

- Câu 1.** Giải bài toán tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2$, $y = e^x$, $x = 1$. Bốn bạn An, Bảo, Cần và Dũng cho 4 công thức khác nhau. Hãy chọn công thức đúng
- A. Cần $S = \int_{\ln 2}^1 (2 - e^x) dx$. B. Bảo $S = \int_1^{\ln 2} (e^x - 2) dx$.
- C. Dũng $S = \int_1^{\ln 2} |e^x + 2| dx$. D. An $S = \int_{\ln 2}^1 (e^x - 2) dx$.
- Câu 2.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin 3x \cdot \sin 5x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$
- A. $F(x) = \frac{1}{4}(2 \sin 2x - \sin 8x) + 3$. B. $F(x) = \frac{1}{4}(2 \sin 2x - \sin 8x) - 1$.
- C. $F(x) = \frac{1}{8}(4 \sin 2x - \sin 8x) + 2$. D. $F(x) = \frac{1}{8}(4 \sin 2x - \sin 8x) + 1$.
- Câu 3.** Nguyên hàm $F(x) = \int \cot^3 x dx$ là
- A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x - \ln |\sin x| + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x + \ln |\sin x| + C$.
- C. $F(x) = \frac{1}{2} \cot^2 x - \ln |\sin x| + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x + \ln |\cos x| + C$.
- Câu 4.** Cho hai đường thẳng gồm d có phương trình $x = y = z$, d' có phương trình $x = y - 1 = z + 1$. Ta có khoảng cách giữa d và d' bằng
- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 5.** Thể tích V khi quay $(E): x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ quanh trục Ox bằng
- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 4π . C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{16\pi}{3}$.
- Câu 6.** Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(3; -1; -2)$, $B(1; 1; 2)$ và có tâm thuộc trục Oz
- A. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 10$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 12$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 10 = 0$.
- Câu 7.** Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = \frac{a}{b} \sqrt{2}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Ta có giá trị của $a + b$ là
- A. 8. B. 15. C. 10. D. 13.
- Câu 8.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$ là
- A. Một đường tròn. B. Hai đường thẳng. C. Hai đường tròn. D. Một đường thẳng.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông nằm trong mặt phẳng Oxy , $AC \cap DB = O$ (O là gốc tọa độ), $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$, đỉnh $S(0; 0; 9)$. Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. 3 (đvtt). B. $3\sqrt{2}$ (đvtt). C. 4 (đvtt). D. 9 (đvtt).

Câu 10. Biết rằng $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó giá trị của

$$\int_0^3 f(3x)dx \text{ là}$$

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có phần ảo của số phức $z^2 - 2z + 4i$ bằng

- A. $ab - b + 2$. B. $2ab - 2b + 4$. C. $2ab - 2b - 4$. D. $2ab + 2b - 4$.

Câu 12. Trên mặt phẳng phức, M và N là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 , trong đó z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Độ dài MN là

- A. 12. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(5;0;0)$, $B(1;-1;1)$, $C(-3;3;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng bằng 2 có phương trình là

- A. $x + 2y + 2z - 5 = 0$. B. $x - 2y + 2z - 5 = 0$. C. $x - 2y - 2z - 5 = 0$. D. $x + 2y - 2z - 5 = 0$.

Câu 14. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2i(2 - 3i)$.

- A. $\bar{z} = 6 + 4i$. B. $\bar{z} = 6 - 4i$. C. $\bar{z} = -6 + 4i$. D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(-1;2;-1)$, D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Ta có tọa độ D là

- A. $D(-2;-3;3)$. B. $D(2;-3;-3)$. C. $D(2;3;-3)$. D. $D(-2;3;-3)$.

Câu 16. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 9. B. 5. C. 29. D. 19.

Câu 17. Cho số phức $z \in \mathbb{C}$ thỏa $|z - 4 + 3i| = 3$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất?

- A. $z = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$. B. $z = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. C. $z = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. D. $z = -\frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 18. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = \tan x \\ Ox \\ x = 0, x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$. Quay (H) xung quanh

trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $1 - \frac{\pi}{4}$ (đvtt). B. $\frac{\pi^2}{4} - \pi$ (đvtt). C. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$ (đvtt). D. π^2 (đvtt).

Câu 19. Nguyên hàm $F(x) = \int 3^{2x+2} dx$ là

- A. $F(x) = \frac{3^{2x+2}}{2\ln 3} + C$. B. $F(x) = 3^{2x+2} \ln 3 + C$.
C. $F(x) = 3^{2x+2} + C$. D. $F(x) = \frac{3^{2x}}{9} + C$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(0;1;-5)$, gọi I là điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $IA = 2IB$. Giả sử tọa độ của điểm $I(a;b;c)$ thì $a+b+c$ bằng

- A. -4 . B. -5 . C. $-\frac{8}{3}$. D. $-\frac{17}{3}$.

Câu 21. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+3} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 22. Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{dx}{(3-2x)^5}$ là

- A. $F(x) = -\frac{1}{8(3-2x)^4} + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2(3-2x)^4} + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{4(3-2x)^4} + C$. D. $F(x) = \frac{1}{8(3-2x)^4} + C$.

Câu 23. Nguyên hàm $F(x) = \int \sqrt{3x+1} dx$ là

- A. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C$. B. $F(x) = \frac{1}{3} \sqrt{(3x+1)^3} + C$.
C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(3x+1)^3} + C$. D. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{3x+1} + C$.

Câu 24. Trong mặt phẳng phức $\mathbb{C}$, gọi A, B, C lần lượt là ba điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -3+4i$; $z_2 = 5-2i$; $z_3 = 1+3i$. Số phức biểu diễn bởi điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $-7-i$. B. $1-9i$. C. $1+9i$. D. $-7+9i$.

Câu 25. Biết $\int_0^b (2x-4) dx = 0$. Khi đó b nhận giá trị bằng

- A. $\begin{cases} b=1 \\ b=2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} b=0 \\ b=4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} b=0 \\ b=2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} b=1 \\ b=4 \end{cases}$.

Câu 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -\frac{x^2}{2} + 3x$ là

- A. 12 đvtt. B. 8 đvtt. C. 4 đvtt. D. 16 đvtt.

Câu 27. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: x = y = z$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oyz). Ta có phương trình d' là:

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 28. Tích phân $I = \int_0^1 xe^{-x} dx = a - \frac{b}{e}$. Khi đó $a+2b$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 3.

Câu 29. Phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{2017}$ là

- A. 1. B. -1 . C. i . D. $-i$.

Câu 30. Cho $I = \int_0^9 x^3 \sqrt{1-x} dx$. Đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$. Ta có

A. $I = 3 \int_{-2}^1 (1-t^3) 2t^2 dt.$
 C. $I = 3 \int_{-2}^1 (1-t^3) t^3 dt.$

B. $I = 3 \int_1^2 (1-t^3) t^3 dt.$
 D. $I = \int_{-2}^1 (1-t^3) t^3 dt.$

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$ và $\Delta: x-3 = y-1 = z-5$. Trong bốn đường thẳng Ox , Oy , Oz và Δ , đường thẳng d tạo với đường thẳng nào một góc lớn nhất?

- A. Oy . B. Δ . C. Ox . D. Oz .

Câu 32. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z , biết số phức z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành

- A. Đường thẳng $y = x$. B. Trục tung và trục hoành.
 C. Trục tung. D. Trục hoành.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 5z + 10 = 0$ và đường thẳng d đi qua 2 điểm $M(-1; 0; 2)$, $N(3; 2; 0)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Ta có

- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 34. Nguyên hàm $F(x) = \int x.e^{3x} dx$ là

- A. $F(x) = (x-1).e^{3x} + C$. B. $F(x) = x.e^{3x} - x^2 + C$.
 C. $F(x) = \frac{1}{3}x.e^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + C$. D. $F(x) = \frac{1}{3}x.e^{3x} + \frac{1}{9}e^{3x} + C$.

Câu 35. Phương trình $z^2 + (1-i)z - 18 + 13i = 0$ có hai nghiệm là

- A. $4-i; -5-2i$. B. $4-i; -5+2i$. C. $4+i; 5-2i$. D. $4-i; 5-2i$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + z - 3 = 0$ và $(Q): 2y + 2z + 3 = 0$. Ta có góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 5)$, $B(-1; 5; 5)$. Tìm điểm $C \in Oz$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất?

- A. $C(0; 0; 6)$. B. $C(0; 0; 5)$. C. $C(0; 0; 4)$. D. $C(0; 0; 2)$.

Câu 38. Nguyên hàm của hàm số $F(x) = \int x^3 e^{-x^4} dx$ là

- A. $F(x) = -\frac{x^4 e^{-x^4}}{4} + C$. B. $F(x) = -\frac{x e^{-x^4}}{4} + C$.
 C. $F(x) = -\frac{1}{4} e^{-x^4} + C$. D. $F(x) = \frac{e^{-x^4}}{4} + C$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; 1)$, $B(2; -1; -4)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y - 3z + 4 = 0$.

- A. $5x + 13y + z - 29 = 0$. B. $x - 13y + 5z + 5 = 0$.
 C. $x - 13y + 5z + 3 = 0$. D. $3x + 12y - 2z - 2 = 0$.

Câu 40. Cho $I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx = a - \frac{\pi}{b}$. Khi đó

- A. $a < b$. B. $a = b$. C. $ab = 1$. D. $a > b$.

Câu 41. Cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của A lên (P) có tọa độ là

- A. $(1; 1; 2)$. B. $(0; 1; -2)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(2; 1; 0)$.

Câu 42. Cho $z \in \mathbb{C}$, $\bar{z}(1 + 2i) = 7 + 4i$. Khi đó $|2z + 1|$ là

- A. $\sqrt{65}$. B. $\sqrt{61}$. C. 8. D. 5.

Câu 43. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, C là hằng số. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\int a^{2x} dx = a^{2x} \ln a + C$. B. $\int a^{2x} dx = a^{2x} + C$.
C. $\int a^x dx = a^x \ln a + C$. D. $\int a^{2x} dx = \frac{a^{2x}}{2 \ln a} + C$.

Câu 44. Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(t) dt = 3$ và $\int_{-1}^1 f(u) du = -2$. Khi

đó $\int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng ?

- A. -5. B. 5. C. 1. D. -1.

Câu 45. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(1; -1; 0)$.

- A. $x + 2y + 2z + 3 = 0$. B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$. C. $x + y = 0$. D. $2x + y - 1 = 0$.

Câu 46. Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 2} dx$ là

- A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 4x - 7 \ln|x - 2| + C$. B. $F(x) = (x^2 + 4x) \ln|x - 2| + C$.
C. $F(x) = x^2 + 2x - \ln|x - 2| + C$. D. $F(x) = x^2 + 4x + 7 \ln|x - 2| + C$.

Câu 47. Trong không gian Oxyz cho điểm $A(-1; 1; 1), B(-3; 5; 7)$. Gọi (S) là tập hợp điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = AB^2$. Chọn kết luận đúng

- A. (S) là mặt cầu có phương trình $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 56$.
B. (S) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .
C. (S) là mặt cầu có phương trình $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 14$.
D. (S) là đường tròn có phương trình $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 14$.

Câu 48. Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{\sin x}{3 - 2 \cos x} dx$ là

- A. $F(x) = -\frac{1}{3} \ln|3 - 2 \cos x| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|3 - 2 \cos x| + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{3} \ln|3 - 2 \cos x| + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{2} \ln|3 - 2 \cos x| + C$.

Câu 49. Cho $\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a - b$ bằng

A. 140.

B. 39.

C. 9.

D. 31.

Câu 50. Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} y^2 - 2y + x = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ bằng

A. $\frac{27}{2}$ đvdt.B. $\frac{27}{4}$ đvdt.C. $\frac{9}{2}$ đvdt.D. $\frac{9}{4}$ đvdt.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	B	C	A	D	D	A	A	A

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	B	B	C	C	A	A	A	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	A	D	B	B	D	A	C	C

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	C	C	B	C	B	C	B	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	D	A	B	A	C	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Giải bài toán tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2$, $y = e^x$, $x = 1$. Bốn bạn An, Bảo, Cần và Dũng cho 4 công thức khác nhau. Hãy chọn công thức đúng

A. Cần $S = \int_{\ln 2}^1 (2 - e^x) dx$.

B. Bảo $S = \int_1^{\ln 2} (e^x - 2) dx$.

C. Dũng $S = \int_1^{\ln 2} |e^x + 2| dx$.

D. An $S = \int_{\ln 2}^1 (e^x - 2) dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2$. Do đó diện tích cần tìm là $S = \int_{\ln 2}^1 (e^x - 2) dx$ (vì $e^x > 2$ khi $x > \ln 2$).

Câu 2. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin 3x \cdot \sin 5x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$

A. $F(x) = \frac{1}{4}(2 \sin 2x - \sin 8x) + 3$.

B. $F(x) = \frac{1}{4}(2 \sin 2x - \sin 8x) - 1$.

C. $F(x) = \frac{1}{8}(4 \sin 2x - \sin 8x) + 2$.

D. $F(x) = \frac{1}{8}(4 \sin 2x - \sin 8x) + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $F'(x) = \left(\frac{1}{8}(4 \sin 2x - \sin 8x) + 1 \right)' = \cos 2x - \cos 8x = 2 \sin 5x \cdot \sin 3x$.

Và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$.

Câu 3. Nguyên hàm $F(x) = \int \cot^3 x dx$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x - \ln |\sin x| + C$.

B. $F(x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x + \ln |\sin x| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{2} \cot^2 x - \ln |\sin x| + C.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x + \ln |\cos x| + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} F(x) &= \int \cot^3 x dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) \cot x dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} \cot x dx - \int \cot x dx \\ &= \int \frac{1}{\sin^2 x} \cot x dx - \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int -\cot x dx - \int \frac{1}{\sin x} d(\sin x) = -\frac{1}{2} \cot^2 x + \ln |\sin x| + C. \end{aligned}$$

Câu 4. Cho hai đường thẳng gồm d có phương trình $x = y = z$, d' có phương trình $x = y - 1 = z + 1$. Ta có khoảng cách giữa d và d' bằng

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$d: x = y = z$ qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{a} = (1;1;1)$.

$d': x = y - 1 = z + 1$ qua $A(0;1;-1)$ có VTCP $\vec{a} = (1;1;1)$.

$\vec{OA} = (0;1;-1); [\vec{OA}; \vec{a}] = (2;-1;-1).$

$$O \notin d' \Rightarrow d // d' \Rightarrow d(d; d') = d(O; d') = \frac{[\vec{OA}; \vec{a}]}{|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-1)^2}}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}.$$

Câu 5. Thể tích V khi quay $(E): x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 4π . C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{16\pi}{3}$.

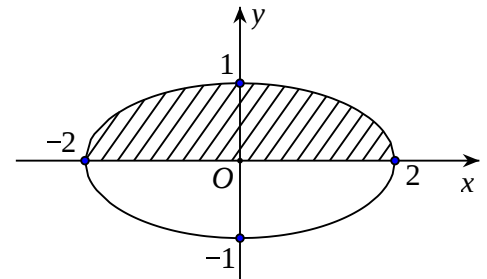
Hướng dẫn giải

Chọn A.

$(E): x^2 + 4y^2 - 4 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$

Thể tích $V = \pi \int_{-2}^2 y^2 dx = \pi \int_{-2}^2 \left(1 - \frac{x^2}{4} \right) dx.$

Bấm máy tính tích phân này, ta được $V = \frac{8\pi}{3}.$



Câu 6. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(3;-1;-2)$, $B(1;1;2)$ và có tâm thuộc trục Oz

- A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10.$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0.$
C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 12.$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 10 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I(0;0;c) \in Oz$ là tâm của mặt cầu (S) .

(S) qua $A, B \Rightarrow IA = IB \Rightarrow IA^2 = IB^2$

$$\Leftrightarrow 3^2 + (-1)^2 + (-2-c)^2 = 1^2 + 1^2 + (2-c)^2 \Leftrightarrow c = -1.$$

Vậy, tâm $I(0;0;-1)$; bán kính $R = IA = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{11}.$

Phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 11 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 10 = 0$.

- Câu 7.** Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = \frac{a}{b} \sqrt{2}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Ta có giá trị của $a+b$ là
- A. 8. B. 15. C. 10. D. 13.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } I &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \cos 5x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\sin x - \frac{1}{5} \sin 5x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} - \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi}{4} \right) = \frac{3\sqrt{2}}{10}. \end{aligned}$$

Vậy ta có: $a=3, b=10$ nên $a+b=13$.

- Câu 8.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-i|=1$ là
- A. Một đường tròn. B. Hai đường thẳng. C. Hai đường tròn. D. Một đường thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } |z-i|=1 \Leftrightarrow |x+yi-i|=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=1 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=1.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính là $R=1$.

- Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông nằm trong mặt phẳng Oxy , $AC \cap DB = O$ (O là gốc tọa độ), $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$, đỉnh $S(0;0;9)$. Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. 3 (đvtt). B. $3\sqrt{2}$ (đvtt). C. 4 (đvtt). D. 9 (đvtt).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: SO là đường cao của khối chóp.

$$SO=9.$$

$$AO = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = AO\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = 1.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 1 = 3 \text{ (đvtt).}$$

- Câu 10.** Biết rằng $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_0^3 f(3x) dx$ là
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$I = \int_0^3 f(3x) dx.$$

$$\text{Đặt } 3x = t \Rightarrow 3dx = dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=0.$$

$$x=3 \Rightarrow t=9.$$

$$\Rightarrow \int_0^9 f(t) \cdot \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = 3.$$

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có phần ảo của số phức $z^2 - 2z + 4i$ bằng

- A. $ab - b + 2$. B. $2ab - 2b + 4$. C. $2ab - 2b - 4$. D. $2ab + 2b - 4$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } z^2 - 2z + 4i &= (a + bi)^2 - 2(a + bi) + 4i = a^2 - b^2 + 2abi - 2a - 2bi + 4i \\ &= (a^2 - b^2 - 2a) + (2ab - 2b + 4)i. \text{ Vậy phần ảo là } 2ab - 2b + 4. \end{aligned}$$

Câu 12. Trên mặt phẳng phức, M và N là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 , trong đó z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Độ dài MN là

- A. 12. B. 4. C. 6. D. 8.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} z^2 + 4z + 13 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + 3i \\ z = -2 - 3i \end{cases}. \text{ Giả sử } M \text{ và } N \text{ có tọa độ là } M(-2; 3), N(-2; -3) \\ \Rightarrow \overrightarrow{MN}(0; -6) &\Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = 6. \end{aligned}$$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(5; 0; 0)$, $B(1; -1; 1)$, $C(-3; 3; 4)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng bằng 2 có phương trình là

- A. $x + 2y + 2z - 5 = 0$. B. $x - 2y + 2z - 5 = 0$. C. $x - 2y - 2z - 5 = 0$. D. $x + 2y - 2z - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Gọi } (P): Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 \neq 0.$$

$$\text{Ta có: } A, B \in (P) \text{ nên } \begin{cases} 5A + D = 0 \\ A - B + C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -5A \\ B = C - 4A \end{cases}$$

$$\text{Mà } d(C, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-3A + 3B + 4C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 2 \Leftrightarrow |7C - 20A| = 2\sqrt{A^2 + C^2 + (C - 4A)^2}$$

$$\Leftrightarrow 332A^2 - 248AC + 41C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} C = 2A \\ 166A - 41C = 0 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } C = 2A, \text{ chọn } A = 1, C = 2 \text{ nên } B = -2, D = -5 \Rightarrow (P): x - 2y + 2z - 5 = 0$$

$$+ \text{ Với } 166A - 41C = 0, \text{ chọn } C = 166, A = 41 \text{ nên } B = 2, D = -205$$

$$\Rightarrow (P): 41x + 2y + 166z - 205 = 0$$

Câu 14. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2i(2 - 3i)$.

- A. $\bar{z} = 6 + 4i$. B. $\bar{z} = 6 - 4i$. C. $\bar{z} = -6 + 4i$. D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$z = 2i(2 - 3i) = 6 + 4i \Rightarrow \bar{z} = 6 - 4i$$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(-1;2;-1)$, D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Ta có tọa độ D là

- A. $D(-2;-3;3)$. B. $D(2;-3;-3)$. C. $D(2;3;-3)$. D. $D(-2;3;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \\ z_B - z_A = z_C - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 1 = -1 - x_D \\ 0 - 1 = 2 - y_D \\ 1 - (-1) = -1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 3 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(2;3;-3).$$

Câu 16. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 9. B. 5. C. 29. D. 19.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 17 = \int_1^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^4 = f(4) - f(1) \Rightarrow f(4) = 17 + f(1) = 17 + 12 = 29.$$

Câu 17. Cho số phức $z \in \mathbb{C}$ thỏa $|z - 4 + 3i| = 3$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất?

- A. $z = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$. B. $z = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. C. $z = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. D. $z = -\frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

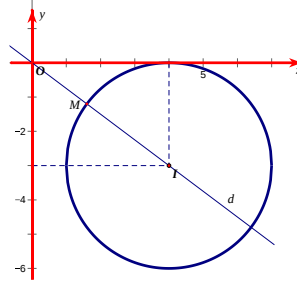
Gọi $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $M(x; y)$, gt $\Leftrightarrow |x - 4 + (y + 3)i| = 3 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 9$ do đó tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm $I(4; -3)$ bán kính $R = 3$.

Môđun $|z| = OM$ nhỏ nhất khi M là giao điểm của (C) và đoạn OI (gần gốc O nhất)

Mà PT đt $OI: 3x + 4y = 0$ (đt qua 2 điểm $O(0;0)$ và $I(4;-3)$)

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} (x-4)^2 + (y+3)^2 = 9 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \text{ ta được } \begin{cases} x = \frac{32}{5} \\ y = -\frac{24}{5} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = \frac{8}{5} \\ y = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\text{Tính độ dài } OM \text{ ta chọn } \begin{cases} x = \frac{8}{5} \\ y = -\frac{6}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } z = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$$



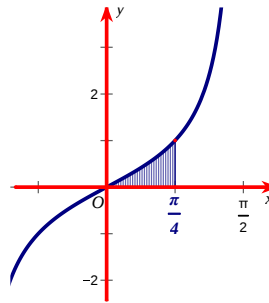
Câu 18. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = \tan x \\ Ox \\ x = 0, x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.** $1 - \frac{\pi}{4} (\text{đvtt})$. **B.** $\frac{\pi^2}{4} - \pi (\text{đvtt})$. **C.** $\pi - \frac{\pi^2}{4} (\text{đvtt})$. **D.** $\pi^2 (\text{đvtt})$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Thể tích } V = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx = \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\pi}{4} (\text{đvtt})$$



Câu 19. Nguyên hàm $F(x) = \int 3^{2x+2} dx$ là

- A.** $F(x) = \frac{3^{2x+2}}{2 \ln 3} + C$. **B.** $F(x) = 3^{2x+2} \ln 3 + C$.
C. $F(x) = 3^{2x+2} + C$. **D.** $F(x) = \frac{3^{2x}}{9} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo công thức tính nguyên hàm của hàm hợp $\int a^{\alpha x + \beta} dx = \frac{a^{\alpha x + \beta}}{\alpha \ln a}$

Suy ra đáp án A đúng.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -3), B(0; 1; -5)$, gọi I là điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $IA = 2IB$. Giả sử tọa độ của điểm $I(a; b; c)$ thì $a + b + c$ bằng

- A.** -4 . **B.** -5 . **C.** $-\frac{8}{3}$. **D.** $-\frac{17}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì I thuộc đoạn thẳng AB và $IA = 2IB \Rightarrow \vec{IA} = -2\vec{IB}$

$$\overrightarrow{IA} = (1-a; 2-b; -3-c), \overrightarrow{IB} = (-a; 1-b; -5-c)$$

Vì $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 1-a = -2(-a) \\ 2-b = -2(1-b) \\ -3-c = -2(-5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{4}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = -\frac{8}{3}.$$

Câu 21. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+3} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}.$

B. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}.$

C. $\frac{3}{20}.$

D. $\frac{1}{2} \ln 2.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\int_0^1 \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+3| \Big|_0^1 = \frac{1}{2} (\ln 5 - \ln 3) = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}$

Câu 22. Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{dx}{(3-2x)^5}$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{8(3-2x)^4} + C.$

B. $F(x) = \frac{1}{2(3-2x)^4} + C.$

C. $F(x) = -\frac{1}{4(3-2x)^4} + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{8(3-2x)^4} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $F(x) = \int \frac{dx}{(3-2x)^5} = -\frac{1}{2} \int \frac{d(3-2x)}{(3-2x)^5} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-1}{4(3-2x)^4} \right) + C = \frac{1}{8(3-2x)^4} + C$

Câu 23. Nguyên hàm $F(x) = \int \sqrt{3x+1} dx$ là

A. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C.$

B. $F(x) = \frac{1}{3} \sqrt{(3x+1)^3} + C.$

C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(3x+1)^3} + C.$

D. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{3x+1} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $F(x) = \int \sqrt{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int (3x+1)^{\frac{1}{2}} d(3x+1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C.$

Câu 24. Trong mặt phẳng phức $\mathbb{C}$, gọi A, B, C lần lượt là ba điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -3+4i$; $z_2 = 5-2i$; $z_3 = 1+3i$. Số phức biểu diễn bởi điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là

A. $-7-i.$

B. $1-9i.$

C. $1+9i.$

D. $-7+9i.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $A(-3;4)$, $B(5;-2)$ và $C(1;3)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (8; -6); \overrightarrow{DC} = (1 - x_D; 3 - y_D).$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_D = 8 \\ 3 - y_D = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = 9 \end{cases}. \text{ Do đó } D(-7;9).$$

Vậy số phức biểu diễn bởi điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là: $-7+9i$

Câu 25. Biết $\int_0^b (2x-4)dx = 0$. Khi đó b nhận giá trị bằng

A. $\begin{cases} b=1 \\ b=2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} b=0 \\ b=4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} b=0 \\ b=2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} b=1 \\ b=4 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int_0^b (2x-4)dx = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x)\Big|_0^b = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=4 \end{cases}.$$

Câu 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -\frac{x^2}{2} + 3x$ là

A. 12 đvtt.

B. 8 đvtt.

C. 4 đvtt.

D. 16 đvtt.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x^2}{4} = -\frac{x^2}{2} + 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn là $S = \int_0^4 \left| \frac{x^2}{4} - \left(-\frac{x^2}{2} + 3x \right) \right| dx$

$$S = \int_0^4 \left(3x - \frac{3x^2}{4} \right) dx = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{4} \right) \Big|_0^4 = 8 \text{ đvtt}.$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: x=y=z$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Ta có phương trình d' là:

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$. Gọi A là giao của d với mặt phẳng (Oyz) thì $A(0;0;0)$

Lấy $M(1;1;1) \in (d)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (Oyz)

Phương trình MH đi qua $M(1;1;1)$ và nhận vectơ $\vec{i}(1;0;0)$ làm pvt.

$$\text{PT MH } \begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \quad \text{tọa độ điểm } H \text{ là giao của } (Oyz) \text{ và đường thẳng } MH \text{ nên } H(0;1;1)$$

Phương trình $(d') \equiv AH$ đi qua $A(0;0;0)$ và nhận $\overrightarrow{AH} = (0;1;1)$ làm vpt

$$(d') : \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$$

Câu 28. Tích phân $I = \int_0^1 xe^{-x} dx = a - \frac{b}{e}$. Khi đó $a+2b$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{-x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{-x} \end{cases} \text{ khi đó: } I = -xe^{-x} \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{-x} dx = \frac{-1}{e} - e^{-x} \Big|_0^1 = \frac{-2}{e} + 1$$

Từ đó suy ra: $a = 1; b = 2$ nên $a + 2b = 5$.

Câu 29. Phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ là

- A. 1. B. -1. C. i . D. $-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017} = i^{2017} = i^{504 \cdot 4 + 1} = i^{504 \cdot 4} \cdot i = 1 \cdot i = i.$$

Câu 30. Cho $I = \int_0^9 x\sqrt[3]{1-x} dx$. Đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$. Ta có

- A. $I = 3 \int_{-2}^1 (1-t^3) 2t^2 dt.$ B. $I = 3 \int_1^2 (1-t^3) t^3 dt.$
C. $I = 3 \int_{-2}^1 (1-t^3) t^3 dt.$ D. $I = \int_{-2}^1 (1-t^3) t^3 dt.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{1-x} \Leftrightarrow t^3 = 1-x \Rightarrow 3t^2 dt = -dx.$$

Đổi cận: Với $x=0 \Rightarrow t=1, x=9 \Rightarrow t=-2$.

$$I = \int_0^9 x\sqrt[3]{1-x} dx = - \int_1^{-2} (1-t^3) \cdot t \cdot 3t^2 dt = 3 \int_{-2}^1 (1-t^3) t^3 dt.$$

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$

và $\Delta: x-3=y-1=z-5$. Trong bốn đường thẳng Ox, Oy, Oz và Δ , đường thẳng d tạo với đường thẳng nào một góc lớn nhất?

- A. Oy . B. Δ . C. Ox . D. Oz .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

d có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = (1;2;4)$.

$$Ox \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{i} = (1; 0; 0) \text{ và có } \cos(Ox, d) = \frac{|\vec{i} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{1}{\sqrt{21}}$$

$$Oy \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{j} = (0; 1; 0) \text{ và có } \cos(Oy, d) = \frac{|\vec{j} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{j}| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

$$Oz \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{k} = (0; 0; 1) \text{ và có } \cos(Oz, d) = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{4}{\sqrt{21}}$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{u}_\Delta = (1; 1; 1) \text{ và có } \cos(\Delta, d) = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{7}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{21}}$$

Do đó, đường thẳng Ox tạo với (d) một góc lớn nhất.

Câu 32. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z , biết số phức z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành

A. Đường thẳng $y = x$.

B. Trục tung và trục hoành.

C. Trục tung.

D. Trục hoành.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có: $z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$ có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành nên z^2 là một số thực.

Vậy $xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ hay tập hợp điểm biểu diễn số phức z là trục hoành và trục tung.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 5z + 10 = 0$ và đường thẳng d đi qua 2 điểm $M(-1; 0; 2)$, $N(3; 2; 0)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Ta có

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 30^\circ$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 4; -5)$.

Đường thẳng đi qua 2 điểm M, N có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (4; 2; -2)$.

$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + (-5) \cdot (-2)|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{4^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Câu 34. Nguyên hàm $F(x) = \int x e^{3x} dx$ là

A. $F(x) = (x-1)e^{3x} + C$.

B. $F(x) = x e^{3x} - x^2 + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{3} x e^{3x} + \frac{1}{9} e^{3x} + C$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ du = e^{3x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } F(x) = \int x \cdot e^{3x} dx = \frac{1}{3} x \cdot e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} dx = \frac{1}{3} x \cdot e^{3x} - \frac{1}{9} \cdot e^{3x} + C$$

Câu 35. Phương trình $z^2 + (1-i)z - 18 + 13i = 0$ có hai nghiệm là

- A. $4-i; -5-2i$. B. $4-i; -5+2i$. C. $4+i; 5-2i$. D. $4-i; 5-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\Delta = (1-i)^2 - 4(-18+13i) = (9-3i)^2$$

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm phức là } \begin{cases} x = \frac{-(1-i)+9-3i}{2} = 4-i \\ x = \frac{-(1-i)-9+3i}{2} = -5+2i \end{cases}.$$

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+z-3=0$ và $(Q): 2y+2z+3=0$. Ta có góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 0; 1)$.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (0; 2; 2)$.

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{1+1} \sqrt{4+4}} = \frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{\pi}{3}$

Câu 37. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 5), B(-1; 5; 5)$. Tìm điểm $C \in Oz$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất?

- A. $C(0; 0; 6)$. B. $C(0; 0; 5)$. C. $C(0; 0; 4)$. D. $C(0; 0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Do điểm } C \in Oz \Rightarrow C(0; 0; t) \Rightarrow \begin{cases} \overline{CA}(1; 2; 5-t) \\ \overline{CB}(-1; 5; 5-t) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } [\overline{CA}, \overline{CB}] = (-3(5-t); 2(5-t); 7) \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \|\overline{CA}, \overline{CB}\| = \frac{1}{2} \sqrt{13(5-t)^2 + 49} \geq \frac{7}{2}.$$

Vậy tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất bằng $\frac{7}{2}$, đạt khi $t = 5 \Rightarrow C(0; 0; 5)$

Câu 38. Nguyên hàm của hàm số $F(x) = \int x^3 e^{-x^4} dx$ là

- A. $F(x) = -\frac{x^4 e^{-x^4}}{4} + C$. B. $F(x) = -\frac{x e^{-x^4}}{4} + C$.

$$\underline{C.} \quad F(x) = -\frac{1}{4}e^{-x^4} + C.$$

$$\underline{D.} \quad F(x) = \frac{e^{-x^4}}{4} + C.$$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta đặt } t = -x^4 \Rightarrow dt = -4x^3 dx \Rightarrow x^3 dx = -\frac{1}{4} dt$$

$$F(x) = \int x^3 e^{-x^4} dx = -\frac{1}{4} \int e^t dt = -\frac{1}{4} e^t + C = -\frac{1}{4} e^{-x^4} + C$$

Câu 39. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;1)$, $B(2;-1;-4)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y - 3z + 4 = 0$.

$$\underline{A.} \quad 5x + 13y + z - 29 = 0.$$

$$\underline{B.} \quad x - 13y + 5z + 5 = 0.$$

$$\underline{C.} \quad x - 13y + 5z + 3 = 0.$$

$$\underline{D.} \quad 3x + 12y - 2z - 2 = 0.$$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -5)$, VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; -1; -3)$.

VTPT của (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (1; -13; 5)$.

Phương trình mp $(P): 1(x-3) - 13(y-1) + 5(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 13y + 5z + 5 = 0$.

Câu 40. Cho $I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx = a - \frac{\pi}{b}$. Khi đó

$$\underline{A.} \quad a < b.$$

$$\underline{B.} \quad a = b.$$

$$\underline{C.} \quad ab = 1.$$

$$\underline{D.} \quad a > b.$$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{e^x - 1} \Rightarrow t^2 = e^x - 1 \Rightarrow e^x = t^2 + 1 \Rightarrow e^x dx = 2t dt \Rightarrow dx = \frac{2t dt}{e^x} = \frac{2t dt}{t^2 + 1}.$$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = \ln 2 \Rightarrow t = 1$.

$$\text{Khi đó } I = 2 \int_0^1 \frac{t^2}{t^2 + 1} dt = 2 \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{t^2 + 1} \right) dt = 2 - 2 \int_0^1 \frac{1}{t^2 + 1} dt = 2 - 2J.$$

$$\text{Tính } J = \int_0^1 \frac{1}{t^2 + 1} dt.$$

$$\bullet \text{ Đặt } t = \tan u \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 u) du.$$

$$\bullet \text{ Đổi cận: } t = 0 \Rightarrow u = 0, t = 1 \Rightarrow u = \frac{\pi}{4}.$$

$$\bullet \text{ Khi đó } J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan^2 u) du}{1 + \tan^2 u} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} du = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Vậy } I = 2 - 2 \frac{\pi}{4} = 2 - \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = b = 2.$$

Câu 41. Cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của A lên (P) có tọa độ là

A. (1;1;2).

B. (0;1;-2).

C. (1;2;0).

D. (2;1;0).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình đường thẳng d đi qua A và $\perp(P)$ là:
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=-3-t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P)

$$\Leftrightarrow H = d \cap (P) \Leftrightarrow \begin{cases} H(1+t; 2+t; -3-t) \\ x_H + y_H - z_H - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H(0; 1; -2) \\ t = -1 \end{cases}$$

Câu 42. Cho $z \in \mathbb{C}$, $\bar{z}(1+2i) = 7+4i$. Khi đó $|2z+1|$ là

A. $\sqrt{65}$.

B. $\sqrt{61}$.

C. 8.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\bar{z}(1+2i) = 7+4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{7+4i}{1+2i} = 3-2i$. Vậy $z = 3+2i$

Khi đó $|2z+1| = |2(3+2i)+1| = |7+4i| = \sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{65}$

Câu 43. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, C là hằng số. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int a^{2x} dx = a^{2x} \ln a + C$.

B. $\int a^{2x} dx = a^{2x} + C$.

C. $\int a^x dx = a^x \ln a + C$.

D. $\int a^{2x} dx = \frac{a^{2x}}{2 \ln a} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int a^{2x} dx = \frac{1}{2} \int a^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^{2x}}{\ln a} + C$ và $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 44. Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(t) dt = 3$ và $\int_{-1}^1 f(u) du = -2$. Khi

đó $\int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng ?

A. -5.

B. 5.

C. 1.

D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 f(t) dt = 3 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 3 \Rightarrow \int_1^0 f(x) dx = -3$.

Lại có $\int_{-1}^1 f(u) du = -2 \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = -2$

$\Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^0 f(x) dx = -2 + (-3) = -5 \Rightarrow \int_{-1}^0 f(x) dx = -5$.

Câu 45. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(1; -1; 0)$.

A. $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

C. $x + y = 0$.

D. $2x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-2)$. Mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M(1;-1;0)$ qua $M(1;-1;0)$ và nhận $\overrightarrow{MI} = (1;2;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z+1=0$.

Câu 46. Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{x^2+2x-1}{x-2} dx$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 4x - 7\ln|x-2| + C$.

B. $F(x) = (x^2+4x)\ln|x-2| + C$.

C. $F(x) = x^2 + 2x - \ln|x-2| + C$.

D. $F(x) = x^2 + 4x + 7\ln|x-2| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $F(x) = \int \frac{x^2+2x-1}{x-2} dx = \int \left(x+4 + \frac{7}{x-2} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 4x - 7\ln|x-2| + C$.

Câu 47. Trong không gian Oxyz cho điểm $A(-1; 1; 1), B(-3; 5; 7)$. Gọi (S) là tập hợp điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = AB^2$. Chọn kết luận đúng

A. (S) là mặt cầu có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 56$.

B. (S) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

C. (S) là mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 14$.

D. (S) là đường tròn có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 14$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $MA^2 + MB^2 = AB^2 \Rightarrow \Delta MAB$ vuông tại M (định lý đảo Pitago).

Suy ra tập hợp điểm M là mặt cầu tâm I đường kính AB (với I là trung điểm AB).

$\overrightarrow{AB}(-2; 4; 6) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{14} \Rightarrow R = \sqrt{14}$ và $I(-2; 3; 4)$.

Vậy mặt cầu là $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 14$.

Câu 48. Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{\sin x}{3-2\cos x} dx$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{3}\ln|3-2\cos x| + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|3-2\cos x| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{3}\ln|3-2\cos x| + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{2}\ln|3-2\cos x| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$F(x) = \int \frac{\sin x}{3-2\cos x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(3-2\cos x)}{3-2\cos x} = \frac{1}{2} \ln|3-2\cos x| + C$.

Câu 49. Cho $\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-b$ bằng

A. 140.

B. 39.

C. 9.

D. 31.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4 = \frac{35}{4}$

Suy ra: $\begin{cases} a = 35 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a - b = 31$

Câu 50. Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} y^2 - 2y + x = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ bằng

A. $\frac{27}{2}$ đvdt.

B. $\frac{27}{4}$ đvdt.

C. $\frac{9}{2}$ đvdt.

D. $\frac{9}{4}$ đvdt.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Ta có: $\begin{cases} y^2 - 2y + x = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y^2 + 2y \\ x = -y \end{cases}$

Phương trình tung độ giao điểm: $-y^2 + 2y = -y \Leftrightarrow y^2 - 3y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^3 \left| -y - (-y^2 + 2y) \right| dy = \int_0^3 |y^2 - 3y| dy = \int_0^3 (3y - y^2) dy = \left(\frac{3}{2}y^2 - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{2}.$$