

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ MINH HỌA MÔN TOÁN KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017

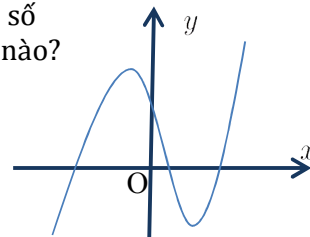
Câu 1: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + x - 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x + 1$



Lời giải: Chọn đáp án D

Loại đáp án A, B vì đường cong đồ thị theo hướng lên - xuống - lên nên hệ số $a > 0$

Loại đáp án C vì đó là hàm trùng phương nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Ta có: $y = x^3 - 3x + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ suy ra } y(-1) = 3; y(1) = -1$$

$$\text{Giới hạn: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$

Lời giải: Chọn đáp án C

Câu 3: Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$

B. $(0; +\infty)$

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

D. $(-\infty; 0)$

Lời giải: Chọn đáp án B

$y = 2x^4 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = 8x^3; y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ suy ra } y(0) = 1$$

$$\text{Giới hạn: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y					

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải: Chọn đáp án D

Đáp án A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị

Đáp án B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y = -1$ khi $x = 0$

Đáp án C sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4$

B. $y_{CD} = 1$

C. $y_{CD} = 0$

D. $y_{CD} = -1$

Lời giải: Chọn đáp án A

$y = x^3 - 3x + 2$ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ suy ra $y(-1) = 4; y(1) = 0$

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -1; y_{CD} = 4$.

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min_{[2;4]} y = 6$

B. $\min_{[2;4]} y = -2$

C. $\min_{[2;4]} y = -3$

D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$

Lời giải: Chọn đáp án A

$y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Xét hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ liên tục trên đoạn $[2; 4]$

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -1$ (loại)

Suy ra $y(2) = 7$; $y(3) = 6$; $y(4) = \frac{19}{3}$. Vậy $\min_{[2;4]} y = 6$ tại $x = 3$.

CASIO: MODE 7 \nhập hàm $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ \STAR: 2 \END: 4 \STEP: 0,5

Sau khi ta bằng thì máy tính ở cột $f(x)$ sẽ có giá trị nhỏ nhất là 6

Câu 7: Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

A. $y_0 = 4$

B. $y_0 = 0$

C. $y_0 = 2$

D. $y_0 = -1$

Lời giải: Chọn đáp án C

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có: $-2x + 2 = x^3 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

B. $m = -1$

C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

D. $m = 1$

Lời giải: Chọn đáp án B

$y = x^4 + 2mx^2 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases} (*)$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nghĩa là phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$. (loại đáp án C và D)

Vậy tọa độ 3 điểm lần lượt là: $A(0; 1)$; $B(-\sqrt{-m}; 1 - m^2)$; $C(\sqrt{-m}; 1 - m^2)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{-m}; -m^2)$; $\overrightarrow{AC} = (\sqrt{-m}; -m^2)$

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{-m}^2 + m^2 \cdot m^2 = 0 \Leftrightarrow -|m| + m^4 = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0$

$\Leftrightarrow m = -1$ (vì $m < 0$)

Vậy với $m = -1$ thì hàm số có 3 cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
 B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m > 0$

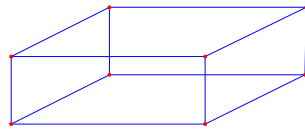
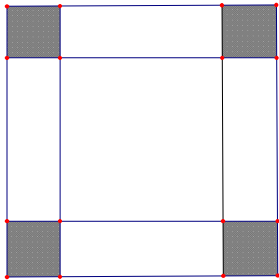
Lời giải: Chọn đáp án D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{-\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y = \frac{1}{\sqrt{m}}; y = -\frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow m > 0$

Câu 10: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $12cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = 6$

B. $x = 3$

C. $x = 2$

D. $x = 4$

Lời giải: Chọn đáp án C

Ta có : $h = x (cm)$ là đường cao hình hộp

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $12 - 2x (cm)$

Vậy diện tích đáy hình hộp $S = (12 - 2x)^2 (cm^2)$. Ta có: $\begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 6)$

Thể tích của hình hộp là: $V = S.h = x.(12 - 2x)^2$

Xét hàm số: $y = x.(12 - 2x)^2 \forall x \in (0; 6)$

Ta có : $y' = (12 - 2x)^2 - 4x(12 - 2x) = (12 - 2x)(12 - 6x)$;

$y' = 0 \Leftrightarrow (12 - 2x).(12 - 6x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 6$ (loại). Suy ra $y(2) = 128$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	2	6	$+\infty$
y'			$-$	0	$+$
y				128	

Vậy thể tích lớn nhất của hình hộp là $128 \text{ (cm}^3\text{)}$ khi $x = 2 \text{ (cm)}$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$ B. $m \leq 0$ C. $1 \leq m < 2$ D. $m \geq 2$

Lời giải: Chọn đáp án A

Đặt $t = \tan x$, vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m} \forall t \in (0; 1)$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Ta có $f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$.

Để hàm số y đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t) > 0 \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \forall t \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0] \cup [1; 2) \\ m \geq 1 \end{cases}$$

CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x - m) - (\tan x - 2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x - m)^2}$

Ta nhập vào máy tính bằng $y' \setminus \text{CALC} \setminus \text{Calc } x = \frac{\pi}{8}$ (Chọn giá trị này thuộc $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$)

$\setminus = \setminus m = ?$ 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Đáp án D $m \geq 2$. Ta chọn $m = 3$. Khi đó $y' = -0,17 < 0$ (Loại)

Đáp án C $1 \leq m < 2$ Ta chọn $m = 1,5$. Khi đó $y' = 0,49 > 0$ (nhận)

Đáp án B $m \geq 0$ Ta chọn $m = 0$. Khi đó $y' = 13,6 > 0$ (nhận)

Vậy đáp án B và C đều đúng nên chọn đáp án A.

Câu 12: Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

- A. $x = 63$ B. $x = 65$ C. $x = 80$ D. $x = 82$

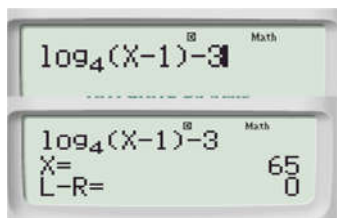
Lời giải: Chọn đáp án B

$\log_4(x-1) = 3$. Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Phương trình $\Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$

CASIO

Bước 1. Nhập $\log_4(X-1)-3$



Bước 2. Bấm SHIFT SOLVE =

Suy ra: $x = 65$

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

A. $y' = x.13^{x-1}$

B. $y' = 13^x \cdot \ln 13$

C. $y' = 13^x$

D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

Lời giải: Chọn đáp án B

Ta có: $y' = (13^x)' = 13^x \cdot \ln 13$

Câu 14: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $x > 3$

B. $\frac{1}{3} < x < 3$

C. $x < 3$

D. $x > \frac{10}{3}$

Lời giải: Chọn đáp án A

$\log_2(3x-1) > 3$. Điều kiện: $3x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

Phương trình $\Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$

CASIO: A hihhi

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Lời giải: Chọn đáp án C

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \cdot \log_2 7 < 0$

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \ln 2 + x^2 \cdot \ln 7 < 0$

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_7 2 + x^2 < 0$

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \cdot \log_2 7 < 0$

Lời giải: Chọn đáp án D

Đáp án A đúng vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_2 f(x) < \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0$

$\Leftrightarrow x + x^2 \cdot \log_2 7 < 0$

Đáp án B đúng vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln f(x) < \ln 1 \Leftrightarrow \ln(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \ln 2^x + \ln 7^{x^2} < 0$

$\Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$

Đáp án C đúng vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_7 f(x) < \log_7 1 \Leftrightarrow \log_7 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_7 2^x + \log_7 7^{x^2} < 0$
 $\Leftrightarrow x \cdot \log_7 2 + x^2 < 0$

Vậy D sai vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_2 f(x) < \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0$
 $\Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$

Câu 17: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

Lời giải: Chọn đáp án D

Ta có: $\log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \cdot \log_a a + \frac{1}{2} \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \log_a b$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$

B. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$

C. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$

D. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải: Chọn đáp án A

Ta có: $y' = \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{4^x - (x+1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2}$
 $= \frac{4^x \cdot (1 - x \cdot \ln 4 - \ln 4)}{(4^x)^2} = \frac{1 - x \cdot 2 \ln 2 - 2 \ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2 \ln 2 (x+1)}{2^{2x}}$

CASIO: Shif t- tích phân: $\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x+1}{4^x} \right) \right|_{x=?}$

Nhập một giá trị của x bất kỳ ví dụ bằng 2:

Ta có: $\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x+1}{4^x} \right) \right|_{x=2}$ trừ đi một trong số các đáp án. Nếu kết quả bằng 0 thì đáp án tương ứng đúng.

Ở đáp án A: $\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x+1}{4^x} \right) \right|_{x=2} - \frac{1 - 2(2+1) \ln 2}{2^{2 \cdot 2}} = -2,94 \cdot 10^{-13}$ sau đó bấm “độ” kq 0.

(Chú ý gán $x = 2$ chỗ màu đỏ)

Câu 19: Đặt $a = \log_2 3, b = \log_3 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$

Lời giải: Chọn đáp án C

Ta có: $\log_6 45 = \log_6 9 + \log_6 5$

$\log_6 9 = \frac{1}{\log_3 2} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot (\log_3 2 + \log_3 3)} = \frac{2}{\frac{1}{\log_2 3} + 1} = \frac{2}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{2a}{a+1} (1)$

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\log_5 2 + b} \quad \text{mà } \log_5 2 = \frac{\log_3 2}{\log_3 5} = \frac{\frac{1}{\log_2 3}}{\frac{1}{\log_5 3}} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \log_6 5 = \frac{1}{\frac{b}{a} + b} = \frac{a}{ab + b} (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra: } \log_6 45 = \frac{2a}{a+1} + \frac{a}{ab+b}$$

$$= \frac{2a^2b + 2ab + a^2 + a}{(a+1)(ab+b)} = \frac{(a+1)2ab + (a+1)a}{(a+1)(ab+b)} = \frac{(a+1)(a+2ab)}{(a+1)(ab+b)} = \frac{a+2ab}{ab+b}$$

CASIO: Sto\Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \backslash \text{shift} \backslash \text{Sto} \backslash A$ tương tự B

Thử từng đáp án: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án: $\frac{A+2AB}{AB+B} - \log_6 45 = 0$ (chọn)

Câu 20: Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$

B. $1 < \log_a b < \log_b a$

C. $\log_b a < \log_a b < 1$

D. $\log_b a < 1 < \log_a b$

Lời giải: Chọn đáp án D

Cách 1: Vì $b > a > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \\ \log_b b > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ 1 > \log_b a \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$

Cách 2: Đặt $a = 2; b = 3 \Rightarrow \log_3 2 < 1 < \log_2 3 \Rightarrow D$

Câu 21: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng)

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

Lời giải: Chọn đáp án B

Cách 1: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Hỏi trả số tiền a là bao nhiêu để n tháng hết

$$\text{nợ } a = \frac{A \cdot r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100 \cdot 0,01 \cdot (1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1}.$$

Cách 2: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

• Hoàn nợ lần 1:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là: $100 \cdot 0,01 + 100 = 100,1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư : $100.1,01 - m$ (triệu đồng)

• Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$(100.1,01 - m) \cdot 0,01 + (100.1,01 - m) = (100.1,01 - m) \cdot 1,01 = 100 \cdot (1,01)^2 - 1,01 \cdot m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100 \cdot (1,01)^2 - 1,01 \cdot m - m$ (triệu đồng)

• Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$\left[100 \cdot (1,01)^2 - 1,01 \cdot m - m \right] \cdot 1,01 = 100 \cdot (1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100 \cdot (1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

$$\Rightarrow 100 \cdot (1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100 \cdot (1,01)^3 \cdot (1,01 - 1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1 \right] \cdot (1,01 - 1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 22: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$

Lời giải: Chọn đáp án A

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$

Lời giải: Chọn đáp án B

Ta có: $\int f(x) dx = \int \sqrt{2x-1} dx = \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} dx$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(2x-1)^3} + C = \frac{1}{3} \cdot (2x-1) \cdot \sqrt{2x-1} + C$$

Câu 24: Một ô tô đang chạy với tốc độ $10m/s$ thì người lái đạp phanh ; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với $v(t) = -5t + 10 (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. $0,2m$

B. $2m$

C. $10m$

D. $20m$

Lời giải: Chọn đáp án C

Cách 1: Quãng đường vật di chuyển $s(t) = \int v(t)dt = \int (-5t + 10)dt = \frac{-5t^2}{2} + 10t + C$

Tại thời điểm $t = 0$ thì $s(t) = 0$, do đó $C = 0$ và $s(t) = \frac{-5t^2}{2} + 10t = \frac{-5}{2}(t - 2)^2 + 10 \leq 10$

Xe dừng hẳn khi được quãng đường $10(m)$ kể từ lúc đạp phanh

Cách 2: Khi vật dừng lại thì $v = 0 \Rightarrow -5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2(s)$

Quãng đường vật đi được trong thời gian này là :

$$s(t) = \int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 (-5t + 10)dt = \left(\frac{-5t^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^2 = 10(m)$$

Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$

B. $I = -\pi^4$

C. $I = 0$

D. $I = -\frac{1}{4}$

Lời giải: Chọn đáp án C

Ta có: $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$. Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \Leftrightarrow -dt = \sin x dx$

Đổi cận: với $x = 0 \Rightarrow t = 1$; với $x = \pi \Rightarrow t = -1$. Vậy $I = -\int_1^{-1} t^3 dt = \int_{-1}^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_{-1}^1 = \frac{1^4}{4} - \frac{(-1)^4}{4} = 0$

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$:

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$

C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$

D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

Lời giải: Chọn đáp án C

$$I = \int_1^e x \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}$$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$

A. $\frac{37}{12}$

B. $I = \frac{9}{4}$

C. $\frac{81}{12}$

D. 13

Lời giải: Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là:

$$S = \int_{-2}^1 \left| x^3 - x - (x - x^2) \right| dx = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 = -\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4 \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{37}{12}.$$

Câu 28: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox :

A. $V = 4 - 2e$

B. $V = (4 - 2e)\pi$

C. $V = e^2 - 5$

D. $V = (e^2 - 5)\pi$

Lời giải: Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 \left[2(x-1)e^x \right]^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = (x-1)^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2(x-1) \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 2(x-1) \frac{e^{2x}}{2} dx = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 (x-1) e^{2x} dx$$

Gọi $V_1 = \int_0^1 (x-1) e^{2x} dx$. Đặt $\begin{cases} u = x-1 \Rightarrow du = dx \\ dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow V_1 = 4\pi (x-1) \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = 2\pi - \pi e^{2x} \Big|_0^1 = 2\pi - \pi e^2 + \pi = 3\pi - \pi e^2$$

$$\text{Vậy } V = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - V_1 = -2\pi - (3\pi - \pi e^2) = \pi(e^2 - 5)$$

Câu 29: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$:

A. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$

B. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2

C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$

D. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2

Lời giải: Chọn đáp án D

$z = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 2i$. Vậy phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính tổng modun của số phức $z_1 + z_2$

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$

B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$

C. $|z_1 + z_2| = 1$

D. $|z_1 + z_2| = 5$

Lời giải: Chọn đáp án A

Ta có $z_1 + z_2 = (1 + i) + (2 - 3i) = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

CASIO: Đưa về chế độ số phức.(mode 2)\ Nhập shift ABS ($1 + i + 2 - 3i$) = $\sqrt{13}$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$.

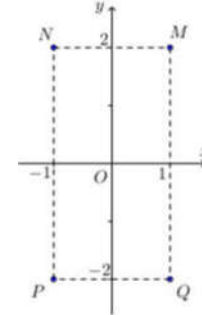
Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

A. Điểm P

B. Điểm Q

C. Điểm M

D. Điểm N



Lời giải: Chọn đáp án B

$(1 + i)z = 3 - i \Leftrightarrow z = \frac{3 - i}{1 + i} = \frac{(3 - i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = \frac{2 - 4i}{2} = 1 - 2i$. Vậy điểm biểu diễn của z là $Q(1; -2)$.

CASIO: A hihi

Câu 32: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$:

A. $w = 7 - 3i$

B. $w = -3 - 3i$

C. $w = 3 + 7i$

D. $w = -7 - 7i$

Lời giải: Chọn đáp án B

$$z = 2 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 5i$$

$$w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i + 5i^2 + 2 - 5i = -3 - 3i. \text{ Vậy } w = -3 - 3i.$$

CASIO: A hihi

Câu 33: Kí hiệu $z_1; z_2; z_3$ và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|.$$

A. $T = 4$

B. $T = 2\sqrt{3}$

C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$

D. $t = 2 + 2\sqrt{3}$

Lời giải: Chọn đáp án C

$$z^4 - z^2 - 12 = 0. \text{ Đặt } t = z^2. \text{ Phương trình trở thành } t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ hoặc } t = -3 = 3i^2$$

• Với $t = 4 \Rightarrow z^2 = 4 \Leftrightarrow z_{1,2} = \pm 2$

• Với $t = -3 = 3i^2 \Rightarrow z^2 = 3i^2 \Leftrightarrow z_{3,4} = \pm\sqrt{3}i$

$$\text{Vậy tổng } T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = \sqrt{2^2} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3})^2} + \sqrt{(-\sqrt{3})^2} = 4 + 2\sqrt{3}$$

Câu 34: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó?

A. $r = 4$ B. $r = 5$ C. $r = 20$ D. $r = 22$

Lời giải: Chọn đáp án C

Giả sử $z = a + bi$; $w = x + yi$; ($a, b, x, y \in \mathbb{R}$)

Theo đề $w = (3 + 4i)z + i \Rightarrow x + yi = (3 + 4i)(a + bi) + i$

$$\Leftrightarrow x + yi = (3a - 4b) + (3b + 4a + 1)i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y = 3b + 4a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y - 1 = 3b + 4a \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x^2 + (y - 1)^2 = (3a - 4b)^2 + (4a + 3b)^2 = 25a^2 + 25b^2 = 25(a^2 + b^2)$$

$$\text{Mà } |z| = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16. \text{ Vậy } x^2 + (y - 1)^2 = 25 \cdot 16 = 400$$

Bán kính đường tròn là $r = \sqrt{400} = 20$.

Câu 35: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$:

A. $V = a^3$ B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Lời giải: Chọn đáp án A

Giả sử khối lập phương có cạnh bằng x ; ($x > 0$)

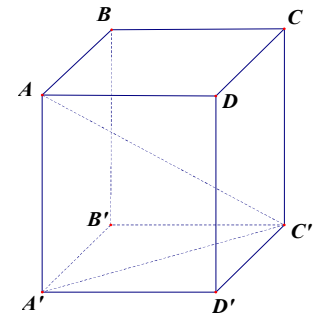
Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có $A'C'^2 = A'A^2 + A'C'^2$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$



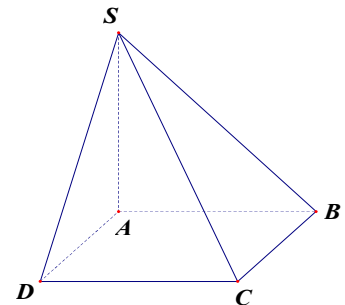
Câu 36: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $V = \sqrt{2}a^3$ D. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$

Lời giải: Chọn đáp án D

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD: V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$



Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau: $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là các trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$

B. $V = 14a^3$

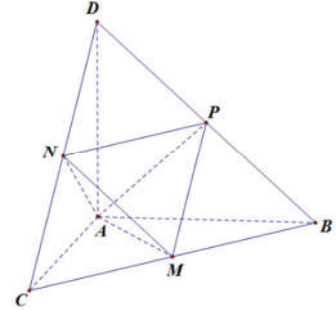
C. $V = \frac{28}{3}a^3$

D. $V = 7a^3$

Lời giải: Chọn đáp án D

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$

Ta nhận thấy $S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{MNPD} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3$



Câu 38: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{2}{3}a$

B. $h = \frac{4}{3}a$

C. $h = \frac{8}{3}a$

D. $h = \frac{3}{4}a$

Lời giải: Chọn đáp án B

Gọi I là trung điểm của AD . Tam giác SAD cân tại S

$\Rightarrow SI \perp AD$

Ta có $\begin{cases} SI \perp AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

Theo giả thiết $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3 = \frac{1}{3} SI \cdot 2a^2 \Leftrightarrow SI = 2a$

Vì AB song song với (SCD)

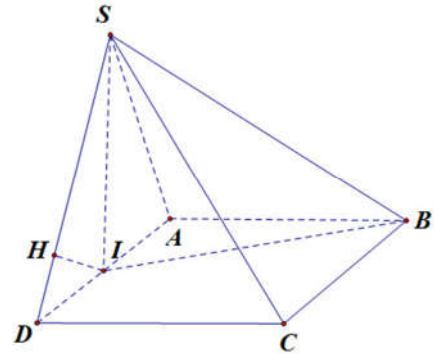
$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD))$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD

Mặt khác $\begin{cases} SI \perp DC \\ ID \perp DC \end{cases} \Rightarrow IH \perp DC$. Ta có $\begin{cases} IH \perp SD \\ IH \perp DC \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow d(I, (SCD)) = IH$

Xét tam giác SID vuông tại I : $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{ID^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{2a^2} \Rightarrow IH = \frac{2a}{3}$

$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD)) = \frac{4}{3}a$

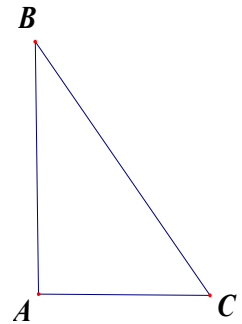


Câu 39: Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = a$ B. $l = a\sqrt{2}$ C. $l = a\sqrt{3}$ D. $l = 2a$

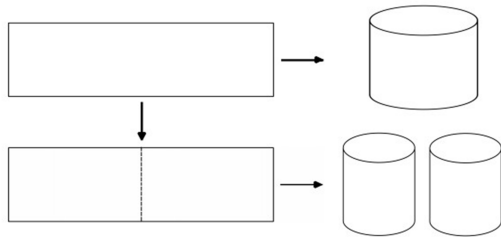
Lời giải: Chọn đáp án D

Xét tam giác ABC vuông tại A ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow BC = 2a$
Đường sinh của hình nón cũng chính là cạnh huyền của tam giác $\Leftrightarrow l = BC = 2a$



Câu 40: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm \times 240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây)

- **Cách 1:** Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- **Cách 2:** Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.



Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$ C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$ D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Lời giải: Chọn đáp án C

Ban đầu bán kính đáy là R , sau khi cắt tấm tôn bán kính đáy là $\frac{R}{2}$

Đường cao của các khối trụ là không đổi

Ta có $V_1 = h\pi R^2$, $V_2 = 2.h\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = h\pi\frac{R^2}{2}$. Vậy tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = 2$

Câu 41: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 4\pi$ B. $S_{tp} = 2\pi$ C. $S_{tp} = 6\pi$ D. $S_{tp} = 10\pi$

Lời giải: Chọn đáp án A

Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN nên hình trụ có bán kính $r = AM = \frac{AD}{2} = 1$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp} = 2\pi r.AB + 2\pi r^2 = 2\pi + 2\pi = 4\pi$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$

B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$

C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$

D. $V = \frac{5\pi}{3}$

Lời giải: Chọn đáp án B

Gọi H là trung điểm của AB

Vì $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$

Mà $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp $S.ABC$

Qua G kẻ đường thẳng d song song với $SH \Rightarrow d \perp (ABC)$

Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Gọi K là trung điểm của SC , vì $\triangle SHC$ vuông cân tại H ($SH = HC$) $\Rightarrow HK$ là đường trung trực ứng với SC .

Gọi $I = d \cap HK$ ta có $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

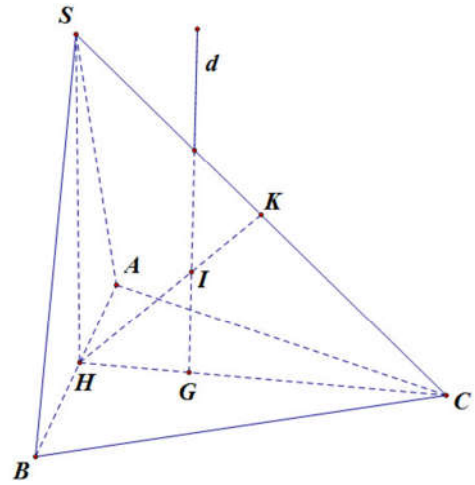
$\Rightarrow I$ là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Xét hai tam giác đều $\triangle ABC = \triangle SAB$ có độ dài các cạnh bằng 1.

G là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow CG = \frac{2}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle HIG$ vuông tại G ta có $IG = HG = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = \frac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \frac{4}{3}\pi IC^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$



Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$

B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$

C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$

D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Lời giải: Chọn đáp án D

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ là $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu:

$(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) :

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$

Lời giải: Chọn đáp án A

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R = 3$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình:

$3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

A. $d = \frac{5}{9}$

B. $d = \frac{5}{29}$

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Lời giải: Chọn đáp án C

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả

các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = -52$

D. $m = 52$

Lời giải: Chọn đáp án B

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (5;1;1)$

Mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (10;2;m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + y + 2z - 3 = 0$

B. $x + y + 2z - 6 = 0$

C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$

D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Lời giải: Chọn đáp án A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;2)$ là vector pháp tuyến

$$(P): 1(x-0) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$ B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Lời giải: Chọn đáp án D

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn giao tuyến

$$\text{Ta có } R^2 = r^2 + \left(d(I, (P))\right)^2 = 1 + \left(\frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1 + 2^2}}\right)^2 = 10$$

Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R = \sqrt{10}$ là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải: Chọn đáp án B

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ có vecto chỉ phương $\vec{u} = (1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d , nên nhận vecto chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P): 1(x-1) + y + 2(z-2) = x + y + 2z - 5 = 0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t; t; -1+2t)$

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (1+t) + t + 2(-1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1) = -1(1; 1; -1)$ là vecto chỉ phương

$$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$ và $D(3; 1; 4)$. Hỏi tất cả có bao nhiêu mặt phẳng cách đến bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng

B. 4 mặt phẳng

C. 7 mặt phẳng

D. có vô số

Lời giải: Chọn đáp án C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 3; -1)$, $\overrightarrow{AD} = (2; 3; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -24 \neq 0$

Suy ra A, B, C và D là 4 đỉnh của một tứ diện. Các mặt phẳng cách đều 4 đỉnh của tứ diện $ABCD$ gồm có 7 trường hợp sau:

