

ĐỀ THI THỬ THPT CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN 2-2017

MÔN TOÁN (thời gian: 90 phút)

Câu 1: Cho a, b là các số hữu tỉ thỏa mãn $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + a \cdot \log_2 3 + b \cdot \log_2 5$. Tính a + b

A. $a + b = 5$

B. $a + b = 0$

C. $a + b = \frac{1}{2}$

D. $a + b = 2$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$-\infty$	↗ 0	↘ -3	↗ 0	↘ $+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$

B. $m < -3$

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

D. $m < -\frac{3}{2}$

Câu 3: Tìm số nghiệm của phương trình: $\log_3 (x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}} (2x-1) = 2$

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

Câu 4: Một khối nón có thể tích bằng 30π . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính mặt đáy của khối nón lên hai lần thì thể tích khối nón mới bằng

A. 120π

B. 60π

C. 40π

D. 480π

Câu 5: Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Hỏi hệ thức nào sau đây đúng?

A. $xy' + 1 = e^y$

B. $xy' - 1 = e^y$

C. $xy' + 1 = -e^y$

D. $xy' - 1 = -e^y$

Câu 6: Nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ thỏa mãn $F(0) = 19$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$

B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 18$

D. $F(x) = x^2 + \cos x + 18$

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm.

A. $m > 2\sqrt{3}$

B. $m \geq 2\sqrt{3}$

C. $m \geq 12 \log_3 5$

D. $2 \leq m \leq 12 \log_3 5$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

B. Đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

C. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

D. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

Câu 9: Tính giá trị của biểu thức $T = \log_4 (2^{-2016} \cdot 2^{16} \cdot \sqrt{2})$

A. $T = \frac{-3999}{4}$

B. $T = -2016$

C. $T = \frac{-3999}{2}$

D. T không xác định

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm A(1;-1;2) và B(3;1;4). Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là:

A. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}$

B. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$

C. $(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3$

D. $(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \sqrt{3}$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P) đi qua điểm M(9;1;1) cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện OABC đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $\frac{81}{6}$

B. $\frac{243}{2}$

C. 243

D. $\frac{81}{2}$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho vectơ $\vec{a} = (1; m; 2)$; $\vec{b} = (m+1; 2; 1)$; $\vec{c} = (0; m-2; 2)$. Giá trị của m để $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng là:

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{-2}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. 1

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

A. $m > 1$

B. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

C. không có m

D. $m \neq 2$

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x \cdot \cos x$ là:

A. $\frac{\sin 4x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C$

B. $\frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + C$

C. $\frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{8} + C$

D. $\sin 3x \cdot \sin x + C$

Câu 15: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

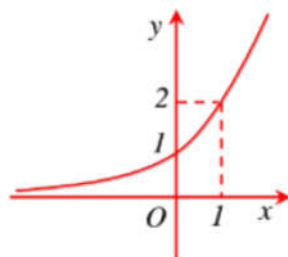
A. $y = -x^3 + 3x^2 + 3x - 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 2$

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$

Câu 16: Đường cong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = 2^x$

B. $y = 2^{-x}$

C. $y = \log_2 x$

D. $y = -\log_2 x$

Câu 17: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}} x \cdot \log_3 x \cdot \log_9 x = 8$

A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

Câu 18: Với giá trị thực nào của m thì phương trình $4^x - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. $m > 0$

B. $0 < m < 4$

C. $m < 4$

D. $m \geq 0$

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $y = \sqrt{x^2 + mx}$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

A. $m > -2$

B. $m \geq -1$

C. $m > -1$

D. $m \geq -2$

Câu 20: Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần diện tích hiện nay?

A. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$

B. 100%

C. $1 - \frac{4x}{100}$

D. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$

Câu 21: Hình chóp S.ABCD có đáy hình chữ nhật $AB = a$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy góc 45° .

Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng

A. $2a^3$

B. $2a^3\sqrt{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, C cho mặt phẳng (P): $x + y + 2z + 1 = 0$, (Q): $x + y - z + 2 = 0$, (R): $x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. $(Q) \perp (R)$ B. $(P) \perp (Q)$ C. $(P) // (R)$ D. $(P) \perp (R)$

Câu 23: Một hình trụ có bán kính 5cm và chiều cao 7cm. Cắt hình trụ bằng mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục 3cm. Diện tích thiết diện tạo bởi hình trụ và mặt phẳng (P) bằng

- A. 112cm^2 B. 28cm^2 C. 54cm^2 D. 56cm^2

Câu 24: Cho hàm số $y = |x + 2|$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ D. Hàm số không có cực trị.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại $M(8;0;0), N(0;2;0), P(0;0;4)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + 4y + 2z - 8 = 0$ B. $x + 4y + 2z + 8 = 0$
C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ D. $\frac{x}{8} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 0$

Câu 26: Trong các hàm số sau, hàm nào nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. $y = x + \log_2 x$ B. $y = x + \log_2 \frac{1}{x}$ C. $y = x^2 + \log_2 x$ D. $y = \log_2 x$

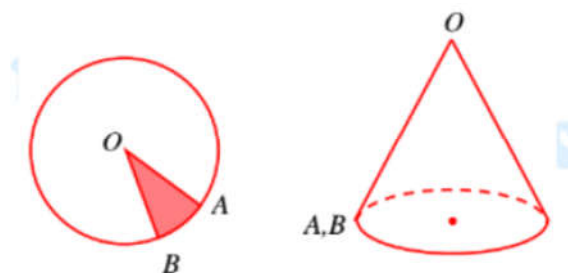
Câu 27: giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > -1$

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z = 0, (R): x + 2y + z = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $7x + y - 5z = 0$ B. $7x - y - 5z = 0$
C. $7x + y + 5z = 0$ D. $7x - y + 5z = 0$

Câu 29: Cho miếng tôn tròn tâm O bán kính R. Cắt miếng tôn hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không đáy (AO trùng với OB). Gọi S, S' lần lượt là diện tích của miếng tôn hình tròn ban đầu và diện tích của miếng tôn còn lại. Tìm tỉ số $\frac{S}{S'}$ để thể tích khối nón lớn nhất.



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Ta xét các khẳng định sau:

- 1) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- 2) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- 3) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 và đạt cực tiểu tại điểm $x_1 (x_0, x_1 \in (a; b))$ thì ta luôn có $f(x_0) > f(x_1)$

Gọi n là khẳng định đúng. Tìm n ?

A. $n = 1$

B. $n = 3$

C. $n = 2$

D. $n = 0$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$ và cắt mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 10 = 0$ theo một đường tròn có chu vi bằng 8π . Phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 5$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$

Câu 32: Cho hàm số $y = \log_3(2x+1)$. Chọn khẳng định đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

B. Trục Oy là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

D. Trục Ox là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 33: Cho hình lập phương cạnh a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích của sáu mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. π

Câu 34: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$ đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. giá thuê nhân công xây bể là 500.000 đồng/ m^2 . Chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. 150 triệu đồng

B. 75 triệu đồng

C. 60 triệu đồng

D. 100 triệu đồng

Câu 35: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB song song với đường thẳng $d: y = -4x + 1$

A. $m = -1$

B. $m = 3$

C. $m = 0$

D. không có m thỏa mãn

Câu 36: Một hình nón đỉnh O có diện tích xung quanh bằng $60\pi (\text{cm}^2)$, độ dài đường cao bằng 8cm. Khối cầu (S) có tâm là đỉnh hình nón, bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón. Thể tích khối cầu (S) bằng

A. 2000 cm^3

B. $4000\pi \text{ cm}^3$

C. $288\pi \text{ cm}^3$

D. $\frac{4000\pi}{3} \text{ cm}^3$

Câu 37: Hàm số $F(x) = e^{\ln(2x)} (x > 0)$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $f(x) = \frac{e^{\ln(2x)}}{x}$

B. $f(x) = e^{\ln(2x)}$

C. $f(x) = \frac{e^{\ln(2x)}}{2x}$

D. $f(x) = 2e^{\ln(2x)}$

Câu 38: Một công ty dự kiến làm một đường ống thoát nước thải hình trụ dài 1km, đường kính trong của ống (không kể lớp bê tông) bằng 1m; độ dày của lớp bê tông bằng 10cm. Biết rằng cứ một khối bê tông phải dùng 10 bao xi măng. Số bao xi măng công ty phải dùng để xây dựng đường ống thoát nước gần đúng với số nào nhất?

A. 3456 bao

B. 3450 bao

C. 4000 bao

D. 3000 bao

Câu 39: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B; $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$; mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ là

A. $a^3\sqrt{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 40: Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của AD; M trung điểm CD; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABM là:

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 41: Hàm số nào sau đây không có giá trị lớn nhất?

A. $y = \cos 2x + \cos x + 3$

B. $y = -x^4 + 2x^2$

C. $y = -x^3 + x$

D. $y = \sqrt{2x - x^2}$

Câu 42: Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình chữ nhật; $AB = 2a, AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm H của AB; SC tạo với đáy góc 45° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(1;1;2), B(3;-1;1)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $4x + 3y + 2z = 0$

B. $2x - 2y - z + 4 = 0$

C. $4x + 3y + 2z + 11 = 0$

D. $4x + 3y + 2z - 11 = 0$

Câu 44: Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $f(x)$ là hàm số lẻ. Khi đó $I = \int_{-1}^0 f(x)dx$ có giá trị bằng

A. $I = 1$

B. $I = 0$

C. $I = -2$

D. $I = 2$

Câu 45: Tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$ có giá trị bằng

A. $I = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

B. $I = \frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $I = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $I = \frac{2}{3}$

Câu 46: Biết tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + be$ ($a \in \mathbb{Q}; b \in \mathbb{Q}$). Khi đó tích a.b có giá trị bằng:

A. 1

B. -1

C. 2

D. 3

Câu 47: Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì $I = \int_1^2 f(t)dt$ trong đó

A. $f(t) = t^2 + t$

B. $f(t) = 2t^2 + 2t$

C. $f(t) = t^2 - t$

D. $f(t) = 2t^2 - 2t$

Câu 48: Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $(\sqrt{3}-1)^{2017} > (\sqrt{3}-1)^{2016}$

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$

C. $\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2016} > \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$

D. $(\sqrt{2}+1)^{2017} > (\sqrt{2}+1)^{2016}$

Câu 49: Tìm số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\sqrt{x^2+1} - x$

A. 2

B. 1

C. 3

D. 0

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(3;0;1)$ và có tâm thuộc trục Ox. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$

Đáp án

1-C	2-C	3-B	4-A	5-A	6-A	7-B	8-C	9-A	10-B
11-D	12-A	13-B	14-B	15-B	16-A	17-C	18-B	19-B	20-D
21-D	22-C	23-D	24-C	25-A	26-B	27-C	28-B	29-B	30-D
31-C	32-C	33-A	34-B	35-D	36-D	37-A	38-A	39-D	40-D
41-C	42-C	43-D	44-C	45-A	46-A	47-D	48-A	49-B	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án C**

$$\text{Ta có } \log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} \cdot \log_2 360 = \frac{1}{6} \cdot \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \log_2 3 + \frac{1}{6} \cdot \log_2 5$$

$$\text{Mặt khác } \log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + a \cdot \log_2 3 + b \cdot \log_2 5 \text{ suy ra } a = \frac{1}{3} \text{ và } b = \frac{1}{6} \Rightarrow a + b = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

Câu 2: Đáp án C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ

$$\text{khi } \begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 3: Đáp án B

$$\text{Phương trình } \log_3 (x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}} (2x-1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0; x \neq 1 \\ \log_3 (x-1)^2 + 2 \log_3 (2x-1) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0; x \neq 1 \\ \log_3 [(x-1)^2 \cdot (2x-1)^2] = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0; x \neq 1 \\ (x-1)^2 \cdot (2x-1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 4: Đáp án A

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính mặt đáy của khối nón.

$$\text{Thể tích khối nón ban đầu là } V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 30\pi \Rightarrow r^2 h = 90$$

$$\text{Thể tích khối nón sau khi tăng bán kính đáy là } V_s = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 h = \frac{4}{3} \pi r^2 h = 120\pi$$

Câu 5: Đáp án A

$$\text{Ta có } y = \ln \frac{1}{x+1} \Rightarrow y' = [-\ln(x+1)]' = -\frac{1}{x+1} \Rightarrow x \cdot y' + 1 = -\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1} = e^y$$

Câu 6: Đáp án A

Ta có $F(x) = \int (x + \sin x) dx = \int x dx + \int \sin x dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$

Mà $F(0) = 19 \Rightarrow C - 1 = 19 \Leftrightarrow C = 20$. Vậy hàm số $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$

Câu 7: Đáp án B

Điều kiện: $x \in [0; 4]$. Ta thấy $4 - x \leq 4 \Rightarrow 5 - \sqrt{4 - x} \geq 3 \Rightarrow \log_{5 - \sqrt{4 - x}} 3 > 0$

Khi đó bất phương trình đã cho trở thành $m > f(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3(5 - \sqrt{4-x})$ (*)

Với $u = x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \Rightarrow u' = \frac{3\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}}$ và $v = \log_3(5 - \sqrt{4-x}) \Rightarrow v' = \frac{1}{2\sqrt{4-x}(5 - \sqrt{4-x}) \cdot \ln 3}$

Suy ra $f'(x) > 0; \forall x \in (0; 4) \Rightarrow f(x)$ là hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 4]$

Để bất phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \min_{[0;4]} f(x) = f(0) = 2\sqrt{3}$

Câu 8: Đáp án C

Ta xét $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{2x-1} = \frac{3}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} y = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x-1}{2x-1} = \infty$ suy ra $x = \frac{1}{2}; y = \frac{3}{2}$ lần lượt là đường tiệm cận

đứng, tiệm cận ngang của đồ thị (C)

Câu 9: Đáp án A

Ta có: $T = \log_4(2^{-2016} \cdot 2^{16} \cdot \sqrt{2}) = \log_{2^2}(2^{-2016} \cdot 2^{16} \cdot 2^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2^{-\frac{3999}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3999}{2}\right) = -\frac{3999}{4}$

Câu 10: Đáp án B

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I(2; 0; 3)$ và $AB = 2\sqrt{3} \Rightarrow R = \sqrt{3}$

Phương trình mặt cầu (S) cần tìm là $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$

Câu 11: Đáp án D

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; c)$ là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mặt khác (P) đi qua điểm $M(9; 1; 1) \Rightarrow \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \Leftrightarrow abc \geq 243$

Thể tích khối tứ diện OABC là $V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{abc}{6} \geq \frac{81}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $a = 9b = 9c$

Câu 12: Đáp án A

Ta có: $\begin{cases} \vec{a} = (1; m; 2) \\ \vec{b} = (m+1; 2; 1) \end{cases} \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] = (m-4; 2m+1; 2-m-m^2) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 2-5$

Để ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $[\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow 2-5m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}$

Câu 13: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và (d) là $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 1 = m(x^2 - 1)$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = m(x^2 - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x^2 = m - 1 (*) \end{cases}$$

Để (C_m) cắt (d) tại bốn điểm phân biệt $\Rightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $\pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Câu 14: Đáp án B

$$f(x) = \cos 3x \cdot \cos x = \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 2x) \Rightarrow \int f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 2x) dx = \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + C$$

Câu 15: Đáp án B

Xét hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có $y' = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ nên hàm số

$y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 16: Đáp án A

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có nhận xét sau:

- Hàm số đồng biến trên tập xác định với hệ số $a > 0$
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 2)$
- Đồ thị hàm số nằm phải trên trục hoành và nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2^x$

Câu 17: Đáp án C

Điều kiện: $x > 0$. Ta có $\log_{\sqrt{3}} x = 2 \cdot \log_3 x$ và $\log_9 x = \frac{1}{2} \cdot \log_3 x$

Khi đó phương trình $\log_{\sqrt{3}} x \cdot \log_3 x \cdot \log_9 x = 8 \Leftrightarrow (\log_3 x)^3 = 8 \Leftrightarrow \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9$

Câu 18: Đáp án B

Đặt $t = 2^x > 0$, khi đó $4^x - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + m = 0 (*)$

Để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 4$

Câu 19: Đáp án B

Ta có $y = \sqrt{x^2 + mx} \Rightarrow y' = \frac{2x + m}{2\sqrt{x^2 + mx}}$ với mọi x thuộc tập xác định

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + m \geq 0 \\ x(x + m) > 0 \end{cases}; \forall x > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2x \\ m \geq -x \end{cases}; \forall x > 1 \Leftrightarrow m \geq -1$

Câu 20: Đáp án D

Gọi S là diện tích rừng nước ta hiện nay.

Sau năm thứ nhất, diện tích rừng còn lại là $S - S.x\% = S\left(1 - \frac{x}{100}\right)$

Sau năm thứ hai, diện tích rừng còn lại là $S\left(1 - \frac{x}{100}\right) - S\left(1 - \frac{x}{100}\right) \cdot \frac{x}{100} = S\left(1 - \frac{x}{100}\right)^2$

Sau năm thứ n , diện tích rừng còn lại là $S\left(1 - \frac{x}{100}\right)^n$ nên sau 4 năm diện tích rừng sẽ là $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$ phần

diện tích nước ta hiện nay.

Câu 21: Đáp án D

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$ và I là trung điểm của SC .

Khi đó $OI \perp (ABCD) \Rightarrow IA = IB = IC = ID$ mà $\triangle SAC$ vuông tại $A \Rightarrow IA = IS = IC$

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ suy ra $IA = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2}$

Mặt khác AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC; (ABCD))} = \widehat{(SC; AC)} = \widehat{SAC} = 45^\circ$

Suy ra $\triangle SAC$ vuông cân $\Rightarrow SA = AC = 2a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 22: Đáp án C

Ta xét $(P): x + y + 2z + 1 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; 2)$, $(Q): x + y - z + 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}} = (1; 1; -1)$

Và $(R): x - y + 5 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(R)}} = (1; -1; 0)$ suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{n_{(Q)}} = 0 \\ \overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{n_{(R)}} = 0 \\ \overrightarrow{n_{(Q)}} \cdot \overrightarrow{n_{(R)}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \end{cases}$

Câu 23: Đáp án D

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng (P) và hình trụ $ABCD$ là hình chữ nhật, có độ dài $AD = h = 7 \text{ cm}$

Gọi O là tâm đường tròn đáy chứa cạnh $AB \Rightarrow d(O; (P)) = d(O; (AB)) = 3 \text{ cm}$

Gọi I là trung điểm của AB $\Rightarrow AI = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Leftrightarrow AC = 8$

Diện tích của hình chữ nhật ABCD là $S_{ABCD} = AB.AD = 8.7 = 56 \text{ cm}^2$

Câu 24: Đáp án C

Xét hai trường hợp $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases}$ để phá dấu trị tuyệt đối nên dễ thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$

Câu 25: Đáp án A

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{8} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x + 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 26: Đáp án B

Dựa vào đáp án, ta có các nhận xét sau:

- $y = x + \log_2 x \Rightarrow y' = 1 + \frac{1}{x \cdot \ln 2} > 0; \forall x > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- $y = \log_2 \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x \cdot \ln 2}; \forall x > 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- $y = x^2 + \log_2 x \Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{x \cdot \ln 2} > 0; \forall x > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 27: Đáp án C

Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < (2^{-1})^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Câu 28: Đáp án B

Ta có: $\begin{cases} (Q): 2x - y + 3z = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; -1; 3) \\ (R): x + 2y + z = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(R)}} = (1; 2; 1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{n_{(Q)}}, \overrightarrow{n_{(R)}}] = (-7; 1; 5)$

Và mặt phẳng (P) đi qua $O(0; 0; 0)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $7x - y - 5z = 0$

Câu 29: Đáp án B

Gọi góc $\widehat{AOB} = \alpha \text{ rad}$ suy ra độ dài dây cung AB là $L_{AB} = \alpha.R$

Nên độ dài dây cung còn lại là $L_c = 2\pi R - \alpha R = R(2\pi - \alpha)$ là chu vi của đường tròn đáy của hình nón.

Bán kính đường tròn đáy hình nón là $R_0 = \frac{R(2\pi - \alpha)}{2\pi} = R\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi.R_0^2.h = \frac{1}{3}\pi.R^2.\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)^2.h$

Mặt khác $h = \sqrt{OA^2 - R_0^2} = \sqrt{R^2 - \left[\frac{R(2\pi - \alpha)}{2\pi}\right]^2} = R\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi - \alpha}{2\pi}\right)^2}$

Khi đó $V = \frac{1}{3}\pi R_0^2 h = \frac{1}{3}\pi R^3 \cdot \left(\frac{2\pi - \alpha}{2\pi}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi - \alpha}{2\pi}\right)^2}$. Với $t = \frac{2\pi - \alpha}{2\pi} = \frac{R_0}{R}$, ta xét $f(t) = t^2 \sqrt{1 - t^2}$

Ta có $f'(t) = \frac{2t - 3t^3}{\sqrt{1 - t^2}}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất

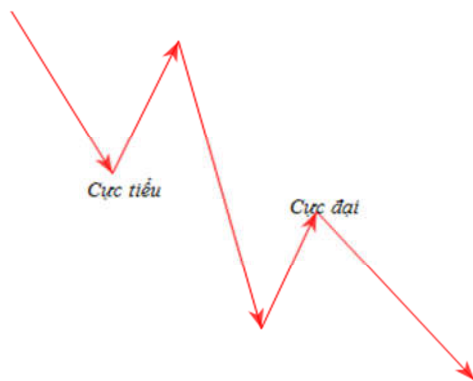
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = S_{xq} = \pi r_0 l = \pi R_0 R$

Diện tích miếng tôn ban đầu là $S_1 = \pi R^2$ suy ra $\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_0}{R} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Câu 30: Đáp án D

Khẳng định trên đều 1, 2 đều sai. Vì ta có thể xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 2]$

3 sai vì nó chỉ đúng trong 1 số trường hợp như hàm trùng phương hàm bậc 3.



Câu 31: Đáp án C

Bán kính của đường tròn là $C = 2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$

Khoảng cách từ tâm $I(2; -1; 3)$ đến mặt phẳng (P) là $d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 2 \cdot 3 + 10|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 3$

Suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{r^2 + d^2(I; (P))} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 25$

Câu 32: Đáp án C

Hàm số $y = \log_3(2x + 1)$ có $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3} > 0; \forall x > -\frac{1}{2} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 33: Đáp án A

Diện tích toàn phần của hình lập phương là $S_1 = 6a^2$

Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông ABCD, A'B'C'D', khi đó $h_{tr} = OO' = a$

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình trụ suy ra $r = \frac{a}{2}$. Suy ra $S_2 = S_{xq} = 2\pi rh = \pi a^2$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{S_1}{S_2} = 6a^2 : \pi a^2 = \frac{6}{\pi} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{6}{\pi}$$

Câu 34: Đáp án B

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là x (m) suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $2x$ (m)

$$\text{Gọi } h \text{ là chiều cao của bể nên ta có } V = S.h = 2x^2.h = \frac{500}{3} \Rightarrow x^2.h = \frac{250}{3} \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}$$

$$\text{Diện tích của bể là } S = 2.h.x + 2.2h.x + 2x^2 = 2x^2 + 6.hx = 2x^2 + 6.\frac{250}{3x^2}.x = 2x^2 + \frac{500}{x}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức AM - GM, ta có } 2x^2 + \frac{500}{x} = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{250}{x} \cdot \frac{250}{x}} = 150$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } 2x^2 = \frac{250}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{125} \Rightarrow \text{chi phí thấp nhất thuê nhân công là } 150 \cdot \frac{1}{2} = 75 \text{ triệu đồng}$$

Câu 35: Đáp án D

$$\text{Xét hàm số } y = x^3 - 3x^2 - mx + 2, \text{ ta có } y' = 3x^2 - 6x - m \Rightarrow y'' = 6x - 6$$

$$\text{Để hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi } y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$$

$$\text{Ta có: } y = \frac{y' \cdot y''}{18} = x^3 - 3x^2 - mx + 2 - \frac{(3x^2 - 6x - m)(6x - 6)}{18} = -\frac{2m+6}{3}x + \frac{6-m}{3}$$

$$\Rightarrow (AB): y = -\frac{2m+6}{3}x + \frac{6-m}{3} \text{ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.}$$

$$\text{Mặt khác (AB) song song với (d) suy ra } \begin{cases} -\frac{2m+6}{3} = -4 \\ \frac{6-m}{3} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+6 = 12 \\ 6-m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq \emptyset$$

Câu 36: Đáp án D

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi rl = \pi r \sqrt{h^2 + r^2} = 60\pi \Rightarrow r \sqrt{r^2 + 64} = 60 \Rightarrow r = 6$$

$$\text{Độ dài đường sinh } l = \sqrt{r^2 + h^2} = 10 \text{ cm. Thể tích của khối cầu (S) là } V = \frac{4}{3}\pi^3 = \frac{4}{3}\pi l^3 = \frac{4000\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Câu 37: Đáp án A

$$\text{Ta có } f(x) = F'(x) = [e^{\ln(2x)}]' = [\ln(2x)]' \cdot e^{\ln(2x)} = \frac{e^{\ln(2x)}}{x}$$

Câu 38: Đáp án A

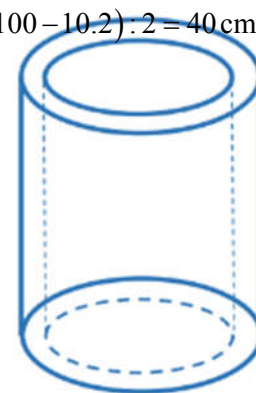
Bán kính của đường tròn đáy hình trụ không chứa bê tông bên trong đường ống là $(100 - 10.2) : 2 = 40 \text{ cm}$

Thể tích của đường ống thoát nước là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1000 = 250\pi (\text{m}^3)$

Thể tích của khối trụ không chứa bê tông (rỗng) là

$$V_1 = \pi r^2 l = \pi \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 1000 = 160\pi (\text{m}^3)$$

Vậy số bao xi măng công ty cần phải dùng để xây dựng đường ống là 3456 bao

**Câu 39: Đáp án D**

Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ mà $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (AA'B'B)$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} (A'BC) \cap (AA'B'B) = A'B \\ (ABC) \cap (AA'B'B) = AB \Rightarrow \widehat{(A'BC); (ABC)} = \widehat{(A'B; AB)} = \widehat{A'BA} = 30^\circ \\ BC = (A'BC) \cap (ABC) \end{cases}$$

Xét $\triangle A'AB$ vuông tại A, có $\tan \widehat{A'BA} = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AA' = \tan 30^\circ \cdot AB = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

Câu 40: Đáp án D

Gọi H là trung điểm của AD nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot V_{\triangle ABM} = \frac{1}{6} \cdot SH \cdot AB \cdot BC$

Ta có HB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow \widehat{(SB; (ABCD))} = \widehat{(SB; HB)} = \widehat{SBH} = 60^\circ$

Xét $\triangle SHB$ vuông tại H, có $\tan \widehat{SBH} = \frac{SH}{BH} \Rightarrow SH = \tan 60^\circ \cdot BH = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp } S.ABM \text{ là } V_{S.ABM} = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$$

Câu 41: Đáp án C

Xét hàm số $y = -x^3 + x$, ta thấy rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất

Câu 42: Đáp án C

Gọi M là trung điểm của CD suy ra $HM \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHM)$

Kẻ $HK \perp SM$ với $K \in SM \Rightarrow CD \perp HK \Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(A; (SCD)) = d(H; (SCD)) = HK$

Ta có HC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow (\widehat{CD; (ABCD)}) = (\widehat{SC; HC}) = \widehat{SCH} = 45^\circ$

Khi đó $\triangle SCH$ vuông cân tại H mà $HC = a\sqrt{2} \Rightarrow SH = a\sqrt{2}$

Xét $\triangle SHM$ vuông tại H có đường cao HK suy ra $HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 43: Đáp án D

Ta có $A(1;1;2); B(3;-1;1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; -2; -1)$ và $\overrightarrow{n_{(p)}} = (1; -2; 1)$ nên $\overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_{(p)}}] = (4; 3; 2)$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $A(1;1;2)$ và có $\overrightarrow{n_{(Q)}}$ là $4x + 3y + 2z - 11 = 0$

Câu 44: Đáp án C

Đặt $t = -x \Leftrightarrow dx = -dt$ và $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = 1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$ nên $I = -\int_1^0 f(-t) dt = \int_1^0 [-f(-t)] dt = -\int_0^1 f(t) dt = -2$

Câu 45: Đáp án A

Đặt $u = \sqrt{x^2 + 1} \Leftrightarrow u^2 = x^2 + 1 \Leftrightarrow u du = x dx$ và $\begin{cases} x = 0 \rightarrow u = 1 \\ x = 1 \rightarrow u = \sqrt{2} \end{cases}$

Khi đó $I = \int_1^{\sqrt{2}} u^2 du = \frac{u^3}{3} \Big|_1^{\sqrt{2}} \Rightarrow I = \frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$

Câu 46: Đáp án A

Xét hàm số $F(x) = (mx + n)e^x$, ta có $F'(x) = (mx + m + n)e^x$ mà $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = (2x + 1)e^x \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m + n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -1 \end{cases} \Leftrightarrow I = (2x - 1)e^x \Big|_0^1 = e + 1 = a + be \Rightarrow a = b = 1$

Cách 2: Đặt $\begin{cases} u = 2x + 1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 2e^x dx = 3e - 1 - 2e^x \Big|_0^1 = e + 1 \Rightarrow a = b = 1$

Câu 47: Đáp án D

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow t^2 = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} dx = 2t dt \\ x = t^2 - 1 \end{cases}$ và đổi cận $\begin{cases} x = 0 \rightarrow t = 1 \\ x = 3 \rightarrow t = 2 \end{cases}$

Khi đó $I = \int_1^2 2t \cdot \left(\frac{t^2 - 1}{t + 1} \right) dt = \int_1^2 2t \cdot (t - 1) dt = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt \Rightarrow f(t) = 2t^2 - 2t$

Câu 48: Đáp án A

Hàm số $y = a^x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$ và là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$. Khi

đó xét với $x_1 > x_2$ thì $a^{x_1} > a^{x_2}$ khi $a > 1$ và $a^{x_1} < a^{x_2}$ khi $0 < a < 1$

Dựa vào các đáp án, ta thấy rằng $(\sqrt{3}-1)^{2017} < (\sqrt{3}-1)^{2016}$ vì $\begin{cases} 0 < a = \sqrt{3}-1 < 1 \\ x_1 = 2017 > x_2 = 2016 \end{cases}$

Câu 49: Đáp án B

Ta xét $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{|x| \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

Câu 50: Đáp án A

Gọi $I(m; 0; 0)$ là tâm mặt cầu (S) mà $A, B \in (S) \Rightarrow IA = IB \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1^2 + 2^2 = (x-3)^2 + 1^2$

$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow I(1; 0; 0) \Rightarrow R = IA = \sqrt{5} \Rightarrow (S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$