

GIẢI NHANH TRẮC NGHIỆM HÌNH KHÔNG GIAN
PHẦN: THỂ TÍCH
(Thành công là giúp người khác thành công hơn mình)

Like page <http://facebook.com/habacsqu> để nhận thêm nhiều tài liệu hơn nữa.

Video bài giảng được phát miễn phí tại <http://youtube.com/habacsqu>

Phần 3: HÌNH CHÓP ĐỀU + LĂNG TRỤ

MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, $SC = 2a$, $AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC . Thể tích khối chóp $S.ABH$ có giá trị là?

A. $\frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$

B. $\frac{7a^3\sqrt{11}}{32}$

C. $\frac{7a^3\sqrt{21}}{96}$

D. $\frac{7a^3\sqrt{21}}{32}$

Hướng dẫn giải

Ở bài này, để tính được thể tích của khối chóp $S.ABH$ chúng ta có thể tích bằng hai cách, một là cách thông thường (tìm đáy là chiều cao) hoặc dùng tỉ số thể tích.

Ở đây, chúng ta sẽ tìm bằng cách thông thường nhé. (Vì nó đơn giản hơn).

Trước tiên, chúng ta có nhận xét rất quan trọng đó là SC vuông góc với (ABH) nên SH là đường cao của hình chóp $S.ABH$.

Chúng ta đi tính lần lượt từng thông số:

$$S_{ABH} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot HI = \frac{1}{2} \cdot a \cdot HI$$

Để tính nhanh được HI chúng ta phải nhận thấy một điều hết sức quan trọng như sau:

Diện tích tam giác SIC có thể tính bằng:

$$S_{SIC} = \frac{1}{2} \cdot IC \cdot SO = \frac{1}{2} SC \cdot IH \Rightarrow IH = \frac{IC \cdot SO}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{SC^2 - CO^2}}{2a}$$

$$= \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}{2a} = \frac{a\sqrt{11}}{4}$$

$$\Rightarrow S_{ABH} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{11}}{4} = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}$$

Đường cao:

$$SH = SC - CH = 2a - \sqrt{IC^2 - IH^2} = 2a - \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{11}}{4}\right)^2} = \frac{7a}{4}$$

Cuối cùng:

$$V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{11}}{8} = \frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$$

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Chú ý, đối với lăng trụ, có 2 loại là **lăng trụ tam giác** hoặc **lăng trụ tứ giác**. Chiều cao của lăng trụ chính là **khoảng cách từ một điểm bất kỳ ở mặt đáy trên đến mặt đáy dưới** (chân đường cao nằm trong hoặc ngoài đáy tùy ý).

Hình lăng trụ có đặc điểm:

- Các cạnh bên song song + bằng nhau.
- Các mặt bên là hình bình hành.
- Hai mặt đáy song song và bằng nhau.
- Đối với lăng trụ đứng: Độ dài cạnh bên chính là chiều cao của khối lăng trụ (cạnh bên vuông góc với đáy).
- Đối với lăng trụ đều: lăng trụ đứng + đáy là đa giác đều.

(Ví dụ lăng trụ tam giác đều thì em hiểu là, đó là lăng trụ đứng + đáy là tam giác đều).

Ví dụ 1: Cho lăng trụ đứng, $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC làm tam giác vuông tại B , $BA = BC = a$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có giá trị là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

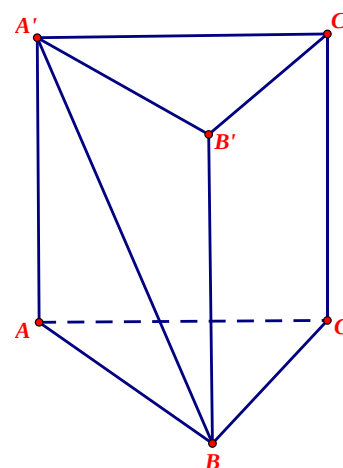
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Chúng ta mô phỏng nhanh hình vẽ, nếu bạn nào rành rồi thì ở bài này có thể không cần, nhưng để chắc ăn khi đi thi, chúng ta nên làm dù biết 😊.

Bài này cực kỳ đơn giản, vì đã cho là lăng trụ đứng thì chiều cao chính là AA' hoặc BB' hoặc CC' .

Góc giữa $A'B$ và (ABC) chính là góc $\widehat{A'BA} = 60^\circ$.

Chúng ta tính ngay được AA' .



$$AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{ABCA'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

Chọn A.

Ví dụ 2: Cho lăng trụ tam giác đều, $ABC.A'B'C'$, $AB = a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của lăng trụ trên là bao nhiêu?

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Để giải quyết bài này, chúng ta phải hiểu đề, đề bài cho **lăng trụ tam giác đều** thì em phải hiểu, hình này là **lăng trụ đứng** và **đáy là tam giác đều**.

Và nhớ một kỹ thuật nữa đó là kỹ thuật xác định góc giữa hai mặt phẳng. Đó chính là góc $\widehat{A'IA} = 60^\circ$ (chỉ cần lấy I là trung điểm của BC là xong).

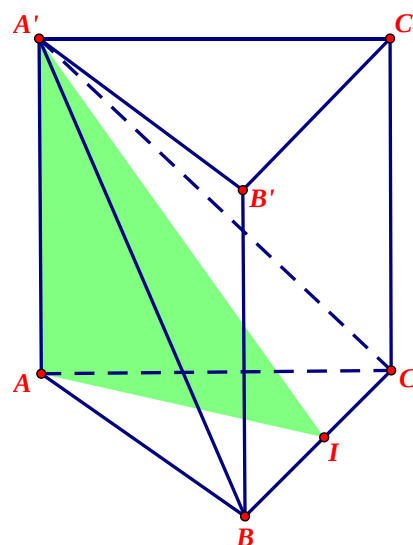
Tiến hành phác họa hình vẽ:

Vì **đáy là tam giác đều** nên diện tích tính nhanh được:

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Để tính được AA' . Chúng ta phải tính AI (chính là đường cao của tam giác đều ABC).

$$AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AA' = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{3a}{2} \Rightarrow V_{LT} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$



Ví dụ 3: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AC . Góc giữa $A'B$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích của lăng trụ là bao nhiêu?

A. $2a^3$ B. $3a^3$ C. a^3 D. $4a^3$

Trước tiên, các bạn phải phác họa được hình vẽ, chú ý dữ kiện: hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AC .

Gọi H là trung điểm của AC .

Khi đó các bạn xác định nhanh góc giữa $A'B$ và (ABC) là góc $\widehat{A'BH} = 45^\circ$.

Nhận thấy ngay, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B nên ta có:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 = 2AB^2 = 2BC^2 = 4a^2$$

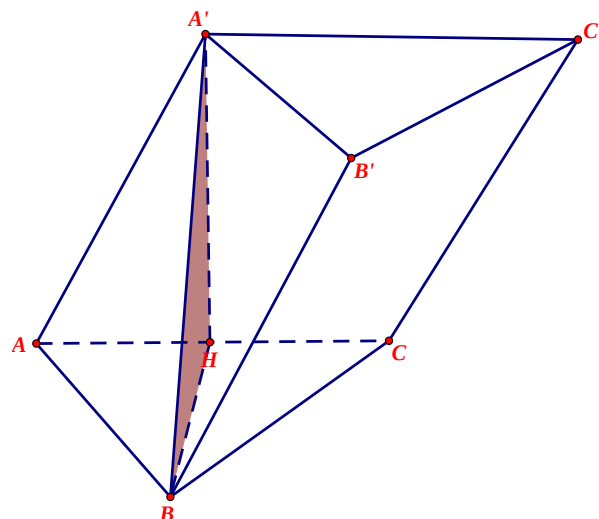
$$\Rightarrow BA = BC = a\sqrt{2}$$

Để tính $A'H$ ta phải biết được BH . Và quan trọng hơn là các bạn phải nhận diện nhanh tam giác $A'BH$ là tam giác vuông cân nên $BH = A'H$.

Mặt khác, ta lại thấy BH là đường trung tuyến xuất phát từ góc vuông của tam giác vuông ABC , nên BH bằng một nửa cạnh huyền $\Rightarrow BH = A'H = a$.

$$V_{LT} = A'H \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^3$$

Chọn C.



Ví dụ 4: Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên mặt phẳng đáy là giao điểm của AC và BD . Góc giữa (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của lăng trụ là bao nhiêu?

A. $\frac{3a^3}{2}$

B. $\frac{4a^3}{3}$

C. $\frac{5a^3}{4}$

D. $\frac{6a^3}{5}$

Việc đầu tiên sau khi vẽ hình là gọi H là giao điểm của AC và BD . Và có ngay A_1H là chiều cao của hình lăng trụ.

Vấn đề hết sức quan trọng tiếp theo là góc giữa (ADD_1A_1) và $(ABCD)$. Để xác định được góc này, chúng ta phải hết sức thành thạo góc giữa hai mặt phẳng.

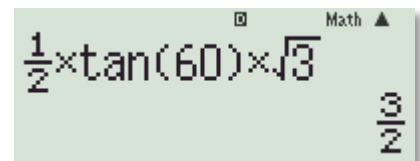
Gọi I là trung điểm của AD :

Xác định góc: Hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ cắt nhau theo giao tuyến AD .

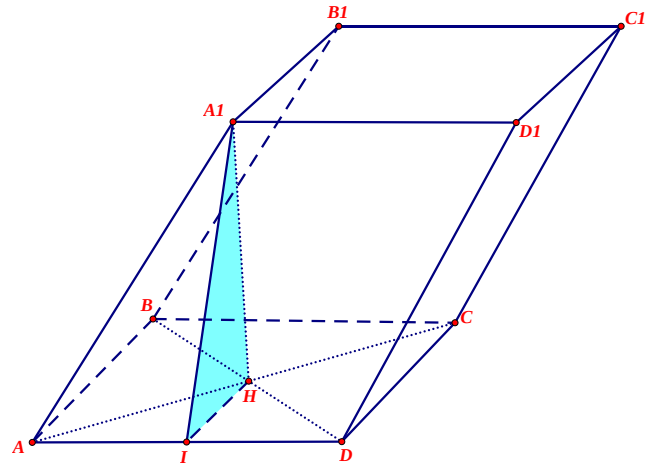
Ta có: $HI \perp AD, A_1I \perp AD \Rightarrow \widehat{(ADD_1A_1); (ABCD)} = \widehat{A_1IH} = 60^\circ$.

Tính thể tích rất đơn giản:

$$\begin{aligned} V_{LT} &= A_1H \cdot S_{ABCD} = IH \cdot \tan 60^\circ \cdot AB \cdot AD \\ &= \frac{1}{2} AB \cdot \tan 60^\circ \cdot AB \cdot AD \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2} \end{aligned}$$



Chọn A.



Ví dụ 5: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Tam giác $A'AC$ vuông cân. $A'C = a$. Thể tích của hình hộp trên là?

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Vì đây là hình hộp có đáy là hình vuông, mà tam giác $A'AC$ còn vuông cân nên ta có:

$$AA'^2 + AC^2 = A'C^2 = 2AA'^2 = 2AC^2 = a^2$$

$$\Rightarrow AA' = AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Đáy là hình vuông nên đường chéo bằng **cạnh $\times \sqrt{2}$**

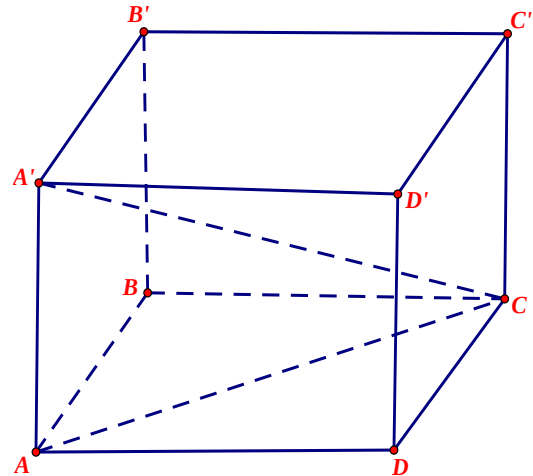
Để tìm cạnh chỉ việc lấy **đường chéo chia $\sqrt{2}$**

$$AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$$

$$V_{HỘP} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$$

Chọn **D**.

Chú ý: Khối lập phương chính là khối hộp vuông có dài – rộng – cao bằng nhau.



Ví dụ 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a, BC = 4a, AA' = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Tỷ số thể tích của khối chóp $D'DMN$ và khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là?

A. 8

B. 1/6

C. 1/8

D. 6

Chú ý: Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

Chúng ta tiến hành vẽ hình.

Tính thể tích từng cái rồi lập tỷ số nhé.

$$V_{ABCD.A'B'C'D} = AA' \cdot S_{ABCD} = 3a \cdot 2a \cdot 4a = 24a^3$$

Còn thể tích của $D'DMN$ nhìn nhanh chúng ta thấy

nó có đường cao là $DD' = AA' = 3a$

Còn diện tích đáy các bạn sẽ ấn máy tính nhanh

như sau: (ấn để nhanh chứ nhầm mất time)

$$\begin{aligned} S_{DMN} &= S_{ABCD} - S_{ADM} - S_{BMN} - S_{DCN} \\ &= 2a \cdot 4a - \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot a - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 3a^2 \end{aligned}$$

$$V_{D'DMN} = \frac{1}{3} \cdot DD' \cdot S_{DMN} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 3a^2 = 3a^3$$

Cuối cùng, các bạn lấy tỷ số của hai thể tích này, chú ý yêu cầu đề bài để biết lấy cái nào chia cái nào. Kết quả ra đáp án **C**. **Tránh nhầm với đáp án A.**

