



PHẠM PHÚ QUỐC

KỸ NĂNG SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO GIẢI NHANH TOÁN 10

- ❖ Tài liệu tham khảo dành cho giáo viên, học sinh
- ❖ Hướng dẫn sử dụng Casio cho từng chuyên số
- ❖ Ôn luyện Thi THPT Quốc Gia



TỦ SÁCH LUYỆN THI

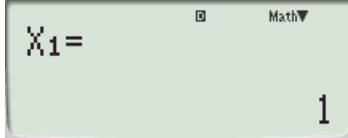
**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS
TRONG CÁC BÀI TOÁN TẬP HỢP**

Ví dụ 1: Liệt kê các phần tử tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3) = 0\}$

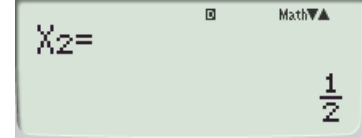
- A. $A = \{0\}$. B. $A = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$. C. $A = \{\sqrt{3}; 1; \sqrt{3}\}$. D. $A = \{1\}$.

Hướng dẫn

Để tìm nghiệm phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ta thực hiện các thao tác trên máy tính như sau. Đối với máy CASIO 570VN PLUS, ta ấn liên tiếp các phím sau **MODE** **5** **3** **2** **=** **=** **3** **=** **1** **=** **=**. Màn hình hiện:



Nhấn **=** màn hình hiện:



Còn đối với việc tìm phương trình $x^2 - 3 = 0$, ta thực hiện tương tự như phương trình

Ví dụ 2: Liệt kê các phần tử tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = 0\}$

- A. $A = \emptyset$. B. $A = \{2; 3\}$. C. $A = \{2\}$. D. $A = \left\{2; 3; \frac{1}{2}\right\}$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ của máy tính

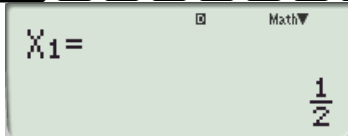
Ta có:

$$2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \\ x = 3 \in \mathbb{Z} \\ x = 2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

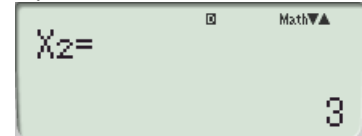
Vậy tập hợp $A = \{2; 3\}$, như thế ta chọn đáp án B.

Lưu ý: Để tìm nghiệm của phương trình $2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = 0$ ta thực hiện thao tác trên máy tính như sau:

MODE **5** **4** **2** **=** **=** **1** **1** **=** **1** **7** **=** **=** **6** **=** **=**. Màn hình xuất hiện:



Nhấn **=** màn hình xuất hiện:



Nhấn **=** màn hình xuất hiện:



Ví dụ 3: Liệt kê các phần tử tập hợp sau $A = \left\{x = \frac{2n^3 - 11n^2}{17n - 6} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 3\right\}$

- A. $A = \left\{0; -1; -\frac{9}{11}\right\}$. B. $A = \left\{0; -1; \frac{9}{11}\right\}$. C. $A = \left\{0; -1; 1; -\frac{9}{11}\right\}$. D. $A = \{0; -1\}$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Nhập vào máy tính biểu thức $\frac{2x^3 - 11x^2}{17x - 6}$ nhấn CALC rồi nhập $X = 0; X = 1; X = 2; X = 3$ ta nhận được các giá trị tương ứng là $0; \frac{-9}{11}; -1; -1$. Vậy $A = \left\{0; -1; \frac{-9}{11}\right\}$. Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Các thao tác trực tiếp trên máy tính cầm tay CASIO 570VN PLUS như sau:

$\left[\frac{\square}{\square} \right] 2 \left[\text{ALPHA} \right] \left[\right] \left[x^\square \right] 3 \left[\blacktriangleright \right] \left[- \right] 1 \left[\right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\right] \left[x^2 \right] \left[\blacktriangledown \right] 1 \left[\right] 7 \left[\text{ALPHA} \right] \left[\right] \left[- \right] 6 \left[\text{CALC} \right] 0 \left[\right] \left[= \right]$. Màn hình hiện:

Nhấn $\left[\text{CALC} \right] 1 \left[\right] \left[= \right]$. Màn hình hiện:

Nhấn $\left[\text{CALC} \right] 3 \left[\right] \left[= \right]$. Màn hình hiện:

Nhấn $\left[\text{CALC} \right] 2 \left[\right] \left[= \right]$. Màn hình hiện:

Ví dụ 4: Cho tập hợp $A = \left\{ x = \frac{n(n+1)}{2} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 20 \right\}$. Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp A .

A. 1540.

B. 1504.

C. 1450.

D. 1054.

Hướng dẫn

Nhập vào máy tính như màn hình

Nhấn $\left[\right] \left[= \right]$ màn hình hiện:

Như thế ta chọn đáp án A.

Các thao tác trên máy tính như sau:

$\left[\text{SHIFT} \right] \left[\log \square \right] \left[\frac{\square}{\square} \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\right] \left[\left(\right) \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\right] \left[+ \right] 1 \left[\right] \left[\blacktriangledown \right] 2 \left[\blacktriangleright \right] \left[\blacktriangleright \right] 1 \left[\blacktriangle \right] 2 \left[\right] 0 \left[\right] \left[= \right]$.

Ví dụ 5: Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1} \in \mathbb{Z} \right\}$

A. $A = \{-3; -2; 0; 1\}$. B. $A = \{-3; 2; 0; 1\}$. C. $A = \{-3; -2; 0; -1\}$. D. $A = \{3; 2; 0; -1\}$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính:

Ta có:

$$\frac{2x^2 + x + 1}{x + 1} = 2x - 1 + \frac{2}{x + 1}$$

Do đó, với $x \in \mathbb{Z}, x \neq -1$ thì $\frac{2x^2 + x + 1}{x + 1} \in \mathbb{Z}$ khi và chỉ khi $\frac{2}{x + 1} \in \mathbb{Z}$ hay:

$$\begin{cases} x + 1 = 1 \\ x + 1 = -1 \\ x + 1 = 2 \\ x + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy $A = \{-3; -2; 0; 1\}$. Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Để phân tích $\frac{2x^2+x+1}{x+1} = 2x-1 + \frac{2}{x+1}$

ta làm như sau:

Cách 1: Chia bằng tay đa thức $2x^2+x+1$ cho đa thức $x+1$ ta được thương là $2x-1$ và phần dư là 2 . Do đó, ta có phân tích như trên.

Cách 2: Ta chia bằng máy tính cầm tay.

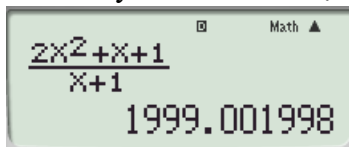
Cơ sở của lý thuyết: Giả sử $\frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}$. Khi đó, ta có phân tích

$$\frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)} \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{g(x)} - q(x) \right) g(x) = r(x) \text{ hay } \left(\frac{f(x)}{g(x)} - q(x) \right) g(x) - r(x) = 0.$$

Từ đó cách phân tích $\frac{2x^2+x+1}{x+1} = 2x-1 + \frac{2}{x+1}$ như sau:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{2x^2+x+1}{x+1}$ vào máy. Nhấn dấu $\boxed{=}$ để máy lưu tạm biểu thức vừa nhập. Sau đó gán

$X = 1000$ (nhấn $\boxed{CALC}$ nhập $X = 1000$) mà hình máy tính sẽ xuất hiện:

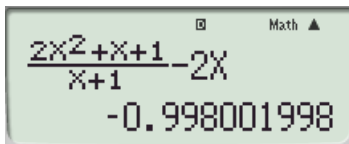


$$\frac{2X^2+X+1}{X+1} = 1999.001998$$

Tức là giá trị của biểu thức tại $X = 1000$ là $1999.001989 \approx 2000 = 2x$.

Bước 2: Ta nhấn phím chuyển $\leftarrow$ quay lại biểu thức ban đầu nhập rồi trừ đi $2X$ (màn hình xuất hiện

$\frac{2x^2+x+1}{x+1} - 2x$). Rồi nhấn phím $\boxed{=}$ màn hình máy tính xuất hiện:



$$\frac{2X^2+X+1}{X+1} - 2X = -0.998001998$$

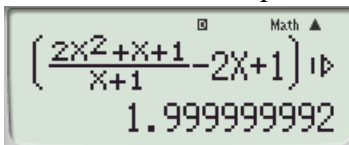
Kết quả $-0.998001998 \approx -1$

Bước 3: Ta nhấn phím chuyển $\leftarrow$ quay lại biểu thức nhập ở bước 2 rồi trừ cho -1 (màn hình xuất hiện

$\frac{2x^2+x+1}{x+1} - 2x + 1$), sau đó ta nhân cả biểu thức vừa nhập cho $(x+1)$. Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$$\left(\frac{2x^2+x+1}{x+1} - 2x + 1 \right) (x+1)$$

Bước 4: Ta nhấn phím $\boxed{CALC}$ nhập $X = 1000$, màn hình cho kết quả:



$$\left(\frac{2X^2+X+1}{X+1} - 2X + 1 \right) (X+1) = 1.999999992$$

Kết quả: $1.999999992 \approx 2$

Bước 5: Ta nhấn phím chuyển $\leftarrow$ quay lại biểu thức nhập ở bước 4 rồi trừ đi 2 . Màn hình xuất hiện:

$$\left(\frac{2x^2+x+1}{x+1} - 2x + 1 \right) (x+1) - 2$$

Tiếp theo nhấn $\boxed{=}$ màn hình máy tính xuất hiện kết quả:

$$\left(\frac{2x^2 + x + 1}{x + 1} - 2x + 1 \right) \approx -8.01 \times 10^{-9}$$

Giá trị $-8.01 \times 10^{-9} \approx 0$.

Bước 6: Bước thử lại, ta nhấn **[CALC]** gán X bởi một số giá trị tùy ý. Ta thấy kết quả đều bằng 0. Tức là phép toán chia của ta chính xác tuyệt đối.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Liệt kê các phần tử của tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x+2)(x-3)(x^2-5x+6) = 0\}$.

A. $A = \{-2; 2; -3\}$. B. $A = \{-2; 2; 3\}$. C. $A = \{1; 2; -3\}$. D. $A = \{-2; -3\}$.

Bài 2: Liệt kê các phần tử của tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (3x-1)(2x^2-5x+2) = 0\}$.

A. $A = \{2\}$. B. $A = \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$. C. $A = \left\{\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{3}\right\}$. D. $A = \left\{2; \frac{1}{3}\right\}$.

Bài 3: Liệt kê các phần tử của tập hợp sau $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (2x-1)(x-3)(3x^2-10x+3) = 0\}$.

A. $A = \{2\}$. B. $A = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; 3\right\}$. C. $A = \left\{\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{3}\right\}$. D. $A = \{3\}$.

Bài 4: Liệt kê các phần tử của tập hợp sau $A = \left\{x = \frac{n^3-5n}{n+6} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 4\right\}$.

A. $A = \left\{0; \frac{-1}{4}; \frac{4}{3}; \frac{4}{7}; \frac{22}{5}\right\}$. B. $A = \left\{0; \frac{-1}{4}; \frac{-4}{3}; \frac{-4}{7}; \frac{22}{5}\right\}$. C. $A = \left\{0; \frac{-1}{4}; \frac{4}{3}; \frac{-4}{7}; \frac{22}{5}\right\}$. D. $A = \left\{0; \frac{1}{4}; \frac{4}{3}; \frac{-4}{7}; \frac{22}{5}\right\}$.

Bài 5: Cho tập hợp $A = \{x = 2n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 15\}$. Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp A .

A. 2459. B. 2495. C. 2549. D. 4295.

Bài 6: Liệt kê các phần tử của tập hợp sau $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+2}{x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$.

A. $A = \{-2; 0\}$. B. $A = \{-3; 2; 0; 1\}$. C. $A = \{-3; -2; 0; -1\}$. D. $A = \{-2; 0; -1\}$.

Bài 7: Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

A. Một phần tử. B. Hai phần tử. C. Ba phần tử. D. Năm phần tử.

Bài 8: Liệt kê các phần tử của tập hợp $B = \left\{\frac{2x^2+x+1}{x+1} \in \mathbb{Z} \mid x \in \mathbb{Z}\right\}$.

A. $B = \{-8; -7; -1; 2\}$. B. $B = \{8; -7; -1; 2\}$. C. $B = \{-8; -7; 1; 2\}$. D. $B = \{-8; -7; 0; 2\}$.

Bài 9: Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^3 - x^2 - 6x + 3 = 0\}$.

A. $A = \left\{\frac{1}{2}; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\right\}$. B. $A = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $A = \left\{\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right\}$. D. $A = \left\{\frac{1}{2}; -\sqrt{3}\right\}$.

Bài 10: Trong các tập hợp sau đây, tập nào là tập rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$. B. $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 1 = 0\}$.

C. $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 7x + 12 = 0\}$. D. $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$.

**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS
TRONG BÀI TOÁN HÀM SỐ**

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = |5x^3 + x - 4| + |2x^2 - 1|$. Kết quả nào sau đây sai?

- A. $f(-1) = 11$. B. $f(2) = 45$. C. $f(0) = -5$. D. $f(-2) = 53$.

Hướng dẫn

Nhập biểu thức $|5x^3 + x - 4| + |2x^2 - 1|$ vào máy. Nhấn dấu $\boxed{=}$ để máy lưu tạm biểu thức vừa nhập. Sau đó nhấn phím $\boxed{\text{CALC}}$, rồi nhập các giá trị của biến số X ở các đáp án để chọn đáp án thỏa mãn bài toán. Cụ thể với đáp án A, ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ rồi nhập $X = -1$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện:

11

Tức là $f(-1) = 11$. Như thế đáp án A đúng.

Tiếp theo đối với đáp án B, ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, nhập $X = 2$, nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện.

45

Tức là $f(2) = 45$. Như thế đáp án B cũng đúng.

Tiếp tục với đáp án C, ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, nhập $X = 0$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện.

5

Tức là $f(0) = -5$. Như thế đáp án C là đáp án sai. Do đó chọn đáp án C.

Lưu ý: Để nhập biểu thức $|5x^3 + x - 4| + |2x^2 - 1|$ vào máy, ta nhấn liên tiếp các phím sau:

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{5} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^3} \boxed{3} \boxed{\text{DEL}} \boxed{+} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\text{DEL}} \boxed{+} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{1}$.

Ví dụ 2: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $f(x) = 2|x - 1| + 3|x| - 2$? Kết quả nào sau đây sai?

- A. $(1; -1)$. B. $(2; 6)$. C. $(-2; -10)$. D. $(0; 3)$.

Hướng dẫn

Nhập biểu thức $2|x - 1| + 3|x| - 2 - Y$ vào máy, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$ để máy lưu tạm biểu thức vừa nhập. Sau đó, nhấn $\boxed{\text{CALC}}$. Máy hỏi nhập $X?$, ta nhập X là hoành độ các điểm, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Máy hỏi nhập $Y?$, ta nhập Y là tung độ các điểm, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Nếu tọa độ điểm nào cho kết quả bằng 0 thì điểm đó thuộc đồ thị hàm số.

Cụ thể đối với đáp án A. Ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, máy hỏi nhập $X?$, ta nhập $X = 1$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Máy hỏi nhập $Y?$, ta nhập $Y = -1$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện.

2

Do đó đáp án A không đúng.

Tiếp tục đối với đáp án B. Ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, máy hỏi nhập $X?$, ta nhập $X = 2$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Máy hỏi nhập $Y?$, ta nhập $Y = 6$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện.

Do đó đáp án B đúng. Như thế ta chọn đáp án B.

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + x + 1$. Tìm x để $f(x) = 7$.

- A. $-2; \frac{-3}{2}$. B. $-2; \frac{3}{2}$. C. $2; \frac{3}{2}$. D. $2; -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Ta có: $f(x) = 7 \Leftrightarrow 2x^2 + x + 1 = 7 \Leftrightarrow 2x^2 + x + 1 - 7 = 0$.

Nhập biểu thức $2x^2 + x + 1 - 7$ vào máy, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$ để máy lưu tạm biểu thức vừa nhập. Sau đó nhấn $\boxed{\text{CALC}}$. Máy hỏi nhập $X?$, ta nhập X là các giá trị của đáp án, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Nếu đáp án nào mà tại các giá trị, biểu thức đã nhập đều bằng 0 thì đó là đáp án đúng.

Cụ thể, đối với đáp án A. Ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, máy hỏi nhập $X?$, ta nhập $X = -2$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện

Tiếp tục nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, máy hỏi nhập $X?$, ta nhập $X = -\frac{3}{2}$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện

Do đó, đáp án A không đúng.

Với đáp án B, ta nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, máy hỏi nhập $X?$, ta nhập $X = \frac{3}{2}$, rồi nhấn dấu $\boxed{=}$. Màn hình xuất hiện

Vậy đáp án B là đáp án đúng. Như thế ta chọn đáp án B.

Ví dụ 4: Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{2x^3-5x^2+4x-10}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 1; \frac{5}{2} \right\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 1; 2; -\frac{5}{2} \right\}$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ của máy tính

Hàm số xác định khi: $2x^3 - 5x^2 + 4x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{5}{2}$.

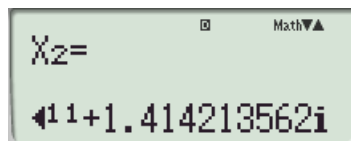
Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$. Do đó ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Để giải phương trình $2x^3 - 5x^2 + 4x - 10 = 0$. Ta nhấn liên tiếp các phím:

$\boxed{\text{MODE}} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{2} \boxed{=}$ $\boxed{-} \boxed{5} \boxed{=}$ $\boxed{4} \boxed{=}$ $\boxed{-} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$ $\boxed{=}$. Màn hình hiện



Nhấn tiếp dấu bằng, màn hình hiện



Tức là phương trình chỉ có một nghiệm thực $x = \frac{5}{2}$.

Ví dụ 5: Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(2;1)$ có phương trình là:

- A. $y = -x - 3$. B. $y = x + 3$. C. $y = -x + 3$. D. $y = x - 3$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ máy tính.

Phương trình đường thẳng có dạng: $y = ax + b$.

Vì đường thẳng đi qua hai điểm A, B nên ta có:

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = -x + 3$. Như thế ta chọn đáp án C.

Lưu ý: Để giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

Ta nhấn liên tiếp các phím: **MODE** **5** **1** **1** **=** **1** **=** **2** **=** **2** **=** **1** **=** **1** **=** **=** **=**.

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = 5x^2 + 2x + 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- A. 3. B. $\frac{14}{5}$. C. 10. D. $-\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn

Giải nhanh bằng trắc nghiệm bằng tay:

Ta có: $y = 5\left(x + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{14}{5} \geq \frac{14}{5}$ dấu bằng xảy ra khi $x = -\frac{1}{5}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\frac{14}{5}$. Như thế ta

chọn đáp án B.

Giải toán bằng máy tính:

Ta nhấn liên tiếp các phím: **MODE** **5** **3** **5** **=** **2** **=** **3** **=** **=** **=** **=** **=**. Màn hình hiện:



Ví dụ 7: Cho hàm số $y = -2x^2 + 2x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

- A. 3. B. 2. C. $-\frac{5}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

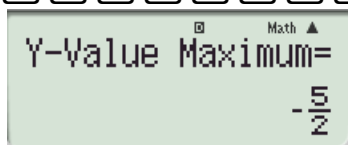
Hướng dẫn

Cách giải nhanh trắc nghiệm bằng tay:

Ta có: $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{2} \leq -\frac{5}{2}$ dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $-\frac{5}{2}$. Như thế ta chọn đáp án C.

Cách giải bằng máy tính:

Ta nhấn liên tiếp các phím **MODE** **5** **3** **=** **2** **=** **2** **=** **=** **3** **=** **=** **=** **=** **=**. Màn hình xuất hiện:



Ví dụ 8: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết parabol đó đi qua ba điểm $A(-2;7), B(-1;4), C(1;10)$.

A. $y = 2x^2 + x + 3$.

B. $y = -x^2 - 2x + 1$.

C. $y = 2x^2 + 3x + 5$.

D. $y = x^2 + 2x + 3$.

Hướng dẫn**Cách giải có sự hỗ trợ của máy tính:**

Vì parabol đi qua ba điểm $A(-2;7), B(-1;4), C(1;10)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 7 \\ a - b + c = 4 \\ a + b + c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = 2x^2 + 3x + 5$. Như thế ta chọn đáp án C.

Lưu ý: Để giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4a - 2b + c = 7 \\ a - b + c = 4 \\ a + b + c = 10 \end{cases}$.

Ta nhấn liên tiếp các phím:

MODE **5** **2** **4** **=** **=** **2** **=** **1** **=** **7** **=** **1** **=** **=** **1** **=** **1** **=** **4** **=** **1** **=** **1** **=** **1** **=** **1** **0** **=** **=** **=**. Màn hình lần lượt xuất hiện:



Ví dụ 9: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết parabol đó đi qua $A(1;-2)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

A. $y = 2x^2 + x + 3$.

B. $y = -x^2 - 2x + 1$.

C. $y = 2x^2 + 3x + 5$.

D. $y = x^2 + 2x + 3$.

Hướng dẫn**Cách giải có sự hỗ trợ của máy tính:**

Vì parabol đi qua $A(1;-2)$ và có đỉnh $I(-1;2)$ nên ta có:

$$\begin{cases} y(1) = -2 \\ -\frac{b}{2a} = -1 \\ y(-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -2 \\ -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -2 \\ 2a - b = 0 \\ a - b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = -x^2 - 2x + 1$. Như thế ta chọn đáp án B.

Lưu ý: Để giải hệ phương trình
$$\begin{cases} a+b+c=-2 \\ 2a-b=0 \\ a-b+c=2 \end{cases}.$$

Ta nhấn liên tiếp các phím:

MODE **5** **2** **1** **=** **1** **=** **1** **=** **-** **2** **=** **2** **=** **-** **1** **=** **0** **=** **0** **=** **1** **=** **-** **1** **=** **1** **=** **2** **=** **=** **=**.

Ví dụ 10: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 1$ và parabol $y = x^2 + 2x - 3$.

A. $(2; -5), (-2; 3)$. B. $(2; 5), (-2; -3)$. C. $(-2; 5), (2; -3)$. D. $(-2; -5), (2; 3)$.

Hướng dẫn

Cách giải nhanh trắc nghiệm bằng tay:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là: $x^2 + 2x - 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

Với $x = 2$ thì $y = 5$.

Với $x = -2$ thì $y = -3$.

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(2; 5), (-2; -3)$. Do đó chọn đáp án B.

Cách giải bằng máy tính:

Nhập vào máy tính biểu thức: $y - (2x + 1) : y - (x^2 + 2x - 3)$. Sau đó nhấn **CALC** . Máy hỏi nhập $Y?$, ta nhập Y là tung độ các điểm rồi nhấn dấu bằng. Máy hỏi nhập $X?$ ta nhập X là hoành độ các điểm, rồi nhấn dấu bằng. Nếu cả hai biểu thức đều cho kết quả bằng 0 thì điểm đó chính là giao điểm.

Cụ thể với đáp án A. Nhấn **CALC** , nhập $Y = -5; X = 2$. Màn hình thứ nhất xuất hiện

Y-(2X+1)
-10

Do đó đáp án A bị loại.

Tiếp tục với đáp án B. Nhấn **CALC** , nhập $Y = 5; X = 2$. Màn hình thứ nhất xuất hiện

Y-(2X+1)
0

Nhấn tiếp dấu bằng. Màn hình thứ hai xuất hiện

Y-(X^2+2X-3)
0

Tiếp tục nhấn dấu bằng nhập $Y = -3; X = 2$. Màn hình thứ nhất hiện

Y-(2X+1)
0

Nhấn tiếp dấu bằng. Màn hình thứ hai xuất hiện

Do đó, đáp án B là đáp án đúng. Như thế ta chọn đáp án B.

Lưu ý: Để nhập biểu thức $y - (2x + 1) : y - (x^2 + 2x - 3)$, ta nhấn liên tiếp các phím

$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{S} \div \text{D}} \boxed{-} \boxed{(} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{S} \div \text{D}} \boxed{-} \boxed{(} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{)}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho hàm số $f(x) = |-5x|$, kết quả nào sau đây là sai?

- A. $f(-1) = 5$. B. $f(2) = 10$. C. $f(-2) = 10$. D. $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$.

Bài 2: Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2}{x-1}, x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1}, x \in [0; 3] \\ x^2 - 1, x \in (3; +\infty) \end{cases}$. Tính $f(3), f(4)$. Kết quả lần lượt là:

- A. $-1, \frac{2}{3}$. B. $2; 15$. C. $2; \sqrt{5}$. D. $-1; 15$.

Bài 3: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số (C).

- A. $(2; 3)$. B. $(2; -3)$. C. $(3; 3)$. D. $(-3; 3)$.

Bài 4: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$.

- A. $D = \emptyset$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Bài 5: Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(-2; 1), B(1; -2)$.

- A. $a = -2$ và $b = -1$. B. $a = 2$ và $b = 1$. C. $a = 1$ và $b = 1$. D. $a = -1$ và $b = -1$.

Bài 6: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1; 2)$ và $B(3; 1)$ là:

- A. $y = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$. B. $y = \frac{-x}{4} + \frac{7}{4}$. C. $y = \frac{3x}{2} + \frac{7}{2}$. D. $y = -\frac{3x}{4} + \frac{1}{2}$.

Bài 7: Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 3$ và đi qua điểm $M(-2; 4)$.

- A. $a = \frac{4}{5}; b = \frac{12}{5}$. B. $a = -\frac{4}{5}; b = \frac{12}{5}$. C. $a = -\frac{4}{5}; b = -\frac{12}{5}$. D. $a = \frac{4}{5}; b = -\frac{12}{5}$.

Bài 8: Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = x + 2$ và $y = -\frac{3}{4}x + 3$ là:

- A. $\left(\frac{4}{7}; \frac{18}{7}\right)$. B. $\left(\frac{4}{7}; -\frac{18}{7}\right)$. C. $\left(-\frac{4}{7}; \frac{18}{7}\right)$. D. $\left(-\frac{4}{7}; -\frac{18}{7}\right)$.

Bài 9: Xác định tọa độ đỉnh I của parabol $y = -x^2 + 4x$.

- A. $I(-2; -12)$. B. $I(2; 4)$. C. $I(-1; -5)$. D. $I(1; 3)$.

Bài 10: Hàm số sau đây đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{4}$?

- A. $y = 4x^2 - 3x + 1$. B. $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. C. $y = -2x^2 + 3x + 1$. D. $y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Bài 11: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết parabol đó đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

- A. $y = x^2 + x + 2$. B. $y = x^2 + 2x + 2$. C. $y = 2x^2 + x + 2$. D. $y = 2x^2 + 2x + 2$.

Bài 12: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết parabol đó đi qua hai điểm $A(0;8)$ và có đỉnh $S(6;-12)$.

- A. $y = x^2 - 12x + 96$. B. $y = 2x^2 - 24x + 96$. C. $y = 2x^2 - 36x + 96$. D. $y = 3x^2 - 36x + 96$.

Bài 13: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết parabol có đỉnh $I(-2;4)$ và đi qua $A(0;6)$.

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$. B. $y = x^2 + 2x + 6$. C. $y = x^2 + 6x + 6$. D. $y = x^2 + x + 4$.

Bài 14: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết parabol đó đi qua ba điểm $A(0;-1)$, $B(1;-1)$, $C(-1;1)$.

- A. $y = x^2 - x + 1$. B. $y = x^2 - x - 1$. C. $y = x^2 + x - 1$. D. $y = x^2 + x + 1$.

Bài 15: Cho parabol $y = x^2 + 5x + 4$. Xác định tọa độ giao điểm của parabol với trục hoành.

- A. $(-1;0)$, $(-4;0)$. B. $(0;-1)$, $(0;-4)$. C. $(-1;0)$, $(0;-4)$. D. $(0;-1)$, $(-4;0)$.

Bài 16: Cho parabol $y = x^2 - 3x + 2$. Xác định tọa độ giao điểm của parabol với đường thẳng $y = x - 1$.

- A. $(1;0)$, $(3;2)$. B. $(0;-1)$, $(-2;-3)$. C. $(-1;2)$, $(2;1)$. D. $(0;-1)$, $(2;1)$.

Bài 17: Cho parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Xác định các hệ số a, b, c của parabol, biết parabol đó đi qua $M(-1;-8)$ và có đỉnh $I(1;2)$.

- A. $a = -\frac{5}{2}; b = 5; c = -\frac{1}{2}$. B. $a = -\frac{5}{2}; b = 5; c = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{5}{2}; b = -5; c = \frac{1}{2}$. D. $a = \frac{5}{2}; b = -5; c = \frac{1}{2}$.

Bài 18: Cho hàm số $y = 2x^2 + x - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- A. -3 . B. -2 . C. $-\frac{21}{8}$. D. $-\frac{25}{8}$.

Bài 19: Cho hàm số $y = -3x^2 + 6x - 2$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

- A. 4 . B. 3 . C. 2 . D. 1 .

Bài 20: Xác định tọa độ giao điểm của hai parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 1$ và $y = x^2 - 2x + 1$.

- A. $(0;-1)$, $(-4;9)$. B. $(0;1)$, $(4;9)$. C. $(1;0)$, $(9;4)$. D. $(-1;0)$, $(-9;4)$.

Bài 21: Xác định tọa độ giao điểm của trục tung với parabol $y = x^2 - 5x - 4$.

- A. $(-1;0)$. B. $(0;-4)$. C. $(0;4)$. D. $(4;0)$.

Câu 22: Cho parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Xác định các hệ số a, b, c của parabol, biết parabol đó đi qua $M(3;0)$ và có đỉnh $I(1;4)$.

- A. $a = -1; b = 2; c = 3$. B. $a = 1; b = -2; c = -3$. C. $a = 1; b = -2; c = \frac{1}{2}$. D. $a = 2; b = -3; c = -1$.

Câu 23: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết parabol đó đi qua điểm $M(3;-4)$ và có trục đối xứng $x = \frac{-3}{2}$.

- A. $y = \frac{1}{3}x^2 - x + 2$. B. $y = \frac{2}{3}x^2 + 2x + 2$. C. $y = \frac{-1}{3}x^2 - x + 2$. D. $y = \frac{2}{3}x^2 + 2x + 2$.

Câu 24: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết parabol đó có đỉnh $I(2; -2)$.

A. $y = -x^2 + 4x + 2$. B. $y = -x^2 + 2x + 2$. C. $y = x^2 - 4x + 2$. D. $y = 2x^2 + 4x + 2$.

Câu 25: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết parabol đó đi qua $M(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh là $-\frac{1}{4}$.

A. $\begin{cases} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = 16x^2 - 12x + 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = 16x^2 + 12x + 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = x^2 + 3x + 2 \\ y = 16x^2 - 12x + 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = -x^2 - 3x + 2 \\ y = 16x^2 - 12x + 2 \end{cases}$.

**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG
BÀI TOÁN GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

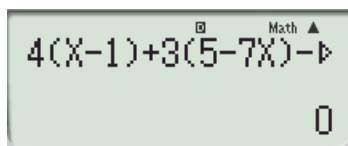
Ví dụ 1: Giải phương trình $4(x-1) + 3(5-7x) = 6x-3$.

A. $x = \frac{14}{23}$. B. $x = \frac{14}{25}$. C. $x = \frac{15}{23}$. D. $x = -\frac{14}{23}$.

Hướng dẫn

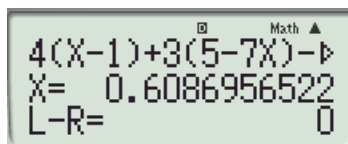
Cách giải bằng máy tính

Cách 1: Nhập vào máy tính biểu thức: $4(x-1) + 3(5-7x) - (6x-3)$. Sau đó nhấn phím **[CALC]**. Máy hỏi nhập $X?$, ta nhập các giá trị ở đáp án. Nếu đáp án nào làm cho biểu thức bằng 0 thì đáp án đó là đáp án đúng. Ví dụ, đối với đáp án A. Ta nhấn **[CALC]**, nhập $X = \frac{14}{23}$ rồi nhấn dấu bằng. Màn hình hiện

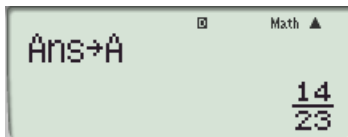


Do đó đáp án đúng là đáp án A.

Cách 2: Nhập vào máy tính biểu thức $4(x-1) + 3(5-7x) - (6x-3)$. Sau đó nhấn **[SHIFT]** **[CALC]** **[=]**. Màn hình hiện:



Nhấn **[SHIFT]** **[RCL]** **[(-)]**. Màn hình hiện



Vậy $x = \frac{14}{23}$ là nghiệm phương trình.

Ví dụ 2: Giải phương trình $3(x+1)(x-1) - 5 = 3x^2 + 2x$.

A. $x = 3$. B. $x = -4$. C. $x = -3$. D. $x = 1$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Cách 1: Nhập vào máy tính biểu thức $3(x+1)(x-1) - 5 - (3x^2 + 2x)$. Sau đó nhấn **[CALC]**. Máy hỏi nhập $X?$, ta nhập các giá trị ở các đáp án. Nếu đáp án nào làm cho giá trị biểu thức bằng 0 thì đáp án đó là đáp án đúng.

Cách 2: Nhập vào máy tính biểu thức $3(x+1)(x-1) - 5 - (3x^2 + 2x)$. Sau đó nhấn **[SHIFT]** **[CALC]** **[=]**. Màn hình hiện:

$$3(x+1)(x-1)-5=0$$

$$x = -4$$

Vậy $x = -4$ là nghiệm phương trình. Như thế ta chọn đáp án B.

Ví dụ 3: Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 9x + 3 = 0$ là:

- A. $\left\{\frac{9+\sqrt{69}}{2}; \frac{9-\sqrt{69}}{2}\right\}$. B. $\left\{\frac{9+\sqrt{96}}{2}; \frac{9-\sqrt{96}}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{9+\sqrt{69}}{2}; \frac{9-\sqrt{96}}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{9+\sqrt{96}}{2}; \frac{9-\sqrt{69}}{2}\right\}$.

Hướng dẫn

Ta nhấn liên tiếp các phím **MODE** **5** **3** **1** **=** **=** **9** **=** **3** **=** **=** **=**. Màn hình xuất hiện liên tiếp.

$$x_1 = \frac{9+\sqrt{69}}{2}$$

$$x_2 = \frac{9-\sqrt{69}}{2}$$

Như thế ta chọn đáp án A.

Ví dụ 4: Tập nghiệm của phương trình $6x^3 - 13x^2 + x + 2 = 0$ là:

- A. $\left\{2; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$. B. $\left\{2; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$. C. $\left\{-2; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$. D. $\left\{2; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$.

Hướng dẫn

Ta nhấn liên tiếp các phím **MODE** **5** **4** **6** **=** **=** **1** **3** **=** **1** **=** **2** **=** **=** **=**. Màn hình xuất hiện liên tiếp

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$x_3 = -\frac{1}{3}$$

Do đó, ta chọn đáp án D.

Ví dụ 5: Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $-3x^2 + 5x + 11 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị

của các biểu thức: $A = \frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$.

- A. $\frac{620}{363}$. B. $\frac{621}{363}$. C. $\frac{363}{620}$. D. $-\frac{363}{620}$.

Hướng dẫn

Ta nhấn liên tiếp các phím

MODE **5** **3** **=** **3** **=** **5** **=** **1** **1** **=** **=** **SHIFT** **RCL** **(-)** **=** **SHIFT** **RCL** **...** **MODE** **1** **=** **ALPHA** **(-)** **▼** **ALPHA** **(-)** **x²** **=**

Màn hình xuất hiện

$$\frac{A}{B^2} + \frac{B}{A^2}$$

$$\frac{620}{363}$$

Do đó ta chọn đáp án A.

Ví dụ 6: Tập nghiệm của phương trình $|2x^2 - 3x + 1| = 2x^2 + x - 1$ là:

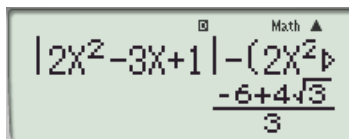
- A. $\left\{\frac{3-\sqrt{3}}{3}; -\sqrt{2}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $\left\{3; -\frac{1}{2}; \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}\right\}$. D. $\{0; 1\}$.

Hướng dẫn

GV: Phạm Phú Quốc

Nhập vào máy tính biểu thức $|2x^2 - 3x + 1| - (2x^2 + x - 1)$. Sau đó nhấn **CALC**. Máy hỏi nhập X ? , ta nhập các giá trị ở các đáp án. Nếu đáp án nào làm cho giá trị biểu thức bằng 0 thì đáp án đó đúng.

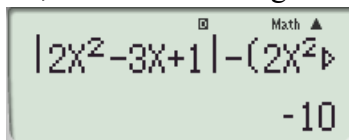
Ví dụ, đối với đáp án A. Ta nhấn **CALC** , nhập $X = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$, rồi nhấn dấu bằng. Màn hình xuất hiện



Math Δ
 $|2X^2 - 3X + 1| - (2X^2 + X - 1)$
 $\frac{-6 + 4\sqrt{3}}{3}$

Do đó đáp án A bị loại.

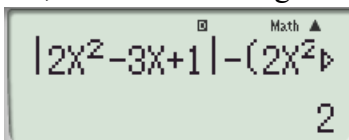
Đối với đáp án C. Ta nhấn **CALC** , nhập $X = 3$, rồi nhấn dấu bằng. Màn hình xuất hiện



Math Δ
 $|2X^2 - 3X + 1| - (2X^2 + X - 1)$
-10

Do đó đáp án C bị loại.

Đối với đáp án D. Ta nhấn **CALC** , nhập $X = 0$, rồi nhấn dấu bằng. Màn hình xuất hiện



Math Δ
 $|2X^2 - 3X + 1| - (2X^2 + X - 1)$
2

Do đó đáp án D bị loại.

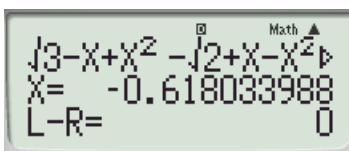
Vậy đáp án đúng là đáp án B.

Ví dụ 7: Cho phương trình $\sqrt{3 - x + x^2} - \sqrt{2 + x - x^2} = 1$. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình.

A. 1. B. 3. C. 5. D. 9.

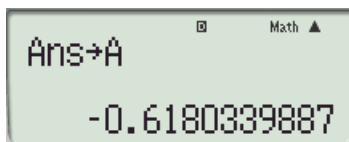
Hướng dẫn

Nhập vào máy tính biểu thức $\sqrt{3 - x + x^2} - \sqrt{2 + x - x^2} - 1$. Nhấn dấu bằng để máy lưu tạm biểu thức. Sau đó nhấn **◀** **SHIFT** **CALC** **=**. Màn hình xuất hiện



Math Δ
 $\sqrt{3 - X + X^2} - \sqrt{2 + X - X^2} - 1$
X = -0.618033988
L-R = 0

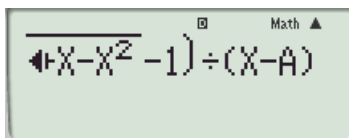
Lưu nghiệm vừa tìm được cho biến A, bằng cách nhấn **SHIFT** **RCL** **(←)** . Màn hình xuất hiện



Math Δ
Ans → A
-0.618033987

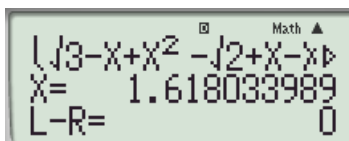
Tiếp theo nhấn **AC** **▲** **▲** **▲** để quay lại màn hình nhập ban đầu. Nhấn

▶ **()** **◀** **◀** **()** **÷** **()** **(ALPHA)** **()** **=** **(ALPHA)** **(←)** **()** . Màn hình hiện



Math Δ
 $(\sqrt{3 - X + X^2} - \sqrt{2 + X - X^2} - 1) \div (X - A)$

Nhấn **SHIFT** **CALC** **=** **=** **3** **=** . Màn hình hiện



Math Δ
 $(\sqrt{3 - X + X^2} - \sqrt{2 + X - X^2} - 1) \div (X - A)$
X = 1.618033989
L-R = 0

$$\frac{5}{X} - \frac{3}{Y} - 1 = \frac{5}{2}$$

Do đó đáp án A loại.

Lưu ý: Thao tác bấm $\left[\frac{\Box}{\Box} \right] 3 \left[\nabla \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\frac{\Box}{\Box} \right] \left[\rightarrow \right] \left[+ \right] \left[\frac{\Box}{\Box} \right] 2 \left[\nabla \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[S \div D \right] \left[\rightarrow \right] \left[+ \right] 7 \left[\text{ALPHA} \right] \left[\frac{\Box}{\Box} \right] \left[\frac{\Box}{\Box} \right] 5 \left[\nabla \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\frac{\Box}{\Box} \right]$
 $\left[\rightarrow \right] \left[- \right] \left[\frac{\Box}{\Box} \right] 3 \left[\nabla \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[S \div D \right] \left[\rightarrow \right] \left[- \right] 1 \left[\text{CALC} \right] 1 \left[= \right] 2 \left[= \right]$

Tiếp tục với đáp án C. Nhấn $\left[\text{CALC} \right]$, Nhập $X = -1, Y = -\frac{1}{2}$. Màn hình thứ nhất xuất hiện

$$\frac{3}{X} + \frac{2}{Y} + 7 = 0$$

Nhấn tiếp dấu bằng. Màn hình thứ hai xuất hiện

$$\frac{5}{X} - \frac{3}{Y} - 1 = 0$$

Vậy đáp án C là đáp án đúng.

Ví dụ 9: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x + y + z - 6 = 0 \\ 3x - y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$$

A. $(1; 1; 3)$. B. $(1; 1; -3)$. C. $(1; -1; -3)$. D. $(1; -1; 3)$.

Hướng dẫn

Nhấn liên tiếp các phím $\left[\text{MODE} \right] 5 \left[\right] 2 \left[\right] 1 \left[= \right] 1 \left[= \right] - 1 \left[= \right] - 1 \left[= \right] 2 \left[= \right] 1 \left[= \right] 1 \left[= \right] 6$
 $\left[= \right] 3 \left[= \right] - 1 \left[= \right] - 2 \left[= \right] - 4 \left[= \right] \left[= \right] \left[= \right] \left[= \right]$. Màn hình lần lượt xuất hiện

$$\begin{aligned} X &= 1 \\ Y &= 1 \\ Z &= 3 \end{aligned}$$

Do đó ta chọn đáp án A.

Ví dụ 10: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases}$$

A. $(x; y) = (-5; 2)$. B. $(x; y) = (5; 2)$. C. $(x; y) = (5; -2)$. D. $(x; y) = (-5; -2)$.

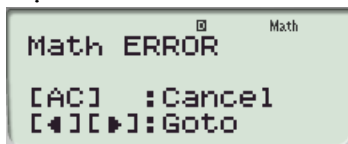
Hướng dẫn

Nhập vào máy biểu thức: $xy + x + y - (x^2 - 2y^2) : x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} - (2x - 2y)$. Sau đó nhấn $\left[\text{CALC} \right]$. Máy hỏi nhập X ?, ta nhập X , rồi nhấn dấu bằng. Máy hỏi nhập Y ?, ta nhập Y rồi nhấn dấu bằng. Nếu đáp án nào làm cho cả hai biểu thức trên đều có giá trị bằng 0 thì đáp án đó là đáp án đúng.

Cụ thể với đáp án A. Nhấn $\left[\text{CALC} \right]$, Nhập $X = -5, Y = 2$. Màn hình thứ nhất xuất hiện

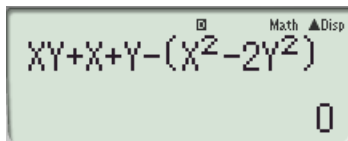
$$XY + X + Y - (X^2 - 2Y^2) = -30$$

Nhấn tiếp dấu bằng. Màn hình thứ hai xuất hiện

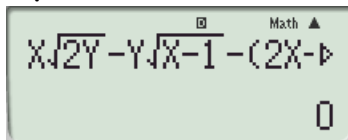


Do đó đáp án A loại.

Tiếp tục với đáp án B. Nhấn **[CALC]**, Nhập $X = 5, Y = 2$. Màn hình thứ nhất xuất hiện



Nhấn tiếp dấu bằng. Màn hình thứ hai xuất hiện



Vậy đáp án B là đáp án đúng.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Tập nghiệm của phương trình $x^3 - 2x^2 - 8x + 5 = 0$ là:

- A. $\left\{1; \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}\right\}$. B. $\{-1; 1 \pm \sqrt{2}\}$. C. $\{2; -1 \pm \sqrt{6}\}$. D. $\left\{-1; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}\right\}$.

Bài 2: Tập nghiệm của phương trình $x^3 - x^2 - 8x - 6 = 0$ là:

- A. $\left\{1; \frac{-3 \pm \sqrt{20}}{2}\right\}$. B. $\left\{1; \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$. C. $\{-1; 1 \pm \sqrt{2}\}$. D. $\{-1; 1 \pm \sqrt{7}\}$.

Bài 3: Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + y + xy = 2 \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. $(1; 2); (2; 1)$. B. $(2 + \sqrt{3}; 2 - \sqrt{3})$. C. $(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$. D. $(0; 2); (2; 0)$.

Bài 4: Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 2 \\ x^2y + xy^2 = \frac{5}{2} \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. $(1; 2); (2; 1)$. B. $\left(2; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$. D. Vô nghiệm.

Bài 5: Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(1; 2); (2; 1)$. B. $\left(2; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$. D. $(0; 2); (2; 0)$.

Bài 6: Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2y + xy^2 = 4 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(1; 2); (2; 1)$. B. $\left(2; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$. D. $(0; 2); (2; 0)$.

Bài 7: Tìm tập nghiệm của phương trình $|3x^2 + 1| = 7$.

A. $\left\{\frac{13}{4}; \frac{-9}{2}\right\}$. B. $\{0; -3\}$. C. $\{-7; -11\}$. D. $\{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$.

Bài 8: Giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2\sqrt{(x+2)^3} - 6x = 0$.

A. $x = 2; x = 2 - 2\sqrt{3}$. B. $x = -2; x = 2 - 2\sqrt{3}$. C. $x = 2; x = -2 - 2\sqrt{3}$. D. $x = -2; x = 2 + 2\sqrt{3}$.

Bài 9: Tìm tập nghiệm của phương trình $|3 + 2x| + 1 = 4$.

A. $\left\{\frac{13}{4}; \frac{-9}{2}\right\}$. B. $\{0; -3\}$. C. $\{-7; -11\}$. D. $\{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$.

Bài 10: Tìm tập nghiệm của phương trình $|2x + 11| = x - 3$.

A. $\left\{\frac{3 - \sqrt{3}}{3}; -\sqrt{2}\right\}$. B. $\left\{3; -\frac{1}{2}; \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}\right\}$. C. $\{0; 1\}$. D. Vô nghiệm.

Bài 11: Tìm tập nghiệm của phương trình $|2x^2 - x + 1| = |6x - 2|$.

A. $\left\{\frac{13}{4}; \frac{-9}{2}\right\}$. B. $\{0; -3\}$. C. $\{-7; -11\}$. D. $\left\{3; \frac{1}{2}; \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}\right\}$.

Bài 12: Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 13x - 7 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$.

A. 240. B. 2470. C. 4270. D. -2470.

Bài 13: Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 13x - 7 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^4 + x_2^4$.

A. 33391. B. 339391. C. 3391. D. 391.

Bài 14: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + x - 1} = 2\left(\frac{7}{2} - x\right) - 3x^2 + x$.

A. $S = \left\{\frac{-1 - \sqrt{61}}{6}; \frac{-1 + \sqrt{61}}{6}\right\}$. B. $S = \left\{\frac{1 - \sqrt{61}}{6}; \frac{-1 + \sqrt{61}}{6}\right\}$.
C. $S = \left\{\frac{1 + \sqrt{61}}{6}; \frac{-1 + \sqrt{61}}{6}\right\}$. D. $S = \left\{\frac{1 - \sqrt{61}}{6}; \frac{-1 - \sqrt{61}}{6}\right\}$.

Bài 15: Giải phương trình $\left|\frac{x+1}{x^2+2x+2}\right| = \frac{1}{2}$.

A. $S = \{0; -2\}$. B. $\{0; 2\}$. C. $\{2\}$. D. $\{0\}$.

Bài 16: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{5}{y+1} = 4 \\ \frac{4}{x-1} - \frac{1}{y+1} = \frac{19}{5} \end{cases}$.

A. $(x; y) = (2; 4)$. B. $(x; y) = (-2; 4)$. C. $(x; y) = (2; -4)$. D. $(x; y) = (-2; -4)$.

Bài 17: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y + 3z = -18 \\ 2x + y - z = 9 \end{cases}$.

A. $(x; y; z) = (1; -2; 5)$. B. $(x; y; z) = (1; 2; -5)$. C. $(x; y; z) = (1; -2; -5)$. D. $(x; y; z) = (-1; 2; 5)$.

Bài 18: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = -1 \\ z + x = -2 \end{cases}$$

- A. $(x; y; z) = (2; -3; -4)$. B. $(x; y; z) = (2; 3; -4)$. C. $(x; y; z) = (-2; 3; -4)$. D. $(x; y; z) = (1; 2; -5)$.

Bài 19: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x^2 - y^2 + 2y = 4 \end{cases}$$

- A. $S = \left\{ (1; 1); \left(-\frac{31}{23}; \frac{59}{23} \right) \right\}$. B. $S = \left\{ (1; -1); \left(-\frac{31}{23}; \frac{59}{23} \right) \right\}$.
C. $S = \left\{ (-1; 1); \left(-\frac{31}{23}; \frac{59}{23} \right) \right\}$. D. $S = \left\{ (1; -1); \left(-\frac{31}{23}; -\frac{59}{23} \right) \right\}$.

Bài 20: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^3 + (6 - y)x^2 - 2xy = 0 \\ x^2 - x + y = -3 \end{cases}$$

- A. $S = \{(0; -3); (-2; 9)\}$. B. $S = \{(0; -3); (-2; -9)\}$.
C. $S = \{(0; 3); (-2; 9)\}$. D. $S = \{(0; -3); (2; 9)\}$.

Bài 21: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \\ 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \end{cases}$$

- A. $(x; y) = (1; 1)$. B. $(x; y) = (-1; -1)$. C. $(x; y) = (1; -1)$. D. $(x; y) = (-1; 1)$.

Câu 22: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases}$$

- A. $S = \left\{ (1; -1); \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right); \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right) \right\}$.
B. $S = \left\{ (1; 1); \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right); \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right) \right\}$.
C. $S = \left\{ (-1; 1); \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right); \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right) \right\}$.
D. $S = \left\{ (-1; -1); \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right); \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right) \right\}$.

Câu 23: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

- A. $(x; y) = (3; 3)$. B. $(x; y) = (-3; 3)$. C. $(x; y) = (3; -3)$. D. $(x; y) = (-3; -3)$.

Câu 24: Giải phương trình
$$\frac{x-1}{2x-3} = \frac{-3x+1}{|x+1|}$$

$$\begin{aligned} \text{A. } S &= \left\{ \frac{11+\sqrt{65}}{14}; \frac{11+\sqrt{41}}{10} \right\}. & \text{B. } S &= \left\{ \frac{11-\sqrt{65}}{14}; \frac{11-\sqrt{41}}{10} \right\}. \\ \text{C. } S &= \left\{ \frac{11+\sqrt{65}}{14}; \frac{11-\sqrt{65}}{10} \right\}. & \text{D. } S &= \left\{ \frac{11+\sqrt{41}}{14}; \frac{11-\sqrt{41}}{10} \right\}. \end{aligned}$$

Câu 25: Giải phương trình $2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$.

A. $x = -3 \pm \sqrt{13}$. B. $x = 3 \pm \sqrt{15}$. C. $x = 3 \pm \sqrt{13}$. D. $x = -3 \pm \sqrt{15}$.

SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Ví dụ 1: Giải bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3}$.

A. $-12 < x < -4; -3 < x < 0$. B. $-12 \leq x < -4; -3 < x < 0$.
C. $-12 < x \leq -4; -3 < x < 0$. D. $-12 \leq x \leq -4; -3 < x < 0$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Ta có: $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3} < 0 (*)$

Cách làm: Nhập vào máy biểu thức $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3} < 0$, sau đó nhấn **[CALC]** gán X những giá trị đặc trưng trong các miền nghiệm để loại dần các đáp án và chọn đáp án đúng.

Nhìn vào đáp án B và D chứa số -12 . Do đó ta nhấn **[CALC]** thử với số -12 . Kết quả màn hình xuất hiện

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3} = \frac{1}{20}$$

Do đó đáp án B và D bị loại.

Tiếp theo, ta nhìn đáp án C có chứa số -4 còn đáp án A không có. Cho nên ta thử tiếp với số -4 . Kết quả màn hình xuất hiện

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3} = \frac{7}{4}$$

Do đó đáp án C bị loại. Như thế đáp án của bài toán là đáp án A.

Ví dụ 2: Giải hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2-9}{-x^2+3x-12} < 0 \\ \frac{3x+1}{2} \geq \frac{x+7}{-x+5} \end{cases}$$

A. $x < -3$ hay $x > 1$. B. $3 < x < 5$. C. $x > 5$. D. $1 < x < 3$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{x^2-9}{-x^2+3x-12} < 0 \\ \frac{3x+1}{2} \geq \frac{x+7}{-x+5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2-9}{-x^2+3x-12} < 0 \\ \frac{3x+1}{2} - \frac{x+7}{-x+5} \geq 0 \end{cases}$$

Nhập vào máy tính biểu thức: $\frac{x^2-9}{-x^2+3x-12} : \frac{3x+1}{2} - \frac{x+7}{-x+5}$. Sau đó nhấn **CALC** gán X những giá trị đặc trưng trong miền nghiệm để loại dần các đáp án và chọn đáp án đúng.

Nhìn vào đáp án, ta thấy chỉ có đáp án A và C chứa số 6. Do đó ta nhấn **CALC** thử với số 6. Kết quả màn hình thứ nhất xuất hiện

$$\frac{x^2-9}{-x^2+3x-12} = -\frac{9}{10}$$

Tiếp tục nhấn dấu **=** màn hình xuất hiện

$$\frac{3x+1}{2} - \frac{x+7}{-x+5} = \frac{45}{2}$$

Nhìn vào kết quả trên hai màn hình. Ta thấy số 6 thỏa mãn. Nên một trong hai đáp án A và C là đáp án đúng. Ta nhận thấy, trong đáp án A có chứa số -2 , còn đáp án C không có. Do đó, ta thử tiếp với số -2 .

Nhấn **CALC** thử với số -2 . Kết quả màn hình thứ nhất xuất hiện.

$$\frac{x^2-9}{-x^2+3x-12} = \frac{5}{22}$$

Do đó đáp án A bị loại. Như vậy, đáp án đúng là đáp án C.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Giải hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 \leq 0 \\ 4x^2 - x - 3 > 0 \end{cases}$$

- A. Vô nghiệm. B. $-\frac{3}{4} < x < \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3} < x < 1$. D. $1 < x < 3$.

Bài 2: Giải hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 3x + 2} > 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 11x + 30} < 0 \end{cases}$$

- A. $-\frac{1}{2} < x < 2$. B. $2 < x < 3$. C. $0 < x < 3$. D. Vô nghiệm.

Bài 3: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

- A. $\emptyset$. B. $\{1\}$. C. $[1; 2]$. D. $[-1; 1]$.

Bài 4: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 \leq 0 \end{cases}$$

- A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. C. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. D. $(1; 4)$.

Bài 5: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2 - x > 0 \\ 2x + 1 > x - 2 \end{cases}$$

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Bài 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2x+3} > \frac{1}{5-x}$ là:

- A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 5\right)$. D. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right); (5; +\infty)$.

Bài 7: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x+1| + |x-1| < 4$.

- A. $(-2; -1)$. B. $[-1; 1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Bài 8: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{1}{2x+3} > \frac{1}{5-x} \\ |x| < 1 \end{cases}$.

- A. $\left(-1; \frac{2}{3}\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$. C. $(-1; 1)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$.

Bài 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(x-1)(x-4)}{x+1} \leq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1) \cup [1; 4]$. B. $(-\infty; -1] \cup [1; 4]$. C. $(-1; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $(-\infty; -1) \cup [4; +\infty)$.

Bài 10: Cho bất phương trình $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 8 - 2x$. Nghiệm của bất phương trình là:

- A. $x \leq 3$. B. $x \geq 5$. C. $3 < x \leq 5$. D. $3 \leq x < 5$.

Bài 11: Cho bất phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} < x - 1$. Nghiệm của bất phương trình là:

- A. $x \geq \frac{5}{2}$. B. $\frac{5}{2} \leq x < 3$. C. $x > 3$. D. $2 \leq x \leq 3$.

Bài 12: Cho bất phương trình $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} \leq x$. Nghiệm của bất phương trình là:

- A. $-1 \leq x \leq 1$. B. $-1 \leq x < 0$. C. $0 \leq x \leq 1$. D. $-1 < x < 1$.

Bài 13: Cho bất phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + 1} - x + 2 \geq 0$. Tập nghiệm của bất phương trình là:

- A. $\frac{3-\sqrt{7}}{2} \leq x \leq 3$. B. $\frac{3-\sqrt{7}}{2} < x < 3$. C. $x < \frac{3-\sqrt{7}}{2} \vee x > 3$. D. $x \leq \frac{3-\sqrt{7}}{2} \vee x \geq 3$.

Bài 14: Cho bất phương trình $\frac{1}{2}x - \sqrt{x-3} \leq \frac{3}{2}$. Tập nghiệm của bất phương trình là:

- A. $\geq \left[0; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; 6]$. C. $[3; 7]$. D. $[1; 5]$.

Bài 15: Cho bất phương trình $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} > 3x + 7$. Tập nghiệm của bất phương trình là:

- A. $(-1; 4)$. B. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. C. $[1; 4]$. D. Đáp số khác.

**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG
BÀI TOÁN THỐNG KÊ**

Trình tự sử dụng MODE thống kê như sau:

- Nhấn **MODE** **1** để xóa dữ liệu thống kê cũ.
- Cài đặt chế độ số liệu có tần số: **SHIFT** **MODE** **▼** **4** **1**
- Chuyển sang MODE thống kê: **MODE** **3** **1**
- Nhập số liệu xong nhấn **AC**, lưu ý sau mỗi lần viết số liệu xong ta nhấn **=** để **nhập** số liệu.

- Để tính tổng ta nhấn SHIFT 1 3 2 $=$, tổng bình phương ta nhấn SHIFT 1 3 1 $=$
- Để tính trung bình ta nhấn SHIFT 1 4 2
- Để tính tần số ta nhấn SHIFT 1 4 1
- Để tính độ lệch chuẩn ta nhấn SHIFT 1 4 3 $=$
- Để tính phương sai ta nhấn SHIFT 1 4 3 $=$ x^2 $=$

Ví dụ 1: Cho biết giá trị thành phẩm quy ra tiền (nghìn đồng) trong một tuần lao động của 7 công nhân là 150, 170, 170, 200, 230, 230, 250

Tính số trung bình cộng của dãy số liệu trên

- A. 200. B. 201. C. 202. D. 200,5.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE $\blacktriangledown$ 4 1 MODE 3 1 1 5 0 $=$ 1 7 0 $=$ 1 7 0 $=$ 2 0 0 $=$ 2 3 0 $=$ 2 3 0 $=$ 2 5 0 $=$ AC SHIFT 1 4 2 $=$

Màn hình hiện



Vậy chọn đáp án A.

Ví dụ 2: Cho biết giá trị thành phẩm quy ra tiền (nghìn đồng) trong một tuần lao động của 7 công nhân là 150, 170, 170, 200, 230, 230, 250

Phương sai của dãy số liệu trên gần bằng số nào nhất?

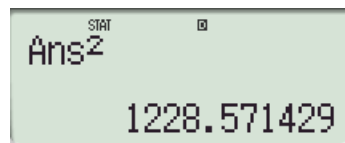
- A. 1228,7. B. 1228,6. C. 1228,5. D. 1228,4.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE $\blacktriangledown$ 4 1 MODE 3 1 1 5 0 $=$ 1 7 0 $=$ 1 7 0 $=$ 2 0 0 $=$ 2 3 0 $=$ 2 3 0 $=$ 2 5 0 $=$ AC SHIFT 1 4 3 $=$ x^2 $=$

Màn hình hiện



Vậy ta chọn đáp án A.

Ví dụ 3: Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	N=40

Tính sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng.

- A. 22,1. B. 22,2. C. 22,3. D. 22,4.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE $\blacktriangledown$ 4 1 MODE 3 1 2 0 $=$ 2 1 $=$ 2 2 $=$ 2 3 $=$ 2 4 $=$ $\blacktriangleright$ $\blacktriangledown$ 5 $=$ 8 $=$ 1 1 $=$ 1 0 $=$ 6 $=$ AC SHIFT 1 4 2 $=$

Màn hình xuất hiện



Như thế ta chọn đáp án A.

Ví dụ 4: Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	N=40

Tính phương sai của bản phân bố tần số trên.

A. 1,52.

B. 1,53.

C. 1,54.

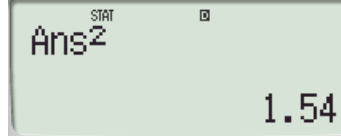
D. 1,55.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE 4 1 MODE 3 1 2 0 = 2 1 = 2 2 = 2 3 = 2 4 = ► ▼ 5 =
8 = 1 1 = 1 0 = 6 = AC SHIFT 1 4 3 = x^2 =

Màn hình xuất hiện



Như thế ta chọn đáp án C.

Ví dụ 5: Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	N=40

Tính độ lệch chuẩn của bảng phân bố tần số trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 1,23.

B. 1,24.

C. 1,25.

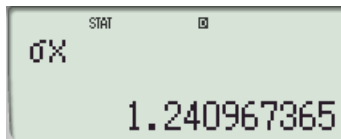
D. 1,22.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE 4 1 MODE 3 1 2 0 = 2 1 = 2 2 = 2 3 = 2 4 = ► ▼ 5 =
8 = 1 1 = 1 0 = 6 = AC SHIFT 1 4 3 =

Màn hình xuất hiện



Vậy ta chọn đáp án B.

Ví dụ 6: Chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
[150;156)	6
[156;162)	12
[162;168)	13
[168;174]	5
Cộng	36

Chiều cao trung bình của 36 học sinh gần với kết quả nào nhất?

A. 162.

B. 161,83.

C. 161.

D. 160.

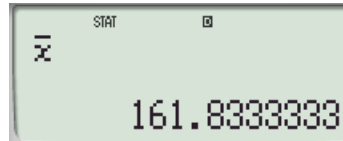
Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE 4 1 MODE 3 1 1 5 3 = 1 5 9 = 1 6 5 = 1 7 1 = ► ▼ 6
= 1 2 = 1 3 = 5 = AC SHIFT 1 4 2 =

Màn hình xuất hiện



Vậy chọn đáp án B.

Ví dụ 7: Chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
[150;156)	6
[156;162)	12
[162;168)	13
[168;174]	5
Cộng	36

Tính phương sai của bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

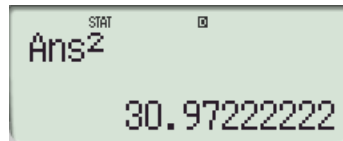
- A. 39,9. B. 30. C. 31. D. 30,97.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

MODE 1 SHIFT MODE ▼ 4 1 MODE 3 1 1 5 3 = 1 5 9 = 1 6 5 = 1 7 1 = ► ▼ 6
= 1 2 = 1 3 = 5 = AC SHIFT 1 4 3 = x² =

Màn hình xuất hiện



Vậy chọn đáp án D.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho bảng phân bố tần số

Điểm của 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi môn Hóa (thang điểm 20)

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Tính điểm trung bình của 100 học sinh trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 15,2. B. 15,21. C. 15,23. D. 15,25.

Bài 2: : Cho bảng phân bố tần số

Điểm của 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi môn Hóa (thang điểm 20)

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Tính phương sai của bảng phân bố tần số đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 3,95. B. 3,96. C. 3,97. D. Đáp số khác.

Bài 3: cho dãy số liệu thống kê 1;2;3;4;5;6;7. Tính phương sai của các số liệu thống kê đã cho.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Bài 4: Cho bảng phân bố tần số

Trên con đường A, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ của 30 chiếc ô tô (đơn vị km/h)

Vận tốc	60	61	62	63	65	67	68	69	70	72
Tần số	2	1	1	1	2	1	1	1	2	2

Vận tốc	73	75	76	80	82	83	84	85	88	90
---------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Tần số	2	3	2	1	1	1	1	3	1	1
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tính vận tốc trung bình của 30 chiếc xe.

- A. 73. B. 73,63. C. 74. D. 74,02.

Bài 5: Cho bảng phân bố tần số

Trên con đường A, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ của 30 chiếc ô tô (đơn vị km/h)

Vận tốc	60	61	62	63	65	67	68	69	70	72
Tần số	2	1	1	1	2	1	1	1	2	2

Vận tốc	73	75	76	80	82	83	84	85	88	90
Tần số	2	3	2	1	1	1	1	3	1	1

Tính độ lệch chuẩn của bảng phân bố tần số đã cho.

- A. 8,68. B. 8,65. C. 8,58. D. 8,48.

Bài 6: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp

Khối lượng của một nhóm cá mè

Lớp khối lượng (kg)	Tần số
[0,5;0,7)	3
[0,7;0,9)	4
[0,9;1,1)	6
[1,1;1,3)	4
[1,3;1,5]	3
Cộng	20

Tính số trung bình của bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho.

- A. 1,1. B. 1. C. 0,9. D. 1,2.

Bài 7: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp

Khối lượng của một nhóm cá mè

Lớp khối lượng (kg)	Tần số
[0,5;0,7)	3
[0,7;0,9)	4
[0,9;1,1)	6
[1,1;1,3)	4
[1,3;1,5]	3
Cộng	20

Tính phương sai của bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho.

- A. 0,406. B. 0,046. C. 0,064. D. 0,604.

**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG
BÀI TOÁN GÓC, CUNG, CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC.**

Ví dụ 1: Đổi $\alpha = 32^\circ$ sang radian.

- A. $\frac{8\pi}{45}$. B. $\frac{7\pi}{45}$. C. $\frac{10\pi}{45}$. D. $\frac{11\pi}{45}$.

Hướng dẫn

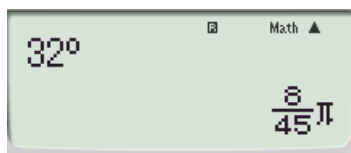
Cách giải bằng máy tính

Muốn đổi sang đơn vị radian ta chuyển máy tính về **mode radian** **[SHIFT]** **[MODE]** **[4]**.

Nhập 32 vào máy rồi nhấn **[SHIFT]** **[Ans]** **[1]**. Màn hình hiện



Nhấn dấu bằng màn hình hiện



Do đó ta chọn đáp án A.

Ví dụ 2: Đổi $\alpha = 32^{\circ}30'$ sang radian.

A. $\frac{8\pi}{45}$.

B. $\frac{13\pi}{72}$.

C. $\frac{17\pi}{45}$.

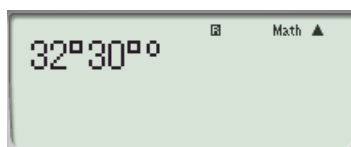
D. $\frac{23\pi}{45}$.

Hướng dẫn

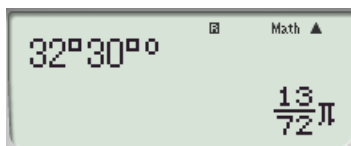
Cách giải bằng máy tính

Muốn đổi sang đơn vị radian ta chuyển máy tính về **mode radian** **[SHIFT] [MODE] [4]**.

Nhập $32^{\circ}30'$ vào máy bằng cách nhấn **[3] [2] [°'] [3] [0] [°']** rồi nhấn **[SHIFT] [Ans] [1]**. Màn hình hiện



Nhấn dấu bằng màn hình hiện



Do đó ta chọn đáp án B.

Ví dụ 3: Đổi $\alpha = \frac{3\pi}{16}$ sang độ, phút, giây.

A. $33^{\circ}45'$.

B. $30^{\circ}45'30''$.

C. $30^{\circ}44'30''$.

D. $30^{\circ}40'$.

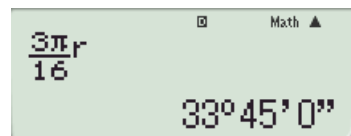
Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Muốn đổi sang đơn vị độ ta chuyển máy tính về **mode độ** **[SHIFT] [MODE] [3]**.

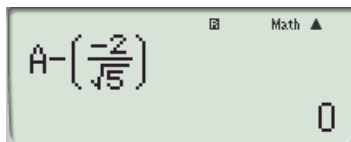
Nhập $\frac{3\pi}{16}$ vào máy bằng cách nhấn phím **[SHIFT] [MODE] [3] [=] [3] [SHIFT] [x10^-] [1] [6] [▶]** sau đó nhấn

[SHIFT] [Ans] [2] [=] [°']. Màn hình hiện



Như thế ta chọn đáp án A.

Ví dụ 4: Tính giá trị $\cos \frac{35\pi}{3}$.



$$A = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}} \right)$$

Vậy đáp án C là đáp án đúng.

Ví dụ 7: Cho hai góc nhọn a, b thỏa mãn $\sin a = \frac{3}{4}$ và $\cos b = \frac{1}{2}$. Tính giá trị $\sin(a+b)$.

A. $\frac{(2+\sqrt{21})}{8}$.

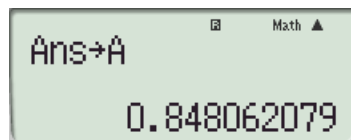
B. $\frac{3\sqrt{21}}{8}$.

C. $-\frac{(3+\sqrt{21})}{8}$.

D. $\frac{(3-\sqrt{21})}{8}$.

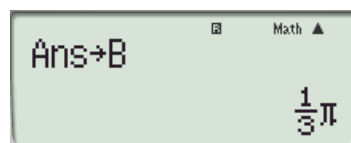
Hướng dẫn

Nhấn $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\sin} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{3} \boxed{\nabla} \boxed{4} \boxed{\rightarrow} \boxed{\square} \boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$. Lưu vào biến A. Màn hình hiện.



$$\text{Ans} \rightarrow A = 0.848062079$$

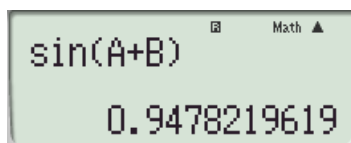
Nhấn $\boxed{\text{AC}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\cos} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{1} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\square} \boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\pi)}$. Lưu vào biến B. Màn hình hiện.



$$\text{Ans} \rightarrow B = \frac{1}{3}\pi$$

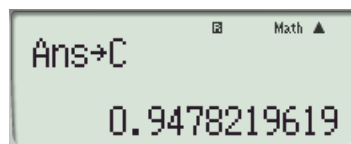
Nhấn $\boxed{\text{AC}}$ để xóa màn hình.

Nhấn $\boxed{\sin} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{(-)} \boxed{+} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{(\pi)} \boxed{\square} \boxed{=}$. Màn hình hiện



$$\sin(A+B) = 0.9478219619$$

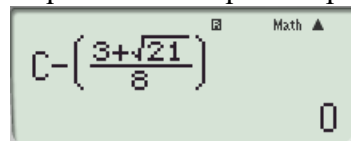
Lưu kết quả vào biến C bằng cách nhấn $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{hyp}}$. Màn hình hiện



$$\text{Ans} \rightarrow C = 0.9478219619$$

Nhấn $\boxed{\text{AC}}$ để xóa màn hình.

Lấy kết quả vừa lưu vào biến C trừ đi các đáp án của bài toán. Nếu đáp án nào là cho kết quả bằng 0 thì đáp án đó là đáp án đúng. Trong bài toán này, ta lấy kết quả trừ đi kết quả ở đáp án B. Màn hình hiện



$$C - \left(\frac{3+\sqrt{21}}{8} \right) = 0$$

Vậy đáp án B là đáp án đúng.

Ví dụ 8: Biết $\tan \frac{a}{2} = \frac{1}{4}$. Hãy tính $A = \frac{2+\cos a}{3-2\sin a}$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{5}{7}$.

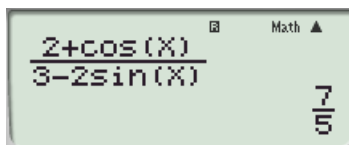
C. $\frac{7}{6}$.

D. $\frac{7}{8}$.

Hướng dẫn

Nhập vào máy tính biểu thức: $\frac{2+\cos a}{3-2\sin a}$.

Nhấn phím **CALC**, sau đó nhập X bằng: **2** **SHIFT** **tan** **1** **÷** **4** **)** **=**. Màn hình hiện



Như thế ta chọn đáp án A.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Biết $a = \frac{5a}{6}$. Hãy tính giá trị của biểu thức $A = \cos 3a + 2\cos(\pi - 3a)\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 1,5a\right)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. 0. D. $\frac{2\sqrt{3}}{4}$.

Bài 2: Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos(216^\circ)}{\sin(144^\circ) - \cos(126^\circ)} \cdot \tan(36^\circ)$.

- A. -1. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài 3: Cho $\cot a = \frac{1}{2}$. hãy tính giá trị của biểu thức $C = \frac{4\sin a + 5\cos a}{2\sin a - 3\cos a}$.

- A. $\frac{1}{17}$. B. $\frac{5}{9}$. C. 13. D. $\frac{2}{9}$.

Bài 4: Biết $\tan a = 2$. Tính giá trị của biểu thức $D = \frac{\sin a + 2\cos a}{2\sin^3 a - 3\cos a}$.

- A. $\frac{20}{17}$. B. $\frac{25}{9}$. C. $\frac{13}{20}$. D. $\frac{20}{13}$.

Bài 5: Cho $\sin a + \cos a = \frac{1}{2}$ và $\frac{3\pi}{4} < a < \pi$. Giá trị của $\sin 2a$ là

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Bài 6: Biết $\cot a = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $D = \frac{2\tan^2 a}{2\sin^2 a - 3\sin a \cos a - 5\cos^2 a}$.

- A. 30. B. 15. C. $-\frac{40}{3}$. D. $\frac{23}{9}$.

Bài 7: Cho $a = \frac{\pi}{16}$. Tính giá trị của biểu thức $C = \sin^4 a - 6\sin^2 a \cos^2 a + \cos^4 a$

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{2} - 1$. D. $\sqrt{2} + 1$.

Bài 8: Cho $\tan a = \frac{1}{2}$ và $\tan b = \frac{1}{3}$ với $0 < a, b < \frac{\pi}{2}$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Bài 9: Cho $\cot a = 3$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị $\sin 2a$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 3. D. 5.

Bài 10: Cho $\tan a = 3$. Tính giá trị của biểu thức $D = \frac{3 \sin a - 2 \cos a}{5 \sin^3 a + 4 \cos^3 a}$.

- A. $\frac{20}{173}$. B. $\frac{25}{93}$. C. $\frac{13}{139}$. D. $\frac{70}{139}$.

**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG
BÀI TOÁN TRONG HỆ TRỤC TỌA ĐỘ Oxy.**

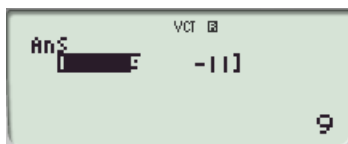
Ví dụ 1: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (2; -4)$ và $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $u = (7; -7)$. B. $u = (9; -11)$. C. $u = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Nhấn **MODE** **8** **1** **2** **2** **=** **-** **4** **=** **SHIFT** **5** **1** **2** **2** **-** **5** **=** **3** **=** **AC** **2** **SHIFT** **5** **3**
= **SHIFT** **5** **4** **=**. Màn hình xuất hiện



Như thế ta chọn đáp án B.

Ví dụ 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;5), B(1;1), C(3;3)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn hệ thức $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{EC}$.

- A. $E(7; -3)$. B. $E(-3; 3)$. C. $E(7; 13)$. D. $E(2; 13)$.

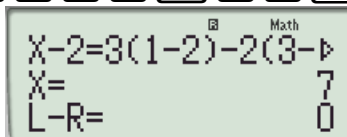
Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Gọi $E(x; y)$. Ta có: $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3(1-2)-2(3-x) \\ y-5=3(1-5)-2(3-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=13 \end{cases}$. Như thế, ta chọn đáp án C.

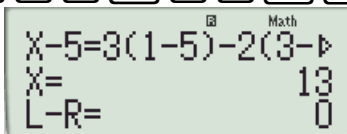
Lưu ý: Để giải phương trình $x-2=3(1-2)-2(3-x)$ ta nhấn liên tiếp các phím **ALPHA** **)** **=** **2** **ALPHA** **CALC**
3 **(** **1** **=** **2** **)** **=** **2** **(** **3** **=** **ALPHA** **)** **)** **SHIFT** **CALC** **=**

Màn hình xuất hiện



Tương tự đối với phương trình $y-5=3(1-5)-2(3-y)$, ta nhấn liên tiếp các phím **ALPHA** **)** **=** **5** **ALPHA** **CALC** **3**
(**1** **=** **5** **)** **=** **2** **(** **3** **=** **ALPHA** **)** **)** **SHIFT** **CALC** **=**

Màn hình xuất hiện.



Ví dụ 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho ba vector $\vec{a} = (2; -4), \vec{b} = (-5; 3), \vec{c} = (1; 7)$. Phân tích vector $\vec{c}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = \frac{-19}{7}\vec{a} - \frac{9}{7}\vec{b}$. B. $\vec{c} = \frac{-19}{7}\vec{a} + \frac{9}{7}\vec{b}$. C. $\vec{c} = \frac{19}{7}\vec{a} - \frac{9}{7}\vec{b}$. D. $\vec{c} = \frac{19}{7}\vec{a} + \frac{19}{7}\vec{b}$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Giả sử $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ ta có: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = m.2 + n(-5) \\ 7 = m.(-4) + n.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-19}{7} \\ n = \frac{-9}{7} \end{cases}$.

Vậy $\vec{c} = \frac{-19}{7}\vec{a} - \frac{9}{7}\vec{b}$. Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Để tìm nghiệm của hệ $\begin{cases} 1 = m.2 + n(-5) \\ 7 = m.(-4) + n.3 \end{cases}$ ta nhấn liên tiếp các phím

MODE **5** **1** **2** **=** **-** **5** **=** **1** **=** **-** **4** **=** **3** **=** **7** **=** **=** **=**

Ví dụ 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$, $\vec{c} = (1; 7)$. Tính $\vec{c}(2\vec{a} - \vec{b})$.

- A. 68. B. 67. C. -68. D. -67.

Hướng dẫn**Cách giải bằng máy tính**

Nhấn **MODE** **8** **1** **2** **=** **-** **4** **=** **SHIFT** **5** **1** **2** **2** **=** **5** **=** **3** **=** **SHIFT** **5** **1** **3** **2** **1** **=** **7** **=** **AC** **SHIFT** **5** **5** **SHIFT** **5** **7** **(** **2** **SHIFT** **5** **3** **=** **SHIFT** **5** **4** **)** **=**

Màn hình hiện

VctC · (2VctA - VctB
-68

Như thế ta chọn đáp án C.

Ví dụ 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (1; 7)$. Tính góc hợp bởi hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Hướng dẫn**Cách giải bằng máy tính**

Công thức tính cosin góc tạo bởi hai vector: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Vận dụng công thức trên ta nhấn liên tiếp các phím **MODE** **8** **1** **2** **4** **=** **3** **=** **SHIFT** **5** **1** **2** **2** **1** **=** **7** **=** **AC** **(** **SHIFT** **5** **3** **SHIFT** **5** **7** **SHIFT** **5** **4** **)** **÷** **(** **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **3** **)** **×** **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **4** **)** **)** **=**

Màn hình hiện

(VctA · VctB) ÷ (AB)
0.7071067812

Nhấn **MODE** **1** **SHIFT** **cos** **Ans** **)** **=**. Màn hình hiện

$\cos^{-1}(\text{Ans})$
45

Như thế ta chọn đáp án B.

Ví dụ 6: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(5; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm của tam giác ABC .

- A. $H\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$. B. $H\left(-\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$. C. $H\left(\frac{1}{5}; -\frac{7}{5}\right)$. D. $H\left(\frac{7}{5}; \frac{7}{5}\right)$.

Hướng dẫn**Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính**

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm tam giác ABC . Ta có: $\overrightarrow{BC} = (4; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; 2)$, $\overrightarrow{AH} = (x+1; y+1)$, $\overrightarrow{BH} = (x-1; y-3)$

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1) - 2(y+1) = 0 \\ 6(x-1) + 2(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Để giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$ ta nhấn liên tiếp các phím

MODE **5** **1** **4** **=** **-** **2** **=** **-** **2** **=** **6** **=** **2** **=** **4** **=** **=** **=**

Ví dụ 7: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(5; -1)$. Tìm tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- A. $K(1; -3)$. B. $K(1; 3)$. C. $K(-1; 3)$. D. $K(-1; -3)$.

Hướng dẫn**Cách giải có hỗ trợ của máy tính**

Gọi $K(x; y)$ là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC . Ta có:

$\overrightarrow{BC} = (4; -2)$, $\overrightarrow{AK} = (x+1; y+1)$, $\overrightarrow{BK} = (x-1; y-3)$ Vì K là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC , ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BK} = k\overrightarrow{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1) - 2(y+1) = 0 \\ \frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 2x + 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ .Như thế ta chọn đáp án B.}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (3; -4)$ và $\vec{b} = (-1; 2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4; 6)$. B. $(2; -2)$. C. $(4; -6)$. D. $(-3; -8)$.

Bài 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Xác định x để $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

- A. $x = -15$. B. $x = 3$. C. $x = 15$. D. $x = 5$.

Bài 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba điểm với $A(1; 2)$, $B(8; 10)$, $C(-7; -5)$. Xác định tọa độ điểm M thỏa $2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MA} = \vec{0}$.

- A. $(41; 43)$. B. $\left(\frac{41}{3}; \frac{43}{3}\right)$. C. $\left(\frac{41}{3}; -\frac{43}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{41}{3}; -\frac{43}{3}\right)$.

Bài 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm với $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

- A. $(1; 2)$. B. $\left(1; \frac{2}{5}\right)$. C. $\left(-1; \frac{8}{3}\right)$. D. $(2; -2)$.

Bài 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$, $\vec{c} = (-4; 7)$. Phân tích vector $\vec{c}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$. B. $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$. C. $\vec{c} = -\vec{a} + 2\vec{b}$. D. $\vec{c} = -\vec{a} - 2\vec{b}$.

Bài 6: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (2; -3)$, $\vec{b} = (5; m)$. Tìm m để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

- A. -6 . B. $-\frac{13}{2}$. C. -12 . D. $-\frac{15}{2}$.

Bài 7: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3), B(-1;2), C(-2;1)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

- A. $(-5;-3)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;2)$. D. $(4;0)$.

Bài 8: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1;-1), B(2;0), C(-1;3)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(1;1)$. B. $H(1;0)$. C. $H(0;0)$. D. $H(0;1)$.

Bài 9: Trong hệ trục Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (1;2), \vec{b} = (4;3), \vec{c} = (2;3)$. Tính $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})$.

- A. 18. B. 28. C. 20. D. 0.

Bài 10: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1;2), B(2;0), C(3;4)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(4;1)$. B. $H\left(\frac{9}{7}; \frac{10}{7}\right)$. C. $H\left(\frac{4}{3}; 2\right)$. D. $H(2;3)$.

Bài 11: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;2), B(-1;1), C(5;-1)$. Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Bài 12: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (-3;4), \vec{b} = (6;y)$. Tìm y để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

- A. 9. B. -8 . C. 7. D. -4 .

Bài 13: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (1;-2), \vec{b} = (-3;y)$. Tìm y để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc.

- A. 6. B. 3. C. -6 . D. $-\frac{3}{2}$.

Bài 14: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (-2;-1), \vec{b} = (4;-3)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Bài 15: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (3;4), \vec{b} = (4;-3)$. Kết luận nào sau đây sai?

- A. $a\vec{b} = 0$. B. $a \perp \vec{b}$. C. $|a\vec{b}| = 0$. D. $|a| \cdot |\vec{b}| = 0$.

Bài 16: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2), B(-1;1), C(5;-1)$. Tìm tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- A. $K\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $K\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $K\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $K\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Bài 17: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2), B(-1;1), C(5;-1)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $I(2;5)$. B. $I(-2;5)$. C. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{-3}{2}\right)$. D. $K\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Bài 18: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;2), B(3;0), C(5;4)$. Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 1.

Bài 19: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2), B(-1;1), C(5;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(2;5)$. B. $H(-2;5)$. C. $H(-2;-5)$. D. $H(2;-5)$.

SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC VÀ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC.

Ví dụ 1: Cho góc x , với $\cos x = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3\sin^2 x + \cos^2 x$

- A. $\frac{19}{9}$. B. $\frac{29}{9}$. C. $\frac{-25}{9}$. D. $\frac{25}{9}$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Nhập vào máy tính biểu thức: $3\sin^2 x + \cos^2 x$

(bằng cách nhấn $\boxed{3} \boxed{\sin} \boxed{\alpha} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\cos} \boxed{\alpha} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{x^2}$).

Nhấn phím $\boxed{\text{CALC}}$, sau đó nhập X bằng $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\cos} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{)} \boxed{=}$. Màn hình hiện

3sin(X)²+cos(X)²
25
9

Như thế ta chọn đáp án D.

Ví dụ 2: Tính giá trị biểu thức: $T = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$.

- A. $T = 3$. B. $T = \frac{3}{4}$. C. $T = \frac{5}{2}$. D. $T = 4$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Trước tiên ta chuyển về **mode độ**: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{3}$

Nhấn liên tiếp các phím: $\boxed{\cos} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\cos} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\cos} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\cos} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\cos} \boxed{7} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{=}$. Màn hình hiện

cos(15)²+cos(25)²
5
2

Như thế ta chọn đáp án C.

Ví dụ 3: Rút gọn biểu thức $P = \sin^6 x + \cos^6 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1$.

- A. $P = -2\sin^2 x \cos^2 x$. B. $P = -\sin^2 x \cos^2 x$. C. $P = \frac{1}{2}\sin^2 x \cos^2 x$. D. $P = 1 + \sin^2 x \cos^2 x$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Trước tiên ta chuyển về **mode độ**: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{3}$

Để tìm kết quả thu gọn của P trong bài toán này ta làm như sau.

Bước 1: Nhập biểu thức $\sin^6 x + \cos^6 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1 - f(x)$ vào máy. Trong đó $f(x)$ là biểu thức trong các đáp án.

Bước 2: Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$, máy hỏi nhập X ?, ta nhập X tùy ý. Nếu X tùy ý mà biểu thức ở bước 1 có kết quả luôn bằng 0 thì biểu thức $f(x)$ đang kiểm tra chính là biểu thức thu gọn của P .

Trong bài toán này, để kiểm tra đáp án A đúng hay sai, ta làm như sau:

Bước 1: Nhập biểu thức $\sin^6 x + \cos^6 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1 - (-2\sin^2 x \cos^2 x)$ vào máy.

Bước 2: Nhấn **CALC**, máy hỏi nhập X ? , ta nhập $X = 30$. Màn hình xuất hiện.

$$\sin(X)^6 + \cos(X)^6 = \frac{3}{16}$$

Do đó đáp án A không đúng.

Tiếp tục kiểm tra với đáp án B.

Bước 3: Nhấn **◀** quay lại biểu thức vừa nhập ở bước 1, ta thay biểu thức $-2\sin^2 x \cos^2 x$ trong đáp án A bởi biểu thức $-\sin^2 x \cos^2 x$ trong đáp án B. Rồi nhấn X ? , ta nhập $X = 30$. Màn hình xuất hiện

$$\sin(X)^6 + \cos(X)^6 = 0$$

Tiếp tục nhấn dấu bằng, nhập $X = 15$. Màn hình xuất hiện

$$\sin(X)^6 + \cos(X)^6 = -2.2 \times 10^{-14}$$

Kết quả này cũng xấp xỉ bằng 0. Do đó, đáp án B là đáp án đúng.

Lưu ý: Ở màn hình

$$\sin(X)^6 + \cos(X)^6 = -2.2 \times 10^{-14}$$

Nếu ta nhấn nút **◻◻◻** Màn hình xuất hiện

$$\sin(X)^6 + \cos(X)^6 = 0^\circ 0' 0''$$

Nên kết quả này xấp xỉ bằng 0.

Ví dụ 4: Một tam giá có độ dài 3 cạnh là $a = 7, b = 8, c = 5$. Tính diện tích tam giác đó.

- A. 11. B. $10\sqrt{3}$. C. $10\sqrt{2}$. D. $20\sqrt{3}$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Trước tiên lưu độ dài các cạnh cho các biến A,B,C. Bằng cách nhấn liên tiếp như sau

7 **SHIFT** **RCL** **(←)** **8** **SHIFT** **RCL** **◻◻◻** **5** **SHIFT** **RCL** **hyp**

Tính nửa chu vi: $p = \frac{a+b+c}{2} = 10$. Bằng cách bấm **◻◻** **ALPHA** **(←)** **+** **ALPHA** **◻◻◻** **+** **ALPHA** **hyp** **▼** **2** **◻◻**

Lưu nửa chu vi cho biến D (**SHIFT** **RCL** **sin**).

Nhấn **AC** để xóa màn hình. Sau đó nhấn liên tiếp

√◻ **ALPHA** **sin** **()** **ALPHA** **sin** **=** **ALPHA** **(←)** **()** **()** **ALPHA** **sin** **=** **ALPHA** **◻◻◻** **()** **()** **ALPHA** **sin** **=** **ALPHA** **hyp** **()** **◻◻**

Màn hình hiện

$$\sqrt{D(D-A)(D-B)(D-C)} = 10\sqrt{3}$$

Như thế ta chọn đáp án B.

Lưu ý: Diện tích tam giác trong bài toán này tính theo công thức Hê-rông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC có $BC=7, AC=5, AB=8$. Tính số đo góc $\hat{A}$ của tam giác ABC .

- A. $\hat{A}=30^\circ$. B. $\hat{A}=45^\circ$. C. $\hat{A}=60^\circ$. D. $\hat{A}=90^\circ$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Trước tiên ta lưu độ dài các cạnh cho các biến A,B,C. Bằng cách nhấn liên tiếp các phím

7 **SHIFT** **RCL** **(-)** **5** **SHIFT** **RCL** **000** **8** **SHIFT** **RCL** **hyp** **AC**

Ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\hat{A} = 60^\circ$. Như thế ta chọn đáp án C.

Để tính $\cos A$, ta nhấn liên tiếp các phím.

☰ **ALPHA** **000** **x²** **+** **ALPHA** **hyp** **x²** **-** **ALPHA** **(-)** **x²** **▼** **2** **ALPHA** **000** **ALPHA** **hyp** **☰**

Màn hình xuất hiện

$$\frac{B^2 + C^2 - A^2}{2BC} = \frac{1}{2}$$

Để tính góc A , ta nhấn **SHIFT** **COS** **Ans** **)** **☰**. Màn hình hiện.

$$\cos^{-1}(\text{Ans}) = 60$$

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC có $AB=2, BC=3, CA=5$. Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

- A. 13. B. 15. C. 17. D. 14.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Trước tiên ta lưu độ dài các cạnh cho các biến A,B,C, bằng cách nhấn như sau:

3 **SHIFT** **RCL** **(-)** **5** **SHIFT** **RCL** **000** **2** **SHIFT** **RCL** **hyp** **AC**

Ta có: $\cos C = \frac{CB^2 + CA^2 - AB^2}{2CB.CA} = 1$.

Để tính $\cos C$ ta nhấn liên tiếp các phím sau:

☰ **ALPHA** **(-)** **x²** **+** **ALPHA** **000** **x²** **-** **ALPHA** **hyp** **x²** **▼** **2** **ALPHA** **(-)** **ALPHA** **000** **☰**

Màn hình hiện

$$\frac{A^2 + B^2 - C^2}{2AB} = 1$$

Ta có: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA.CB.\cos C = 3.5.1 = 15$. Do đó, ta chọn đáp án B.

Ví dụ 7: Một tam giác có độ dài ba cạnh là 13, 14, 15. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

- A. $r=2$. B. $r=2\sqrt{2}$. C. $r=2\sqrt{3}$. D. $r=4$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ của máy tính

Trước tiên ta lưu độ dài các cạnh cho các biến A, B, C, bằng cách nhấn như sau

1 **3** **SHIFT** **RCL** **(-)** **1** **4** **SHIFT** **RCL** **000** **1** **5** **SHIFT** **RCL** **hyp** **AC**

Tính nửa chu vi: $p = \frac{a+b+c}{2} = 21$. (bằng cách nhấn: **☰** **ALPHA** **(-)** **+** **ALPHA** **000** **+** **ALPHA** **hyp** **▼** **2** **☰**).

Bài 4: Tính giá trị biểu thức $T = 2\cos^2 30^\circ - \sin^2 135^\circ + 3 - 3\tan^2 120^\circ$.

- A. $T = -5$. B. $T = -3$. C. $T = -2$. D. $T = \frac{4}{3}$.

Bài 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , với $A(1; -1), B(3; -3), C(6; 0)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. 12. B. 6. C. $6\sqrt{2}$. D. 9.

Bài 6: Một tam giác có độ dài 3 cạnh là 5, 12, 13. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

- A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Bài 7: Một tam giác có độ dài 3 cạnh là 6, 8, 10. Tính diện tích tam giác đó.

- A. 24. B. $20\sqrt{2}$. C. 48. D. 30.

Bài 8: Một tam giác có độ dài 3 cạnh là 3, 4, 5. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Bài 9: Một tam giác có độ dài 3 cạnh là 5, 12, 13. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Bài 10: Một tam giác có độ dài 3 cạnh là 13, 14, 15. Tính diện tích tam giác đó.

- A. 84. B. $\sqrt{84}$. C. 42. D. $\sqrt{168}$.

Bài 11: Một tam giác có độ dài 3 cạnh là 52, 56, 60. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

- A. $\frac{65}{8}$. B. 40. C. 32,5. D. $\frac{65}{4}$.

Bài 12: Cho tam giác ABC có $AB=1, BC=\sqrt{3}, CA=2$. Tính số đo góc B của tam giác ABC .

- A. $\hat{B}=0^\circ$. B. $\hat{B}=45^\circ$. C. $\hat{B}=60^\circ$. D. $\hat{B}=90^\circ$.

Bài 13: Cho tam giác ABC có $AB=1, BC=\sqrt{3}, CA=2$. Tính $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{8}$. D. $\sqrt{2}$.

Bài 14: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , với $A(2; -3), B(3; 2), C(-2; 5)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $S=11$. B. $S=12$. C. $S=13$. D. $S=14$.

Bài 15: Cho tam giác ABC có $BC=\sqrt{6}, AC=2, AB=\sqrt{3}+1$. Tính số đo góc $\hat{A}$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

**SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN PHƯƠNG PHÁP
TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG**

Ví dụ 1: Cho hai đường thẳng $d_1: x - 2y - 1 = 0$ và $d_2: x + 3y - 11 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. $A(5; 2)$. B. $A(-5; 2)$. C. $A(5; -2)$. D. $A(-5; -2)$.

Hướng dẫn

Cách giải bằng máy tính

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-2y-1=0 \\ x+3y-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=1 \\ x+3y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $A(5;2)$. Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Để tìm nghiệm của hệ $\begin{cases} x-2y=1 \\ x+3y=11 \end{cases}$. Ta nhấn liên tiếp các phím

MODE **5** **1** **1** **=** **-** **2** **=** **1** **=** **1** **=** **3** **=** **1** **1** **=** **=** **=**

Ví dụ 2: Cho điểm $A(5;2)$ và đường thẳng $d: 3x+2y-6=0$. Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của A lên d .

A. $H(2;0)$. B. $H(2;2)$. C. $H(-2;0)$. D. $H(2;-2)$.

Hướng dẫn

Công thức: Cho $d: ax+by+c=0, M(x_0; y_0)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d . Khi đó tọa độ điểm H

được xác định bởi công thức: $\begin{cases} x_H = x_0 + ak \\ y_H = y_0 + bk \end{cases}$. Trong đó $k = \frac{-(ax_0 + by_0 + c)}{a^2 + b^2}$.

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Ta có: $k = \frac{-(3.5 + 2.2 - 6)}{3^2 + 2^2} = -1$. Khi đó: $\begin{cases} x_H = 5 + 3k = 2 \\ y_H = 2 + 2k = 0 \end{cases}$.

Vậy tọa độ điểm $H(2;0)$. Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Các thao tác trên máy tính đối với bài toán này như sau.

Tính k , ta nhập vào máy tiểu thức: $\frac{-(3X+2Y-6)}{3^2+2^2}$.

Sau đó nhấn **CALC** nhập $X=5; Y=2$. Rồi nhấn dấu bằng, màn hình hiện

$$\frac{-(3X+2Y-6)}{3^2+2^2} = -1$$

Tức là $k = -1$. Nhấn **SHIFT** **RCL** **(←)** (lưu vào biến A). Màn hình hiện

$$\text{Ans} \rightarrow A = -1$$

Nhấn **AC** để xóa màn hình. Tính x_H , ta nhấn **5** **+** **3** **ALPHA** **(←)** **=**. Màn hình hiện

$$5 + 3A = 2$$

Nhấn **AC** để xóa màn hình. Tính y_H , ta nhấn **2** **+** **2** **ALPHA** **(←)** **=**. Màn hình hiện

$$2 + 2A = 0$$

Ví dụ 3: Cho điểm $A(1;2)$ và đường thẳng $d: x+2y-1=0$. Tìm tọa độ A' đối xứng với điểm A qua d .

- A. $A'\left(-\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$. B. $A'\left(-\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$. C. $A'\left(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$. D. $A'\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$.

Hướng dẫn

Công thức: Cho $d: ax+by+c=0, M(x_0; y_0)$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua d . Khi đó tọa độ điểm M'

được xác định bởi công thức: $\begin{cases} x_H = x_0 + 2ak \\ y_H = y_0 + 2bk \end{cases}$. Trong đó $k = \frac{-(ax_0 + by_0 + c)}{a^2 + b^2}$.

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Ta có: $k = \frac{-(1.1 + 2.2 - 1)}{1^2 + 2^2} = \frac{-4}{5}$. Khi đó: $\begin{cases} x_{A'} = 1 + 2.1.k = -\frac{3}{5} \\ y_{A'} = 2 + 2.2.k = -\frac{6}{5} \end{cases}$

Vậy tọa độ điểm $A'\left(-\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$. Như thế ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Các thao tác trên máy tính đối với bài toán này như sau.

Tính k , ta nhập vào máy tiểu thức: $\frac{-(X+2Y-1)}{1^2+2^2}$.

Sau đó nhấn **[CALC]** nhập $X=1; Y=2$. Rồi nhấn dấu bằng, màn hình hiện

$$\frac{-(X+2Y-1)}{1^2+2^2} = -\frac{4}{5}$$

Tức là $k = -\frac{4}{5}$. Nhấn **[SHIFT]** **[RCL]** **[(-)]** (lưu vào biến A). Màn hình hiện

$$\text{Ans} \rightarrow A = -\frac{4}{5}$$

Nhấn **[AC]** để xóa màn hình. Tính x_H , ta nhấn **[1]** **[+]** **[2]** **[X]** **[1]** **[X]** **[ALPHA]** **[(-)]** **[=]**. Màn hình hiện

$$1 + 2 \times 1 \times A = -\frac{3}{5}$$

Nhấn **[AC]** để xóa màn hình. Tính y_H , ta nhấn **[2]** **[+]** **[2]** **[X]** **[2]** **[X]** **[ALPHA]** **[(-)]** **[=]**. Màn hình hiện

$$2 + 2 \times 2 \times A = -\frac{6}{5}$$

Ví dụ 4: Cho hai đường thẳng $d_1: x-2y-1=0$ và $d_2: x+3y-11=0$. Tính góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Hướng dẫn

Công thức: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 . Đường thẳng d_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1$, đường thẳng d_2 có vector pháp tuyến $\vec{n}_2$. Khi đó, góc giữa d_1 và d_2 được xác định bởi công thức:

$$\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}.$$

Cách giải bằng máy tính

Ta có: $\vec{n}_1 = (1; -2), \vec{n}_2 = (1; 3)$. Nên $\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = 0,7071067812$.

Các thao tác trên máy tính như sau

MODE **8** **1** **2** **1** **=** **-** **2** **=** (nhập vector $\vec{n}_1$)

SHIFT **5** **1** **2** **2** **1** **=** **3** **=** (nhập vector $\vec{n}_2$)

AC (Xóa màn hình)

Nhấn **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **3** **SHIFT** **5** **7** **SHIFT** **5** **4** **)** **÷** **(** **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **3** **)** **×** **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **4**

) **)** **=**. Màn hình hiện

Nhấn **MODE** **1** **SHIFT** **cos** **Ans** **)** **=**. Màn hình hiện

Vậy $\widehat{(d_1, d_2)} = 45^\circ$. Như thế ta chọn đáp án B.

Ví dụ 5: Cho đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2), B(0; -1)$. Tìm M trên đường thẳng d sao cho $|\vec{MA} + 2\vec{MB}|$ nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{-4}{5}; \frac{-4}{5}\right)$.

B. $M\left(\frac{-3}{5}; \frac{-4}{5}\right)$.

C. $M\left(\frac{-3}{5}; \frac{4}{5}\right)$.

D. $M\left(\frac{-3}{5}; \frac{-3}{5}\right)$.

Hướng dẫn**Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính**

Vì $M \in d$ nên $M(1 + 2t; t)$. Ta có $\vec{MA} = (-2t; -2 - t), \vec{BM} = (2t + 1; t + 1)$. Suy ra $\vec{MA} + 2\vec{BM} = (2t + 2; t)$.

Do đó ta được: $|\vec{MA} + 2\vec{BM}| = \sqrt{5t^2 + 8t + 4} = \sqrt{5\left(t + \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \geq \sqrt{\frac{4}{5}}$.

Dấu bằng xảy ra khi $t = -\frac{4}{5}$. Khi đó tọa độ điểm $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. Như thế ta chọn đáp án B.

Lưu ý: Để phân tích $5t^2 + 8t + 4 = 5\left(t + \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}$. Ta thực hiện trên máy tính như sau. Ta nhấn liên tiếp các phím

MODE **5** **3** **5** **=** **8** **=** **4** **=** **=** **=** **=**

Màn hình hiện



Nhấn dấu bằng, màn hình hiện



Ví dụ 6: Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $M(1; -2), N(1; 2), P(5; 2)$.

A. $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0$. C. $x^2 + y^2 - 6x + 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 6x - 4 = 0$.

Hướng dẫn

Cách giải có hỗ trợ bằng máy tính

Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$)

Vì đường tròn (C) đi qua ba điểm M, N, P nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 1^2 + (-2)^2 - 2a \cdot 1 - 2b \cdot (-2) + c = 0 \\ 1^2 + 2^2 - 2a \cdot 1 - 2b \cdot 2 + c = 0 \\ 5^2 + 2^2 - 2a \cdot 5 - 2b \cdot 2 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 4b + c = -5 \\ -2a - 4b + c = -5 \\ -10a - 4b + c = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy đường tròn cần lập là $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$.

Vậy ta chọn đáp án A.

Lưu ý: Để giải hệ trên, ta nhấn liên tiếp các phím

MODE **5** **2** **=** **2** **=** **4** **=** **1** **=** **=** **5** **=** **=** **2** **=** **=** **4** **=** **1** **=** **=** **5** **=** **=** **1** **0**
= **=** **4** **=** **1** **=** **=** **2** **9** **=** **=** **=** **=**

Màn hình hiện



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 1 = 0$ và $d_2: x + 3y + 10 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $A(-1; -3)$. B. $A(0; 1)$. C. $A(1; 0)$. D. $A(2; 1)$.

Bài 2: Cho điểm $M(2; 5)$ và đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$. Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của M lên d .

A. $H(1; 1)$. B. $H(0; 1)$. C. $H(1; 0)$. D. $H(2; 1)$.

Bài 3: Cho đường thẳng $d: x - 2y + 15 = 0$. Tìm điểm M trên đường thẳng d sao cho $x_M^2 + y_M^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(-3;-6)$. B. $M(-3;6)$. C. $M(3;-6)$. D. $M(3;6)$.

Bài 4: Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $M(1;-2), N(5;2), P(1;-3)$.

- A. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 11x + 5y + 16 = 0$. C. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Bài 5: Cho tam giác ABC với $A(-2;0), B(4;2), C(1;4)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$. Tìm điểm M trên d sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{11}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. B. $M\left(-\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{7}{5}; \frac{8}{5}\right)$. D. $M(1;2)$.

Bài 6: Tính góc hợp bởi hai đường thẳng $2x - y + 3 = 0$ và $x - 3y + 1 = 0$.

- A. 45° . B. 135° . C. 30° . D. 60° .

Bài 7: Cho điểm $A(-2;1)$ và đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ A' đối xứng với điểm A qua d .

- A. $A'(1;0)$. B. $A'(-1;0)$. C. $A'(1;1)$. D. $A'(-1;-1)$.

Bài 8: Tính góc hợp bởi đường thẳng $\sqrt{3}x - y + 3 = 0$ với trục tung.

- A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Bài 9: Cho điểm $A(3;2)$ và đường thẳng $d: x + 2y - 4 = 0$. Tìm tọa độ A' đối xứng với điểm A qua d .

- A. $A'\left(\frac{9}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. B. $A'\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$. C. $A'\left(-\frac{9}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. D. $A'\left(-\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Bài 10: Cho đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$ và hai điểm $A(1;0), B(3;-4)$. Tìm M trên đường thẳng d sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{-4}{5}; \frac{-4}{5}\right)$. B. $M\left(\frac{-19}{5}; \frac{-2}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{19}{5}; \frac{-2}{5}\right)$. D. $M\left(\frac{-3}{5}; \frac{-3}{5}\right)$.

ĐÁP ÁN CÁC PHẦN

I) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG CÁC BÀI TOÁN TẬP HỢP

1B 2A 3B 4C 5B 6A 7C 8C 9B 10B

II) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN HÀM SỐ

1D 2B 3B 4B 5D 6B 7B 8A 9B 10D
11C 12D 13A 14B 15A 16A 17A 18D 19D 20B
21B 22A 23C 24C 25B

III) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

1A 2D 3D 4D 5A 6C 7D 8A 9B 10D
11D 12A 13B 14A 15A 16A 17B 18B 19A 20B
21A 22B 23A 24C 25C

IV) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

1A 2D 3B 4B 5B 6D 7D 8A 9A 10C

11B 12B 13D 14C 15D

V) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN THỐNG KÊ

1C 2B 3D 4B 5B 6B 7C

VI) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN GÓC, CUNG, CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC.

1C 2C 3C 4D 5A 6C 7B 8A 9B 10D

VII.1) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN TRONG HỆ TRỤC TỌA ĐỘ Oxy .

1B 2C 3B 4C 5B 6D 7B 8C 9A 10B

11D 12B 13D 14A 15C 16B 17C 18C 19A

VII.2) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC VÀ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1D 2B 3B 4A 5B 6C 7A 8A 9A 10A

11C 12D 13B 14D 15C

VII.3) SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO VN570VN PLUS TRONG BÀI TOÁN PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

1A 2B 3B 4B 5A 6A 7A 8C 9A 10C