

Lý thuyết lãi đơn, lãi kép

1. Lãi đơn

Số tiền lãi chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi do số tiền gốc sinh ra.

Công thức tính lãi đơn:

$$T = M(1 + r.n)$$

Trong đó:

T: Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

M: Tiền gửi ban đầu;

n: Số kỳ hạn tính lãi;

r: Lãi suất định kỳ, tính theo %

2. Lãi kép

Là số tiền lãi không chỉ tính trên số tiền gốc mà còn tính trên số tiền lãi do tiền gốc đó sinh ra thay đổi theo từng định kỳ.

a. Lãi kép, gửi một lần

$$T = M(1 + r)^n$$

Trong đó:

T: Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

M: Tiền gửi ban đầu;

n: Số kỳ hạn tính lãi;

r: Lãi suất định kỳ, tính theo %

b. Lãi kép, gửi định kỳ.

Trường hợp 1: Tiền được gửi vào cuối mỗi tháng.

+ Cuối tháng thứ nhất cũng là lúc người đó bắt đầu gửi tiền: $T_1 = M$

+ Cuối tháng thứ 2, người đó có số tiền là:

$$M(1+r) + M = M[(1+r) + 1] = \frac{M}{[(1+r) - 1]} [(1+r)^2 - 1] = \frac{M}{r} [(1+r)^2 - 1]$$

$$+ \text{Cuối tháng thứ 3: } \frac{M}{r} [(1+r)^2 - 1] (1+r) + \frac{M}{r} \cdot r = \frac{M}{r} [(1+r)^3 - 1]$$

+ Cuối tháng thứ n, người đó có số tiền là::

$$T_n = \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1]$$

Tiếp cận khác về công thức:

+ Tiền gửi tháng thứ nhất sau $n-1$ kỳ hạn ($n-1$ tháng) thành: $M(1+r)^{n-1}$

+ Tiền gửi tháng thứ nhất sau $n-2$ kỳ hạn ($n-2$ tháng) thành: $M(1+r)^{n-2}$

+ Tiền gửi tháng cuối cùng là: $M(1+r)^0$

Vậy áp dụng công thức tổng cấp số nhân, số tiền cuối tháng n là:

$$M(1+r)^{n-1} + M(1+r)^{n-2} + \dots + M(1+r)^0 = M \frac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} = M \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Ta cũng được công thức trên:

$$T_n = \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1]$$

Trường hợp 2: Tiền gửi vào đầu mỗi tháng.

$$T_n = \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r)$$

Các bài toán ứng dụng lãi đơn, lãi kép:

Bài toán 1. Ông Diêu gửi 150 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1

năm với lãi suất $x \in [5\%; 7\%]$ năm. Sau 4 năm ông ta rút tất cả tiền ra và vay thêm ngân hàng $\frac{1060}{75}$ triệu đồng cũng với lãi suất $x\%$. Ngân hàng cần lấy lãi suất x bao nhiêu để 3 năm nữa sau khi trả ngân hàng, số tiền của ông Diêu còn lại nhỏ nhất (giả sử lãi suất không thay đổi).

A. $x = 6\%$.

B. $x = 7\%$.

C. $x = 5\%$.

D. $x = 6.5\%$.

Hướng dẫn.

Số tiền của ông sau 4 năm là $150(1+x)^4$.

Số tiền của ông nợ ngân hàng sau 3 năm từ khi rút tiền là: $\frac{1060}{75}(1+x)^3$.

Sau khi trả ngân hàng số tiền ông còn lại $f(x) = 150(1+x)^4 - \frac{1060}{75}(1+x)^3$.

Ta có $f'(x) = 4(1+x)^3 - \frac{106}{25}(1+x)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 6\%$. Vẽ bảng biến thiên thấy $f(x)$ nhỏ nhất tại $x = 6\%$.

Chọn A.

Bài toán 2. Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12% trên năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng ba tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng theo cách đó là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} (TD)$

C. $m = \frac{100 \cdot 1,03}{3} (TD)$

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1} (TD)$

TRÍCH ĐỀ MINH HỌA THPT QUỐC GIA 2017

Hướng dẫn: Chọn B.

Lãi suất 12%/ 1 năm tương ứng 1%/tháng nên $r=0,01$. (do vay ngắn hạn).

Số tiền gốc sau 1 tháng là: $T + T.r - m = T(1+r) - m$

Số tiền gốc sau 2 tháng là: $[T(1+r) - m] + [T(1+r) - m].r - m = T(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$

Số tiền gốc sau 3 tháng là: $T(1+r)^3 - m[(1+r)^2 + 1 + r + 1] = 0$

Do đó $m = \frac{T(1+r)^3}{(1+r)^2 + 1 + r + 1} = \frac{T(1+r)^3.r}{(1+r)^3 - 1} = \frac{1,01^3}{1,01^3 - 1}$ (triệu đồng).

Bài toán 3. Ông A mong muốn sở hữu khoản tiền 20.000.000đ vào ngày 2/3/2012 ở một tài khoản lãi suất năm là 6,05%. Hỏi ông A cần đầu tư bao nhiêu tiền trên tài khoản này vào ngày 2/3/2007 để đạt được mục tiêu đề ra?

A. 14.909.965,25(d)

B. 14.909.965,26(d)

C. 14.909.955,25(d)

D. 14.909.865,25(d)

Hướng dẫn: Chọn A

Gọi V_0 là lượng vốn cần đầu tư ban đầu, lượng vốn sẽ được đầu tư trong 5 năm nên ta có: $20.000.000 = V_0 * (1 + 0,0605)^5$

$\Rightarrow V_0 = 20.000.000 * (1 + 0,0605)^{-5} = 14.909.965,25$ đ.

Bài toán 4. Ông Tuấn gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4% /năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi).

A. 9 năm

B. 8 năm.

C. 7 năm.

D. 10 năm.

Hướng dẫn.

Gọi P là số tiền gửi ban đầu. Sau n năm ($n \in \mathbb{N}$), số tiền thu được là

$$P_n = P(1 + 0,084)^n = P(1,084)^n.$$

Áp dụng với số tiền bài toán cho ta được:

$$20 = 9,8(1,084)^n \Leftrightarrow (1,084)^n = \frac{20}{9,8} \Leftrightarrow n = \log_{1,084} \left(\frac{20}{9,8} \right) \approx 8,844.$$

Vì n là số tự nhiên nên ta **Chọn** $n = 9$.

Chọn A.

Bài toán 5. Ông Tuấn gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu:

A. 8

B. 9

C. 6

D. 10

Hướng dẫn. Chọn B

Gọi a là số tiền ban đầu mà người đó gửi vào ngân hàng và n ($n \in \mathbb{N}$) là số năm mà số tiền nhận được tăng gấp đôi.

Theo công thức lãi kép, ta có phương trình:

$$a \left(1 + \frac{8,4}{100} \right)^n = 2a \Leftrightarrow \left(\frac{271}{250} \right)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{271/250} 2$$

Vì lãi suất được tính theo năm nên phải đến cuối năm người đó mới nhận được tiền. Do đó, $n = 9$.

Bài toán 6. Anh A mua nhà trị giá ba trăm triệu đồng theo phương thức trả góp.

a/ Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất anh A trả 5500000đ và chịu lãi suất số tiền chưa trả là 0,5%/tháng thì sau bao nhiêu tháng anh A trả hết số tiền trên.

A. $n = 64$

B. $n = 60$

C. $n = 65$

D. $n = 64,1$

b/ Nếu anh A muốn trả hết nợ trong vòng 5 năm và phải trả lãi với mức / năm thì mỗi tháng anh A phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến nghìn đồng).

A. 5935000 (đồng)

B. 5900000 (đồng)

C. 5940000 (đồng)

D. 5930000 (đồng)

Hướng dẫn: Chọn A, A

- a) Gọi số tiền anh A nợ ban đầu là M , lãi suất hàng tháng là $r\%$, số tiền hằng tháng anh ta phải trả là a .

Với đề bài này có thể coi là “người nợ tiền nợ vào đầu tháng”.

Người này trả hết nợ, nghĩa là: $M(1+r)^n - \frac{a}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$

Thay số rồi bấm Shift Solve sẽ tính được $n = 64$ với:

$$M = 300000000, r = 0,5\%, a = 5500000$$

- b) Thay vào công thức: $M(1+r)^n - \frac{a}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$

Với $M = 300000000, r = 6 (\%/năm), n = 5$. Tìm a (tiền trả hàng năm):

Vậy tiền trả hàng tháng sẽ áp dụng công thức:

$$M(1+r)^n - \frac{12a}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$$

Kết luận: Số tiền phải trả hàng tháng là 5935000 (đồng)

Bài toán 7. Một người được lĩnh lương khởi điểm là 700.000 đ/ tháng. Cứ ba năm anh ta lại được tăng lương thêm 7%. Hỏi sau 36 năm làm việc anh ta được lĩnh tất cả bao nhiêu tiền.

- A.** 450788972 **B.** 450788900 **C.** 450799972 **D.** 450678972

Hướng dẫn: Chọn A

Từ đầu năm thứ 1 đến hết năm thứ 3, anh ta nhận được: $u_1 = 700.000 \times 36$

Từ đầu năm thứ 4 đến hết năm thứ 6, anh ta nhận được: $u_2 = 700.000(1+7\%) \times 36$

Từ đầu năm thứ 7 đến hết năm thứ 9, anh ta nhận được: $u_3 = 700.000(1+7\%)^2 \times 36$

.....

Từ đầu năm thứ 34 đến hết năm thứ 36, anh ta nhận được: $u_{12} = 700.000(1+7\%)^{11} \times 36$

Vậy sau 36 năm anh ta nhận được tổng số tiền là: $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{12}$

$$= 700000 \times 36 \times \frac{1 - (1+7\%)^{12}}{1 - (1+7\%)} = 450788972$$

Bài toán 8. Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết.

A. $n = 41$

B. $n = 42$

C. $n = 43$

D. $n = 41,1$

Hướng dẫn: Chọn A

Mức tiêu thụ dầu hàng năm của nước A theo dự báo là M thì lượng dầu của nước A là $100M$.

Mức tiêu thụ dầu theo thực tế là:

Gọi x_0 là lượng dầu tiêu thụ năm thứ n

Năm thứ 2 là $x_2 = M + 4\%M = M(1 + 4\%) = 1,04M$

Năm thứ n là $x_n = 1,04^{n-1}M$

Tổng tiêu thụ trong n năm là: $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = M + 1,04M + 1,04^2M + \dots + 1,04^{n-1}M$

$$\Rightarrow (1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1})M = 100M$$

$$\Leftrightarrow 1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1} = 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{1,04^n - 1}{0,04} = 100. \text{ Giải phương trình bằng lệnh SOLVE được } n = 41.$$

Bài toán 9. Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V(m^3)$. 10 năm tiếp theo, mỗi năm thể tích CO_2 tăng $m\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 mỗi năm tăng $n\%$. Tính thể tích CO_2 năm 2016?

A. $V \frac{(100 + m)^{10} (100 + n)^{10}}{10^{40}}.$

B. $V \frac{(100 + m)^{10} (100 + n)^8}{10^{36}}.$

C. $V \frac{(100 + m)^{10} (100 + n)^{10}}{10^{36}}.$

D. $V \frac{(100 + m)^{10} (100 + n)^8}{10^{20}}.$

Hướng dẫn. Chọn B.

Thể tích khí CO_2 năm 2008 là: $V_{2008} = V \left(1 + \frac{m}{100} \right)^{10}.$

Thể tích khí CO_2 năm 2016 là:

$$V_{2016} = V_{2008} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \left(1 + \frac{m}{100}\right)^{10} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^8}{10^{36}}.$$

Bài toán 10. Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Sau 5 năm bà rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục đem gửi ngân hàng trong 5 năm với cùng lãi suất. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

A. 81,412tr

B. 115,892tr

C. 119tr

D. 78tr

Hướng dẫn. Chọn A

Sau 5 năm bà Hoa rút được tổng số tiền là : $100(1+8\%)^5 = 146.932$ triệu

Suy ra số tiền lãi là: $100(1+8\%)^5 - 100 = L_1$

Bà dùng một nửa để sửa nhà, nửa còn lại gửi vào ngân hàng

Suy ra số tiền bà gửi tiếp vào ngân hàng là: $73.466(1+8\%)^5 = 107.946$ triệu. Suy ra số tiền lãi là $107.946 - 73.466 = L_2$.

Vậy số tiền lãi bà Hoa thu được sau 10 năm là: $\sum L = L_1 + L_2 \approx 81,412tr$

Bài toán 11. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 210 triệu.

B. 220 triệu.

C. 212 triệu.

D. 216 triệu.

Hướng dẫn: Chọn B

3 tháng = 1 quý nên 6 tháng = 2 quý và 1 năm ứng với 4 quý

Sau 6 tháng người đó có tổng số tiền là: $100 \cdot (1+2\%)^2 = 104,04tr$

Người đó gửi thêm 100 tr nên sau tổng số tiền khi đó là: $104,04 + 100 = 204,04tr$

Suy ra số tiền sau 1 năm nữa là: $204,04(1+2\%)^4 \approx 220tr$

Bài toán 12. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 9. B. 10. C. 8. D. 7.

Hướng dẫn: Chọn A

$$P_n = P(1 + 0,084)^n$$

Số tiền sau n năm gấp đôi số tiền ban đầu là:

$$2P = P(1 + 0,084)^n \Leftrightarrow P = \log_{1,084} 2 \approx 8,6 = 9 \text{ năm}$$

Bài toán 13. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu 4% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 119 triệu. B. 119,5 triệu. C. 120 triệu. D. 120,5 triệu

Hướng dẫn: Chọn A

$$\text{Năm thứ I: } T_1 = 100 \left(1 + \frac{4}{100} \right)$$

$$\text{Năm thứ II: } T_2 = T_1 \left(1 + \frac{4,3}{100} \right)$$

$$\text{Năm thứ III: } T_3 = T_2 \left(1 + \frac{4,6}{100} \right)$$

$$\text{Năm thứ IV: } T_4 = T_3 \left(1 + \frac{4,9}{100} \right)$$

$$\text{Tổng số tiền nhận được sau 4 năm là: } T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 119tr$$

Bài toán 14. Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

- A. 253,5 triệu. B. 251 triệu. C. 253 triệu. D. 252,5 triệu.

Hướng dẫn: Chọn D

Cuối năm thứ I: $T_1 = a + a.m = a(1+m)$

Đầu năm thứ II: $T_2 = a(1+m) + a = a[(1+m) + 1] = \frac{a}{[(1+m) - 1]} [(1+m)^2 - 1] = \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1]$

Cuối năm thứ II: $T_3 = \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1] + \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1].m = \frac{a}{m} [(1+m)^2 - 1].(1+m)$

Suy ra cuối năm thứ n: $T_n = \frac{a}{m} [(1+m)^n - 1].(1+m)$

(Trong đó a là số tiền ban đầu, m là lãi suất, n là số tháng)

Áp dụng: $T = 2.1000tr, n = 6, m = 0,08 \Rightarrow a \approx 252,5tr$

Bài toán 15. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý, với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người gửi có ít nhất 20 triệu đồng (bao gồm cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu ? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 16 quý **B.** 18 quý **C.** 17 quý **D.** 19 quý

Hướng dẫn: Chọn B

Cách 1:

Tổng số tiền vốn lẫn lãi sau k (quý là):

$$\sum S = 15(1 + 1,65\%)^k = 15.1,065^k tr$$

$$\Rightarrow \lg S = \lg(15.1,065^k) \Rightarrow k = \frac{\lg S - \lg 15}{\lg 1,065}$$

$$\text{Thời gian có 20 triệu} \Leftrightarrow k = \frac{\lg 20 - \lg 15}{\lg 1,065} \approx 17,6 = 18 \text{ (quý)}$$

Vậy sau 18 quý người đó có ít nhất 20 triệu đồng

Cách 2:

$$P_n = P(1+r)^n, P_n = 20tr, P = 15tr$$

$$\Rightarrow 20 = 15(1+0,0165)^n \Rightarrow 1,0165^n = \frac{4}{3} \Rightarrow n = \log_{1,0165} \frac{4}{3} = 18$$

Bài toán 16. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức .

$S = A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

A. 2026

B. 2022

C. 2020

D. 2025

Hướng dẫn:

$$S = A.e^{Nr}$$

$$120000000 = 78685800.e^{N.0,017} \Rightarrow N = \ln\left(\frac{120000000}{78685800}\right) \cdot \frac{1}{0,017} \approx 25$$

Chọn A

Bài toán 17. Số tiền 58 000 000đ gửi tiết kiệm trong 8 tháng thì lãnh về được 61 329 000đ. lãi suất hàng tháng là?

A. 0,8%

B. 0,6%

C. 0,5%

D. 0,7%

Hướng dẫn: $61,329 = 58(1+q)^8$ (q là lãi suất)

$$\Leftrightarrow (1+q)^8 = \frac{61,329}{58} \Leftrightarrow (1+q) = \sqrt[8]{\frac{61,329}{58}} \Leftrightarrow q = \sqrt[8]{\frac{61,329}{58}} - 1 \approx 0,7\%$$

Bài toán 18. Cô giáo dạy văn gửi 200 triệu đồng loại kì hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 6,9% một năm thì sau 6 năm 9 tháng hỏi cô giáo dạy văn nhận được bao nhiêu tiền cả vốn và lãi biết rằng cô giáo không rút lãi ở tất cả các kì hạn trước và nếu rút trước ngân hàng sẽ trả lãi suất theo loại lãi suất không kì hạn là 0,002% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

A. 471688328,8

B. 302088933,9

C. 311392005,1

D. 321556228,1

Hướng dẫn:

Kì hạn 6 tháng nên mỗi năm có 2 kì hạn

$$\Rightarrow \text{Lãi suất mỗi kì hạn là: } r = \frac{6,9\%}{2} = 3,45\%$$

6 năm 9 tháng = 81 tháng = 13.6 + 3 tháng = 13 kì hạn + 3 tháng

Số tiền cô giao thu được sau 13 kì là: $T_1 = 200(1 + 3,45\%)^{13}$

Số tiền cô giáo thu được trong 3 tháng tiếp theo là: $T_2 = 200(1 + 3,45\%)^{13} \cdot 0,002\% \cdot 3.30$

Vậy số tiền cô giáo nhận được sau 6 năm 9 tháng là: $T = T_1 + T_2 \approx 311,3920051$

Chọn C.

Bài toán 19. Một người muốn sau 4 tháng có 1 tỷ đồng để xây nhà. Hỏi người đó phải gửi mỗi tháng là bao nhiêu tiền (như nhau). Biết lãi suất 1 tháng là 1%.

A. $M = \frac{1,3}{3}$ (tỷ đồng)

B. $M = \frac{1}{1,01 + (1,01)^2 + (1,01)^3}$ (tỷ đồng)

C. $M = \frac{1.1,03}{3}$ (tỷ đồng)

D. $M = \frac{1 \cdot (1,01)^3}{3}$ (tỷ đồng)

Hướng dẫn:

Gọi T_n là số tiền thu được ở cuối tháng n , x là số tiền thêm vào mỗi tháng.

Ta có:

$$\begin{cases} T_1 = x(1 + 1\%) = 1,01x \\ T_2 = T_1 + x + (T_1 + x) \cdot 1\% = (T_1 + x) \cdot 1,01 \\ \Rightarrow T_2 = (1,01x + x) \cdot 1,01 = 1,01^2 x + 1,01x \end{cases}$$

Suy ra $T_n = 1,01x + 1,01^2 x + \dots + 1,01^n x$

Sau 4 tháng bằng đầu tháng thứ nhất đến cuối tháng

$$\Rightarrow T_3 = 1,01x + 1,01^2x + 1,01^3x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{1,01 + 1,01^2 + 1,01^3}$$

Chọn B.

Bài toán 20. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1+r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền.

A. 176,676 $\approx$ triệu đồng

B. 178,676 $\approx$ triệu đồng

C. 177,676 $\approx$ triệu đồng

D. 179,676 $\approx$ triệu đồng

Hướng dẫn:

Sau 6 tháng (2 quý = 2 kì hạn) người đó có số tiền: $T_1 = 100(1+5\%)^2 = 110,25$ triệu

Sau khi gửi thêm 50 triệu thì số tiền trong ngân hàng là: $T_2 = T_1 + 50$

Suy ra số tiền thu được sau 6 tháng nữa để tròn 1 năm là:

$$T_3 = T_2(1+5\%)^2 = (T_1 + 50)(1+5\%)^2$$

Vậy tổng số tiền thu được sau 1 năm là: $T = T_3 = (T_1 + 50)(1+5\%)^2 \approx 176,68$

Chọn A.

Bài toán 21. Một lon nước soda $80^\circ F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32^\circ F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t) = 32 + 48 \cdot (0,9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50^\circ F$?

A. 1,56

B. 9,3

C. 2

D. 4

Hướng dẫn:

Nhiệt độ soda còn lại là $50^\circ F$ nên ta có:

$$T(t) = 50 \Leftrightarrow 32 + 48 \cdot (0,9)^t = 50 \Leftrightarrow (0,9)^t = \frac{3}{8}$$

log cơ số 0,9 hai vế ta được:

$$\log_{0,9}(0,9)^t = \log_{0,9} \frac{3}{8} \Leftrightarrow t = \log_{0,9} \frac{3}{8} \approx 9,3$$

Chọn B.

Bài toán 22. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

A. 8.9

B. 33.2

C. 2.075

D. 11

Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } M = \log A - \log A_0 = \log \frac{A}{A_0}$$

Trận động đất ở:

$$\text{- San Francisco: } M_1 = 8,3 = \log \frac{A_1}{A_0} \quad (1)$$

$$\text{- Nam Mỹ: } M_2 = \log \frac{A_2}{A_0} \quad (2)$$

$$\text{Biên độ ở Nam Mỹ gấp 4 lần San Francisco nên: } A_2 = 4A_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4$$

Lấy (2) – (1) ta được:

$$\begin{aligned} M_2 - 8,3 &= \log \frac{A_2}{A_0} - \log \frac{A_1}{A_0} = \log \frac{A_2}{A_1} = \log 4 \\ \Rightarrow M_2 &= \log 4 + 8,3 \approx 8,9 \end{aligned}$$

Bài toán 23. Giả sử số lượng một bầy ruồi tại thời điểm t so với thời điểm $t=0$ là $N(t) = N_0 e^{kt}$, N_0 là số lượng bầy ruồi tại thời điểm $t=0$, k là hằng số tăng trưởng của bầy ruồi. Biết số lượng bầy ruồi tăng lên gấp đôi sau 9 ngày. Hỏi sau bao nhiêu ngày bầy ruồi có 800 con?

A. 27

B. 27,1

C. 26

D. 28

Hướng dẫn: Chọn A

$$2N_c = N_0 \cdot e^{9k} \Leftrightarrow e^{8k} = 2 \Leftrightarrow 9k = \ln 2 \Leftrightarrow k = \frac{\ln 2}{9}$$

$$800 = 100 \cdot e^{kt} \Leftrightarrow 8 = e^{kt} \Leftrightarrow kt = \ln 8 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 8}{k} = \frac{\ln 8}{\ln 2} \cdot 9 = 27 \text{ ngày.}$$

Bài toán 24: Một người gửi tiền vào ngân hàng một số tiền là 100.000.000 đồng, họ định gửi theo kì hạn n năm với lãi suất là 12% một năm; sau mỗi năm không nhận lãi mà để lãi nhập vốn cho năm kế tiếp. Tìm n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40.000.000.

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

Hướng dẫn:

Ta có: số tiền lãi $> 40.000.000$

$\Rightarrow$ Số tiền lãi và vốn $> 140.000.000$

Số tiền nhận được sau n năm: $100.000.000 \times (1,12)^n$

Theo đề bài ta có:

$$100.000.000 \times (1,12)^n > 140.000.000$$

$$\Leftrightarrow 1,12^n > 1,4$$

$$\Leftrightarrow n > 2,97 \Rightarrow n = 3$$

Chọn C.

Bài toán 25: Giả sử $n = f(t) = n_0 \cdot 2^t$ là số lượng cá thể trong một đám vi khuẩn tại thời điểm t (giờ), n_0 là số lượng cá thể lúc ban đầu. Khi tốc độ phát triển về số lượng của vi

khuẩn tại thời điểm t chính là $f'(t)$. Giả sử mẫu thử ban đầu của ta có $n_0 = 100$ vi khuẩn. Vậy tốc độ phát triển sau 4 giờ là bao nhiêu co vi khuẩn?

A. 1600

B. 1109

C. 500

D. 3200

Hướng dẫn:

Ta có: $f'(t) = (n_0 \cdot 2^t)' = n_0 \cdot 2^t \cdot \ln 2$

Vậy tốc độ phát triển của vi khuẩn sau 4 giờ là:

$$f'(4) = 100 \cdot 2^4 \cdot \ln 2 \approx 1109$$

Chọn B.

Bài toán 26: Cho phương trình phản ứng tạo thành Nito (IV) Oxit từ Nito (II) Oxit và Oxy là $2NO + O_2 \xrightleftharpoons{dk, t^0, xt} 2NO_2$. Biết rằng đây là một phản ứng thuận nghịch. Giả sử x, y lần lượt là nồng độ phần trăm của khí NO và O_2 tham gia phản ứng. Biết tốc độ phản ứng hóa học của phản ứng trên được xác định $v = kx^2y$, với k là hằng số của tốc độ phản ứng. Để tốc độ phản ứng xảy ra nhanh nhất thì tỉ số giữa $\frac{x}{y}$ là:

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $\frac{1}{3}$

D. 3

Hướng dẫn:

Gọi t là thời gian phản ứng khi đó:

Tốc độ phản ứng xảy ra nhanh nhất (v_{max}) khi $t = 0$ vì khi $t = 0$ nồng độ các chất NO và O_2 lớn nhất.

Mà $v = k \cdot x^2 \cdot y$ (với x, y là nồng độ NO và O_2 theo đề)

Vậy để v_{max} thì nồng độ NO và O_2 phải bằng nồng độ ban đầu:

Dựa vào pt ta có: $y = \frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = 2$

Chọn B.

Bài toán 27: Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây bị chết thì hiện tượng quang hợp của nó cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức: $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$ (%)

Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Niên đại của công trình kiến trúc đó gần với số nào sau đây nhất:

- A. 41776 năm B. 6136 năm C. 3574 năm D. 4000 năm

Hướng dẫn:

Lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 65% nên ta có:

$$P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65$$

$$\Leftrightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 0,65$$

Log cơ số $\frac{1}{2}$ hai vế ta được:

$$\log_{\frac{1}{2}} (0,5)^{\frac{t}{5750}} = \log_{\frac{1}{2}} 0,65$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{\frac{1}{2}} 0,65$$

$$\Leftrightarrow t = 5750 \log_{\frac{1}{2}} 0,65 \approx 3574 \text{ năm.}$$

Chọn C.

Bài toán 28: Ông Tuấn vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 0,85%/tháng. Hợp đồng với ngân hàng ông A sẽ hoàn nợ trong n tháng: Sau đúng một tháng

kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và bằng 11,589 triệu đồng. Tìm n

- A. $n = 8$ tháng B. $n = 9$ tháng C. $n = 10$ tháng D. $n = 11$ tháng

Hướng dẫn:

$$T_n = a(1+r)^n - m \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] = 100(1+0,85\%)^n - 11,589 \left[\frac{(1+0,85\%)^n - 1}{0,85\%} \right] = 0$$

$$\Rightarrow n \approx 8,9 \Rightarrow n = 9$$

Chọn B.

Bài toán 29: Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2014 là 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 107232573 người. B. 107232574 người.
C. 105971355 người. D. 106118331 người.

Hướng dẫn:

$$x = 90728900 \cdot \left(1 + \frac{1,05}{100} \right)^{16} \Rightarrow x \approx 107232574.$$

Chọn B.

Bài toán 30. Cho phản ứng hóa học $N_2O_5 \rightarrow 2NO_2 + \frac{1}{2}O_2$ ở nơi có nhiệt độ $45^\circ C$, các nhà hóa học nhận thấy sự biến thiên nồng độ mol/l của N_2O_5 theo thời gian luôn tỷ lệ thuận với nồng độ mol/l của N_2O_5 với hệ số tỷ lệ $k = -0,0005$. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì nồng độ mol/l của N_2O_5 bằng 90% giá trị ban đầu.

- A. Khoảng 211 giây. B. Khoảng 301 giây.
C. Khoảng 102 giây. D. Khoảng 527 giây.

Hướng dẫn

Gọi y_t là nồng độ N_2O_5 ở thời điểm t , x là nồng độ N_2O_5 ban đầu:

Ta có:
$$\begin{cases} y_t - x = kx \\ y_t = 0,9x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_t = (k+1)x \\ y_t = 0,9x \end{cases} \quad (1)$$

Vì sự biến thiên nồng độ mol/l của N_2O_5 theo thời gian luôn tỉ lệ thuận với nồng độ mol/l của N_2O_5 nên: $y_t = (k+1)^t x$ (*)

Thay (1) vào (*) ta được:

$$\begin{aligned} 0,9x &= (k+1)^t x \\ \Leftrightarrow 0,9 &= (k+1)^t \end{aligned}$$

Log cơ số 0,9 hai vế ta được:

$$\begin{aligned} \log_{0,9} 0,9 &= \log_{0,9} (k+1)^t \\ \Leftrightarrow 1 &= t \log_{0,9} (k+1) \\ \Leftrightarrow t &= \frac{1}{\log_{0,9} (k+1)} \approx 211 \end{aligned}$$

Chọn A.

Bài toán 31. Trong toán rời rạc, khi tìm kiếm một phần tử trong một tập hợp có n phần tử đã sắp xếp tăng dần bằng thuật toán tìm kiếm nhị phân thì trong trường hợp xấu nhất, độ phức tạp của thuật toán được tính bằng $\theta(\log n)$ với $\log n = \log_2 n$. Vậy độ phức tạp của thuật toán tìm kiếm nhị phân trong trường hợp xấu nhất khi tìm kiếm phần tử trong tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 21\}$

A. $\theta(\log_2 20)$.

B. $\theta(\log_2 19)$.

C. $\theta(\log_2 18)$.

D. $\theta(\log_2 21)$.

Hướng dẫn

Tập hợp A có tất cả 21 phần tử $\Rightarrow n = 21$

Vậy độ phức tạp của thuật toán tìm kiếm nhị phân trong trường hợp xấu nhất trong tập hợp A là: $\theta(\log_2 21)$

Chọn D.

Bài toán 32. Năng lượng của một trận động đất được tính bằng $E = 1,74 \cdot 10^{19} \cdot 10^{1,44M}$ với M là độ lớn theo thang độ Richter. Thành phố A xảy ra một trận động đất 8 độ Richter và năng lượng của nó gấp 14 lần trận động đất đang xảy ra tại thành phố B. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất tại thành phố B là bao nhiêu?

A. 7,2 độ Richter.

B. 7,8 độ Richter.

C. 9,6 độ Richter.

D. 6,9 độ Richter.

Hướng dẫn:

Thành phố A có $M = 8$ nên $E_A = 1,74 \cdot 10^{19} \cdot 10^{1,44 \cdot 8}$

Thành phố B có trận động đất với độ lớn $M = M_B$ và năng lượng $E_B = 14E_A$ nên:

$$1,74 \cdot 10^{19} \cdot 10^{1,44 \cdot M_B} = 14 \cdot 1,74 \cdot 10^{19} \cdot 10^{1,44 \cdot 8}$$

$$\Leftrightarrow 14 \cdot 10^{1,44 \cdot M_B} = 10^{1,44 \cdot 8}$$

Log cơ số $10^{1,44 \cdot 8}$ hai vế ta được:

$$\log_{10^{1,44 \cdot 8}} 10^{1,44 \cdot M_B} = \log_{10^{1,44 \cdot 8}} 10^{1,44 \cdot 8}$$

$$\Leftrightarrow M_B \approx 7,2$$

Chọn A.

Bài toán 33. Một người gửi ngân hàng 80 triệu đồng theo hình thức lãi đơn với lãi suất 3%/quý. Hỏi sau ít nhất bao lâu, số tiền thu về hơn gấp rưỡi số tiền vốn.

A. 52 tháng.

B. 51 tháng.

C. 49 tháng.

D. 50 tháng.

Hướng dẫn

Gọi x là số quý để thu về số tiền hơn gấp rưỡi vốn $\left(\frac{1}{2} \cdot 80 = 40 \right)$

Vì hình thức lãi đơn nên ta có: $80 \cdot 3\% \cdot x > 40 \Leftrightarrow x > \frac{50}{3} = 16,6$

Suy ra x phải bằng 17 quý

Vậy số tháng cần là: $17.3 = 51$ tháng

Chọn B.

Bài toán 34. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu?

A. 4 năm 9 tháng.

B. 4 năm 3 tháng.

C. 4 năm 8 tháng.

D. 4 năm 6 tháng.

Hướng dẫn:

Ta có số tiền thu được sau t quý là $T = 15(1 + 1,65\%)^t$

Theo đề bài ta có:

$$T \geq 20 \Leftrightarrow 15(1 + 1,65\%)^t \geq 20 \Leftrightarrow (1 + 1,65\%)^t \geq \frac{4}{3}$$

Log cơ số $\frac{4}{3}$ hai vế ta được:

$$\begin{aligned} \log_{\frac{4}{3}}(1 + 1,65\%)^t &\geq \log_{\frac{4}{3}} \frac{4}{3} \\ \Leftrightarrow t \cdot \log_{\frac{4}{3}}(1 + 1,65\%) &\geq 1 \\ \Leftrightarrow t &\geq \frac{1}{\log_{\frac{4}{3}}(1 + 1,65\%)} = 17,6 \end{aligned}$$

Suy ra số quý tối thiểu: $t = 18$ quý = 4 năm 6 tháng

Chọn D.

Bài toán 35. Chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Plutonium Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t . Hỏi 10 gam Pu^{239} sau bao lâu còn lại 2 gam?

A. 46120 năm.

B. 82235 năm.

C. 57480 năm.

D. 92042 năm.

Hướng dẫn:

$$m = m_0 \cdot 2^{-t/T}$$

$$\Leftrightarrow 2 = 10 \cdot 2^{-t/T}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5} = 2^{-t/T}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-t}{T} = \log_2 0,2$$

$$\Leftrightarrow t = -\log_2 0,2 \cdot T \approx 57480$$

Chọn C.

Bài toán 36. Trên mỗi chiếc Radio FM đều có vạch chia để người dùng dễ dàng **Chọn** sóng Radio cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và bên phải tương ứng với 88MHz và 108MHz. Hai vạch cách nhau 12cm. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái d cm thì có tần số $F = ka^d$ MHz với k và a là hằng số. Tìm vị trí của vạch ứng với tần số 91MHz để bắt sóng VOV Giao Thông Quốc Gia.

A. Cách vạch ngoài cùng bên phải 8,47 cm.

B. Cách vạch ngoài cùng bên trái 1,92 cm.

C. Cách vạch ngoài cùng bên phải 10,03cm.

D. Cách vạch ngoài cùng bên trái 2,05cm.

Hướng dẫn:

$$F = k \cdot a^d$$

Ta có: lúc ở 88MHz thì $88 = k \cdot a^0 \Rightarrow k = 88$

$$\text{Lúc ở } 108\text{MHz thì } 108 = 88 \cdot a^{12} \Rightarrow a = \sqrt[12]{\frac{27}{22}}$$

$$\Rightarrow 91 = 88.12\sqrt{\frac{27}{22}}^d \Rightarrow d = 1,9642 \text{ (cách vạch bên trái) (cm)}$$

$$\Rightarrow 12 - d = 10,0358 \text{ (cách bên phải) (cm)}$$

Chọn C.

Bài toán 37. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi đơn với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 3 năm, tổng số tiền thu về là bao nhiêu?

A. 16 triệu đồng.

B. 24 triệu đồng.

C. 116 triệu đồng.

D. 124 triệu đồng.

Hướng dẫn:

Lãi đơn nên ta có:

$$\text{Tổng số tiền sau 1 năm} = 100 + 100.0,08 = 108 \text{ (triệu)}$$

$$2 \text{ năm} = 108 + 100.0,08 = 116 \text{ (triệu)}$$

$$3 \text{ năm} = 116 + 100.0,08 = 124 \text{ (triệu)}$$

Chọn D.

Bài toán 38. Người ta quy ước $\lg x$ và $\log x$ là giá trị của $\log_{10} x$. Trong các lĩnh vực kỹ thuật, $\lg x$ được sử dụng khá nhiều, kể cả máy tính cầm tay hay quang phổ. Hơn nữa, trong toán học, người ta sử dụng $\lg x$ để tìm số chữ số của một số nguyên dương nào đó. Ví dụ số A có n chữ số thì khi đó $n = [\lg A] + 1$ với $[\lg A]$ là số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng A . Hỏi số $B = 2017^{2017}$ có bao nhiêu chữ số?

A. 9999 chữ số.

B. 6666 chữ số.

C. 9966 chữ số.

D. 6699 chữ số.

Hướng dẫn:

$$\log B = \log 2017^{2017} = 2017 \log_{2017} \approx 6666$$

Vậy B có 6666 chữ số.

Chọn B.

Bài toán 39. Số lượng động vật nguyên sinh tăng trưởng với tốc độ 0,7944 con/ngày. Giả sử trong ngày đầu tiên, số lượng động vật nguyên sinh là 2. Hỏi sau 6 ngày, số lượng động vật nguyên sinh là bao nhiêu?

A. 37 con.

B. 21 con.

C. 48 con.

D. 106 con.

Hướng dẫn

Ngày thứ nhất: 2 con

Ngày thứ 2: $2 + 2 \cdot 0,7944 = 2(1 + 0,7944)$ con

Ngày thứ 3: $2(1 + 0,7944)$ con

Suy ra ngày thứ n: $2(1 + 0,7944)^{n-1}$ con

Vậy ngày thứ 6: $2(1 + 0,7944)^{6-1} \approx 37$ con

Ngày thứ nhất : 2 con
Ngày thứ 2 : $2 + 2 \cdot 0,7944 = 2(1 + 0,7944)$ con
Ngày thứ 3 : $2 \cdot (1 + 0,7944)^2$ con
 $\Rightarrow$ ngày thứ n : $2(1 + 0,7944)^{n-1}$ con
Vậy ngày thứ 6 : $2 \cdot (1 + 0,7944)^{6-1} \approx 37$ con !!! ?

Chọn A

Bài toán 40. Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất hàng năm là 12%/năm. Sau tháng đầu tiên, mỗi tháng người đó đều trả 10 triệu đồng. Hỏi sau 6 tháng người đó còn nợ ngân hàng bao nhiêu?

A. 41,219 triệu đồng.

B. 43,432 triệu đồng.

C. 40,600 triệu đồng.

D. 44,613 triệu đồng.

Hướng dẫn

Số tiền còn nợ sau n tháng: $A(1+r)^n - a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Trong đó:

A : số tiền nợ bằng 100 triệu

r : lãi suất 1 tháng bằng $\frac{12}{12} = 1\%$

a : số tiền trả mỗi tháng bằng 10

$n = 6$

Số tiền còn nợ: $100 \left(1 + \frac{1}{100}\right)^6 - 10 \cdot \frac{\left(1 + \frac{1}{100}\right)^6 - 1}{\frac{1}{100}} \approx 44,632$ triệu.

Chọn B.

Bài toán 41. E. coli (Escherichia coli) là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli lại tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 60 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau 8 giờ, số lượng vi khuẩn E. coli là bao nhiêu?

A. 1006632960 vi khuẩn.

B. 2108252760 vi khuẩn.

C. 158159469 vi khuẩn.

D. 3251603769 vi khuẩn.

Hướng dẫn

1 chu kì nhân đôi: $r = 100\%$

8 giờ = 480 phút = 24 chu kì

Số lượng vi khuẩn: $60 \cdot (1+1)^{24} = 1006632960$

Chọn A.

Bài toán 42. Một nguồn âm đặt ở O đẳng hướng trong không gian có công suất truyền âm P không đổi. Biết rằng cường độ âm tại một điểm cách nguồn một đoạn R là

$I = \frac{P}{4\pi R^2}$ và mức cường độ âm tại điểm đó là $L = \log \frac{I}{I_0}$ Ben với I_0 là hằng số. Như vậy

có thể thấy rằng R luôn tỷ lệ với $10^{-L/2}$. Áp dụng tính chất này để tính mức cường độ âm tại trung điểm M của đoạn thẳng AB biết mức cường độ âm tại A, B lần lượt là $L_A = 20dB, L_B = 60dB$ và O nằm trên đoạn thẳng AB .

A. $L_M = 25,9dB$.

B. $L_M = 25,6dB$.

C. $L_M = 26,1dB$.

D. $L_M = 20,6dB$.

Hướng dẫn

$$M \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow 2R_M = R_A + R_B$$

$$\text{Do } R \text{ tỉ lệ với } 10^{-L/2} \Rightarrow 2.10^{-L_M/2} = 10^{-1} + 10^{-3}$$

$$\Rightarrow L_M = -2 \cdot \log \left(\frac{10^{-1} + 10^{-3}}{2} \right) = 2,59B = 25,9dB$$

Chọn A.

Bài toán 43. Chu kỳ bán rã của chất hóa học ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ là 1590 năm, tức là cứ sau 1590 năm thì khối lượng của ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ giảm đi một nửa. Ban đầu khối lượng của ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ là 100mg. Hỏi sau 1000 năm thì khối lượng ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ còn lại là bao nhiêu?

A. 65mg.

B. 78mg.

C. 43mg.

D. 68mg.

Hướng dẫn

$$\text{Sau 1590 năm khối lượng } {}^{226}_{88}\text{Ra} \text{ còn lại: } \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$$

$$\text{Sau thời gian } t \text{ năm khối lượng } {}^{226}_{88}\text{Ra} \text{ còn lại là: } m_t = 100 \cdot 2^{\frac{-t}{1590}}$$

$$\text{Sau } t = 1000 \text{ năm khối lượng } {}^{226}_{88}\text{Ra} \text{ còn lại là: } m = 100 \cdot 2^{\frac{-1000}{1590}} \approx 65 \text{ mg}$$

Chọn A.

Bài toán 44. Cho một lượng vi khuẩn bắt đầu với 500 con và phát triển với vận tốc tỷ lệ thuận với số lượng. Biết sau 3 giờ, có 8000 con vi khuẩn. Hỏi sau 4 giờ, số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

A. Khoảng 463521 con.

B. Khoảng 40235 con.

C. Khoảng 20159 con.

D. Khoảng 322539 con.

Hướng dẫn

Ta có: $N_t = N_0 \cdot e^{r \cdot t}$

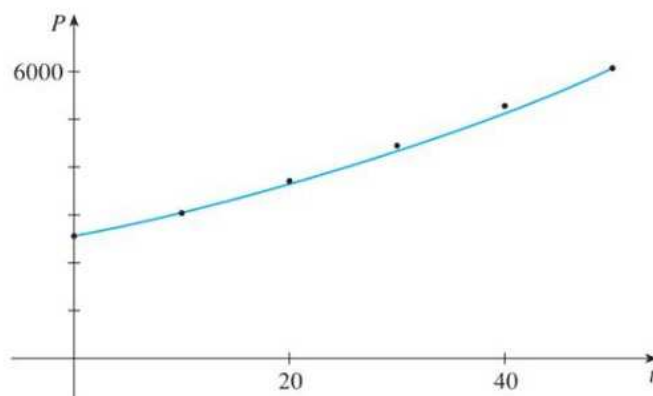
Tại thời điểm $t = 3$ ta có: $8000 = 500 \cdot e^{r \cdot 3} \Leftrightarrow 16 = e^{r \cdot 3}$

ln hai vế ta được: $\ln 16 = \ln e^{r \cdot 3} \Leftrightarrow \ln 16 = r \cdot 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 16}{3}$

Tại thời điểm $t = 4$ ta có: $N = 500 \cdot e^{r \cdot 4} \approx 20159$

Chọn C.

Bài toán 45. Theo số liệu thực tế, dân số thế giới năm 1950 là 2560 triệu người, còn năm 1950 là 3040 triệu người. Người ta dự đoán dân số thế giới phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số mũ $P(t) = ae^{bt}$ với a, b là hằng số và độ biến thiên của $P(t)$ theo thời gian tỷ lệ thuận với $P(t)$. Hãy dự đoán dân số thế giới vào năm 2020.



A. 8524 triệu dân.

B. 5360 triệu dân.

C. 7428 triệu dân.

D. 3823 triệu dân.

Hướng dẫn

Số dân tại thời điểm $t = 1950$ là: $P_{(1950)} = a.e^{b.1950} = 2560$ (1)

Số dân tại thời điểm $t = 1980$ là: $P_{(1980)} = a.e^{b.1980} = 3040$ (2)

Lấy (2)/(1) ta được: $\frac{a.e^{b.1980}}{a.e^{b.1950}} = \frac{3040}{2560} \Leftrightarrow e^{30b} = \frac{19}{16}$

ln hai vế ta được:

$$\ln e^{30b} = \ln \frac{19}{16} \Leftrightarrow 30b = \ln \frac{19}{16} \Rightarrow b = \frac{1}{30} \cdot \ln \frac{19}{16} (*)$$

Thay (*) vào (1) ta được:

$$a.e^{65 \cdot \ln \frac{19}{16}} = 2560 \Rightarrow a = \frac{2560}{e^{65 \ln \frac{19}{16}}}$$

Vậy số dân tại thời điểm $t = 2020$ là:

$$P_{(2020)} = a.e^{b.2020} \approx 3823 \text{ triệu người}$$

Chọn D

Bài toán 46. Thầy Lê Đôn Cường muốn mua chiếc Samsung Galaxy S7 Edge giá 18.500.000 đồng của cửa hàng Thế giới di động để lấy lòng với gấu nhân ngày 20/10 nhưng vì chưa đủ tiền nên thầy đã quyết định Chọn mua hình thức trả góp và trả trước 5 triệu đồng trong 12 tháng, với lãi suất là 3,4% / tháng. Hỏi mỗi tháng thầy sẽ phải trả cho công ty Thế Giới Di Động số tiền là bao nhiêu?

A. 1554000 triệu đồng.

B. 1564000 triệu đồng.

C. 1584000 triệu đồng.

D. 1388824 triệu đồng.

Hướng dẫn

Gọi A là số tiền còn lại cần phải trả ban đầu, x là số tiền cần trả mỗi tháng, r là lãi suất mỗi tháng.

Gọi T_n là số tiền còn lại cần phải trả ở cuối tháng n

Ta có:

$$T_1 = A(1+r) - x$$

$$T_2 = [A(1+x) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - x[(1+r) + 1] = A(1+r)^2 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}$$

$$T_3 = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}(1+r) - x = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^3 - 1]}{r}$$

$$T_n = A(1+r)^n - \frac{x[(1+r)^n - 1]}{r}$$

Số tiền thầy cần trả trong 12 tháng là:

$$A = 18\,500\,000 - 5\,000\,000 = 13\,500\,000$$

$$\text{Suy ra } T_{12} = 13\,500\,000(1 + 3,4\%)^{12} - \frac{x[(1 + 3,4\%)^{12} - 1]}{3,4\%}$$

$$\Rightarrow x = 1388823,974$$

Chọn D

Bài toán 47. Anh A muốn xây một căn nhà. Chi phí xây nhà hết 1 tỉ đồng, hiện nay anh A có 700 triệu đồng. Vì không muốn vay tiền nên anh A quyết định gửi số tiền 700 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 12% 1 năm, tiền lãi của năm trước được cộng vào tiền gốc của năm sau. Tuy nhiên giá xây dựng cũng tăng mỗi năm 1% so với năm trước. Hỏi sau bao lâu anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền xây nhà? (kết quả lấy gần đúng đến 1 chữ số thập phân)

A. 3 năm 6 tháng.

B. 3 năm 7 tháng.

C. 12 năm 6 tháng.

D. 3 năm 9 tháng.

Hướng dẫn: Chọn A

Gọi V_n là tổng số tiền vật liệu sau n năm, T_n là tổng số tiền thu được sau n năm.

Ta có:

$$V_0 = 1 \text{ tỉ}$$

$$V_1 = 1(1+1\%) \text{ tỉ}$$

$$V_2 = 1(1+1\%).1\% + 1(1+1\%) = 1(1+1\%)^2 \text{ tỉ}$$

$$\Rightarrow V_n = 1.(1+1\%)^n \text{ tỉ}$$

$$\text{Số tiền thu được sau } n \text{ năm: } T_n = 0,7.(1+12\%)^n \text{ tỉ}$$

Để xây được nhà thì ở năm thứ n thì số tiền anh thu được phải bằng số tiền vật liệu

$$\Rightarrow T_n = V_n$$

$$\Leftrightarrow 0,7.(1+12\%)^n = 1.(1+1\%)^n$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1+12\%}{1+1\%} \right)^n = \frac{1}{0,7}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{\frac{1+12\%}{1+1\%}} \frac{1}{0,7} \approx 3,5 = 3 \text{ năm } 6 \text{ tháng.}$$

Bài toán 48: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng thể thức lãi kép kì hạn 1 quý, với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 17,58 .

B. 18,58.

C. 19,58.

D. 20,58.

Hướng dẫn:

Người gửi 15 triệu đồng sau n quý sẽ nhận được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là $15.(1,0165)^n$

.Để có ít nhất 20 triệu ta phải có:

$$15(1,0165)^n \geq 20 \Rightarrow n.\lg 1,0165 \geq \lg 20 - \lg 15$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{\lg \frac{20}{15}}{\lg 1,0165} \approx 17,58$$

Vậy người gửi cần gửi liên tục 18 quý.

Vậy **Chọn A.**

Bài toán 49: Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là một số nguyên tố được gọi là số nguyên tố Mec-sen (Mersenne Marin, 1588-1648, người Pháp).

-ơ-le phát hiện M_{31} năm 1750

- Luy-ca (lucas Edouard ,1842-1891, người Pháp) phát hiện M_{127} năm 1876.

- $M_{1398268}$ được phát hiện năm 1996.

Hỏi rằng nếu viết ba số đó trong hệ thập phân thì mỗi số có bao nhiêu chữ số ?

A.10; 39; 420921 .

B.10; 49; 42092 .

C.10; 69; 420923.

D.10; 59; 4209 .

Hướng dẫn:

Giả sử số nguyên tố $M_p = 2^p - 1$ viết trong hệ thập phân có n chữ số thì $10^{n-1} \leq M_p \leq 10^n$ hay $10^{n-1} < 2^p \leq 10^n$ (vì 2^p không chứa thừa số nguyên tố 5 nên $2^p < 10^n$)

Suy ra : $\lg 10^{n-1} < \lg 2^p < \lg 10^n$ hay $n-1 < p.\lg 2 < n$

Thay $p = 31$, ta được $31.\lg 2 = 9,33.....$

Suy ra $n = 10$

Vậy số nguyên tố M_{31} viết trong hệ thập phân có 10 chữ số.

Làm tương tự ta thấy số M_{127} có 39 chữ số, số $M_{1398269}$ có 420921 chữ số.

Vậy **Chọn A.**

Bài toán 50: Khoảng 200 năm trước ,hai nhà khoa học Pháp là Clô-xi-ut và Cla-pay-rông đã thấy rằng áp lực P của hơi nước (tính bằng milimet thủy ngân, viết tắt là mmH) gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong bình kín tính theo công thức :

$$P = a.10^{\frac{k}{t+273}}$$

Trong đó t là nhiệt độ C của nước , a và k là các hằng số.Cho biết $k = 2258,624$

a) Tính a biết rằng khi nhiệt độ của nước là 100°C thì áp lực của hơi nước là 760mmH (tính chính xác đến hàng phần chục)

A. $86318841,3;52,5$.

B. $86318841,3;50,5$.

C. $86318841,3;152,5$.

D. $86318831,3;51,5$.

b) Tính áp lực của hơi nước khi nhiệt độ của nước là 40°C (tính chính xác đến hàng phần chục).

A. $\approx 52,5\text{mmH}$.

B. $\approx 52,3\text{mmH}$.

C. $\approx 53,5\text{mmH}$

D. $\approx 55,5\text{mmH}$.

Hướng dẫn: Chọn A, A

a) Ta có

$$\begin{aligned} 760 &= a \cdot 10^{\frac{2258,624}{t+273}} \\ \Rightarrow a &= 760 \cdot 10^{\frac{2258,624}{373}} \\ \Rightarrow a &= 86318841,3 \end{aligned}$$

$$b) P = 86318841,3 \cdot 10^{\frac{2258,624}{40+273}} \approx 52,5 \text{ mmH.}$$

Vậy **Chọn A**.

Bài toán 51: Để mua bộ sa long, ông Bách phải lựa **Chọn:** hoặc phải trả ngay 3.900.000 đồng hoặc trả 4.400.000 đồng sau 2 năm

Với lãi suất hiện giá là 6%, ông Bách nên chọn giải pháp nào ?

A. 3.900.000 đồng .

B. 3.600.000 đồng.

C. 4.000.000 đồng

D. 3.700.000 đồng .

Hướng dẫn: Chọn A

Hiện giá của 4.400.000 đồng trả sau 2 năm là:

$V_0 = 4.400.000 \cdot (1,06)^{-2} = 3.915.984,34$ đồng $> 3.900.000$ đồng. Do đó ông Bách nên **Chọn** giải pháp trả ngay 3.900.000 đồng

Bài toán 52: Một loại cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14. Khi một bộ phận của một cây nào đó chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ bị phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nito 14. Biết rằng gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$ (%). Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc gỗ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Hãy xác định niên đại của công trình kiến trúc đó.

A. 3574 năm.

B. 3754 năm.

C. 4573 năm.

D. 5437 năm.

Hướng dẫn:

Thay giá trị của $P(t) = 65$ ta được:

$$100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5750}} = 65 \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{5750}} = \frac{100}{65} \Rightarrow \frac{t}{5750} = \log_2 \left(\frac{100}{65}\right) = \frac{\ln 100 - \log 65}{\log 2} = \frac{2 - \log 65}{\log 2}$$

$$\Leftrightarrow t = 5700 \left[\frac{2 - \log 65}{\log 2} \right] \approx 3574$$

Chọn A

Bài toán 53. Ông Bách cần thanh toán các khoản nợ sau:

10.000.000 đồng thanh toán sau 2 năm

20.000.000 đồng thanh toán sau 5 năm

50.000.000 đồng thanh toán sau 7 năm

Tính thời gian thanh toán cho khoản nợ duy nhất thay thế 99.518.740 đồng (khoản nợ này có tiền vay ban đầu bằng tổng tiền vay ban đầu của ba khoản nợ trên), với mức lãi kép 4,5%.

A. 10.77 năm.

B. 11.77 năm

C. 12.77 năm

D. 13.77 năm

Hướng dẫn:

Gọi n là số năm xác định thời gian thanh toán của khoản nợ duy nhất. Sự tương đương giữa nhóm 3 khoản nợ và khoản nợ duy nhất tại thời điểm 0 cho

$$9,951874.1,045^{-n} = 1.1,045^{-2} + 2.1,045^{-5} + 5.1,045^{-7} = 6,194774$$

Ta được: $9,951874 = 6,194774.1,045^n$

Lấy logarit 2 vế ta được

$$\ln 9,951874 = \ln 6,194774 + n \cdot \ln 1,045 \Rightarrow n = \frac{\ln 9,951874 - \ln 6,194774}{\ln 1,045} \approx 10,77 \text{ năm.}$$

Chọn A

Bài toán 54: Ông Bách thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe ông Bách mua là bao nhiêu?

A. 32.412.582 đồng.

B. 35.412.582 đồng.

C. 33.412.582 đồng.

D. 34.412.582 đồng.

Hướng dẫn:

Giá trị chiếc xe là:

$$V_0 = 5.1,08^{-1} + 6.1,08^{-2} + 10.1,08^{-3} + 20.1,08^{-4} = 32.412.582 \text{ đồng}$$

Chọn A

Bài toán 55: Trong vòng 4 năm, ông Bách gửi vào một tài khoản lãi suất 8% với các khoản tiền lần lượt là: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng, 20.000.000 đồng. Ngay sau khi gửi khoản tiền cuối cùng, tổng số tiền trong tài khoản của ông Bách là bao nhiêu?

A. 44.096.960 đồng.

B. 46.096.960 đồng.

C. 45.096.960 đồng.

D. 43.096.960 đồng.

Hướng dẫn : Ta có sơ đồ biểu diễn chuỗi tiền tệ trên như sau:

Số tiền trong tài khoản cần tìm là:

$$V_n = 5.1,08^3 + 5.1,08^2 + 10.1,08 + 20 = 44.096.960 \text{ (đồng)}.$$

Chọn A

Bài toán 56: Áp suất không khí P (đo bằng mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (m), tức P giảm theo công thức: $P = P_0 \cdot e^{xi}$, trong đó $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là $672,71 \text{ mmHg}$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m là bao nhiêu?

A. 530 mmHg. B. 350 mmHg. C. 430 mmHg. D. 340 mmHg.

Hướng dẫn:

Trước tiên tìm i từ đẳng thức:

$$672,71 = 760 \cdot e^{1000 \cdot i} \quad (i \approx -0,00012)$$

$$\text{Từ đó } p \approx 760 \cdot e^{3000(-0,00012)} \approx 530,23 \text{ mmHg}.$$

Chọn A

Bài toán 57: Ông Bách quyết định đầu tư mỗi năm 3.000.000 đồng vào một tài khoản tiết kiệm trong vòng 4 năm. Khoản đầu tiên được đầu tư vào tháng 7/2006

Lãi suất năm trên tài khoản này là 3,75%. Vào tháng 7/2010, ông Bách sở hữu bao nhiêu tiền?

A. 12.692.033 đồng. B. 13.692.033 đồng.

C. 12.892.033 đồng. D. 13.892.033 đồng.

Hướng dẫn: Chọn A

Ta có sơ đồ sau, trong đó giá trị cần tìm là giá trị nhận được ở V_4

Áp dụng hệ thức ta có

$$V_4 = 3.000.000 \cdot V(4; 3,75\%) = 3.000.000 \frac{1,0375^4 - 1}{0,0375} \approx 12.692.033 \text{ đồng}$$

Bài toán 58: Ông Bách quyết định đầu tư mỗi năm 3.000.000 đồng vào một tài khoản tiết kiệm trong vòng 4 năm. Khoản đầu tiên được đầu tư vào tháng 7/2006. Lãi suất năm trên tài khoản này là 3,75%. Thực ra, ông ta có thể đầu tư 750.000 đồng mỗi quý và ngân hàng đồng ý tính lãi suất tích lũy theo quý. Hỏi khoản tiền ông ta sở hữu vào tháng 7/2010 là bao nhiêu?

A. 12.869.146 đồng.

B. 13. 869.146 đồng.

C. 12.892.033 đồng.

D. 13.892.033 đồng.

Hướng dẫn

Trước hết, ta cần tìm lãi suất quý t_q tương đương với lãi suất năm 3.75%. Dùng hệ thức ta được $(1+t_q)^4 = 1,0375 \Leftrightarrow t_q = 0,9246\%$

$$V_{16} = 750.000 * V(16; 0,9246\%) = 750.000 \cdot \frac{1,009246^{16} - 1}{0,009246} \approx 12.869.146 \text{ đồng}$$

Chọn A

Bài toán 59: Biết rằng tỉ lệ lạm phát hằng năm của một quốc gia trong 10 năm qua là 5%. Năm 1994, nếu nạp xăng cho một oto là 24,95\$. Hỏi năm 2000, tiền nạp xăng cho oto đó là bao nhiêu?

A. 33,44 \$

B. 44,44 \$

C. 44,33 \$.

D. 35,44 \$.

Hướng dẫn:

$$A(1+0,05)^n = 33,44\$.$$

Chọn A

Bài toán 60: Tỉ lệ gia tăng dân số hằng năm của In-đô-nê-xi-a là 1,5%. Năm 1998, dân số nước này là 212 942 000 người. Hỏi dân số của In-đô-nê-xi-a vào năm 2006?

A. 240 901 000 người.

B. 250 091 000 người.

C. 230 091 000 người

D. 220 091 000 người.

Hướng dẫn:

Chọn: 240 091 000 người.

Chọn A

Bài toán 61: Sử dụng công thức $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$, hãy tính gần đúng, chính xác đến hàng đơn

vị, độ lớn dB của âm thanh có tỉ số $\frac{I}{I_0}$ và điền vào bảng :

A. B. C. D.

Hướng dẫn:

Với $\frac{I}{I_0} = 4000$ làm tròn kết quả tới hàng đơn vị ta được 36 dB

Với $\frac{I}{I_0} = 6,8 \cdot 10^8$ ta được $L = 88$ dB

Với $\frac{I}{I_0} = 2,3 \cdot 10^{12}$ ta được $L = 124$ dB

Với $\frac{I}{I_0} = 10^{13}$ ta được 130 dB

STT	Loại âm thanh	$\frac{I}{I_0}$	Độ lớn (L)
1	Ngưỡng nghe	1	0
2	Nhạc êm dịu	4000	36
3	Nhạc mạnh phác ra từ loa	$6,8 \times 10^8$	88
4	Tiếng máy bay phản lực	$2,3 \times 10^{12}$	124
5	Ngưỡng đau tai	10^{13}	130

Bài toán 62. Trên mặt của mỗi chiếc radio đều có các vạch chia để người sử dụng dễ dàng chọn đúng song radio cần tìm. Biết rằng vạch chia ở vị trí cách tận cùng bên trái một khoảng d (cm) thì ứng với tần số $F = ka^d$ kHz, trong đó k và a là hai hằng số được chọn sao cho vạch tận cùng bên trái ứng với tần số 53 kHz, vạch tận cùng bên phải ứng với tần số 160 kHz và hai vạch này cách nhau 12 cm

a). Hãy tính k và a (làm tròn đến hàng phần nghìn)

A. $k = 53, a \approx 1,096$ B. $k = 52, a \approx 1,096$ C. $k = 53, a \approx 1,069$ D. $k = 53, a \approx 1,196$

b). Giả sử đã cho F , giải phương trình $ka^d = F$ với ẩn d

A. $\approx 25,119 \lg F - 43,312$ B. $\approx 25,119 \lg F - 43,412$

C. $\approx 25,190 \lg F - 43,312$ D. $\approx 25,119 \lg F - 43,321$

c). Áp dụng kết quả câu b, hãy điền vào ô trống trong bảng sau (kết quả chính xác đến hàng phần trăm)

kHz	53	60	80	100	120	140	160
-----	----	----	----	-----	-----	-----	-----

Hướng dẫn:

a). Thay vào công thức $F = ka^d$

Với $d = 0 \Rightarrow 53 = ka^0 = k$

Với $d = 12 \Rightarrow 160 = ka^{12} = 53a^{12} \Rightarrow a^{12} = \frac{160}{53} \Rightarrow a = \left(\frac{160}{53}\right)^{\frac{1}{12}} \approx 1,096$

b). Ta có

$$ka^d = F \Rightarrow a^d = \frac{F}{k} \Rightarrow d \lg a = \lg \frac{F}{k} \Rightarrow d = \frac{1}{\lg a} (\lg F - \lg k) = 25,119 (\lg F - \lg k) \approx 25,119 \lg F - 43,312$$

c). Khoảng cách từ vạch tận cùng bên trái đến vạch tương ứng:

$$+60kHz : d \approx 25,119 \lg 60 - 43,312 \approx 1,35mm$$

$$+80kHz : d \approx 25,119 \lg 80 - 43,312 \approx 4,49mm$$

$$+100kHz : d \approx 25,119 \lg 100 - 43,312 \approx 6,93mm$$

$$+120kHz : d \approx 25,119 \lg 120 - 43,312 \approx 8,91mm$$

$$+140kHz : d \approx 25,119 \lg 140 - 43,312 \approx 10,60mm$$

$$+160kHz : d \approx 25,119 \lg 160 - 43,312 \approx 12mm$$

Kết quả ta có bảng sau:

F	53	60	80	100	120	140	160
D	0	1,35	4,49	6,93	8,91	10,6	12

Bài toán 63. Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 90 triệu đồng với lãi suất 0,9%/tháng. Nếu mỗi tháng sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền (làm tròn đến 1000 đồng) để dùng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi

A.2317000. B.2417000. C.2340000. D.2298000.

Hướng dẫn:

Sau tháng thứ I: $A(1+r) - a$

Sau tháng thứ II: $[A(1+r) - a](1+r) - a = A(1+r)^2 - a[(1+r) + 1]$

Sau tháng thứ III:

$$[A(1+r)^2 - a[(1+r) + 1]](1+r) - a = A(1+r)^3 - a[(1+r)^2 + (1+r) + 1]$$

$$A(1+r)^n - a[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1] = A(1+r)^n - a \left[1 \cdot \frac{1-(1+r)^n}{1-(1+r)} \right]$$

$$\text{Sau tháng thứ } n: = A(1+r)^n - a \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

$$\text{Rút hết: } \Leftrightarrow 0 = A(1+r)^n - a \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] \Leftrightarrow a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Với A: số tiền gửi, r: lãi tháng, a: số tiền rút ra, n: số tháng

ÁP DỤNG: A=90.000.000, r=0,9% ,n=48. **Chọn A**

Bài toán 64: năm 1994, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là $\frac{358}{10^6}$. Biết rằng tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí tăng 0,4% hàng năm. Hỏi năm 2004, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là bao nhiêu?

A. 373.10^{-6} . B. 363.10^{-6} . C. 383.10^{-6} . D. 353.10^{-6} .

Chọn : 373.10^{-6} , **Chọn A**

Bài toán 65: Biết rằng tỉ lệ giảm dân số hằng năm của Nga là 0,5%. Năm 1998, dân số của Nga là 146 861 000 người. Hỏi năm 2008, dân số của nước Nga là bao nhiêu?

A. 139 699 000 người. B. 140 699 000 người.
C. 149 699 000 người. D. 145 699 000 người.

Chọn: 139 699 000 người. **Chọn A**

Bài toán 66: Tỉ lệ giảm dân số hằng năm dân của I-ta-li-a là 0,1%. Năm 1998, dân số của I-ta-li-a là 56 783 000 người. Hỏi dân số nước này vào năm 2020 (22 năm sau đó)?

A. 55 547 000 người . B. 54 547 000 người .
C. 52 547 000 người . D. 53 547 000 người .

Chọn: 55 547 000 người .

Chọn A

Bài toán 67: Ch biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ Plutoni là 24360 năm (tức là một lượng Plutino sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t

Hỏi 10g Plutino sau bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1g?

A.80922 năm. B.100922 năm. C.99922 năm. D.88922 năm.

Hướng dẫn:

$$\text{Ta có } Ae^{24360r} = \frac{A}{2} \Rightarrow r = -\ln 2 : 24360$$

Giả sử sau t năm 10 g Plutino phân hủy còn 1g thì:

Bài toán 68: Ông Bách dự tính mua trả chậm một chiếc xe gắn máy bằng cách trả ngay 2.200.000 đồng tiền mặt, 3.800.000 đồng cuối năm sau và 5.300.000 đồng cuối năm kế tiếp. Biết lãi suất áp dụng là 6,24%, hỏi rằng giá chiếc xe bao nhiêu?

A. 10 472 500 đồng

B. 12 472 500 đồng

C. 9 472 500 đồng

D. 11 472 500 đồng

Hướng dẫn: Gọi x là giá của chiếc xe

m_1, m_2 lần lượt là số tiền cần trả còn lại cuối năm thứ nhất và năm thứ 2

$$\text{Ta có } \begin{cases} x - 2200000 = m_1 \\ m_1(1 + 6,24\%) - 3800000 = m_2 \\ m_2(1 + 6,24\%) - 5300000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10472500,77 \\ m_1 = 8272500,77 \\ m_2 = 4988704,819 \end{cases}$$

Chọn A

Bài toán 69: Ông Bách mua chiếc xe giá 10,5 triệu. Một công ty tài chính đề nghị ông Bách trả ngay 1.800.000 đồng tiền mặt, 2.900.000 đồng cuối 2 năm tiếp theo và 2.000.000 đồng cuối các năm thứ ba và thứ tư. Biết lãi suất áp dụng là 5,85%, hỏi ông Bách sau bốn năm còn nợ bao nhiêu tiền?

A. 3,55 triệu đồng

B. 2,50 triệu đồng

C. 4 triệu đồng

D. 2

triệu đồng

Hướng dẫn:

Sau khi trả ngay ông Bách còn nợ lại: 8 700 000 đồng

Sau 2 năm ông Bách nợ lại: $8,7(1 + 5,85\%) - 2,9 = 6,85$ triệu đồng

Sau năm thứ 3 ông Bách nợ lại: $6,85(1 + 5,85\%) - 2 = 5,25$ triệu

Sau năm thứ 4 ông Bách còn nợ lại: $5,25(1 + 5,85\%) - 2 \approx 3,55$ triệu đồng.

Sau 4 năm ông Bách vẫn chưa trả hết nợ. Không nên nhận đề nghị

Bài toán 70: Một người gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi).

A. 9 năm

B. 8 năm.

C. 7 năm.

D. 10 năm.

Hướng dẫn giải.

Gọi P là số tiền gửi ban đầu. Sau n năm ($n \in \mathbb{N}$), số tiền thu được là

$$P_n = P(1 + 0,084)^n = P(1,084)^n.$$

Áp dụng với số tiền bài toán cho ta được:

$$20 = 9,8 \cdot (1,084)^n \Leftrightarrow (1,084)^n = \frac{20}{9,8} \Leftrightarrow n = \log_{1,084} \left(\frac{20}{9,8} \right) \approx 8,844.$$

Vì n là số tự nhiên nên ta chọn $n = 9$.

Chọn A.

Bài toán 71: Ông Bách dự định đầu tư khoản tiền 20.000.000 đồng vào một dự án với lãi suất tăng dần: 3,35% trong 3 năm đầu; 3,75% trong 2 năm kế tiếp và 4,8% ở 5 năm cuối. Tính giá trị khoản tiền ông Bách nhận được cuối năm thứ 10.

A.30 triệu

B.40 triệu

C.25 triệu

D.35 triệu

Hướng dẫn:

Số tiền ông Bách thu được trong 3 năm đầu:

$$T_1 = 20000000(1 + 3,75\%)^3$$

Số tiền ông Bách nhận được trong 2 năm tiếp theo:

$$T_2 = T_1(1 + 3,75\%)^2$$

Số tiền ông Bách thu được sau 5 năm:

$$T_3 = T_2(1 + 3,75\%)^5$$

Vậy số tiền ông Bách thu được sau 10 năm là:

$$T=T_3=20000000(1+3,75\%)^3 \cdot (1+3,75\%)^3 = 30043052,9$$

Chọn A

Bài tập 72: Ông Bách gửi vào tài khoản 7.000.000 đồng. Một năm sau ông rút ra 7.000.000. Một năm sau ngày rút ông nhận được khoản tiền 272.340 đồng. Tính lãi suất áp dụng trên tài khoản ông Bách.

A. 3,75%.

B. 2,75%

C. 1,75%

D. 4,75%

Hướng dẫn:

Số tiền ông Bách nhận được sau 1 năm: $A(1+r)$, trong đó A là số tiền ban đầu, r là lãi suất

Sau đó ông rút số tiền bằng số tiền ban đầu nên số tiền còn lại trong ngân hàng:

$$A(1+r)-A=Ar$$

Sau 1 năm ông nhận được số tiền 272.340 đồng

$$\text{Suy ra } Ar(1+r) = 272.340 \Leftrightarrow r(1+r) = \frac{272340}{700000} = \begin{cases} r \approx 0,0375 = 3,75\% \\ r \approx -1,037 < 0(L) \end{cases}$$

Chọn A

Bài toán 73. Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,03% /ngày. Hỏi sau ít nhất bao lâu, người đó lãi được hơn 2 triệu đồng?

A. 611 ngày.

B. 608 ngày.

C. 610 ngày.

D. 609 ngày.

Hướng dẫn giải.

Sau n ngày người này được số tiền $10(1+0.0003)^n$.

$$\text{Do đó } 10(1+0.0003)^n - 10 = 2 \Leftrightarrow n.$$

Chọn B.

Bài toán 74. Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết.

A. 39 năm.

B. 40 năm.

C. 38 năm.

D. 41 năm.

Chọn

Gọi A là trữ lượng dầu, x là lượng dầu sử dụng năm đầu tiên.

Ta có $A = 100x$.

Qua năm thứ 2 trữ lượng dầu tiêu thụ là $x(1+r)$

Qua năm thứ $n+1$ trữ lượng dầu tiêu thụ là $x(1+r)^n$

Vậy tổng lượng dầu tiêu thụ trong $n+1$ năm là

$$x \left[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1} + (1+r)^n \right].$$

Do đó ta có phương trình

$$x \left[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1} + (1+r)^n \right] - 100x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - (1+r)^{n+1}}{1 - (1+r)} = 100 \Leftrightarrow \frac{1 - (1+r)^{n+1}}{-r} = 100 \Leftrightarrow n = 41.$$

Đáp án D.

Bài toán 75. Bạn Bình gửi tiết kiệm số tiền 58000000 đồng trong 8 tháng tại một ngân hàng thì nhận được được 61329000 đồng. Khi đó, lãi suất hàng tháng là:

A. 0,6%.

B. 6%.

C. 0,7%.

D. 7%.

Hướng dẫn giải

Lãi được tính theo công thức lãi kép, vì 8 tháng sau bạn An mới rút tiền.

Ta có công thức tính lãi:

$$58000000(1+x)^8 = 61329000 \Leftrightarrow (1+x)^8 = \frac{61329}{58000} \Leftrightarrow 1+x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}} - 1 \approx 0,007 = 0,7\%$$

Chọn đáp án C.

Bài toán 76: Các nhà khoa học thực hiện nghiên cứu trên một nhóm học sinh bằng cách cho họ xem một danh sách các loài động vật và sau đó kiểm tra xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi khoảng thời gian ngắn nhất bao lâu thì số học sinh trên nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. Khoảng 24 tháng

B. Khoảng 22 tháng

C. Khoảng 25 tháng

D. Khoảng 32 tháng

Đáp án C.

Theo bài ra ta có $75 - 20\ln(t+1) \leq 10\% \Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3,25 \Leftrightarrow t \geq 24,79$. Khoảng 25 tháng.

Bài toán 77: Ông A mua nhà trị giá ba trăm triệu đồng và vay ngân hàng theo phương thức trả góp. Nếu ông Việt muốn trả hết nợ trong vòng 5 năm và trả lãi với mức 6% / năm thì mỗi tháng ông phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến nghìn đồng).

A. 5935 (nghìn đồng).

B. 1500 (nghìn đồng).

C. 4935 (nghìn đồng).

D. 6935 (nghìn đồng).

Hướng dẫn giải.

Gọi x là số tiền mà ông Việt phải trả mỗi năm.

Áp dụng công thức $x = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{300.10^6.0,06.(1+0,06)^5}{(1+0,06)^5 - 1} = 71218920,13$

(đồng).

Suy ra số tiền ông Việt phải trả mỗi tháng là $a = \frac{71218920,13}{12} = 5934910,011$ (đồng)

≈ 5935 (nghìn đồng).

Chọn A.

Bài toán 79: Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là 1%. Năm 2010, dân số nước ta là 88360000 người. Sau khoảng bao nhiêu năm thì dân số nước ta sẽ là 128965000 người? Giả sử tỷ lệ tăng dân số hàng năm là không thay đổi.

A. 36. B. 37. C. 38. D. 39.

Đáp án: C

Hướng dẫn giải: Gọi n là số năm dân số nước ta tăng từ 88360000 $\rightarrow$ 128965000

Sau n năm dân số nước Việt Nam là: $88360000(1,01)^n$. Theo đề

$$88360000(1,01)^n = 128965000 \Leftrightarrow n = \log_{1,01} \left(\frac{128965000}{88360000} \right) \approx 38 (\text{năm}).$$

Bài toán 80: Anh A vay ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 1,1%/tháng. Anh Quốc muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, anh bắt đầu hoàn nợ, và những lần tiếp theo cách nhau đúng một tháng. Số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau đúng 18 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi mà anh Quốc phải trả là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian anh Quốc vay.

A. 10773700 (đồng). C. 10774000 (đồng).
B. 10773000 (đồng). D. 10773800 (đồng).

Đáp án: C.

Hướng dẫn giải: Số tiền m anh Quốc phải trả hàng tháng là:

$$m = \frac{100.0,011.(1,011)^{18}}{(1,011)^{18} - 1} . 10^6.$$

Tổng số tiền lãi anh Quốc phải trả là: $(m.18 - 100)10^6 \approx 10774000$ (đồng)

Bài toán 81: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là $mmHg$) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức là P giảm theo công thức $P = P_0.e^{xi}$. Trong đó $P_0 = 760mmHg$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở

độ cao $1000m$ thì áp suất của không khí là $672,71mmHg$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao $3000m$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)?

- A. $P = 531mmHg$. B. $P = 530mmHg$. C. $P = 528mmHg$. D. $P = 527mmHg$.

Đáp án: 1

D.

Hướng dẫn giải: Theo đề ta có $672,71 = 760.e^{1000i} \Leftrightarrow i = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}$.

Vậy $P = 760.e^{3000.i} \approx 527mmHg$

***Lưu ý:** Nếu các em làm tròn kết quả ngay từ lúc tính i thì sẽ cho kết quả cuối cùng là $530mmHg$ như vậy sẽ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài toán 82: Năm 1994, tỉ lệ khí CO_2 trong không khí là $\frac{358}{10^6}$. Biết rằng tỉ lệ thể tích khí

CO_2 trong không khí tăng $0,4\%$ hàng năm. Hỏi năm 2016, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là bao nhiêu? Giả sử tỉ lệ tăng hàng năm không đổi. Kết quả thu được gần với số nào sau đây nhất?

- A. $\frac{391}{10^6}$. B. $\frac{390}{10^6}$. C. $\frac{7907}{10^6}$. D. $\frac{7908}{10^6}$.

Đáp án: A.

Từ 1994 đến 2016 là 22 năm. Vậy tỉ lệ thể tích khí CO_2 năm 2016 trong không khí là

$$\frac{358.1,004^{22}}{10^6} \approx \frac{391}{10^6}$$

Bài toán 83: Số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố. Hỏi nếu viết trong hệ thập phân, số đó có bao nhiêu chữ số?

- A. 227831 chữ số. C. 227832 chữ số.
B. 227834 chữ số. D. 227835 chữ số.

Đáp án:

Hướng dẫn giải:

$$p = 2^{756839} - 1 \Leftrightarrow \log(p+1) = \log 2^{756839} \Leftrightarrow \log(p+1) = 756839 \cdot \log 2 \approx 227831,24.$$

Vậy số p này có 227832 chữ số.

Bài toán 84: Để xác định một chất có nồng độ pH , người ta tính theo công thức

$$pH = \log \frac{1}{[H^+]}, \text{ trong đó } [H^+] \text{ là nồng độ ion } H^+. \text{ Tính nồng độ } pH \text{ của } Ba(OH)_2$$

(Bari hidroxit) biết nồng độ ion H^+ là $10^{-11} M$.

- A. $pH = 11$. B. $pH = -11$. C. $pH = 3$. D. $pH = -3$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn giải: $pH = \log \frac{1}{[H^+]} = -\log 10^{-11} = 11$.

Bài toán 85. Người ta thả một lá bèo vào một hồ nước. Kinh nghiệm cho thấy sau 9 giờ, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

- A. 3. B. $\frac{10^9}{3}$.
C. $9 - \lg 3$. D. $\frac{9}{\lg 3}$.

Đáp án C.

Gọi t là số giờ lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ.

Lượng lá bèo đầy mặt hồ là: 10^9 .

$$\Rightarrow \text{Lượng lá bèo } \frac{1}{3} \text{ mặt hồ là: } \frac{10^9}{3}$$

$$10^t = \frac{10^9}{3} \Rightarrow t = \log_{10} \frac{10^9}{3} = 9 - \lg 3.$$

Bài toán 86. Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các cộng sự tại nhóm nghiên cứu Đại học Central Mis-souri, Mỹ vừa công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố

này là một dạng số nguyên tố Mersenne, có giá trị bằng $M = 2^{74207281} - 1$. Hỏi M có bao nhiêu chữ số?

A. 2233862 chữ số.

B. 22338618 chữ số.

C. 22338617 chữ số.

D. 2233863 chữ số.

Hướng dẫn giải.

$$\log M \approx \log 2^{74207281} = 74207281 \cdot \log 2 \approx 22338617$$

Đáp án C.

Bài toán 87. Nhà toán học người Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ với n là số nguyên dương không âm. Fermat dự đoán F_n là số nguyên tố, nhưng Euler đã chứng minh được F_5 là hợp số. Hãy tìm số chữ số của F_{13} .

A. 1243 chữ số.

B. 1234 chữ số.

C. 2452 chữ số.

D. 2467 chữ số.

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có } F_{13} = 2^{2^{13}} + 1.$$

$$\text{Suy ra } \log F_{13} \approx \log 2^{2^{13}} = 2^{13} \cdot \log 2 \approx 2467.$$

Đáp án D.