

CÔNG THỨC VÀ THỦ THUẬT TÍNH NHANH BÀI TOÁN CỰC TRỊ SỐ PHỨC

Sưu tầm & biên soạn: CAO VĂN TUẤN

Số điện thoại: 0975 306 275

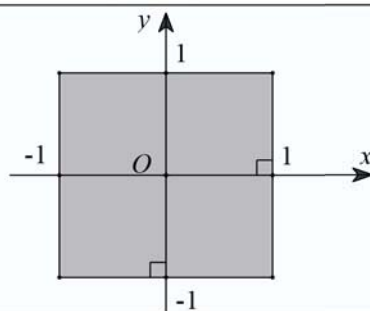
Bài toán cơ bản: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện (*) cho trước. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $|z|$.

Phương pháp chung:

- + **Bước 1:** Tìm tập hợp (H) các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện (*).
- + **Bước 2:** Tìm số phức z tương ứng với điểm biểu diễn $M \in (H)$ sao cho khoảng cách OM lớn nhất, nhỏ nhất.

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Biết các số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là hình vuông tô đậm như hình vẽ bên. Môđun lớn nhất của số phức z là

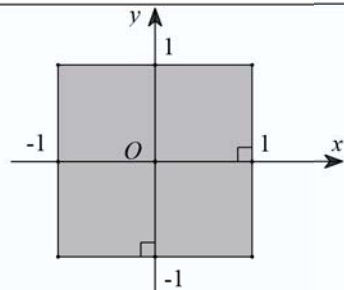


- A. $|z|_{\max} = 1.$ B. $|z|_{\max} = \frac{1}{2}.$
C. $|z|_{\max} = \sqrt{2}.$ D. $|z|_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải:

$|z|_{\max}$ bằng nửa độ dài đường chéo của hình vuông cạnh bằng 2 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Ví dụ 2: Biết các số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là hình vuông tô đậm như hình vẽ bên. Môđun nhỏ nhất của số phức z là

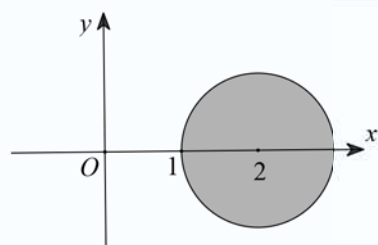


- A. $|z|_{\min} = 0.$ B. $|z|_{\min} = 1.$
C. $|z|_{\min} = \sqrt{2}.$ D. $|z|_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải:

$|z|_{\min} = 0$, điểm biểu diễn là điểm $O \Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Ví dụ 3: Biết các số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là hình tròn tô đậm như hình vẽ bên. Môđun lớn nhất của số phức z là



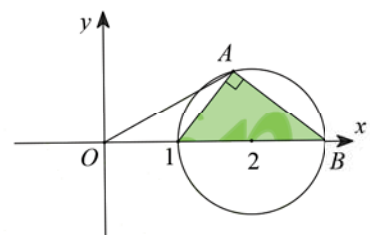
- A. $|z|_{\max} = 1.$ B. $|z|_{\max} = 2.$
C. $|z|_{\max} = 3.$ D. $|z|_{\max} = \sqrt{3}.$

Lời giải:

Tam giác OAB có góc OAB là góc tù nên

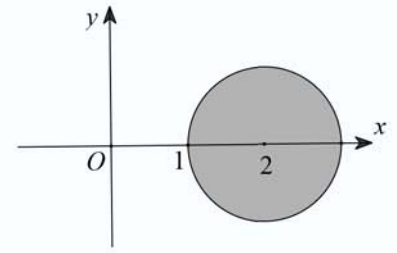
$$OA < OB \Rightarrow |z| \leq OB = 3.$$

Vậy $|z|_{\max} = 3 \Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**



Ví dụ 4: Biết các số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là phần tô đậm (kể cả đường viền). Môđun nhỏ nhất của số phức z là

- A. $|z|_{\min} = 1.$ B. $|z|_{\min} = \frac{1}{2}.$
C. $|z|_{\min} = \frac{2}{3}.$ D. $|z|_{\min} = \sqrt{3}.$

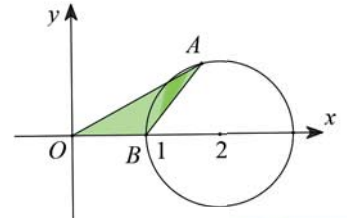


Lời giải:

Tam giác OAB có góc OBA là góc tù nên

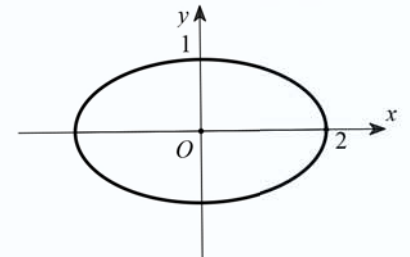
$$OA > OB \Rightarrow |z| \geq OB = 1.$$

Vậy $|z|_{\min} = 1 \Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**



Ví dụ 5: Biết các số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là đường elip như hình vẽ bên. Môđun **nhỏ nhất** của số phức z là

- A. $|z|_{\min} = 1.$ B. $|z|_{\min} = 2.$
C. $|z|_{\min} = \frac{1}{2}.$ D. $|z|_{\min} = \frac{3}{2}.$

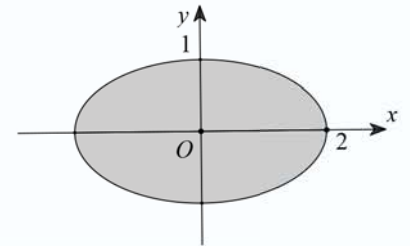


Lời giải:

Elip có độ dài trục nhỏ bằng $2b = 2 \Rightarrow |z|_{\min} = 1 \Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Ví dụ 6: Biết số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là hình elip tô đậm như hình vẽ bên. Môđun **lớn nhất** của số phức z là

- A. $|z|_{\max} = 1.$ B. $|z|_{\max} = 2.$
C. $|z|_{\max} = \frac{1}{2}.$ D. $|z|_{\max} = \frac{3}{2}.$

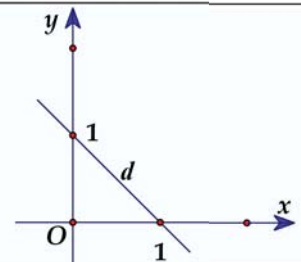


Lời giải:

Elip có độ dài trục lớn bằng $2a = 4 \Rightarrow |z|_{\max} = 2 \Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Ví dụ 7: Tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức z là đường thẳng Δ như hình vẽ. Khi đó, $|z|$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 2. B. 1.
C. $\sqrt{2}.$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$



Lời giải:

Phương trình $d: x + y - 1 = 0.$

Gọi M là điểm biểu diễn hình học của số phức $z \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ |z| = OM \end{cases}$

Vì $M \in d: x + y - 1 = 0 \Rightarrow M(t; 1 - t).$

$$\text{Suy ra } |z| = \sqrt{t^2 + (1-t)^2} = \sqrt{2t^2 - 2t + 1} = \sqrt{2\left(t^2 - t + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}} = \sqrt{2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $|z|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

MỘT SỐ BÀI TOÁN QUAN TRỌNG THƯỜNG GẶP

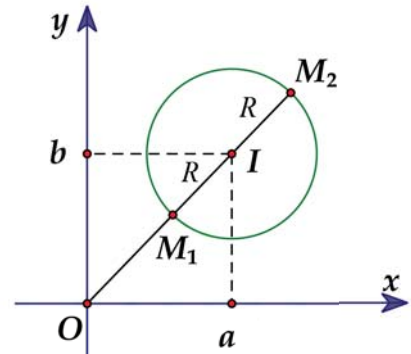
Bài toán 1: Cho số phức z thỏa mãn $|z - (a + bi)| = c$, ($c > 0$), tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z|$.

Lời giải:

$|z - (a + bi)| = c$, ($c > 0$) $\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = c$.

Khi đó: $|z| = OM \rightarrow \begin{cases} \max |z| = OM_2 = OI + R = \sqrt{a^2 + b^2} + c \\ \min |z| = OM_1 = OI - R = \sqrt{a^2 + b^2} - c \end{cases}$

Tìm tọa độ điểm M_1, M_2 (tức là, tìm số phức z có môđun nhỏ nhất, lớn nhất).



+ Phương trình đường tròn (C) quỹ tích của điểm M biểu diễn số phức z là:

$$(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$$

+ Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm O, I là: $d: Ax + By + C = 0$.

Khi đó, M_1, M_2 là giao điểm của (C) và d .

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2 \\ Ax + By + C = 0 \end{cases} \Rightarrow$ hai nghiệm $\Rightarrow$ tọa độ hai điểm.

So sánh khoảng cách từ hai điểm vừa tìm được tới O , khoảng cách nào nhỏ hơn thì điểm đó ứng với điểm M_1 và điểm còn lại là điểm M_2 .

Tổng quát: Cho số phức z thỏa mãn $|z_1 \cdot z + z_2| = r$, ($r > 0$). Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $|z|$.

Giải: $\begin{cases} \max |z| = \left| \frac{z_2}{z_1} \right| + \frac{r}{|z_1|} \\ \min |z| = \left| \frac{z_2}{z_1} \right| - \frac{r}{|z_1|} \end{cases}$

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Nếu các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5}$ thì $|z|$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $3\sqrt{5}$.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải:

Tập hợp các điểm $M(z)$ là đường tròn có tâm $I(2; 4)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Vậy $\max |z| = OM = OI + R = \sqrt{2^2 + 4^2} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.

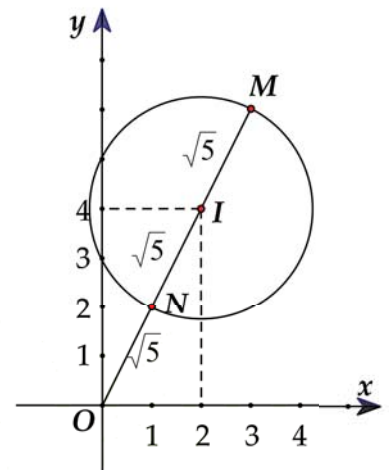
$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu hỏi bổ sung 1: $|z|$ có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: $\min |z| = ON = OI - R = \sqrt{2^2 + 4^2} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$.

Câu hỏi bổ sung 2: Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất, lớn nhất.

Trả lời: Phương trình đường thẳng OI là $y = 2x$.



Tọa độ hai điểm M, N là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = 2x \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ (x-2)^2 + (2x-4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow N(1;2) \\ \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow M(3;6)$$

+ Số phức z có môđun lớn nhất là $z = 3 + 6i$ ứng với điểm $M(3;6)$.

+ Số phức z có môđun nhỏ nhất là $z = 1 + 2i$ ứng với điểm $N(1;2)$.

Ví dụ 2 [Trích đề thi thử chuyên KHTN – Lần 1]:

Nếu các số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 1 - 7i| = \sqrt{2}$ thì $|z|$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. 4. B. 3. C. 7. D. 6.

Lời giải:

Ta có: $|(1+i)z + 1 - 7i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| (1+i) \left(z + \frac{1-7i}{1+i} \right) \right| = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow |1+i| \left| z - (3+4i) \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} \left| z - (3+4i) \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| z - (3+4i) \right| = 1$$

Tập hợp các điểm $M(z)$ là đường tròn có tâm $I(3;4)$ và bán kính $R = 1$.

Vậy $\max|z| = OI + R = \sqrt{3^2 + 4^2} + 1 = 6 \Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Ví dụ 3: Nếu các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 1$ thì $|z|$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 1 \Leftrightarrow |-iz + 1| = 1 \Leftrightarrow |-i| \left| z + \frac{1}{-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z + i| = 1 \Leftrightarrow |z - (-i)| = 1$.

Tập hợp các điểm $M(z)$ là đường tròn có tâm $I(0;-1)$ và bán kính $R = 1$.

Vậy $\min|z| = OI - R = \sqrt{0^2 + (-1)^2} - 1 = 0 \Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

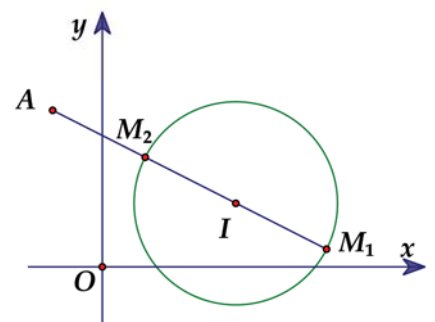
Bài toán 2: Trong các số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = r_1, (r_1 > 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $P = |z - z_2|$.

Lời giải:

Gọi $I(z_1), A(z_2), M(z)$.

Khi đó: $IA = |z_1 - z_2| = r_2 \Rightarrow \begin{cases} \max P = AM_1 = r_1 + r_2 \\ \min P = AM_2 = |r_1 - r_2| \end{cases}$

Muốn tìm các số phức sao cho $P_{\max}, P_{\min}$ thì ta đi tìm hai giao điểm M_1, M_2 của đường tròn (I, r_1) với đường thẳng AI .



Tổng quát: Cho số phức z thỏa mãn $|z_1 - z - z_2| = r_1, (r_1 > 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $P = |z - z_3|$.

Giải: $\max P = \left| \frac{z_2 - z_3}{z_1 - z_3} + \frac{r_1}{|z_1 - z_3|} \right|$ và $\min P = \left| \frac{z_2 - z_3}{z_1 - z_3} - \frac{r_1}{|z_1 - z_3|} \right|$

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+2i|=2$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+1-i|$ lần lượt là

A. 7.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } |z-3+2i| = \left| z - \underbrace{(3-2i)}_{z_1} \right| = 2 = r_1 \text{ và } |z+1-i| = \left| z - \underbrace{(-1+i)}_{z_2} \right|$$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = |(3-2i) - (-1+i)| = 5 = r_2 \Rightarrow \min |z+1-i| = 5-2=3 \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

Ví dụ 2: Trong các số phức z thỏa mãn $|z-5i| \leq 3$, số phức có $|z|$ nhỏ nhất thì có phần ảo bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 0.

C. 3.

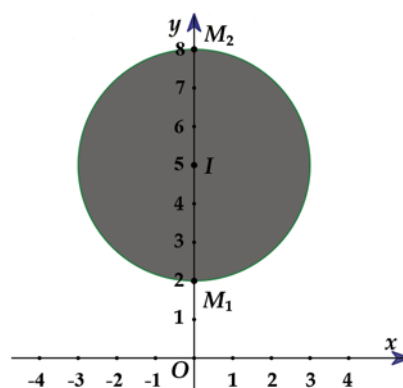
D. 2.

Lời giải:

Tập hợp các điểm $M(z)$ là đường tròn có tâm $I(0;5)$ và bán kính $R=3$.

Vì $|z|=OM$ nên số phức z có môđun nhỏ nhất là $z=2i$ ứng với điểm $M_1(0;2)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.



Ví dụ 3 [Trích đề thi HK 2 – THPT Phan Đình Phùng – HN]: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z-2+2i|=1$, gọi $z=a+bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ là số phức có $|z+4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $P=a(b+2)$.

A. $P = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$.

B. $P = -\sqrt{2} - \frac{1}{2}$.

C. $P = \frac{1}{2} + \sqrt{2}$.

D. $P = \frac{1}{2} - \sqrt{2}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } |z-2+2i| = \left| z - \underbrace{(2-2i)}_{z_1} \right| = 1 \Rightarrow I(2;-2) \text{ và } |z+4i| = \left| z - \underbrace{(-4i)}_{z_2} \right| \Rightarrow A(0;-4).$$

Tập hợp các điểm $M(z)$ là đường tròn có tâm $I(2;-2)$ và bán kính $r_1=1$.

Phương trình đường thẳng IA là: $x-y-4=0$.

Tọa độ hai điểm M, N là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y-4=0 \\ (x-2)^2+(y+2)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-4 \\ (x-2)^2+(x-4+2)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-4 \\ (x-2)^2=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=x-4 \\ x-2=\pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+\frac{1}{\sqrt{2}} \\ y=-2+\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \vee \begin{cases} x=2-\frac{1}{\sqrt{2}} \\ y=-2-\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow M_1\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}; -2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right); M_2\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}; -2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Khi đó: $\begin{cases} \overrightarrow{AM_1} = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}; 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ \overrightarrow{AM_2} = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}; 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \end{cases} \Rightarrow AM_1 > AM_2 \Rightarrow M_2 \text{ là điểm biểu diễn số phức cần tìm.}$

$$\Rightarrow z = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(-2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)i \xrightarrow{z = a + bi} \begin{cases} a = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ b = -2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow P = a(b + 2) = \sqrt{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$$

Bài toán 3: Trong số phức z thỏa mãn $|z - z_1| + |z - z_2| = k, (k > 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $P = |z|$.

Lời giải:

Gọi $M(z), M_1(z_1), M_2(z_2)$.

Khi đó: $|z - z_1| + |z - z_2| = k \Leftrightarrow MM_1 + MM_2 = k \Leftrightarrow M \in \text{elip}(E)$ nhận M_1, M_2 làm tiêu điểm và có độ dài trục lớn bằng $k = 2a$.

Vì ở chương trình Toán 10, chỉ được học elip có hai tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ nên thường đề bài sẽ cho dưới dạng: $|z - c| + |z + c| = k, (0 < c, k \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow M \in \text{elip}(E)$ nhận $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ làm tiêu điểm và có độ dài trục lớn bằng $k = 2a$

$$\Rightarrow \begin{cases} |z|_{\max} = a = \frac{k}{2} \\ |z|_{\min} = b = \frac{\sqrt{k^2 - 4c^2}}{2} \end{cases}$$

Tổng quát: Cho số phức z thỏa mãn $|z_1 \cdot z + z_2| + |z_1 \cdot z - z_2| = k, (k > 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $P = |z|$.

Giải: $\max |z| = \frac{k}{2|z_1|}$ và $\min |z| = \frac{\sqrt{k^2 - 4|z_2|^2}}{2|z_1|}$

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$, gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất $|z|$. Khi đó, giá trị biểu thức $P = M - m^2$ bằng

A. $P = -6$.

B. $P = -13$.

C. $P = -5$.

D. $P = -4$.

Lời giải:

Áp dụng công thức trên, ta có: $\begin{cases} M = |z|_{\max} = \frac{10}{2} = 5 \\ m = |z|_{\min} = \frac{\sqrt{10^2 - 4 \cdot 4^2}}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow P = M - m^2 = 5 - 3^2 = -4.$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Bài toán 4: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = m + ni$ và $|z_1 - z_2| = p > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

Lời giải:

$$\text{Giả sử: } \begin{cases} z_1 = a + bi \\ z_2 = c + di \end{cases} \Rightarrow z_1 + z_2 = a + c + (b + d)i = m + ni \Rightarrow \begin{cases} a + c = m \\ c + d = n \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } z_1 - z_2 = a - c + (b - d)i \Rightarrow |z_1 - z_2|^2 = (a - c)^2 + (b - d)^2 = p^2.$$

$$\text{Khi đó: } P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)[(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2)]} = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)}.$$

$$\text{Mà } a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = \frac{(a + c)^2 + (b + d)^2 + (a - c)^2 + (b - d)^2}{2} = \frac{m^2 + n^2 + p^2}{2}$$

$$\text{Suy ra: } 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = m^2 + n^2 + p^2 \Rightarrow P \leq \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} \Rightarrow \boxed{\max P = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ [Trích đề thi thử chuyên KHTN – Lần 4]: Với hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $4\sqrt{6}$. B. $5 + 3\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{26}$. D. $34 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức trên ta được: $P = |z_1| + |z_2| \leq \sqrt{8^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{26} \Rightarrow \text{Chọn đáp án C.}$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là

- A. $2\sqrt{2} + 1; 2\sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} + 1; \sqrt{2} - 1$. C. 2; 1. D. $\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} - 1$.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 + 2i| = 4\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là

- A. $\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{5}$. D. $5\sqrt{3}$.

Câu 3. Trong các số phức z thỏa mãn: $|z - 3 + 4i| = |z|$ thì số phức z có modul nhỏ nhất là

- A. $z = \frac{11}{2} + i$. B. $z = \frac{3}{2} - 2i$. C. $z = -5 - \frac{5}{2}i$. D. $z = -3 + \frac{1}{6}i$.

Câu 4. Trong các số phức z thỏa mãn: $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ thì số phức z có modul nhỏ nhất là

- A. $z = -2 + 2i$. B. $z = -2 - 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = 2 + 2i$.

Câu 5. Trong các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} - 3 + 4i| = |z|$, biết rằng số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có modul nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của $P = a^2 - b$ là

- A. $P = \frac{1}{4}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = -\frac{1}{4}$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

Câu 6. Trong các số phức z thỏa mãn: $|z + 1 - 5i| = |\bar{z} + 3 - i|$, biết rằng số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

có modul nhỏ nhất. Khi đó, tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $P = -\sqrt{2}$.



Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z - 1|$ là

- A. $\sqrt{2} + 1$. B. $\sqrt{2} - 1$. C. $\sqrt{2}$. D. 1.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = 2$. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z - i|$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $|(2 + i)z + 1| = 1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z - 1|$ bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1 + 2i| = \sqrt{10}$. Giá trị lớn nhất của $|z + 1 - 4i|$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. $10\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{10}$. D. $4\sqrt{10}$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 4$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$. Giá trị của $T = M^2 + m^2$ là

- A. $T = 50$. B. $T = 64$. C. $T = 68$. D. $T = 16$.