

(Đề thi gồm 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 30.

B. 8.

C. 16.

D. 12.

Câu 2: Giả sử $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực $a < b < c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx.$

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$

D. $\int_a^b cf(x)dx = -c \int_a^b f(x)dx.$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^2(3 - x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 5: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1.$

B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}.$

C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}.$

D. $F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}.$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(3; 0; 0), N(0; 0; 4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = 10.$

B. $MN = 5.$

C. $MN = 1.$

D. $MN = 7.$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): -3x + 2z - 1 = 0$. Véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (-3; 2; -1).$

B. $\vec{n} = (3; 2; -1).$

C. $\vec{n} = (-3; 0; 2).$

D. $\vec{n} = (3; 0; 2).$

Câu 8: Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z .

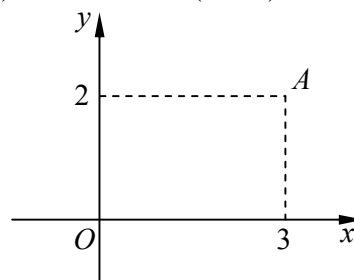
Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .

B. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 .

C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.

D. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.



Câu 9: Cho các số thực a, b, α ($a > b > 0, \alpha \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$. C. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$. D. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{2}{3}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{-\pi}$ là

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $(0; 2)$. C. $[0; 2]$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm giá trị của m .

- A. $m = -16$. B. $m = 16$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Câu 13: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		+	
y			3		0		$+\infty$

- A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
 B. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.
 C. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.
 D. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

Câu 14: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^2$. Tính chiều cao h của hình lăng trụ đã cho.

- A. $h = a$. B. $h = 3a$. C. $h = 9a$. D. $h = \frac{a}{3}$.

Câu 15: Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là

- A. $-1 < m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC = 2a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $R = 3a$. C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $R = 2a$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^4 + 1)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng

- A. $\frac{\ln 2}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 18: Cho hàm số $y = x^2 e^x$. Nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là:

- A. $x \in (0; 2)$. B. $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$. D. $x \in (-2; 0)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và

$d': \frac{x}{6} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $d // d'$. B. $d \equiv d'$.
C. d và d' cắt nhau. D. d và d' chéo nhau.

Câu 20: Xét hàm số $f(x) = 3x + 1 + \frac{3}{x+2}$ trên tập $D = (-2; 1]$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D bằng 5.
B. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị trên D .
C. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên D bằng 1.
D. Không tồn tại giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D .

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tìm số đo của $\widehat{ABC}$.

- A. 135° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

Câu 22: Biết rằng phương trình $2^{x^2-1} = 3^{x+1}$ có 2 nghiệm là a, b . Khi đó $a + b + ab$ có giá trị bằng

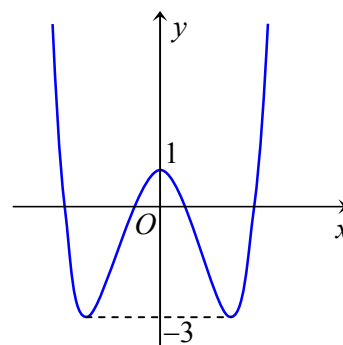
- A. $-1 + 2\log_2 3$. B. $1 + \log_2 3$. C. -1 . D. $1 + 2\log_2 3$.

Câu 23: Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$. B. $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$
C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$. D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$.

Câu 24: Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:

- A. $-3 < m < 1$.
B. $m = 0$.
C. $m = 0, m = 3$.
D. $1 < m < 3$.



Câu 25: Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + 2b = 0$. B. $2a - b = 0$.
C. $a - b = 0$. D. $a + b = 0$.

Câu 26: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0.
 B. Hàm số có hai giá trị cực tiểu là $-\frac{2}{3}$ và $-\frac{5}{48}$.
 C. Hàm số chỉ có một giá trị cực tiểu.
 D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{2}{3}$ và giá trị cực đại là $-\frac{5}{48}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua d .

- A. $M'(3; -3; 0)$. B. $M'(1; -3; 2)$. C. $M'(0; -3; 3)$. D. $M'(-1; -2; 0)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^4 f(x)dx = 2$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\int_{-1}^2 f(2x)dx = 2$. B. $\int_{-3}^3 f(x+1)dx = 2$. C. $\int_{-1}^2 f(2x)dx = 1$. D. $\int_0^6 \frac{1}{2}f(x-2)dx = 1$.

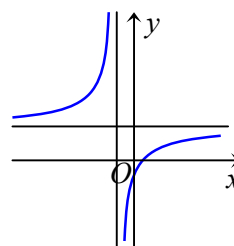
Câu 30: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khi đó

- A. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Câu 31: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- A. $bd < 0, ab > 0$. B. $ad > 0, ab < 0$.
 C. $bd > 0, ad > 0$. D. $ab < 0, ad < 0$.



Câu 32: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó

- A. $w = 2^{50}i$. B. $w = -2^{51}$. C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Câu 33: Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi

- A. $m > \frac{1}{4}$. B. $m > 0$. C. $m \geq \frac{1}{4}$. D. $m < \frac{1}{4}$.

Câu 34: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2a$, $AA' = 3a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ có hai đáy lần lượt ngoại tiếp hai đáy của hình hộp chữ nhật đã cho.

- A. $S = 7\pi a^2$. B. $S = 16\pi a^2$. C. $S = 12\pi a^2$. D. $S = 20\pi a^2$.

Câu 35: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 2 - x$ và $y = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x-2) dx$. B. $S = \left| \int_0^2 (x^3 + x - 2) dx \right|$.
 C. $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx$. D. $S = \int_0^1 |x^3 - (2-x)| dx$.

Câu 36: Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{4x^2 + 1}$ có tiệm cận ngang là:

- A. $a = \pm 2$. B. $a = -2$ và $a = \frac{1}{2}$. C. $a = \pm 1$. D. $a = \pm \frac{1}{2}$.

Câu 37: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0$, $y = x\sqrt{\ln(x+1)}$ và $x = 1$ xung quanh trục Ox là

- A. $V = \frac{5\pi}{6}$. B. $V = \frac{\pi}{6}(12\ln 2 - 5)$. C. $V = \frac{5\pi}{18}$. D. $V = \frac{\pi}{18}(12\ln 2 - 5)$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $2z = i(\bar{z} + 3)$. Môđun của z là

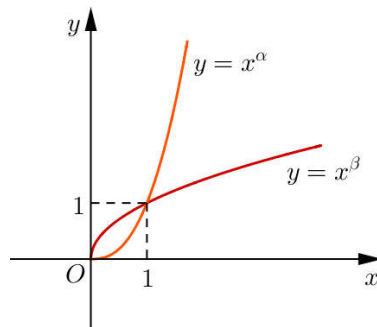
- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = \frac{3\sqrt{5}}{4}$. D. $|z| = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 16 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. B. $(P): -2x + 11y - 10z - 105 = 0$.
C. $(P): 2x - 11y + 10z - 35 = 0$. D. $(P): -2x + 2y - z + 11 = 0$.

Câu 40: Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.
B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.
C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.
D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.



Câu 41: Cho đồ thị (C) có phương trình $y = \frac{x+2}{x-1}$, biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

- A. $f(x) = -\frac{x-2}{x+1}$ B. $f(x) = -\frac{x+2}{x-1}$ C. $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ D. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 42: Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $3|z+i| = |2\bar{z} - z + 3i|$. Tập hợp tất cả những điểm M như vậy là

- A. một parabol. B. một đường thẳng. C. một đường tròn. D. một elip.

Hướng dẫn

Câu 43: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

- A. $7 \times \log_3 25$. B. $3^{\frac{25}{7}}$. C. $7 \times \frac{24}{3}$. D. $7 \times \log_3 24$.

Câu 44: Số nghiệm của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$ là

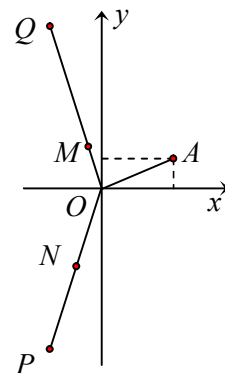
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai phương trình $f(x) = 2017$ và $f(x-1) = 2017$ có cùng số nghiệm.
 B. Hàm số $y = f(x-2017)$ không có cực trị.
 C. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x-1) = m-1$ có cùng số nghiệm với mọi m .
 D. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x-1) = m+1$ có cùng số nghiệm với mọi m .

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z . Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q . Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là

- A. điểm Q . B. điểm M .
 C. điểm N . D. điểm P .



Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 48: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt $\alpha = \widehat{CAB}$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB . Tìm α sao cho thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 49: Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là

- A. $v = 5(m/p)$. B. $v = 7(m/p)$. C. $v = 9(m/p)$. D. $v = 3(m/p)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

- A. $\vec{u} = (2; 1; 6)$. B. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. C. $\vec{u} = (3; 4; -4)$. D. $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	C	C	C	B	C	B	D	A	B	B	A	B	D	D	B	D	A	A	A	C	B	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	A	D	B	B	A	B	C	A	D	A	C	A	D	A	A	B	A	D	A	C	C	B

PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: ☒ **Đáp án: D**

Số cạnh của hình bát diện đều là 12 cạnh.

Câu 2: ☒ **Đáp án: C**

Câu 3: ☒ **Đáp án: C**

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ một tiệm cận ngang là trục hoành.

Câu 4: ☒ **Đáp án: C**

Ta có $y = -x^3 + 3x^2$. $y' = -3x^2 + 6x$;

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			4		$-\infty$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 2)$.

Câu 5: ☒ **Đáp án: C**

Ta có $F(x) = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} e^{3x} + C$.

Vì $F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{3} e^{3x} + \frac{2}{3}$.

Câu 6: ☒ **Đáp án: B**

$MN = \sqrt{(0-3)^2 + (0-0)^2 + (4-0)^2} = 5$.

Câu 7: ☒ **Đáp án: C**

Câu 8: ☒ **Đáp án: B**

Ta có $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$.

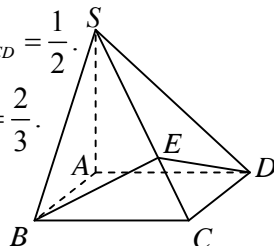
Câu 9: ☒ **Đáp án: D**

Câu 10: ☒ **Đáp án: A**

Ta có $V_{SBCD} = \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD}$.

$\frac{V_{SEBD}}{V_{SCBD}} = \frac{SE \cdot SB \cdot SD}{SC \cdot SB \cdot SD} = \frac{2}{3}$.

Do đó $V_{SEBD} = \frac{1}{3} \cdot V_{SCBD}$.



Câu 11: ☒ **Đáp án: B**

Hàm số XD $\Leftrightarrow 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Vậy TXĐ: $D = (0; 2)$.

Câu 12: ☒ **Đáp án: B**

Ta có: $a = 1; b = -2; c = 2; d = -m$.

Theo giả thiết

$R = 5 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 5$

$\Leftrightarrow \sqrt{9 + m} = 5 \Leftrightarrow m = 16$.

Câu 13: ☒ **Đáp án: A**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 14: ☒ **Đáp án: B**

Ta có $S_{ABCD} = a^2$.

Suy ra: $h = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{3a^2}{a^2} = 3a$.

Câu 15: ☒ **Đáp án: D**

Phân tích: Vì đây là hàm bậc ba nên có hai tính chất sau:

1) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm.

2) Đồ thị hàm số không có tiếp tuyến song song với trục hoành $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm.

Kết hợp 2 tính chất ta được $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 3mx^2 - 6mx - 3$.

Nếu $m = 0$ thì $y' = -3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Nếu $m \neq 0$ thì ycbt $\Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in \mathbb{R}$

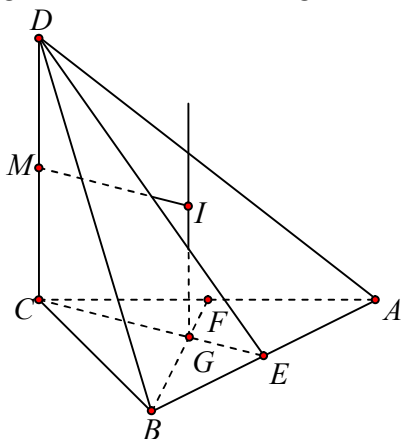
$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 9m^2 + 9m < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -1 < m < 0$

Kết hợp 2 trường hợp ta được: $-1 < m \leq 0$.

Câu 16: **Đáp án: D.**

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm SC .



Dựng $IG \parallel SC$ và $IM \parallel CG$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } R &= IC = \sqrt{CM^2 + CG^2} \\ &= \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a. \end{aligned}$$

Câu 17: **Đáp án: B.**

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \Rightarrow f'(1) = 2.$$

Câu 18: **Đáp án: D.**

$$\text{Ta có: } y' = (x^2 + 2x)e^x.$$

$$\text{Do đó } y' < 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x)e^x < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0.$$

Câu 19: **Đáp án: A.**

Đường thẳng d qua điểm $M(2; -2; -1)$

và có VTCP $\vec{u} = (-3; 1; -2)$.

Đường thẳng d' qua điểm $N(0; 4; 2)$ và

có VTCP $\vec{u}' = (6; -2; 4)$.

$$\text{Ta có: } \frac{-3}{6} = \frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \text{ nên } \vec{u}, \vec{u}' \text{ cùng}$$

phương. Lại có $M(2; -2; -1) \notin d'$

Vậy $d \parallel d'$.

Câu 20: **Đáp án: A.**

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3 - \frac{3}{(x+2)^2}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -3.$$

Do $x \in D$ nên ta chọn $x = -1$. BBT:

x	-2	-1	1
y'		-	+
y	$+\infty$		5

1

Vậy câu A sai.

Câu 21: **Đáp án: A.**

$$\text{Ta có: } \vec{BA} = (0; 1; 0), \vec{BC} = (1; -1; 0)$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{ABC} = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 135^\circ$$

Câu 22: **Đáp án: C.**

$$2^{x^2-1} = 3^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = (x+1) \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 1 + \log_2 3.$$

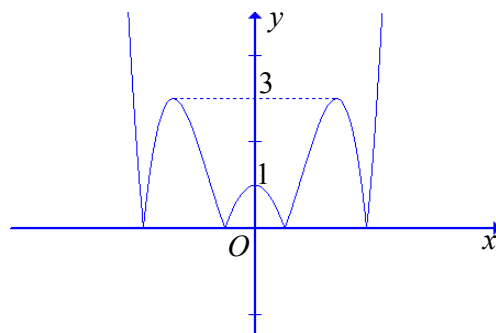
$$\text{Vậy: } a + b + ab = -1$$

Câu 23: **Đáp án: B.**

Phương án B sai vì $\ln a, \ln b$ không xác định khi $a < b < 0$.

Câu 24: **Đáp án: C.**

Đồ thị $y = |f(x)|$ là:



Phương trình có 4 nghiệm phân biệt

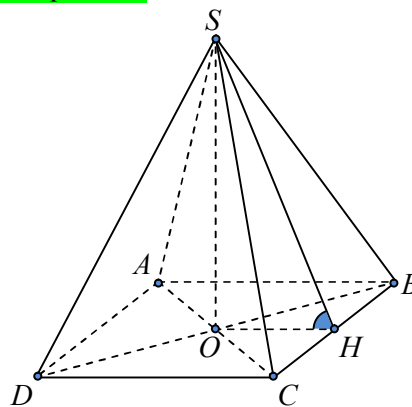
$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = 3.$$

Câu 25: **Đáp án: D.**

$$\begin{aligned} \int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx &= \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx \\ &= (\ln |x| - \ln |x+3|) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = -1.$$

Câu 26: **Đáp án: D.**



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều suy ra $ABCD$ là hình vuông. Do $AC = 2a$

$$\Rightarrow AB = BC = CD = DA = a\sqrt{2}$$

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow OH \perp BC; SH \perp BC$

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SHO} = 45^\circ$, khi đó tam giác SOH vuông cân tại $O \Rightarrow SO = OH$

Ta có $OH = \frac{1}{2}CD = a\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = a\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^3 \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 27: **Đáp án: B.**

$$y = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 2x^2 - 2x;$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$-\frac{5}{48}$	0		$-\frac{2}{3}$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có đáp án B

Câu 28: **Đáp án: C.**

Phương pháp tự luận

Ta có phương trình mặt phẳng (P) đi qua M vuông góc với d là:

$$2(x-2) - 1(y+3) + 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 2z - 9 = 0$$

Gọi I là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) , khi đó tọa độ I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \\ 2x - y + 2z - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; -3; 2)$$

Gọi M' đối xứng với M qua d thì I là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(0; -3; 3)$.

Phương pháp trắc nghiệm

Tìm tọa độ trung điểm của MM'

Kiểm tra xem có thuộc đường thẳng d không

Nếu không thuộc ta loại, nếu thuộc kiểm tra thêm $\overrightarrow{MM'} \cdot \vec{u}_d = 0$ thì điểm đó thỏa mãn.

Câu 29: **Đáp án: A.**

$$\text{Đặt } x = 2t \Rightarrow \int_{-2}^4 f(x)dx = \int_{-1}^2 f(2t)d(2t)$$

$$= 2 \int_{-1}^2 f(2t)dt = 2$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^2 f(2t)dt = 1 = \int_{-1}^2 f(2x)dx$$

Câu 30: **Đáp án: D.**

$$z = 1 + \sqrt{3}i.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + \sqrt{3}i} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{4} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$$

Câu 31: **Đáp án: B.**

Đồ thị cắt trục Ox tại điểm $\left(\frac{-b}{a}; 0\right)$.

$$\text{Ta có } \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$$

$$\text{Mặt khác TCN } y = \frac{a}{c} > 0,$$

$$\text{TCĐ } x = \frac{-d}{c} < 0 \Rightarrow ad > 0.$$

Câu 32: **Đáp án: B.**

$$\text{Ta có: } z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$$

$$\Rightarrow w = (-1 + i)^{100} + (-1 - i)^{100}$$

$$= (-2i)^{50} + (2i)^{50} = -2^{51}$$

Câu 33: **Đáp án: A.**

Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$4^x - 2^x + m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m > 2^x - 4^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m > \max(2^x - 4^x) = \frac{1}{4}$$

Câu 34: **Đáp án: B.**

$$\text{Ta có: } S_p = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 16\pi a^2 \quad \text{với}$$

$$l = 3\sqrt{2}a, \quad r = a\sqrt{2}.$$

Câu 35: **Đáp án: C.**

$$\text{Ta có: } S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (2-x)dx = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx$$

Câu 36: ☒ **Đáp án: A.**

TH1: $a > 0$:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1})$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 4)x^2 - 1}{ax - \sqrt{4x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 4)x - \frac{1}{x}}{a - \sqrt{4 + \frac{1}{x}}}$$

vậy để $\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1})$ không tồn

tại thì $a^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2$ (do $a > 0$)

là hữu hạn khi $\begin{cases} a^2 - 4 = 0 \\ a \neq 2 \end{cases} \Rightarrow a = -2$.

TH2: $a < 0$: Trình bày tương tự ta được $a = -2$

TH3: $a = 0$:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{4x^2 + 1} = +\infty$ nên loại $a = 0$.

Vậy các giá trị thỏa mãn là: $a = \pm 2$.

PP trắc nghiệm

$$y = ax + \sqrt{4x^2 + 1} \rightarrow ax + 2|x| = (a \pm 2)x$$

- Nếu $a - 2 \neq 0 \Rightarrow y \rightarrow \pm\infty$
- Nếu $a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 2$ thì $y \rightarrow 0$

Vậy các giá trị thỏa mãn là: $a = \pm 2$.

Câu 37: ☒ **Đáp án: D.**

Ta có: $x\sqrt{\ln(x+1)} = 0 \Rightarrow x = 0$.

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 \left(x\sqrt{\ln(x+1)} \right)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 x^2 \ln(x+1) dx = \frac{\pi}{18} (12 \ln 2 - 5). \end{aligned}$$

Câu 38: ☒ **Đáp án: A.**

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Khi đó:

$$2z = i(\bar{z} + 3) \Leftrightarrow 2a + 2bi = ai + b + 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b = a + 3 \\ 2a = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 2i$$

Từ đó suy ra $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 39: ☒ **Đáp án: C.**

Đường thẳng d đi $M(1; -3; 0)$. Tọa độ điểm M chỉ thỏa mãn phương trình mặt phẳng trong phương án A và C.

Tính khoảng cách từ tâm $I(1; 2; -2)$ của (S) và so sánh với bán kính $R = 5$ được đáp án C đúng.

Câu 40: ☒ **Đáp án: A.**

Với $x_0 > 1$ ta có:

$$x_0^\alpha > 1 \Rightarrow \alpha > 0; x_0^\beta > 1 \Rightarrow \beta > 0.$$

$$x_0^\alpha > x_0^\beta \Rightarrow \alpha > \beta$$

Mặt khác, dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra $\alpha > 1$ và $\beta < 1$.

Từ đó suy ra A là phương án đúng.

Câu 41: ☒ **Đáp án: D.**

Gọi $M(x; y) \in f(x) \Rightarrow N(-x; y) \in (C)$, ta

$$\text{có } y = \frac{-x+2}{-x-1} = \frac{x-2}{x+1}.$$

Câu 42: ☒ **Đáp án: A.**

Gọi số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn

là $M(x, y)$ trên mặt phẳng tọa độ:

Theo đề bài ta có:

$$3|z+i| = |2\bar{z} - z + 3i|$$

$$\Leftrightarrow |3(x+yi) + 3i| = |2(x-yi) - (x+yi) + 3i|$$

$$\Leftrightarrow |3x + (3y+3)i| = |x + (3-3y)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9x^2 + (3y+3)^2} = \sqrt{x^2 + (3-3y)^2}$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + (3y+3)^2 = x^2 + (3-3y)^2$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 + 36y = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{9}x^2$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là Một parabol $y = -\frac{2}{9}x^2$.

Câu 43: ☒ **Đáp án: A.**

Theo đề bài số lượng bào ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 7 ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^1$ diện tích mặt hồ.

Sau 14 ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

...

Sau $7 \times n$ ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bào phủ kín mặt hồ thì

$$0,04 \times 3^n = 1 \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25.$$

Vậy sau $7 \times \log_3 25$ ngày thì bào vừa phủ kín mặt hồ.

Câu 44: ☒ **Đáp án: B.**

ĐK: $x \neq 0$; $x \neq \sqrt{2}$.

$$\text{Đặt } t = x^2 - \sqrt{2}x \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}x + 2 = t + 2 \\ \Rightarrow \log_3 |t| = \log_5 (t + 2).$$

$$\text{Đặt } \log_3 |t| = \log_5 (t + 2) = u$$

$$\begin{cases} \log_3 |t| = u \\ \log_5 (t + 2) = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |t| = 3^u \\ t + 2 = 5^u \end{cases}$$

$$\Rightarrow |5^u - 2| = 3^u$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5^u - 2 = 3^u \\ 5^u - 2 = -3^u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^u + 3^u = 2 \\ 3^u + 2 = 5^u \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5^u + 3^u = 2 & (1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{3}{5} \right)^u + 2 \left(\frac{1}{5} \right)^u = 1 \right] \quad (2)$$

- Xét (1): $5^u + 3^u = 2$

Ta thấy $u = 0$ là 1 nghiệm, dùng phương pháp hàm số hoặc dùng BĐT để chứng minh nghiệm $u = 0$ là duy nhất.

Với $u = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$, phương trình này vô nghiệm.

- Xét (2): $\left(\frac{3}{5} \right)^u + 2 \left(\frac{1}{5} \right)^u = 1$

Ta thấy $u = 1$ là 1 nghiệm, dùng phương pháp hàm số hoặc dùng BĐT để chứng minh nghiệm $u = 1$ là duy nhất.

Với $u = 1 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}x - 3 = 0$, phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa $x \neq 0$; $x \neq \sqrt{2}$.

Câu 45: ☒ **Đáp án: A.**

Đặt $x - 1 = a$. Khi đó phương trình $f(x - 1) = 2017$ trở thành $f(a) = 2017$.

Hay a là nghiệm của phương trình

$$f(x) = 2017.$$

Mà phương trình $x - 1 = a$ luôn có nghiệm duy nhất với mọi số thực a .

Đáp án **B** sai vì đồ thị hàm số

$y = f(x - 2017)$ tạo thành qua phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Mà $y = f(x)$ có hai cực trị nên

$y = f(x - 2017)$ phải có hai cực trị.

Đáp án **C** và **D** sai vì thử bằng máy tính không thỏa mãn.

Câu 46: ☒ **Đáp án: D.**

Do điểm A là điểm biểu diễn của z nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy nên gọi $z = a + bi$ ($a, b > 0$).

$$\text{Do } |z| = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ nên } \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Lại có } w = \frac{1}{iz} = \frac{-b}{a^2 + b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}i \text{ nên}$$

điểm biểu diễn w nằm trong góc phần tư thứ ba của mặt phẳng Oxy .

$$|w| = \left| \frac{1}{iz} \right| = \frac{1}{|i| \cdot |z|} = \sqrt{2} = 2|z| = 2OA.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là điểm P .

Câu 47: ☒ **Đáp án: A.**

Gọi M là trung điểm BC , do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$, mà $AM \perp BB'$ nên $AM \perp (BCC'B')$. Suy ra hình chiếu vuông góc của AB' trên $(BCC'B')$ là $B'M$.

Vậy góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AB'M}$ và

$$\widehat{AB'M} = 30^\circ.$$

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 48: Đáp án: C

$$AC = AB \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos \alpha$$

$$CH = AC \cdot \sin \alpha = 2R \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha;$$

$$AH = AC \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos^2 \alpha$$

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB là

$$V = \frac{1}{3} AH \cdot \pi CH^2 = \frac{8}{3} R^3 \cdot \cos^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha.$$

$$\text{Đặt } t = \cos^2 \alpha \quad (0 < t < 1)$$

$$\Rightarrow V = \frac{8}{3} R^3 t^2 (1-t)$$

$$= \frac{8}{6} R^3 \cdot t \cdot t(2-2t) \leq \frac{8}{6} R^3 \left(\frac{t+t+2-2t}{3} \right)^3$$

Vậy V lớn nhất khi $t = \frac{2}{3}$ khi

$$\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

⌘ Chú ý: có thể dùng PP hàm số để tìm GTNN của hàm $f(t) = t^2(1-t)$

Câu 49: Đáp án: C

Gọi thời điểm khí cầu bắt đầu chuyển động là $t = 0$, thời điểm khinh khí cầu bắt đầu tiếp đất là t_1 .

Quãng đường khí cầu đi được từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm khinh khí cầu bắt đầu tiếp đất là t_1 là

$$\int_0^{t_1} (10t - t^2) dt = 5t_1^2 - \frac{t_1^3}{3} = 162$$

$$\Leftrightarrow t \approx -4,93 \vee t \approx 10,93 \vee t = 9$$

Do $v(t) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 10$ nên chọn $t = 9$.

Vậy khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là $v(9) = 10 \cdot 9 - 9^2 = 9(m/p)$

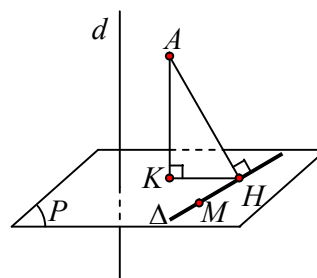
Câu 50: Đáp án: B

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và vuông

góc với d . Phương trình của

$$(P): 2x + 2y - z + 9 = 0.$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên $\Delta, (P)$.



Ta có $K(-3; -2; -1)$

$$d(A, \Delta) = AH \geq AK$$

Vậy khoảng cách từ A đến Δ bé nhất khi Δ đi qua M, K . Δ có vectơ chỉ phương

$$\vec{u} = (1; 0; 2)$$