

MÔN TOÁN
PHẦN I. ĐỀ THI
ĐỀ 1

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2013 - 2014

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Giải các phương trình sau đây:

1. $(x^2 + 6)x = (3x^2 + 2)\sqrt{2}$;

2. $\frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} + \frac{x}{x + 1} = \frac{2}{x - 1}$.

Câu 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (\sqrt{3} + 1)x + y = \sqrt{3} - 1 \\ x + (\sqrt{3} - 1)y = \sqrt{3} + 1. \end{cases}$$

Câu 3. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3\text{cm}$ và điểm A sao cho $OA = 5\text{cm}$. Vẽ 2 tiếp tuyến AB và AC của đường tròn đó (B, C là các tiếp điểm). Tính độ dài đoạn BC.

Câu 4. Cho biểu thức $A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$, ($x > 0$).

1. Tìm giá trị của x để $A = \frac{7}{2}$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ với ba góc nhọn, các đường cao AA' , BB' , CC' cắt nhau tại H.

1. Chứng minh rằng $A'A$ là đường phân giác của góc $\widehat{B'A'C'}$.

2. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp $\triangle HBC$ bằng đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = ax - a + 2$ và parabol (P): $y = x^2$.

1. Tìm giá trị của a để đường thẳng (d) đi qua điểm $S(1; 2)$ và khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

2. Tìm giá trị của a để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm A, B sao cho $AS = SB$.

ĐỀ 2

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2014 - 2015

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Cho biểu thức $M = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}}$, ở đó $0 < x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức M;

2. Tìm giá trị của x để $M = 5$.

Câu 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \sqrt{2}y = 2 + \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x + y = 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Câu 3. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3\text{cm}$ nội tiếp hình thoi ABCD có đường chéo $AC = 10\text{cm}$. Tính diện tích của hình thoi ABCD.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (m + 1)x - 2m$ và parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

1. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'): $y = 3x + 4$.

2. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương.

Câu 5. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn cho trước, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và một cát tuyến ADE (B, C, D, E thuộc đường tròn đó và $AD < AE$).

1. Chứng minh rằng $BD \cdot CE = CD \cdot BE$.

2. Hạ AH vuông góc với BD, AG vuông góc với CD. Chứng minh rằng $\frac{AH}{AG} = \frac{BD}{CD}$.

Câu 6. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ và $S_n = x_1^n + x_2^n$, $n = 1; 2; 3; \dots$. Chứng minh công thức $S_{n+2} = 3S_{n+1} - S_n$ và tính $S_6 = x_1^6 + x_2^6$.

Câu 7. Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1}$.

ĐỀ 3

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$, với $0 < x \neq 1$.

1. Rút gọn P;

2. Tìm x để $P < 2$.

Câu 2. Giải phương trình $\frac{4}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$.

Câu 3. Tìm a và b để hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = \sqrt{3} \\ x + ay = \sqrt{3} \end{cases}$ nhận $x = 1; y = 1 + \sqrt{3}$ là nghiệm.

Câu 4. Một robot di chuyển với vận tốc không đổi 2m/phút trên mặt sân trong thời gian 15 phút. Robot chuyển động thẳng, ngoại trừ ba lần rẽ vuông góc sang trái tại các thời điểm là 9 phút, 12 phút và 14 phút, tính từ thời điểm xuất phát. Giả sử robot xuất phát từ vị trí A và kết thúc di chuyển ở vị trí B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

1. Gọi A, B là hai điểm thuộc đồ thị (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Viết phương trình đường thẳng AB.

2. Tìm m để đường thẳng (d) có phương trình $y = -x - m + 2$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + 20 = x_1^2 x_2^2$.

Câu 6. Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến PA, PB tới (O). Qua điểm C bất kì trên đoạn AB, kẻ đường thẳng (d) vuông góc với OC. Đường thẳng (d) cắt các tiếp tuyến PA, PB tại L và K.

1. Chứng minh rằng $\widehat{AOL} = \widehat{BOK}$ và tứ giác PKOL nội tiếp.

2. Chứng minh rằng C là trung điểm của KL và $KL \geq AB$.

Câu 7. Cho $x + y \geq 6$. Chứng minh rằng $x(x-1) + y(y-1) \geq 12$. Khi nào dấu bằng xảy ra?

ĐỀ 4

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2016 - 2017

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1.

1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$, với $0 \leq x \neq 1$.

2. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$, với $a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$; $b = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$.

Câu 2. Giải phương trình $\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0$.

Câu 3. Trong một trận bóng đá, ban quản lý sân vận động bán được 40.000 vé, bao gồm vé loại I và vé loại II. Giá vé loại I là 100.000 đồng, giá vé loại II là 50.000 đồng. Số tiền thu được từ bán vé là 2,5 tỉ đồng. Hỏi có bao nhiêu vé loại I, bao nhiêu vé loại II?

Câu 4. Cho tam giác ABC cân tại A , có cạnh bên $AB = 10\text{cm}$ và chiều cao $BE = 6\text{cm}$. Tính độ dài đường cao AH .

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = x + m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$, với m là tham số.

1. Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.

2. Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B khác O thỏa mãn điều kiện $OA \perp OB$.

Câu 6. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn tâm O , ở đó B, O, D không thẳng hàng. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D trên AB và BC .

1. Chứng minh $DH \cdot DC = DK \cdot DA$ và $HK < AC$.

2. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của HK và AC . Chứng minh $DP \perp PQ$.

Câu 7. Tìm c để phương trình $x^4 - 4x^2 + 4cx - c^2 = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

ĐỀ 5**Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2017 - 2018**

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$, ở đó $0 < x \neq 4$.

1. Chứng tỏ rằng $P = \frac{2\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$.

2. Tìm x để $P \cdot \sqrt{x} = \frac{2}{3}$.

Câu 2. Giải phương trình $\frac{5}{x^2-2x+2} - \frac{8}{x^2-2x+5} = 3$.

Câu 3. Trong chuyến du lịch hè năm nay, bằng phương tiện máy bay; một gia đình có 2 người lớn và 2 trẻ em mua vé hết 3.700.000 đồng; một gia đình khác có 4 người lớn và 3 trẻ em mua vé hết 6.750.000 đồng. Hỏi giá vé máy bay của một người lớn và giá vé máy bay của một trẻ em là bao nhiêu?

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$, $d_2: y = -x - 5$ và $d_3: y = mx + 3m - 1$. Tìm m để 3 đường thẳng đã cho đồng quy.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = x + 1$ và parabol $(P): y = 2x^2$.

Tim tọa độ các giao điểm của d và (P) . Gọi A, B là hai giao điểm của d và (P) . Tính diện tích của tam giác OAB .

Câu 6. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến MA và MB đến đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của MO và AB .

1. Chứng minh rằng $AB^2 = 4MH.HO$.

2. Điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AH . Đường thẳng MC cắt đường tròn tại hai điểm E, F (E nằm giữa M và F). Điểm I là trung điểm của EF . Chứng minh rằng tứ giác $MAIB$ nội tiếp và $IB = 3IA$.

3. Chứng minh rằng $\frac{CE}{CI} = \frac{CM}{CF}$.

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{9}{4-x} + \frac{4}{x}$ với $0 < x < 4$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN - TRẢ LỜI - ĐÁP SỐ

ĐỀ 1

Câu 1.1. Đưa phương trình về $x^3 - 3x^2\sqrt{2} + 3x(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^3 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})^3 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$

2. Điều kiện $x \neq \pm 1$, đưa phương trình về $2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (loại); $x = \frac{1}{2}$. Vậy $x = \frac{1}{2}$.

Câu 2. Từ phương trình đầu $y = \sqrt{3} - 1 - (\sqrt{3} + 1)x$ (*) thế vào phương trình sau, ta được $x = 3 - 3\sqrt{3}$. Thế $x = 3 - 3\sqrt{3}$ vào (*), ta được $y = 5 + \sqrt{3}$.

Câu 3. Vì ΔOAB vuông ở B nên $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = 4(\text{cm})$.

Gọi H là giao điểm của OA và $BC \Rightarrow BC \perp OA$ và $BH = HC$

nên $BC = 2BH = 2 \frac{BA \cdot BO}{AO} = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{5} = 4,8(\text{cm})$.

Câu 4.1. Với $x > 0$, $A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x})^2 - 5\sqrt{x} + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \text{ hoặc } \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4 \text{ hoặc } x = \frac{1}{4}.$$

2. Ta có $A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$. Khi $x = 1$ thì $A = 3$. Vậy $\min(A) = 3$.

Câu 5.1. Tứ giác $A'BC'H$ nội tiếp nên $\widehat{ABB'} = \widehat{C'A'A}$;

Tứ giác $A'CB'H$ nội tiếp nên $\widehat{ACC'} = \widehat{B'A'A}$.

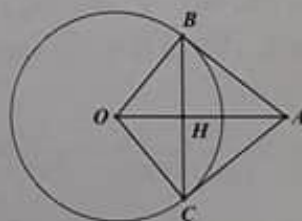
Lại có $\widehat{ABB'} = 90^\circ - \widehat{BAB'} = 90^\circ - \widehat{CAC'} = \widehat{ACC'}$ cho nên ta được $\widehat{C'A'A} = \widehat{B'A'A}$.

2. Kéo dài AA' cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại K . Nối BK, CK ta có $\widehat{BAK} = \widehat{BCK}$ (góc nội tiếp chắn $\widehat{BK}$).

Lại có $\widehat{BAK} = 90^\circ - \widehat{ABC} = \widehat{C'CB}$ nên $\widehat{BCK} = \widehat{C'CB}$. Từ đó

$\Delta A'KC = \Delta A'HC \Rightarrow KC = HC$.

Từ $KC = HC$, $\widehat{C'CB} = \widehat{BCK}$ suy ra $\Delta BHC = \Delta BKC$ nên đường tròn ngoại tiếp ΔBHC bằng đường tròn ngoại tiếp ΔBKC chính là đường tròn ngoại tiếp ΔABC .



Cách 2. Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC, \triangle HBC$. Tia AH cắt (O) tại K . Sử dụng quan hệ góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn một cung của (O) và của (O') , ta được $\widehat{BOC} = \widehat{BO'C}$ cho nên $\triangle BO'C = \triangle BOC$. Vậy $OB' = BO$.

Câu 6.1. $S(1; 2) \in (d) \Leftrightarrow 2 = a \cdot 1 - a + 2, \forall a \in \mathbb{R}$.

Hạ $OH \perp (d)$, ta có $OH \leq OS$ nên OH lớn nhất $\Leftrightarrow H = S \Leftrightarrow (d) \perp OS$.

Ta có (d) cắt trục Oy tại $C(0; 2-a)$ nên

$$(d) \perp OS \Leftrightarrow OS^2 + SC^2 = OC^2 \Leftrightarrow (1^2 + 2^2) + (1^2 + a^2) = (2-a)^2 \Leftrightarrow a = -1/2.$$

2. Điều kiện $x^2 = ax - a + 2 \Leftrightarrow x^2 - ax + a - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (x_1, x_2 là hoành độ của A, B). Ta có $\Delta = a^2 - 4a + 8 = (a-2)^2 + 4 > 0, \forall a \in \mathbb{R}$.

Hạ AA', BB', SS' cùng vuông góc với trục hoành, ta thấy $AS = SB$

$$\Leftrightarrow A'S' = S'B' \Leftrightarrow 1 - x_1 = x_2 - 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow a = 2.$$

Khi đó $(d): y = 2x$ và $A(0; 0), B(2; 4)$.

ĐỀ 2

Câu 1.1. $M = \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} + \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{2x+2}{\sqrt{x}}.$

2. $M = 5 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{\sqrt{x}} = 5 \Leftrightarrow 2(\sqrt{x})^2 - 5\sqrt{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2}; \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}; x = 4.$

Câu 2. Giải bằng phương pháp cộng đại số hoặc phương pháp thế.

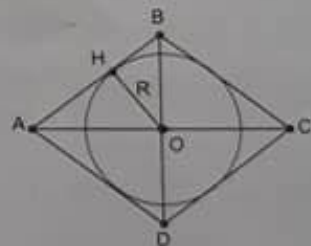
Nhân phương trình đầu với -1 , phương trình sau với $\sqrt{2}$ cộng lại được $x = 2$. Nhân phương trình đầu với $\sqrt{2}$, phương trình sau với -1 cộng lại được $y = 1$. Vậy $x = 2; y = 1$.

Câu 3. Giả sử (O) tiếp xúc AB ở H , ta có $OH = R = 3\text{cm}$ và

$OH \perp AB$:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{9} - \frac{1}{25} = \frac{16}{9 \cdot 25} \Rightarrow OB = \frac{15}{4}$$

Diện tích hình thoi bằng $S = 4 \left(\frac{1}{2} OA \cdot OB \right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{15}{4} = \frac{75}{2} (\text{cm}^2).$



Câu 4.1. Ta có $(d) // \equiv (y = \pm x)$ nên $m+1 = \pm 1 \Leftrightarrow m = 0; m = -2.$

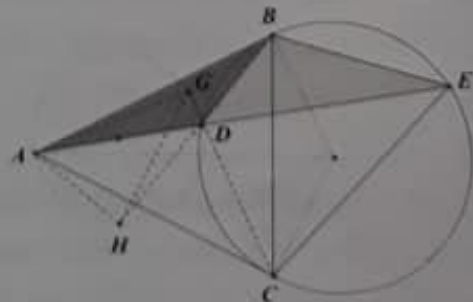
2. Ta có $\frac{1}{2}x^2 = (m+1)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2

Điều kiện là: $\Delta' = (m+1)^2 - 4m = (m-1)^2 > 0; x_1, x_2 = 4m > 0; x_1 + x_2 = 2(m+1) > 0 \Leftrightarrow 0 < m \neq 1.$

Câu 5.1. $\triangle ADB \sim \triangle ABE$ vì $\hat{A}$ chung, $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$.

Từ đó suy ra $\frac{BD}{EB} = \frac{AB}{AE}$ (1).

Tương tự $\triangle ADC \sim \triangle ACE$ suy ra $\frac{CD}{EC} = \frac{AC}{AE}$ (2).



Nhưng $AB = AC$ nên từ (1) và (2) suy ra $\frac{BD}{EB} = \frac{CD}{EC}$, do đó ta được $BD \cdot CE = BE \cdot CD$.

2. Tứ giác $AGDH$ nội tiếp suy ra $\widehat{AGH} = \widehat{ADH} = \widehat{BDE} = \widehat{BCE}$ và $\widehat{AHG} = \widehat{ADG} = \widehat{CDE} = \widehat{CBE}$

Từ đó ta được $\triangle AHG \sim \triangle EBC$ nên $\frac{AH}{EB} = \frac{AG}{EC}$ hay $\frac{AH}{AG} = \frac{EB}{EC} = \frac{BD}{CD}$.

Câu 6. Vì $\Delta = 5 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và ta có hai đẳng thức $x_1^2 = 3x_1 - 1$; $x_2^2 = 3x_2 - 1$. Nhân hai vế của đẳng thức đầu với x_1^6 , đẳng thức sau với x_2^6 rồi cộng lại, ta được công thức cần phải chứng minh.

$$\bullet S_1 = x_1 + x_2 = 3; S_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7;$$

$$S_3 = 3S_2 - S_1 = 3 \cdot 7 - 3 = 18; S_4 = 3S_3 - S_2 = 3 \cdot 18 - 7 = 47;$$

$$S_5 = 3S_4 - S_3 = 3 \cdot 47 - 18 = 123; S_6 = 3S_5 - S_4 = 3 \cdot 123 - 47 = 322. \text{ Vậy } S_6 = 322.$$

Chú ý. Ta có thể tính S_6 như sau: $S_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$ nên

$$S_6 = x_1^6 + x_2^6 = (x_1^2)^3 + (x_2^2)^3 = (x_1^2 + x_2^2)^3 - 3x_1^2x_2^2(x_1^2 + x_2^2) = 7^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot 7 = 322.$$

Câu 7. Cách 1. Thay $y = 1 - x$ ta được $P = \frac{x}{x+1} + \frac{1-x}{2-x} = \frac{1+2x-2x^2}{2+x-x^2} = 2 - \frac{3}{2+x-x^2}$ nên P lớn

$$\text{nhất} \Leftrightarrow \frac{3}{2+x-x^2} \text{ đạt nhỏ nhất} \Leftrightarrow 2+x-x^2 = \frac{9}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi ấy } x = y = \frac{1}{2} \text{ và } P = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } \max(P) = \frac{2}{3}.$$

Cách 2. Trước hết chứng minh được $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ với $a > 0, b > 0$.

$$\text{Thật vậy, do } a > 0, b > 0 \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0.$$

Ta có $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} = 2 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}\right)$. Nhưng $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} \geq \frac{4}{x+1+y+1} = \frac{4}{3}$ cho nên

$$P \leq 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}. \text{ Khi } x = y = \frac{1}{2} \text{ thì } P = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } \max(P) = \frac{2}{3}.$$

Cách 3. Trước hết chứng minh $P \leq \frac{2}{3}$. Thật vậy, do $x > 0, y > 0$ và $x + y = 1$ nên

$$P \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3[x(y+1) + y(x+1)] \leq 2[(x+1)(y+1)] \Leftrightarrow 4xy \leq 1.$$

Nhưng cũng vì $x > 0, y > 0$ và $x + y = 1$ nên ta có $4xy \leq 4\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 1$.

$$\text{Khi } x = y = \frac{1}{2} \text{ thì } P = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } \max(P) = \frac{2}{3}.$$

ĐỀ 3

$$\text{Câu 1.1. } P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{2(\sqrt{x}+1) - 2 + x}{x(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{x(\sqrt{x}+1)}{x+2\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$2. \text{ Với } 0 < x \neq 1, \text{ ta có: } P < 2 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}-1} < 2 \Leftrightarrow \frac{x-2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2 + 1}{\sqrt{x}-1} < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1. \text{ Kết hợp điều kiện ta được } 0 < x < 1.$$

Câu 2. Điều kiện $0 \leq x \neq 4$. Đưa phương trình về $(\sqrt{x})^2 - 3\sqrt{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1, \sqrt{x} = 2$

$\Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn), $x = 4$ (loại). Vậy $x = 1$.

Câu 3. Đưa về giải hệ $\begin{cases} a+b(1+\sqrt{3})=\sqrt{3} \\ 1+a(1+\sqrt{3})=\sqrt{3} \end{cases}$. Ta được $\begin{cases} a=2-\sqrt{3} \\ b=4-2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 4. Từ đề bài ta có robot đi theo sơ đồ bên:
Trong đó quãng đường AM đi trong 9 phút,
quãng đường MN robot đi trong 3 phút, quãng
đường NP robot đi trong 2 phút và quãng
đường PB robot đi trong 1 phút.



Theo bài ra ta có: AM = 18 (m), MN = 6 (m), NP = 4 (m), PB = 2 (m)

Kẻ BH $\perp$ AM, khi đó $\begin{cases} AH = AM - MH = AM - NP = 14 \text{ (m)} \\ BH = PH - PB = MN - PB = 4 \text{ (m)} \end{cases}$

Theo định lý Pytago, ta có $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{14^2 + 4^2} = \sqrt{212}$ (m).

Vậy độ dài AB = $\sqrt{212}$ (m) = $2\sqrt{53}$ (m) $\approx 14,56$ (m).

Câu 5.1. Tìm được $A\left(-1; \frac{1}{2}\right); B(2; 2)$. Vì $x_A \neq x_B$ nên phương trình AB có dạng $y = ax + b$ (*)

Thay tọa độ A, B vào (*) ta được $\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$.

Vậy phương trình đường thẳng AB là $y = \frac{1}{2}x + 1$.

2. Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{1}{2}x^2 + x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2m - 4 = 0$ (*)

Có $\Delta' = 5 - 2m$, d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (*) có hai nghiệm phân biệt

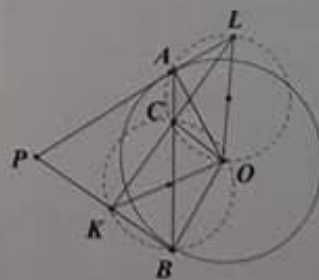
$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$. Theo định lý Viet có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = 2m - 4 \end{cases}$. Theo giả thiết $x_1^2 + x_2^2 + 20 = (x_1 x_2)^2$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 20 = (x_1 x_2)^2 \Leftrightarrow 4 - 4(m - 2) + 20 = (2m - 4)^2$

$\Leftrightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4 \vee m = -1$ mà $m < \frac{5}{2}$ nên $m = -1$. Vậy $m = -1$.

Câu 6.1. Không mất tính tổng quát, coi K thuộc đoạn PB và L thuộc tia đối của tia AP.

Các điểm C, B nhìn OK dưới góc vuông, nên KBOC nội tiếp; tương tự các điểm C, A nhìn OL dưới góc vuông, nên tứ giác OCAL nội tiếp. Từ đó ta có $\widehat{BOK} = \widehat{BCK} = \widehat{ACL} = \widehat{AOL}$, cho nên $\widehat{KOL} = \widehat{BOA} = 180^\circ - \widehat{APB} = 180^\circ - \widehat{LPK} \Rightarrow \widehat{KOL} + \widehat{KPL} = 180^\circ$ suy ra tứ giác PKOL nội tiếp.



2. Xét các tam giác vuông OBK và OAL ta có $\begin{cases} \widehat{BOK} = \widehat{AOL} \\ OA = OB \end{cases} \Rightarrow \Delta OBK = \Delta OAL \Rightarrow OK = OL$.

Tam giác cân OKL có $OC \perp KL$ nên C là trung điểm KL. Các tứ giác KBOC và OCAL nội tiếp nên $\widehat{OBC} = \widehat{OKC}$ và $\widehat{OAC} = \widehat{OLC}$. Vậy $\Delta OKL \sim \Delta OBA$ nên $\frac{KL}{AB} = \frac{OK}{OB} \geq 1 \Rightarrow KL \geq AB$.

Câu 7. Ta có $(x - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 \geq 0 \Rightarrow x(x - 1) \geq 5x - 9$. Tương tự $y(y - 1) \geq 5y - 9$.

Từ đó $x(x-1) + y(y-1) \geq 5(x+y) - 18 \geq 5.6 - 18 = 12$. Khi $x=y=3$ thì đẳng thức xảy ra.

Cách 2. Trước tiên, ta chứng minh $2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$ ở đó a, b tùy ý. Thật vậy

$$2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0.$$

Ta có $x(x-1) + \frac{1}{4} + y(y-1) + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \left[\left(x - \frac{1}{2}\right) + \left(y - \frac{1}{2}\right) \right]^2 = \frac{1}{2} (x+y-1)^2 \geq \frac{1}{2} (6-1)^2 = \frac{25}{2}$ suy ra $x(x-1) + y(y-1) \geq \frac{25}{2} - \frac{1}{2} = 12$. Khi $x=y=3$ thì đẳng thức xảy ra.

ĐỀ 4

Câu 1.1. Rút gọn được $P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} \cdot (x - 2\sqrt{x} + 1) = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} - 1$.

2. Ta có $a = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} = 3 + 2\sqrt{2}$; $b = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow a + 1 = 4 + 2\sqrt{2}$; $b + 1 = 4 - 2\sqrt{2}$ cho nên

$$M = \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} = \frac{4 - 2\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2}}{16 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{8} = 1.$$

Câu 2. Điều kiện: $x \neq 0$; $x^2 + x - 5 \neq 0$.

Đặt $\frac{x^2 + x - 5}{x} = t$, ta được phương trình $t + \frac{3}{t} + 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = -3$.

+) Với $t = -1 \Rightarrow x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{6}$. (thỏa mãn)

+) Với $t = -3 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -5$. (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm là $S = \{1; -5; -1 \pm \sqrt{6}\}$.

Câu 3. Giả sử có x vé loại I và y vé loại II. ($x > 0, y > 0$). Ta có

$$\begin{cases} x + y = 40000 \\ 100000x + 50000y = 2500000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40000 \\ 2x + y = 50000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30000 \\ x = 10000 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, ta có số vé loại I là 10000, số vé loại II là 30000.

Câu 4. Xét tam giác vuông ABE, ta có

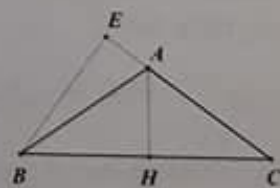
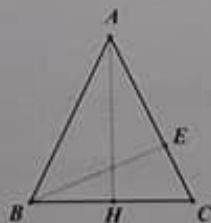
$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 8 \text{ cm}.$$

Xét hai trường hợp góc BAC nhọn hoặc tù.

+ Nếu góc A nhọn thì $EC = AC - AE = 2 \text{ (cm)}$.

Xét $\triangle BEC$ có $BC = \sqrt{BE^2 + EC^2} = 2\sqrt{10} \text{ (cm)}$;

Xét $\triangle ABC$, ta có $AH = \frac{AC \cdot BE}{BC} = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}$.



- Nếu góc A tù thì $EC = AC + AE = 18 \text{ (cm)}$. Xét $\triangle BEC$ có $BC = \sqrt{BE^2 + EC^2} = 6\sqrt{10} \text{ (cm)}$. Xét

$\triangle ABC$, ta có $AH = \frac{AC \cdot BE}{BC} = \sqrt{10} \text{ (cm)}$.

Cách khác. Gọi độ dài AH là $x \text{ (cm)}$, $x > 0$. Ta có $BH = HC = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{100 - x^2}$. Khi ấy,

xét $\triangle ABC$, ta có $AH \cdot BC = BE \cdot AC \Leftrightarrow 2x\sqrt{100 - x^2} = 6 \cdot 10 \Leftrightarrow x\sqrt{100 - x^2} = 30$

$$\Leftrightarrow x^2(100 - x^2) = 900 \Leftrightarrow x^4 - 100x^2 + 900 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10; x^2 = 90 \Leftrightarrow x = \sqrt{10}; x = 3\sqrt{10}.$$

Vậy $AH = \sqrt{10} \text{ cm}$ hoặc $AH = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}$.

Câu 5.1. Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$

$x = -1 \Rightarrow y = 1$; $x = 2 \Rightarrow y = 4$. Tọa độ hai giao điểm là $(-1; 1), (2; 4)$.

2. Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - m - 1 = 0$. Ta có (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{4}$.

Điều kiện $A, B \neq O \Leftrightarrow x_1 x_2 = -m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Phương trình OA: $y = ax$; OB: $y = bx$ nên

$$y_1 = ax_1 \Rightarrow a = \frac{y_1}{x_1} = \frac{x_1^2}{x_1} = x_1;$$

$$y_2 = ax_2 \Rightarrow a = \frac{y_2}{x_2} = \frac{x_2^2}{x_2} = x_2. \text{ Từ đó } OA \perp OB \Leftrightarrow a.b = -1 \Leftrightarrow x_1 x_2 = -m - 1 = -1 \Leftrightarrow m = 0 (T/M).$$

Câu 6.1. ABCD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KBD} = \widehat{CAD}; \widehat{BHD} = \widehat{BKD} = 90^\circ \Rightarrow$
BKDH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KHD} = \widehat{KBD}$. Từ đó $\widehat{KHD} = \widehat{CAD}$. Tương tự
 $\widehat{HKD} = \widehat{ACD}$ nên

$$\Delta DHK \sim \Delta DAC \Rightarrow \frac{DH}{DA} = \frac{DK}{DC} \Rightarrow DH.DC = DK.DA.$$

Bởi vì B, O, D không thẳng hàng suy ra $H \neq A$, nên tồn tại tam giác DAH vuông ở H và ta có $DH < DA$.

$$\text{Ta có } \Delta DHK \sim \Delta DAC \Rightarrow \frac{HK}{AC} = \frac{DH}{DA} < 1 \Rightarrow HK < AC.$$

2. Từ $\Delta DHK \sim \Delta DAC$ và $HP = \frac{1}{2}HK, AQ = \frac{1}{2}AC$ suy ra được $\Delta DHP \sim \Delta DAQ \Rightarrow \widehat{HDP} = \widehat{ADQ}$

$$\text{và } \frac{DH}{DA} = \frac{DP}{DQ}. \text{ Ta có } \widehat{HDP} = \widehat{ADQ} \Rightarrow \widehat{HDA} = \widehat{PDQ}; \frac{DH}{DA} = \frac{DP}{DQ} \Rightarrow \frac{DH}{DP} = \frac{DA}{DQ} \text{ cho nên}$$

$$\Delta DPQ \sim \Delta DHA \text{ suy ra } \widehat{DPQ} = \widehat{DHA} = 90^\circ \text{ hay là } DP \perp PQ.$$

Câu 7. Đưa phương trình về $(x^2)^2 - (2x - c)^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x + c)(x^2 + 2x - c) = 0$ (1).

Điều kiện (1) có đúng 3 nghiệm là $x^2 - 2x + c = 0$ (2) và $x^2 + 2x - c = 0$ (3) có 3 nghiệm riêng và chung phân biệt.

$$\text{Ta thấy (2) và (3) có nghiệm chung } x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 + c = 0 \\ x_0^2 + 2x_0 - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ c = x_0^2 + 2x_0 = 0 \end{cases}. \text{ Bởi vậy:}$$

khi $c = 0$ thì chúng có nghiệm chung và chỉ có một nghiệm chung; khi $c \neq 0$ thì chúng không có nghiệm chung.

+ (2) có 2 nghiệm, (3) có 1 nghiệm và chúng không có nghiệm chung:

$$\Delta_1' = 1 + c > 0, \Delta_2' = 1 - c = 0, c \neq 0 \Leftrightarrow c > -1, c = 1, c \neq 0 \Leftrightarrow c = 1;$$

+ (2) có 1 nghiệm, (3) có 2 nghiệm và chúng không có nghiệm chung:

$$\Delta_1' = 1 + c = 0, \Delta_2' = 1 - c > 0, c \neq 0 \Leftrightarrow c = -1, c < 1, c \neq 0 \Leftrightarrow c = -1;$$

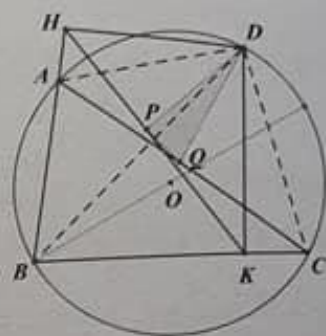
+ (2) có 2 nghiệm, (3) có 2 nghiệm và chúng có 1 nghiệm chung:

$$\Delta_1' = 1 + c > 0, \Delta_2' = 1 - c > 0, c = 0 \Leftrightarrow c > -1, c < 1, c = 0 \Leftrightarrow c = 0.$$

Kết luận: (1) có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi $c \in \{-1; 0; 1\}$.

ĐỀ 5

$$\text{Câu 1. Với } 0 < x \neq 4, P.\sqrt{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2x}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3x = \sqrt{x} + 2 \Leftrightarrow 3(\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} - 2 = 0$$



$$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(3\sqrt{x}+2)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \text{ (vì } 3\sqrt{x}+2>0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1 \text{ (thỏa mãn). Vậy } x=1.$$

Câu 2. Đặt $x^2 - 2x + 2 = t$ được $\frac{5}{t} - \frac{8}{t+3} = 3, t \neq 0; -3$. Đưa về $t^2 + 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = -5$.

$$+) t = -5 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = -5 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 7 = 0 \text{ vô nghiệm;}$$

$$+) t = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1. \text{ Vậy } x = 1.$$

Cách khác. Đk: $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 \neq 0, x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4 \neq 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$. Đưa về $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 16x + 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 - 2x + 7) = 0$
 $x-1=0 \Leftrightarrow x=1; x^2 - 2x + 7 = 0 \Leftrightarrow \emptyset$. Vậy $x=1$.

Câu 3. Gọi x, y (đồng) lần lượt là giá vé máy bay của một người lớn, của một trẻ em ($x > 0, y > 0$).
 Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 2y = 3\,700\,000 \\ 4x + 3y = 6\,750\,000 \end{cases}$$

Nhân phương trình đầu với 2, trừ đi phương trình sau, ta được $y = 650\,000$;

Thay $y = 650\,000$ vào phương trình đầu, suy ra $x = 1\,200\,000$. Vậy giá vé máy bay của một người lớn là 1 200 000 đ và giá vé máy bay của một trẻ em là 650 000 đ.

Câu 4. Điều kiện $m \neq 2; -1$. Ta có $y = 2x + 1 = -x - 5 \Rightarrow x = -2; y = -3$ nên hai đường thẳng đầu cắt nhau tại $A(-2; -3)$. Đường thẳng thứ ba qua A nên $-3 = m(-2) + 3m - 1 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 5. $y = 2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0; y = x + 1$
 $\Leftrightarrow x = 1, y = 2; x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$.

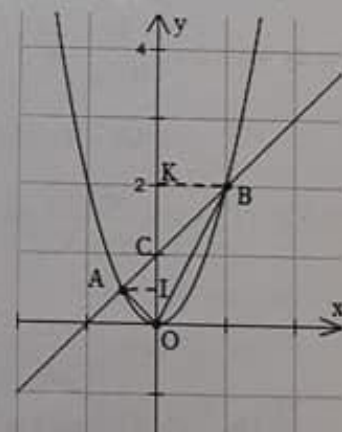
Hai giao điểm là $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), B(1; 2)$.

• Giao điểm của (d) với Oy là $C(0; 1)$. Ta có

$$S_{OAB} = S_{AOC} + S_{BOC} = \frac{1}{2}(|x_A| + |x_B|) \cdot |y_C| = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + 1\right) \cdot 1 = \frac{3}{4} \text{ (đvdt)}.$$

Chú ý. + Ta có tam giác OAB vuông ở A nên $S_{OAB} = \frac{1}{2}AO \cdot AB$.

+ Có thể tính $S_{OAB} = S_{ABKH} - (S_{OAH} + S_{OBK})$.



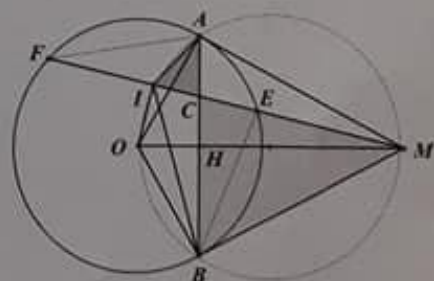
Câu 6.1. Ta có $\triangle AOM$ vuông ở A, đường cao $AH = \frac{1}{2}AB$ nên $MH \cdot HO = AH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{AB^2}{4}$

suy ra $AB^2 = 4MO \cdot HO$.

2. Ta có $\widehat{OAM} = \widehat{OAM} = 90^\circ$ và $\widehat{OIM} = 90^\circ$ nên A, B, I nằm trên đường tròn đường kính OM, nghĩa là tứ giác MAIB cùng thuộc một đường tròn.

• $\widehat{AIM} = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AM} = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{BM} = \widehat{BIM}$ nên IC là phân giác

của góc AIB suy ra $\frac{IB}{IA} = \frac{CB}{CA} = 3 \Rightarrow IB = 3IA$.



3. Ta có $\widehat{AFC} = \widehat{EBC}$ (cùng chắn $\widehat{AE}$ của (O)), $\widehat{C}$ chung $\Rightarrow \triangle CAF \sim \triangle CEB \Rightarrow \frac{CA}{CE} = \frac{CF}{CB}$ nên

$$CA \cdot CB = CE \cdot CF.$$

Lại có $\widehat{AIC} = \widehat{BMC}$ (cùng chắn $\widehat{IB}$ của đường tròn đường kính OM), $\widehat{C}$ chung $\Rightarrow \triangle CAI \sim \triangle CMB$

$$\Rightarrow \frac{CA}{CM} = \frac{CI}{CB} \text{ nên } CA.CB = CM.CI. \text{ Từ đó ta được } CE.CF = CM.CI (= CA.CB) \Rightarrow \frac{CE}{CI} = \frac{CM}{CF}.$$

Câu 7. Ta có $(a^2 + b^2)(\alpha^2 + \beta^2) \geq (a\alpha + b\beta)^2 \Leftrightarrow (a\beta - b\alpha)^2 \geq 0$. Dấu "=" $\Leftrightarrow a\beta = b\alpha$.

Áp dụng: $a = \frac{3}{\sqrt{4-x}}, b = \frac{2}{\sqrt{x}}, \alpha = \sqrt{4-x}, \beta = \sqrt{x}$ Ta có $A.4 \geq 25 \Leftrightarrow A \geq \frac{25}{4}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{4-x}} = \frac{2\sqrt{4-x}}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow 3x = 2(4-x) \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$. Vậy $\min(A) = \frac{25}{4}$.

Cách 2. Ta có $\frac{\alpha^2}{a} + \frac{\beta^2}{b} \geq \frac{(\alpha + \beta)^2}{a + b}$ ($a, b > 0$) $\Leftrightarrow (b\alpha^2 + a\beta^2)(a + b) \geq ab(\alpha + \beta)^2 \Leftrightarrow (a\beta - b\alpha)^2 \geq 0$.

Dấu "=" $\Leftrightarrow a\beta = b\alpha$.

Áp dụng: $\alpha = 3, \beta = 2, a = 4 - x > 0, b = x > 0$, có $A \geq \frac{(5+2)^2}{(4-x)+x} = \frac{25}{4}$.

Dấu "=" $\Leftrightarrow 2(4-x) = 3x \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$. Vậy $\min(A) = \frac{25}{4}$.

Cách 3. Áp dụng: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ($a, b \geq 0$). Dấu "=" $\Leftrightarrow a = b$. Với $\frac{9x}{4-x} > 0, \frac{4(4-x)}{x} > 0$ ta có

$B = \frac{9x}{4-x} + \frac{4(4-x)}{x} \geq 2.3.2 = 12$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{9x}{4-x} = \frac{4(4-x)}{x} \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$.

Khi ấy $4A - B = \left(\frac{36}{4-x} + \frac{16}{x}\right) - \left(\frac{9x}{4-x} + \frac{4(4-x)}{x}\right) = \frac{36-9x}{4-x} + \frac{4x}{x} = 9 + 4 = 13$

$\Rightarrow 4A = B + 13 \geq 12 + 13 = 25 \Rightarrow A \geq \frac{25}{4}$. Khi $x = \frac{8}{5}$ có $A = \frac{25}{4}$. Vậy $\min(A) = \frac{25}{4}$.

Cách 4. Ta có $A = \frac{5x+16}{4x-x^2}, 4x-x^2 > 0$. Khi ấy ta được

$$A = \frac{5x+16}{4x-x^2} = \frac{\frac{25}{4}(4x-x^2) + \frac{25}{4}x^2 - 20x + 16}{4x-x^2} = \frac{25}{4} + \frac{\left(\frac{5}{2}x - 4\right)^2}{4x-x^2} \geq \frac{25}{4}.$$

$A = \frac{25}{4}$ khi $\frac{5}{2}x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$. Vậy $\min(A) = \frac{25}{4}$.