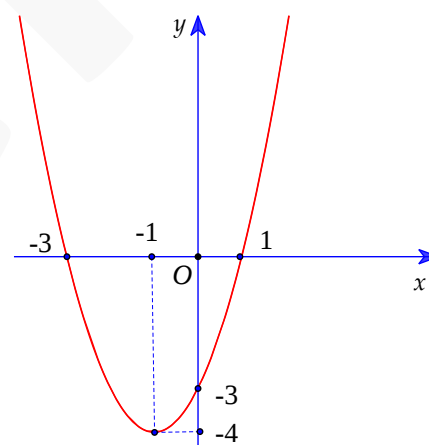
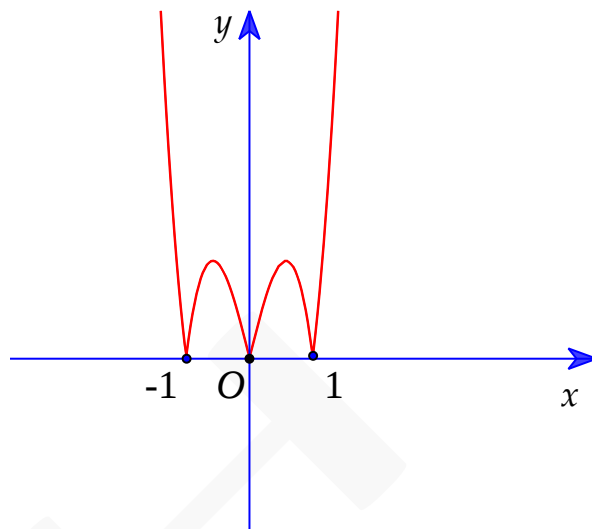
hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số chỉ nghịch biến trên $(-3; -1)$.

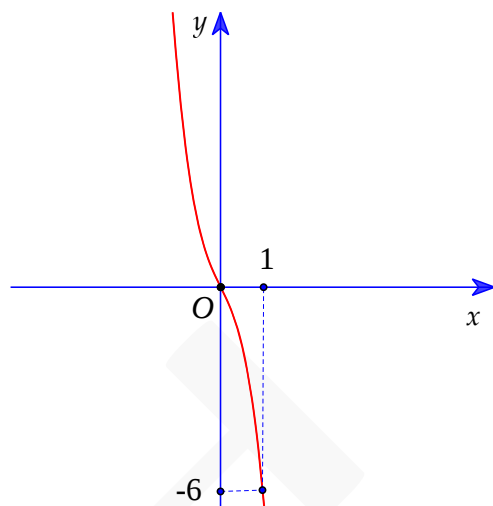
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số chỉ đồng biến trên $(1; +\infty)$.



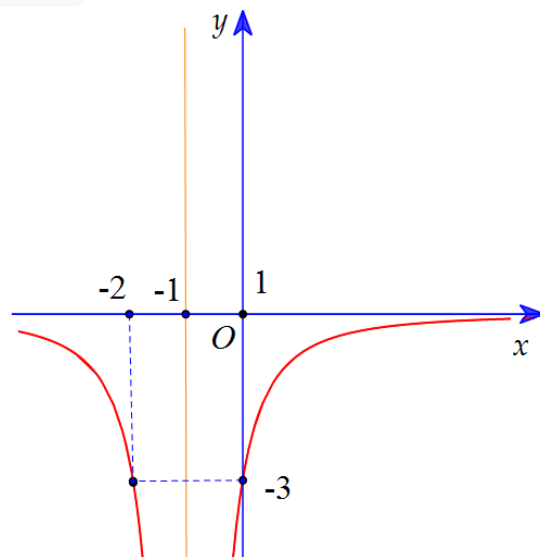
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đường thẳng $y = 2$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm cực đại. Giá trị $a + b + c$ là

- A. -1. B. 0.
C. 1. D. 2.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}; -\frac{d}{c} \neq 0$) có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2. Giá trị $a + b + c + d$ là

- A. -1. B. 3.
C. 5. D. 6.

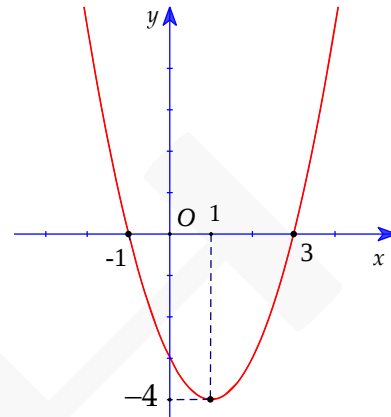


CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = f'(x)$



Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = -9$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Phần nguyên của giá trị diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành là



A. 2.

B. 27.

C. 29.

D. 35.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy đồ thị hàm số

$$y = f'(x) \text{ đi qua 3 điểm } (-1; 0), (3; 0), (1; -4) \text{ ta có hệ: } \begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -1 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int (x^2 - 2x - 3) dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + C$$

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = -9$ tại điểm có hoành độ x_0 nên

$$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}. \text{ Do } x_0 > 0 \Rightarrow x_0 = 3.$$

$$\text{Suy ra } f(3) = -9 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - 3 \cdot 3 + C = -9 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow (C): y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_{2,3} = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{cases} \cdot \text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_{\frac{3-3\sqrt{5}}{2}}^{\frac{3+3\sqrt{5}}{2}} \left| \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x \right| dx = 29,25$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 2. [Sở giáo dục Hà Nội]: Cho hàm số

$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ

thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường

thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị

hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:

Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ

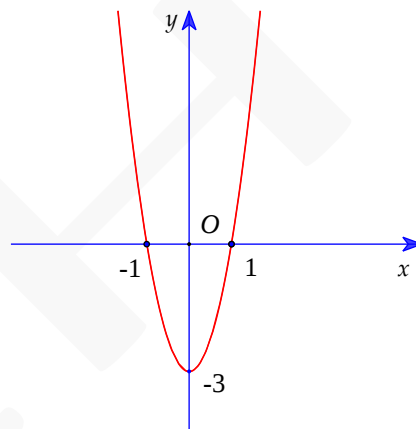
thị (C) và trục hoành.

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{27}{4}$.

C. $S = \frac{21}{4}$.

D. $S = \frac{5}{4}$.



Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ là hàm chẵn đối xứng qua trục tung

nên $f'(-1) = f'(1) \Rightarrow b = 0$. Mà $\begin{cases} f'(0) = -3 \Rightarrow c = -3 \\ f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a + c = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$

$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 3) dx = x^3 - 3x + C$. Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ x_0 nên $f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$. Do $x_0 < 0 \Rightarrow x_0 = -1$.

Suy ra $f(-1) = 4 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow (C): y = x^3 - 3x + 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx = \frac{27}{4} \Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ

thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Giá trị của

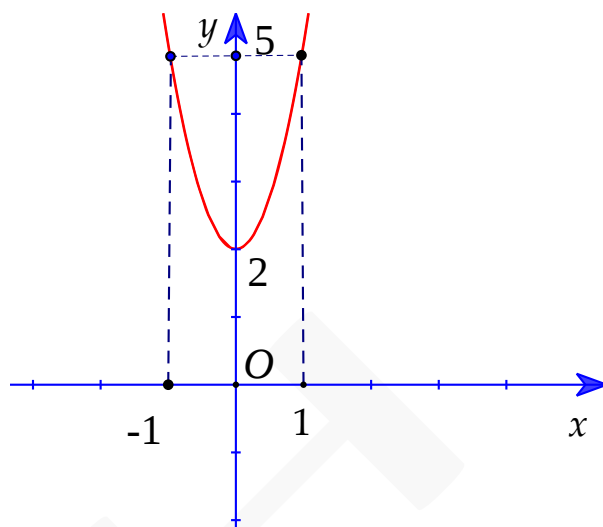
$f(3) - f(1)$ là

A. 24.

B. 26.

C. 28.

D. 30.



Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ là hàm chẵn đối xứng qua trục tung

nên $f'(-1) = f'(1) \Rightarrow b = 0$. Mà $\begin{cases} f'(0) = -3 \Rightarrow c = 2 \\ f'(1) = 5 \Rightarrow 3a + c = 5 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$

$\Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + 2) dx = x^3 + 2x + C$, đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ nên $C = 0$

$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f(3) - f(1) = 30 \Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị

(C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$

cho bởi hình vẽ bên. Phần nguyên giá trị diện tích

hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành

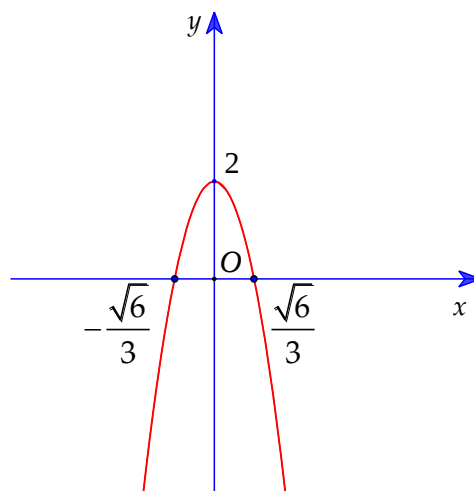
là

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.



Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ là hàm chẵn $\Rightarrow b = 0$.

$$\text{Mà } \begin{cases} f'(0) = 2 \Rightarrow c = 2 \\ f'\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2a + c = 0 \Rightarrow a = -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 2$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (-3x^2 + 2) dx = -x^3 + 2x + C.$$

Do đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ nên $C = 0 \Rightarrow (C): y = -x^3 + 2x$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $-x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |x^3 + 2x| dx = 6 \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị

hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Hàm số (C)

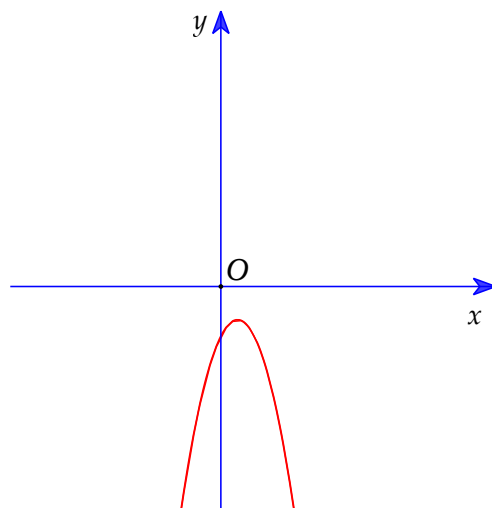
có thể là hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$.

B. $y = x^3 - 2x - 1$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

D. $y = -x^3 + x^2 - x + 2$.



Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $a < 0$

Mà $f'(0) < 0 \Rightarrow c < 0$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục Ox nên

hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. $\Rightarrow$ hàm số $y = f(x)$ không có cực trị
 $\Rightarrow b^2 - 3ac \leq 0 \Rightarrow b^2 \leq 3ac \Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị

(C) tiếp xúc với đường thẳng $y = \frac{13}{3}$ tại điểm có

hoành độ dương và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho

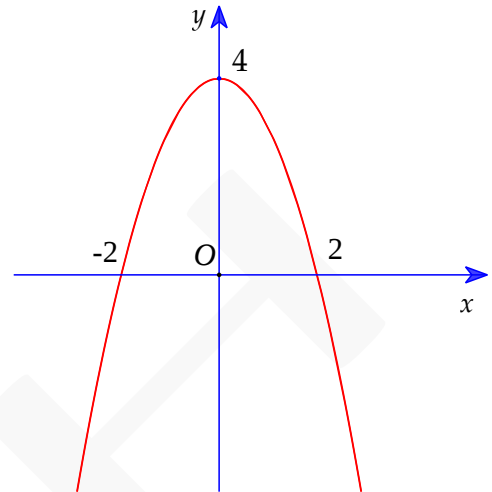
bởi hình vẽ bên. Giá trị $3a + 2b + c - d$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ là hàm chẵn $\Rightarrow b = 0$.

$$\text{Mà } \begin{cases} f'(0) = 4 \Rightarrow c = 4 \\ f'(2) = 0 \Rightarrow 12a + c = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow f'(x) = -x^2 + 4$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (-x^2 + 4) dx = -\frac{1}{3}x^3 + 4x + C.$$

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = \frac{13}{3}$ tại điểm có hoành độ x_0 nên

$$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow -x_0^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2. \text{ Do } x_0 > 0 \Rightarrow x_0 = 2.$$

$$\text{Suy ra } f(2) = \frac{13}{3} \Leftrightarrow C = -1 \Rightarrow (C): y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x - 1 \Rightarrow 3a + 2b + c - d = 4$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a \neq 0$)

có đồ thị (C). Đồ thị hàm số $y = f'(|x|)$ như hình

vẽ bên. Biết hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu tại

$x = -2$ và 2 cực trị đều âm, hỏi đồ thị hàm số (C)

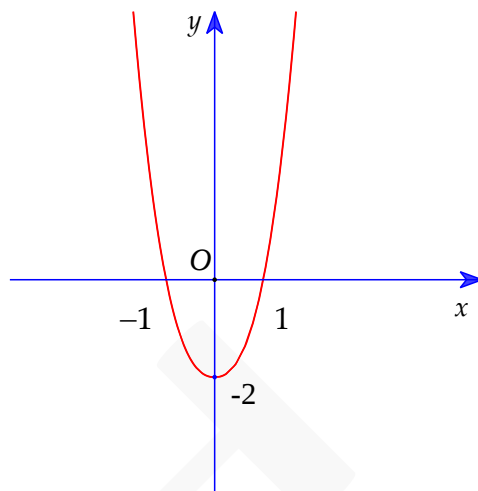
cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.



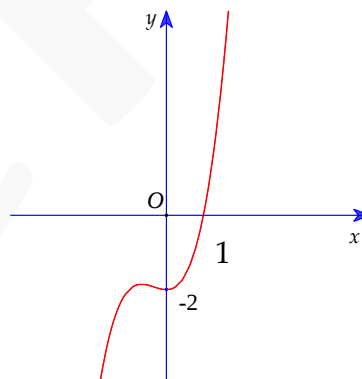
Lời giải:

Do hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$

và 2 cực trị đều âm nên từ đồ thị hàm số

$y = f'(|x|)$ ta có thể suy ra đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ có dạng như hình bên

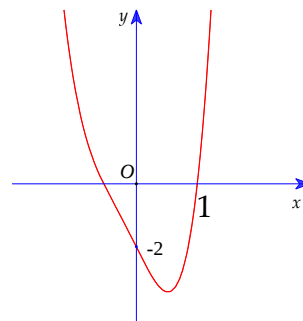


Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

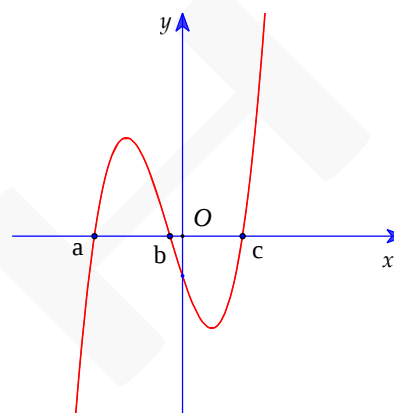
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(1)$	$+\infty$

The table is part of a larger diagram. A horizontal orange line represents $y=0$. Two arrows point from the $f(x)$ row to this line. One arrow starts at $-\infty$ and points down to the line. The other arrow starts at $+\infty$ and points down to the line. The point where the second arrow meets the line is labeled $f(1)$. The line itself is labeled $y=0$ in red.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại nhiều nhất 2 điểm $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**
 Có thể minh họa rõ hơn bằng hình vẽ



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



- A. 1. B. **2.**
 C. 3. D. 4.

Lời giải:

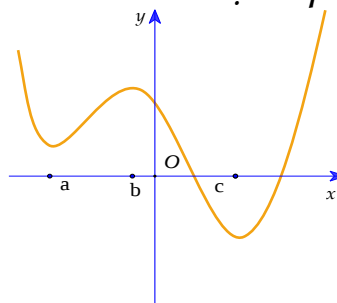
Từ đồ thị của hàm số ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại số điểm là nhiều nhất thì $f(c) < 0$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại nhiều nhất 2 điểm $\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Có thể minh họa rõ hơn bằng hình vẽ



Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a > 0$)

có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = |f'(x)|$ như hình

vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu

tại điểm $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp

xúc với trục Ox tại 2 điểm. Diện tích S của hình

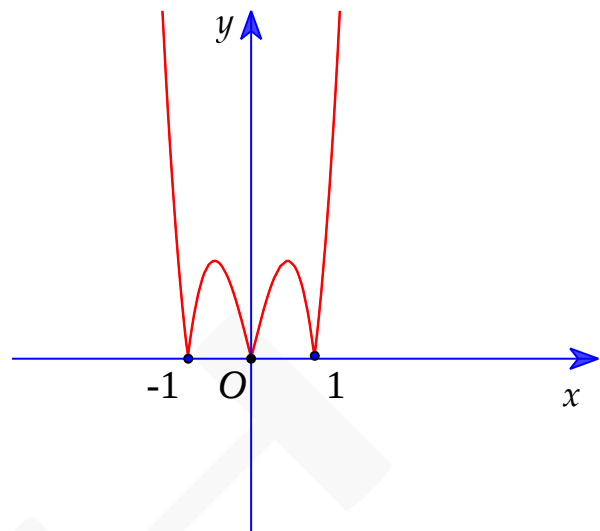
phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành là

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{14}{15}$.

D. $\frac{16}{15}$.



Lời giải:

Từ đồ thị hàm số $y = |f'(x)|$ với $a > 0$ ta dễ dàng có được đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên.

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ qua $(1;0)$ và

$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$ nên ta có hệ :

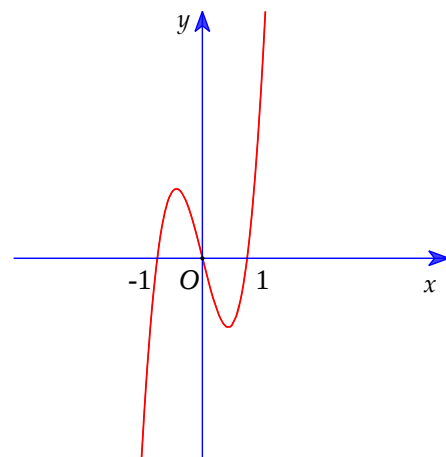
$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{8\sqrt{3}}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ 4a\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 + 2b\frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{8\sqrt{3}}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x. \text{ Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int (4x^3 - 4x) dx = x^4 - 2x + C.$$

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng Ox tại điểm có hoành độ x_0 nên

$$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \pm 1 \end{cases}. \text{ Đồ thị hàm số } y = f(x) \text{ tiếp xúc với trục } Ox \text{ tại 2}$$

điểm nên 2 điểm đó có hoành độ là ± 1 . Suy ra $f(1) = 0 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow (C): y = x^4 - 2x^2 + 1$



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_{-1}^1 |x^4 - 2x^2 + 1| dx = \frac{16}{15} \Rightarrow \text{Chọn đáp án D.}$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

$\left(a, b, c, d \in \mathbb{R}; -\frac{d}{c} \neq 0\right)$ có đồ thị (C) , đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số

$y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của

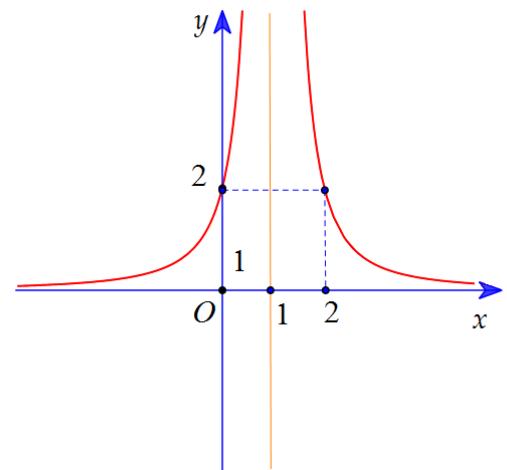
(C) với trục hoành có dạng

A. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

B. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

C. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

D. $y = -\frac{1}{2}x + 2$.



Ta có $f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$. Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy :

+ đồ thị $y = f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow -\frac{d}{c} = 1 \Rightarrow c = -d$ (1)

+ đồ thị $y = f'(x)$ qua điểm $(2; 2) \Rightarrow \frac{ad-bc}{(2c+d)^2} = 2 \Rightarrow ad-bc = 2(2c+d)^2$ (2)

+ đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục tung tại $y = 2 \Rightarrow \frac{ad-bc}{d^2} = 2 \Rightarrow ad-bc = 2d^2$ (3)

Mà đồ thị $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 $\Rightarrow \frac{b}{d} = 3 \Rightarrow b = 3d$ (4)

Từ (1),(2),(3),(4) ta có hệ
$$\begin{cases} c = -d \\ ad - bc = 2(2c + d)^2 \\ ad - bc = 2d^2 \\ b = 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 1 \\ d = -1 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

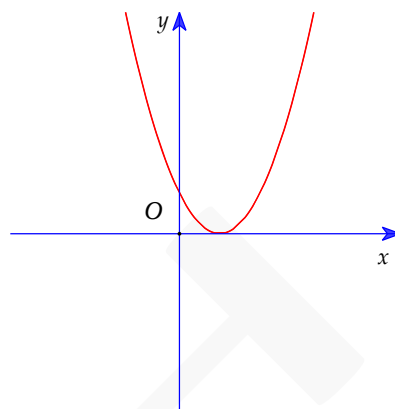
Đồ thị (C) giao với Ox tại (3;0). $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{2}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm (3;0) là : $y = \frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

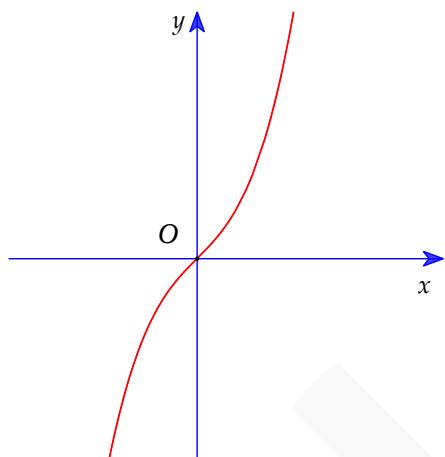
$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

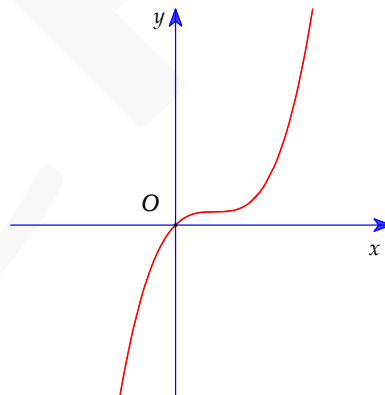
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị
hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên.
Đồ thị hàm số có thể là đồ thị nào trong các
hình vẽ sau



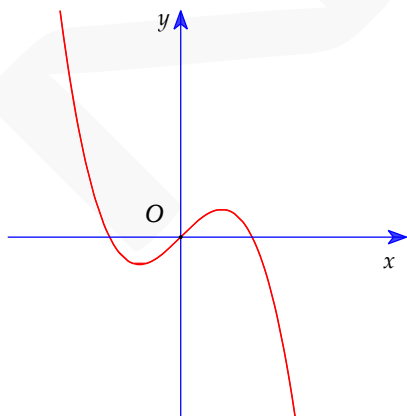
A.



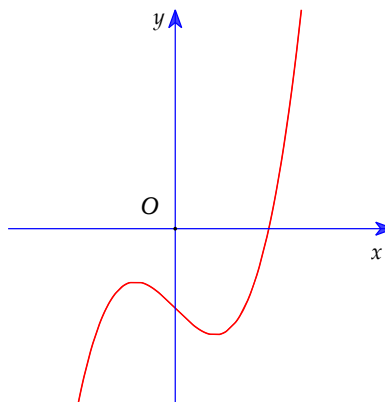
B.



C.

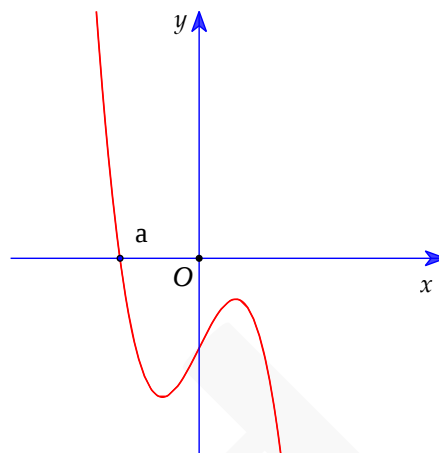


D.



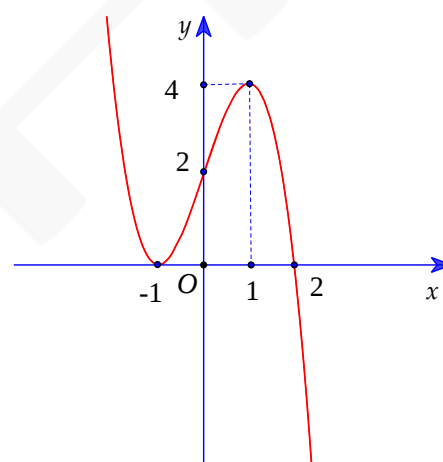
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) < 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

- A. 0. B. 1.
C. 2. D. 4.



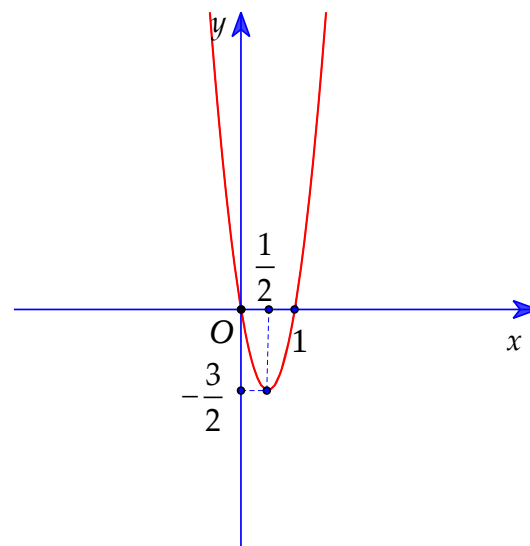
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = y = ax^4 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Giá trị $a + b + c + d$ là

- A. 4. B. 7.
C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{17}{4}$.



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại nằm trên trục tung có tung độ bằng 2. Giá trị $a + b + c + d$ là

- A. 1. B. -2.
C. 2. D. 3.



Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a > 0$) có đồ

thị hàm số $y = |f'(x)|$ như hình vẽ. Biết đồ thị

hàm số $y = f'(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại

tại điểm có tung độ bằng -3 . Phương trình

$|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi giá trị m là

A. $-4 < m < -3$.

B. $0 < m < 4$.

C. $0 < m < 3$.

D. $3 < m < 4$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác

định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như

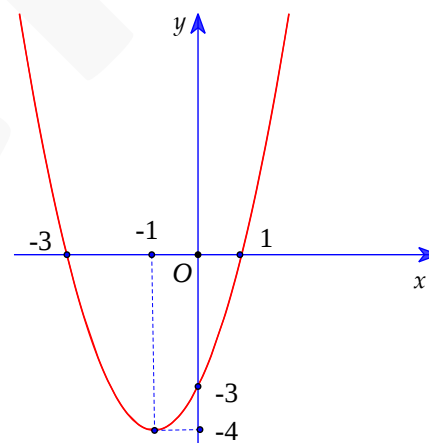
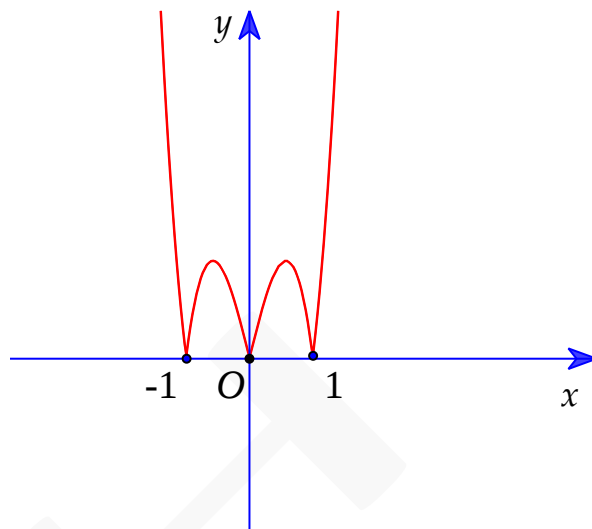
hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số chỉ nghịch biến trên $(-3; -1)$.

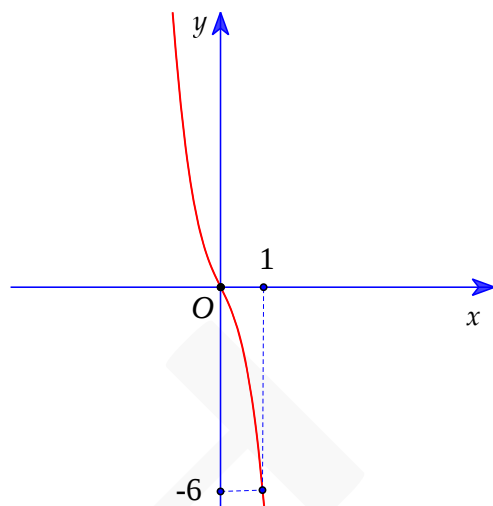
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số chỉ đồng biến trên $(1; +\infty)$.



Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đường thẳng $y = 2$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm cực đại. Giá trị $a + b + c$ là

- A. -1. B. 0.
C. 1. D. 2.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}; -\frac{d}{c} \neq 0$) có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2. Giá trị $a + b + c + d$ là

- A. -1. B. 3.
C. 5. D. 6.

